

1. domáca úloha

Gamma rozdelenie

Gamma rozdelenie je rozdelenie s dvoma kladnými parametrami α (shape) a β (rate). Hustota tohto rozdelenia je definovaná takto:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} & \text{pre } x > 0 \\ 0 & \text{pre } x \leq 0 \end{cases}$$

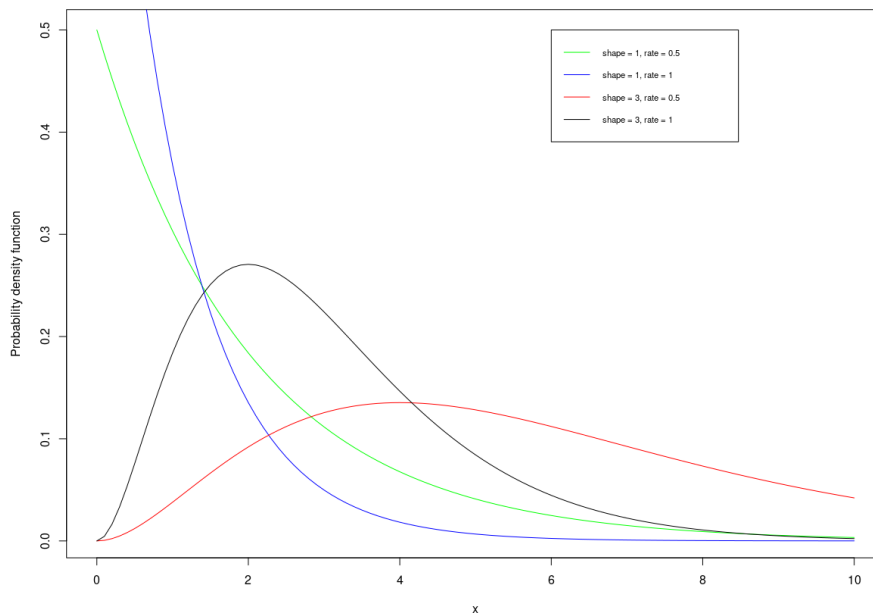
kde označenie $\Gamma(\alpha)$ označuje gamma funkciu, ktorá je definovaná nasledovne:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-1} dx$$

Toto rozdelenie sa používa na modelovanie pravdepodobnosti doby čakania, tiež sa používa v poistnej matematike pri modelovaní výšky poistných plnení. Gamma rozdelenie je na rozdiel od exponenciálneho rozdelenia závislé od dvoch parametrov, preto je vhodnejšie a pri tomto modelovaní flexibilnejšie.

Okrem toho sa často vyskytuje v modeloch používaných v strojárstve (ako je čas do zlyhania zariadenia), v meteorológii (modelovanie zrážok) a v podnikaní (nesplácanie úverov).

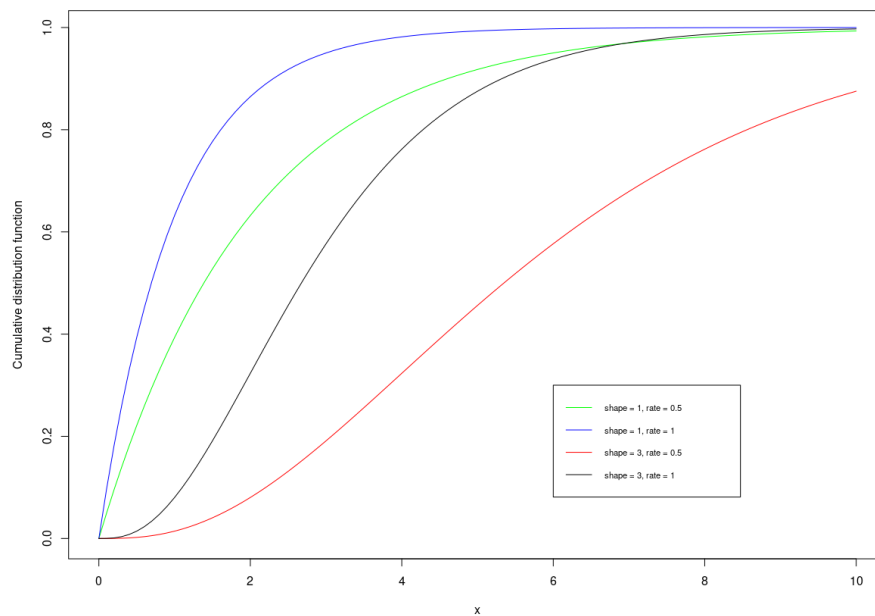
Pozrime sa na jeho hustotu:



Použitý kód:

```
curve(dgamma(x, shape = 1, rate = 0.5), from = 0, to = 10, col = 'green',
ylab = 'Probability density function')
curve(dgamma(x, shape = 1, rate = 1), from = 0, to = 10, col = 'blue', add=TRUE)
curve(dgamma(x, shape = 3, rate = 0.5), from = 0, to = 10, col = 'red', add=TRUE)
curve(dgamma(x, shape = 3, rate = 1), from = 0, to = 10, col = 'black', add=TRUE)
legend(6, 0.5, legend = c("shape = 1, rate = 0.5", "shape = 1, rate = 1",
"shape = 3, rate = 0.5", "shape = 3, rate = 1"),
col = c("green", "blue", "red", "black"), lty = 1, cex = 0.7)
```

