ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 1

Контрольный вопрос: Дать определение норме матрицы, подчиненной норме вектора.

1. (4) В ходе эксперимента получены следующие значения:

x_0	x_1	x_2	x_3
0.05	0.13	0.35	0.69

С какой точностью можно вычислить $\frac{x_1}{x_0}$ и $\sin(x_2 + x_3)$?

2. (4) В приведенной ниже таблице представлены значения функции $f(x)$ с шагом $h = 0.002$, вычисленные на компьютере. Пусть известно, что $max|f^{(2)}(x)| \leq M_2 = 1$ и $max|f^{(3)}(x)| \leq M_3 = 1$. Вычислить максимально точно значение первой производной функции $f(x)$ в точке $x = 0.006$. Дать оценку погрешности полученного результата при заданном x.

x	0	0.002	0.004	0.006	0.008	0.01	0.012	0.014	0.016	0.018	0.020
$f(x)$	.1000E01	.1000E01	.1000E01	.1000E01	.1000E01	.1000E01	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997

3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	-1	0	1	2
f_n	1	2	1	4

(2) Построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего методом неопределенных коэффициентов (в виде $P_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$).

(2) Оценить погрешность интерполяции, если известно что $\left|f^{IV}(x)\right| \leq 7$ и $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 1$ на отрезке $[-1, 2]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) Построить интерполяционный полином для функции $y = \arcsin(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ с использованием 5 точек — экстремумов соответствующего полинома Чебышёва.

6. (6) Дана таблица функции $y = sin(x)$

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$
y	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$

Построить интерполирующий сплайн порядка 3 дефекта 1. Какие граничные условия для моментов сплайна лучше использовать?

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 2

Контрольный вопрос: Существование и единственность задачи алгебраической интерполяции.

1. (4) Оценить погрешность в определении корней уравнения $ay^2 + d = 0$, если величины $a = 1$ и $d = 4$ заданы с точностью $\Delta(a) = 10^{-3}$ и $\Delta(d) = 10^{-3}$.
2. (4) Для функции, заданной таблично на отрезке, вычислить вторую производную со вторым порядком точности в точке $x = 0$, если известно, что на правой границе $\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_{104} = 10$.

x	100	102	104
$f(x)$	1	1	1

Пусть в двух произвольных точках функция задана с относительной погрешностью 10^{-3}. Во всех остальных точках функция задана точно. Оценить ошибку округления при вычислении производной. Указать оптимальный шаг численного дифференцирования для формулы первого порядка точности в условиях данной задачи.
3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	0	1	2	3	4
f_n	2	8	4	8	14

(2) На отрезке $[0, 3]$ построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего методом Ньютона.

(2) Оценить погрешность интерполяции. Для оценки $\left|f^{IV}(x)\right|$ использовать конечную разность четвертого порядка. Известно, что $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 2$ на отрезке $[0, 3]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) На отрезке $[4, 7]$ для дробно-линейной функции $y(x) = \frac{x-5.5}{x+\sqrt{3}-5.5}$ построить квадратичный интерполяционный полином в форме Ньютона на сетке из нолей полинома Чебышева. Оценить погрешность данного метода интерполяции.

6. (6) Дана таблица функции $y = \cos(x)$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y	1	$\sqrt{2}/2$	0

Построить интерполирующий сплайн порядка 3 дефекта 1. Какие граничные условия для моментов сплайна лучше использовать?

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 3

Контрольный вопрос: Норма вектора. Аксиомы нормы.

1. (4) В ходе эксперимента получены следующие значения:

x_0	x_1	x_2	x_3
0.11	0.32	0.39	0.40

С какой точностью можно вычислить $x_1 \cdot x_0$ и $\mathrm{tg}(x_2 + x_3)$?

