

## Вариант 1. Уравнение теплопроводности

Задача Коши для уравнения переноса:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; & 0 < t < T; \\ u(x, 0) &= \phi(x)\end{aligned}\tag{1}$$

решается численно при помощи явной и неявной схем:

$$\begin{cases} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n}{h^2}, \\ u_m^0 = \phi_m, \end{cases}\tag{2}$$

и

$$\begin{cases} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{u_{m-1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m+1}^{n+1}}{h^2}, \\ u_m^0 = \phi_m. \end{cases}\tag{3}$$

При этом используется шаг по пространственной координате  $h = 0.01$ . В качестве начальных данных взять функцию Гаусса с математическим ожиданием  $\mu = 0$  и дисперсией  $\sigma^2 = 1$ :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.\tag{4}$$

Реализовать оба численных метода. Интервал времени  $T$  взять равным 0.01, отрезок по координате  $x$  подобрать самостоятельно. Программа должна сохранять значение функции каждые  $0.001 = T/10$  единиц времени. Файл выходных данных должен содержать столбец со значением пространственной координаты и по одному столбцу на каждый временной отрезок:

x    u(0)    u(T/10)    ...    u(T)

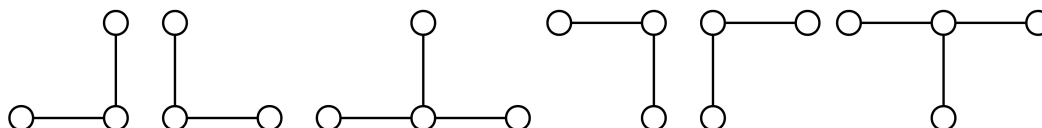
Построить срезы решения при различных значениях времени. Показать, что при неправильном выборе шага по времени в случае явной схемы (область неустойчивости метода), в решении появляются существенные численные ошибки. Для решения СЛАУ при использовании неявного метода, применить метод прогонки.

## Вариант 2. Уравнение переноса

Дана смешанная задача для уравнения переноса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0; & 0 < t < T; \quad 0 < x < 1 \\ u(x, 0) &= \begin{cases} 1, & \text{если } x < 0.5 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \\ u(0, t) &= 1 \end{aligned} \tag{5}$$

Построить разностные схемы для решения поставленной смешанной задачи, используя следующие шаблоны:



Получить численное решение задачи на интервале  $t \in [0, 1]$  ( $T = 1$ ). Использовать шаг по пространственной координате  $h = 0.01$ . Шаг по времени выбрать самостоятельно.

Программа должна сохранять значение функции каждые  $0.1 = T/10$  единиц времени. Файл выходных данных должен содержать столбец со значением пространственной координаты и по одному столбцу на каждый временной отрезок:

x    u(0)    u(T/10)    ...    u(T)

Построить срезы решения при различных значениях времени.