Pozrime sa na jeho distribučnú funkciu:

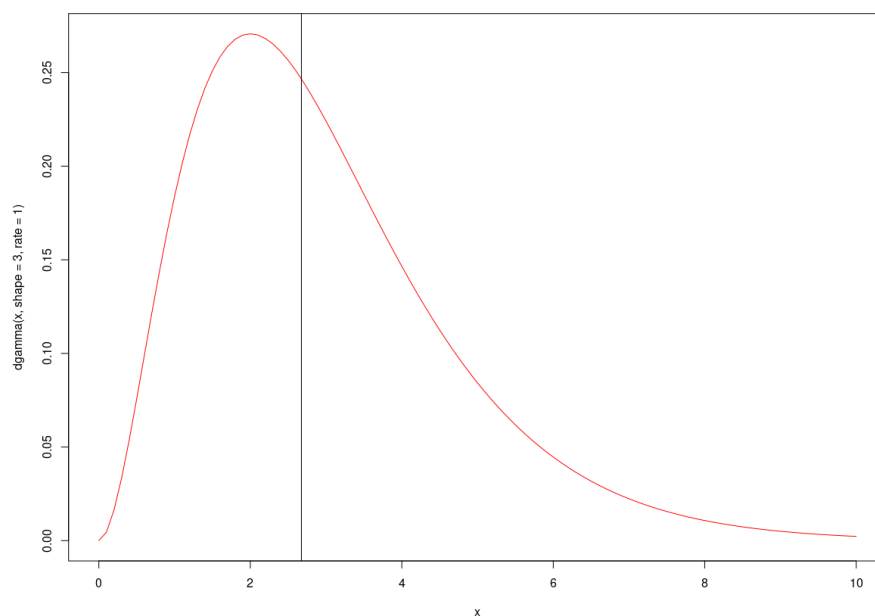


Použitý kód:

```
curve(pgamma(x, shape = 1, rate = 0.5), from = 0, to = 10, col = 'green',  
ylab = 'Cumulative distribution function')  
curve(pgamma(x, shape = 1, rate = 1), from = 0, to = 10, col = 'blue', add=TRUE)  
curve(pgamma(x, shape = 3, rate = 0.5), from = 0, to = 10, col = 'red', add=TRUE)  
curve(pgamma(x, shape = 3, rate = 1), from = 0, to = 10, col = 'black', add=TRUE)  
legend(6, 0.3, legend = c("shape = 1, rate = 0.5", "shape = 1, rate = 1",  
"shape = 3, rate = 0.5", "shape = 3, rate = 1"),  
col = c("green", "blue", "red", "black"), lty = 1, cex = 0.7)
```

Hodnota, ktorú veličina prekročí s polovičnou pravdepodobnosťou je kvantil v bode 0.5. Na grafe distribučnej funkcie ho vieme nájsť ľahko, lebo distribučná funkcia v tom bode sa musí rovnať 0.5. Takže sa nám stačí pozrieť na miesto na grafe, v ktorom je $y = 0.5$ a zistiť príslušné x .

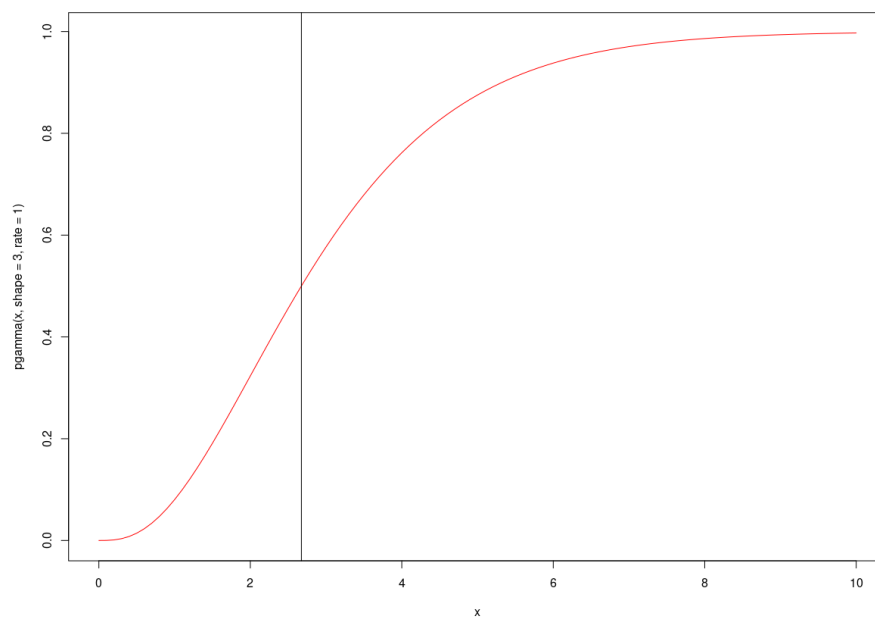
Zoberme si rozdelenie s parametrami (3,1) a zakreslime jeho kvantil v bode 0.5 do grafu jeho hustoty:



Použitý kód:

```
curve(dgamma(x,shape=3,rate=1), from = 0, to = 10, col='red')
abline(v = qgamma(0.5, 3, 1))
```

A do grafu jeho distribučnej funkcie:



Použitý kód:

```
curve(pgamma(x,shape=3,rate=1), from = 0, to = 10, col='red')
abline(v = qgamma(0.5, 3, 1))
```