2. (4) В приведенной ниже таблице представлены значения функции $f(x)$ с шагом $h = 0.002$, вычисленные на компьютере. Пусть известно, что $max|f^{(2)}(x)| \leq M_2 = 1$ и $max|f^{(3)}(x)| \leq M_3 = 1$. Вычислить максимально точно значение первой производной функции $f(x)$ в точке $x = 0.0113$. Дать оценку погрешности полученного результата при заданном x.

x	0.0033	0.0053	0.0073	0.0093	0.0113	0.0133	0.0153	0.0173	0.0193	0.0213	0.0233	0.0253	0.0273
$f(x)$	1.0296	1.0297	1.0297	1.0297	1.0297	1.0298	1.0298	1.0298	1.0299	1.0299	1.0299	1.0300	1.0300

3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	-2	0	1	2
f_n	1	3	5	7

(2) Построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего в форме Лагранжа.

(2) Оценить погрешность интерполяции, если известно что $\left|f^{IV}(x)\right| \leq 2$ и $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 7$ на отрезке $[-2, 2]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.
(6) В третьей норме.

5. (6) построить интерполяционный полином для функции $y = \arccos(x)$ с использованием 5 точек — нолей соответствующего полинома Чебышёва.

6. (6) Дана таблица функции $y = \cos(x)$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y	1	$\sqrt{2}/2$	0

В качестве дополнительных краевых условий даны значения первой произодной на границе отрезка интерполяции $y'(0) = 0$, $y'(\pi/2) = -1$. Построить интерполирующий сплайн порядка 3 дефекта 1 в виде разложения по B-сплайнам.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 4

Контрольный вопрос: Интерполяция обобщенным полиномом.

1. (4) Вычислить относительную погрешность в определении значения функции $u = xy^2$, если известны приближенные значения $x^* = 9.89$, $y^* = 37.1$, и $\Delta x^* = 0.11$, $\Delta y^* = 0.1$.

2. (4) Для функции, заданной таблично на отрезке, вычислить вторую производную с третьим порядком точности в точке $x = 0$, если известно, что на левой границе $\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_0 = 10$, $\left.\frac{d^4 f}{dx^4}\right|_0 = \frac{12}{7}$.

x	15	17	19
$f(x)$	1	1	2

Пусть в двух произвольных точках функция задана с относительной погрешностью 10^{-4}. Во всех остальных точках функция задана точно. Оценить ошибку округления при вычислении производной. Указать оптимальный шаг численного дифференцирования для формулы первого порядка точности в условиях данной задачи.

3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	-2	-1	0	1
f_n	2	6	2	8

(2) Построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего методом неопределенных коэффициентов (в виде $P_3(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$).

(2) Оценить погрешность интерполяции, если известно что $\left|f^{IV}(x)\right| \leq 17$ и $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 1$ на отрезке $[-2, 1]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) На отрезке $[2, 5]$ для дробно-линейной функции $y(x) = \frac{x-3.5}{x+\sqrt{3}-3.5}$ построить интерполяционный полином в форме Лагранда на сетке из экстремумов полинома Чебышева с тремя нолями на данном отрезке. Оценить погрешность этого метода интерполяции.

6. (6) Дана таблица функции $y = \cos(x)$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y	1	$\sqrt{2}/2$	0

В качестве дополнительных краевых условий даны значения первой произодной на границе отрезка интерполяции $y'(0) = 0$, $y'(\pi/2) = -1$. Построить интерполирующий сплайн порядка 2 дефекта 1 в виде разложения по B-сплайнам.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 5

Контрольный вопрос: Абсолютная и относительная погрешность при сложении n действительных чисел.

1. (4) В ходе эксперимента получены следующие значения:

x_0	x_1	x_2	x_3
0.21	0.31	0.44	0.73

С какой точностью можно вычислить $\frac{x_3}{x_2}$ и $\mathrm{ctg}(x_0 + x_1)$?

2. (4) Для функции, заданной таблично

x	1	2	4	8
$f(x)$	0.13	0.26	0.50	0.87

Вычислить значение третьей производной в точке $x = 8$ с максимально возможной точностью. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов.

3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	0	1	2	3	4
f_n	0	4	6	12	4

(2) На отрезке $[0, 3]$ построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего методом Ньютона.

(2) Оценить погрешность интерполяции. Для оценки $\left|f^{IV}(x)\right|$ использовать конечную разность четвертого порядка. Известно, что $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 2$ на отрезке $[0, 3]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) Дана таблица функции $y = \sin(x)$

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$
y	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$

Известны значения первой производной на границе области интерполяции $y'(0) = 1$ и $y'(\pi/4) = \sqrt{2}/2$. С помощью интерполяции вычислить $\arcsin(\sqrt{2}/3)$.

6. (6) Дана таблица функции

x	1	4	9	16
y	1	2	3	4

По этим значениям строится интерполяционный полином третьего порядка и свободный сплайн. Какая интерполяция позволяет точнее вычислить $y(2)$? Вычислить это значение двумя способами.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 6

Контрольный вопрос: Абсолютная и относительная погрешность при делении двух действительных чисел.

1. (4) Оценить погрешность в определении корней уравнения $ay + \sin(d \cdot \frac{\pi}{12}) = 0$, если величины $a = 0.1$ и $d = 6$ заданы с точностью $\Delta(a) = 10^{-3}$ и $\Delta(d) = 10^{-3}$.
2. (4) Для функции, заданной таблично

x	1	2	3	5	7
$f(x)$	0.50	0.25	0.25	0.20	0.10

Вычислить значение третьей производной в точке $x = 7$ с максимально возможной точностью. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов.
3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	-2	-1	0	2
f_n	5	2	1	3

(2) Построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего в форме Лагранжа.

(2) Оценить погрешность интерполяции, если известно что $\left|f^{IV}(x)\right| \le 5$ и $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \le 7$ на отрезке $[-2, 2]$.
4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) Дана таблица функции $y = \cos(x)$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y	1	$\sqrt{2}/2$	0

Известны значения первой производной на границе области интерполяции $y'(0) = 0$ и $y'(\pi/2) = -1$. Найти такое значение x, при котором косинус принимает значение 0.2.

6. (6) Дана таблица функции $y = \sin(x)$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$3\pi/2$
y	0	$\sqrt{2}/2$	1	$-\sqrt{2}/2$	0	-1

Построить интерполирующий сплайн порядка 3 дефекта 1 с периодическими граничными условиями. (Систему линейных уравнений для моментов можно не решать)

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 7

Контрольный вопрос: Оптимальный шаг численного дифференцирования.

1. (4) В ходе эксперимента получены следующие значения:

x_0	x_1	x_2	x_3
0.05	0.07	0.35	0.08

С какой точностью можно вычислить $\frac{x_3}{x_0}$ и $e^{(x_1+x_2)}$?

2. (4) Для функции, заданной таблично на отрезке, вычислить вторую производную со вторым порядком точности в точке $x = 0$, если известно, что на левой границе $\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_0 = 5$.

x	0	2	4
$f(x)$	0.50	0.25	0.25

Пусть в двух произвольных точках функция задана с относительной погрешностью 10^{-4}. Во всех остальных точках функция задана точно. Оценить ошибку округления при вычислении производной. Указать оптимальный шаг численного дифференцирования для формулы первого порядка точности в условиях данной задачи.

3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	-1	0	1	3
f_n	2	0	2	18

(2) Построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего методом неопределенных коэффициентов (в виде $P_3(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$).

(2) Оценить погрешность интерполяции, если известно что $\left|f^{IV}(x)\right| \leq 12$ и $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 2$ на отрезке $[-2, 1]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) Дана таблица функции $y = \sin(x)$

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$
y	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$

Известны значения первой и второй производной на границе области интерполяции $y'(0) = 1$ и $y''(0) = 0$. Построить алгебраическую интерполяцию данной функции. Какого порядка интерполяционный полином должен получиться?

6. (6) Дана таблица функции $y = \sin(x)$

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
y	0	1	0	-1	0

Построить интерполирующий сплайн порядка 3 дефекта 1, используя разложение по B-сплайнам.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	6	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 8

Контрольный вопрос: Остаточный член алгебраической интерполяции.

1. (4) Оценить погрешность вычисления значения $\sum_{k=1}^{N}(-1)^k kp$, если $p = 0.010$, $\Delta(p) = 10^{-4}$.
2. (4) Для функции, заданной таблично

x	1	2	4	8
$f(x)$	0.13	0.26	0.50	0.87

Вычислить значение второй производной в точке $x = 4$ с максимально возможной точностью. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов.

3. Функция $f(x)$ задана на сетке:

x_n	-2	-1	0	1	2
f_n	4	6	14	16	-6

(2) На отрезке $[-2, 1]$ построить интерполяционный полином $P_3(x)$ порядка не выше третьего методом Ньютона.

(2) Оценить погрешность интерполяции. Для оценки $\left|f^{IV}(x)\right|$ использовать конечную разность четвертого порядка. Известно, что $\left|\prod_{n=0}^{N}(x - x_n)\right| \leq 2$ на отрезке $[-2, 1]$.

4. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

(4) Вычислить число обусловленности в первой и второй норме.

(6) В третьей норме.

5. (6) Дана таблица функции $y = \cos(x)$

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y	1	$\sqrt{2}/2$	0

Известны значения первой и второй производной на границе области интерполяции $y'(\pi/2) = -1$ и $y''(\pi/2) = 0$. Построить алгебраическую интерполяцию данной функции. Какого порядка интерполяционный полином должен получиться?

6. (6) Дана таблица функции $y = \sin(x)$

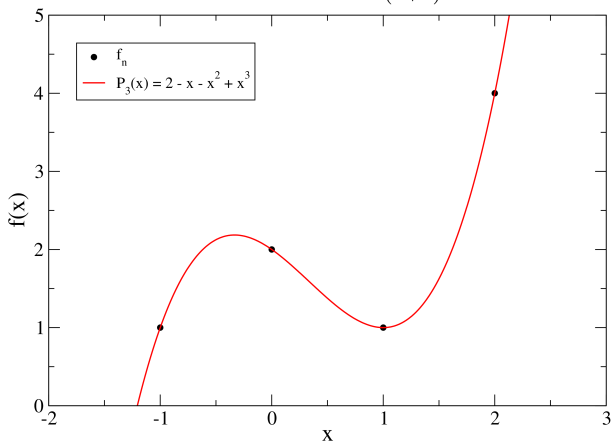
x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$3\pi/2$
y	0	$\sqrt{2}/2$	1	$-\sqrt{2}/2$	0	-1

Построить интерполирующий сплайн порядка 2 дефекта 1 с периодическими граничными условиями. Указание: использовать интерполяцию B-сплайнами.

Ответы

Вариант 1

1. $P_3(x) = 2 - x - x^2 + x^3$; $\Delta = \frac{7}{(3+1)!} \times 1 \approx 0.3$.



2.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ -6 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 0 \\ -3 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

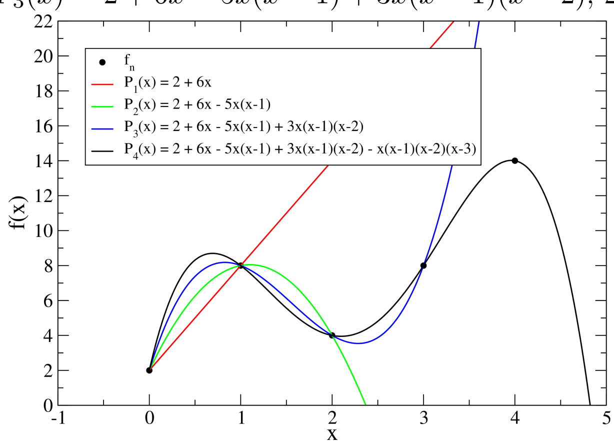
$$\lambda_1 = 12, \lambda_2 = 6, \lambda_3 = 2$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = 4, \quad \left\|A^{-1}\right\|_1 = 1, \quad \mu_1 = 4;$$
$$\|A\|_2 = 5, \quad \left\|A^{-1}\right\|_2 = \frac{5}{6}, \quad \mu_2 = \frac{25}{6};$$
$$\|A\|_3 = 2\sqrt{3}, \quad \left\|A^{-1}\right\|_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \mu_3 = \sqrt{6}.$$

Вариант 2

1. $P_3(x) = 2 + 6x - 5x(x-1) + 3x(x-1)(x-2)$; $\Delta = 1 \times 2 = 2$.



x_n	f_n	f_{nm}	f_{nmk}	f_{nmkl}	f_{nmklo}
0	2				
		6			
1	8		-5		
		-4		3	
2	4		4		-1
		4		-1	
3	8		1		
		6			
4	14				

2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 6 & -8 & -6 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & 17 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 18, \lambda_2 = 8, \lambda_3 = 1$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

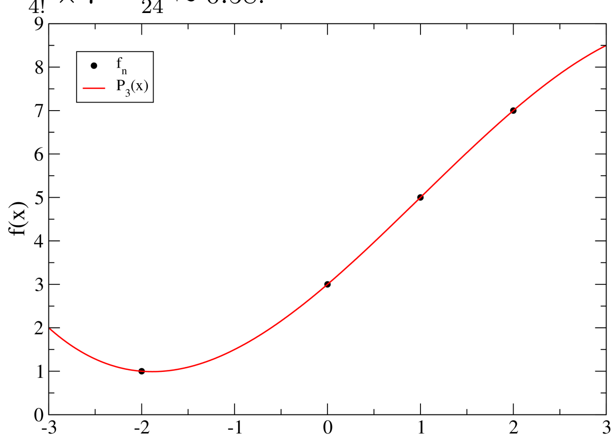
$$\|A\|_1 = 5, \quad \left\|A^{-1}\right\|_1 = \frac{5}{3}, \quad \mu_1 = \frac{25}{3};$$
$$\|A\|_2 = 7, \quad \left\|A^{-1}\right\|_2 = 1, \quad \mu_2 = 7;$$
$$\|A\|_3 = 3\sqrt{2}, \quad \left\|A^{-1}\right\|_3 = 1, \quad \mu_3 = 3\sqrt{2}.$$

Вариант 3

1.

$$P_3(x) = \frac{x(x-1)(x-2)}{-24} + 3\frac{(x+2)(x-1)(x-2)}{4} + 5\frac{(x+2)x(x-2)}{-3} + 7\frac{(x+2)x(x-1)}{8}.$$

$\Delta = \frac{2}{4!} \times 7 = \frac{14}{24} \approx 0.58.$



2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

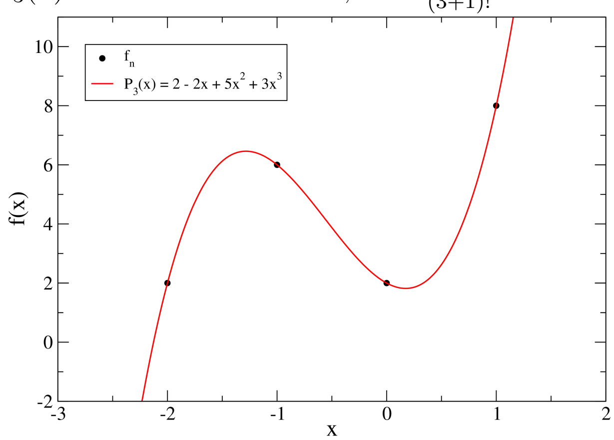
$$\lambda_1 = 12, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 1$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = 4, \quad \|A^{-1}\|_1 = \frac{4}{3}, \quad \mu_1 = \frac{16}{3};$$
$$\|A\|_2 = 6, \quad \|A^{-1}\|_2 = \frac{7}{6}, \quad \mu_2 = 7;$$
$$\|A\|_3 = 2\sqrt{3}, \quad \|A^{-1}\|_3 = 1, \quad \mu_3 = 2\sqrt{3}.$$

Вариант 4

1. $P_3(x) = 2 - 2x + 5x^2 + 3x^3$; $\Delta = \frac{17}{(3+1)!} \times 1 \approx 0.7$.



2.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 0 & -6 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 5 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & -6 \\ 0 & 5 & 0 \\ -6 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 15, \lambda_2 = 5, \lambda_3 = 3$$

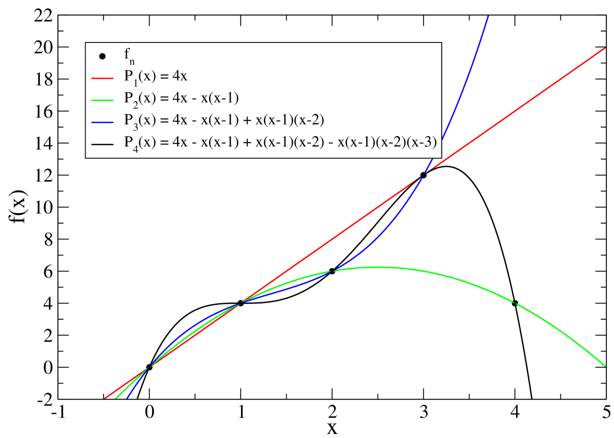
$$\xi_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = 5, \quad \|A^{-1}\|_1 = \frac{11}{15}, \quad \mu_1 = \frac{11}{3};$$
$$\|A\|_2 = 5, \quad \|A^{-1}\|_2 = \frac{13}{15}, \quad \mu_2 = \frac{13}{3};$$
$$\|A\|_3 = \sqrt{15}, \quad \|A^{-1}\|_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \mu_3 = \sqrt{5}.$$

Вариант 5

1. $P_3(x) = 4x - x(x-1) + x(x-1)(x-2)$; $\Delta = 1 \times 2 = 2$.

x_n	f_n	f_{nm}	f_{nmk}	f_{nmkl}	f_{nmklo}
0	0				
		4			
1	4		-1		
		2		1	
2	6		2		-1
		6		-3	
3	12		-7		
		-8			
4	4				



2.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{30}\begin{pmatrix} 0 & -9 & 3 \\ 0 & 3 & 9 \\ -10 & -2 & -6 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 6 \\ 0 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 18, \lambda_2 = 10, \lambda_3 = 5$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

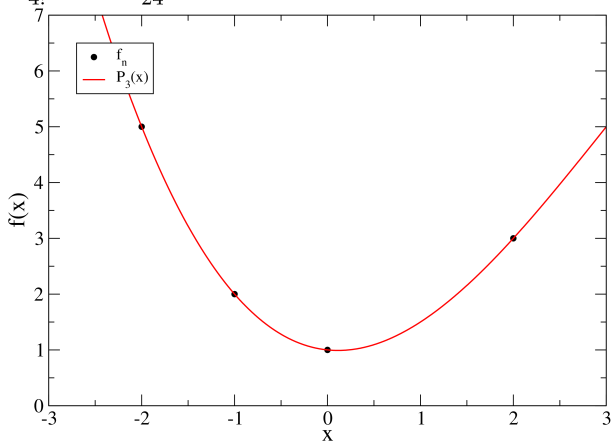
$$\|A\|_1 = 5, \quad \|A^{-1}\|_1 = \frac{3}{5}, \quad \mu_1 = 3;$$
$$\|A\|_2 = 6, \quad \|A^{-1}\|_2 = \frac{3}{5}, \quad \mu_2 = \frac{18}{5};$$
$$\|A\|_3 = 3\sqrt{2}, \quad \|A^{-1}\|_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \mu_3 = 3\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Вариант 6

1.

$$P_3(x) = 5\frac{(x+1)x(x-2)}{-8} + 2\frac{(x+2)x(x-2)}{3} + \frac{(x+2)(x+1)(x-2)}{-4} + 3\frac{(x+2)(x+1)x}{24}.$$

$\Delta = \frac{5}{4!} \times 7 = \frac{35}{24} \approx 1.46.$



2.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} -4 & 4 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

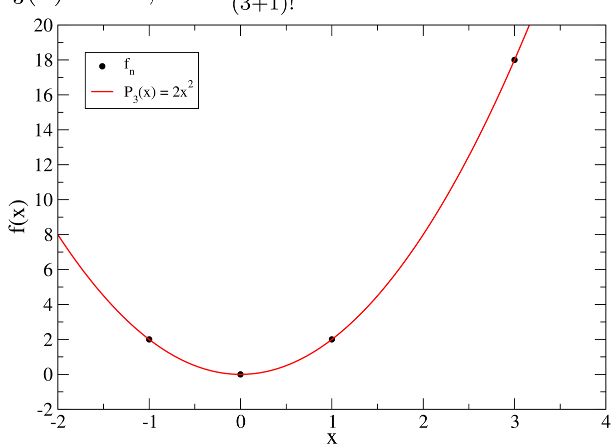
$$\lambda_1 = 12, \lambda_2 = 4, \lambda_3 = 3$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = 5, \quad \left\|A^{-1}\right\|_1 = 1, \quad \mu_1 = 5;$$
$$\|A\|_2 = 4, \quad \left\|A^{-1}\right\|_2 = \frac{5}{6}, \quad \mu_2 = \frac{10}{3};$$
$$\|A\|_3 = 2\sqrt{3}, \quad \left\|A^{-1}\right\|_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \mu_3 = 2.$$

Вариант 7

1. $P_3(x) = 2x^2$; $\Delta = \frac{12}{(3+1)!} \times 2 = 1.0.$



2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{24}\begin{pmatrix} 6 & 0 & -6 \\ -2 & 8 & -2 \\ 6 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 3 \\ 0 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 12, \lambda_2 = 8, \lambda_3 = 6$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = 4, \quad \|A^{-1}\|_1 = \frac{1}{2}, \quad \mu_1 = 2;$$

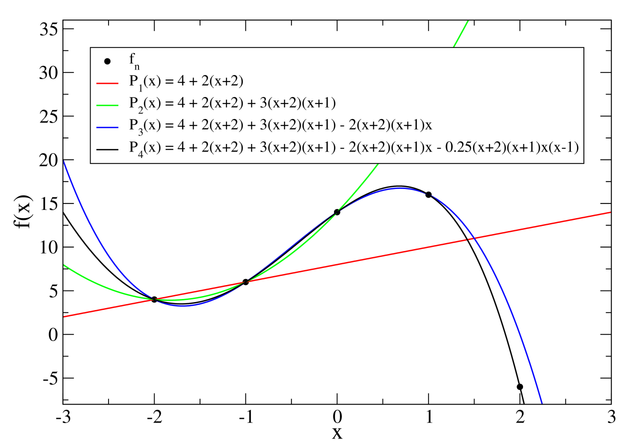
$$\|A\|_2 = 5, \quad \|A^{-1}\|_2 = \frac{7}{12}, \quad \mu_2 = \frac{35}{12};$$

$$\|A\|_3 = 2\sqrt{3}, \quad \|A^{-1}\|_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}, \quad \mu_3 = \sqrt{2}.$$

Вариант 8

1. $P_3(x) = 4 + 2(x+2) + 3(x+2)(x+1) - 2(x+2)(x+1)x$; $\Delta = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$.

x_n	f_n	f_{nm}	f_{nmk}	f_{nmkl}	f_{nmklo}
-2	4				
		2			
-1	6		3		
		8		-2	
0	14		-3		$\frac{1}{4}$
		2		-3	
1	16		-12		
		-22			
2	-6				



2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -3 & -4 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^* \times A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & -4 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 18, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 1$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \xi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \xi_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|A\|_1 = 4, \quad \left\|A^{-1}\right\|_1 = \frac{5}{3}, \quad \mu_1 = \frac{20}{3};$$
$$\|A\|_2 = 7, \quad \left\|A^{-1}\right\|_2 = 1, \quad \mu_2 = 7;$$
$$\|A\|_3 = 3\sqrt{2}, \quad \left\|A^{-1}\right\|_3 = 1, \quad \mu_3 = 3\sqrt{2}.$$