

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 1

Контрольный вопрос. Формулировка основной теоремы вычислительной математики.

1. (6) Вычислить $f(2.5)$, пользуясь линейной, квадратичной и кубической интерполяцией. Оценить погрешность, используя остаточный член интерполяции.

x	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
$f(x)$	1.0	2.0	3.0	3.9	4.8

2. (5) Дана система нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} y = \sin(2x) \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Локализовать корни и выписать формулы для их уточнения методом Ньютона. Выписать матрицу A и вектор правых частей \vec{f} получаемой СЛАУ $A\vec{r}_1 = \vec{f}$ для нахождения значений переменных на первой итерации метода для одного из корней системы.

3. (5) Вычислить интеграл функции, заданной таблично, с помощью метода Симпсона. Определить ошибку по правилу Рунге.

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	0.0	0.01	0.039	0.089	0.156	0.240	0.339	0.451	0.574

4. (12) Основываясь на квадратурной формуле из задачи 3 (метод Симпсона), построить таблицу Бутчера явного трёхстадийного метода Рунге-Кутты для решения задачи Коши для ОДУ. Исследовать полученный метод на сходимость при $t \in [0, \infty)$ для задачи:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -3y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5*. (14) Задача Коши для ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - xy; x(0) = 1 \\ \dot{y} = \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}y; y(0) = 3 \end{cases}$$

решается явным методом Рунге-Кутты:

0	
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	$1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Исследовать на аппроксимацию и устойчивость.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 2

Контрольный вопрос. Определение аппроксимации разностной схемы.

- (5) Построить интерполяционный многочлен второй степени на сетке из нулей полинома Чебышева и на сетке из экстремумов полинома Чебышева для функции $y = e^x$ на отрезке $[0, 2]$.
- (6) Предложить сходящийся метод простых итераций для нахождения полуширины функции $y = xe^{-x^2}$ на её полувысоте при $x > 0$. Выполнить две итерации с помощью предложенного метода.
- (5) Вычислить интеграл функции, заданной таблично, с помощью метода Симпсона. Уточнить полученное значение с помощью экстраполяции Ричардсона.

x	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0	0.1	0.2	0.3
$f(x)$	-0.824	-0.597	-0.405	-0.244	-0.111	0.0	0.091	0.164	0.222

- (12) Основываясь на квадратурной формуле из задачи 3 (метод Симпсона), построить таблицу Бутчера явного трёхстадийного метода Рунге-Кутты для решения задачи Коши для ОДУ. Исследовать полученный метод на сходимость при $t \in [0, \infty)$ для задачи:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = y^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- 5*. (14) Задача Коши для ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{1}{2}x^2 - xy; x(0) = 2 \\ \dot{y} = y - 2xy - y^2; y(0) = 0.1 \end{cases}$$

решается явным методом Рунге-Кутты:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \\ \hline & 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}$$

Исследовать на аппроксимацию и устойчивость.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 3

Контрольный вопрос. Определение устойчивости разностной схемы.

1. (6) Вычислить $f(2.5)$, пользуясь линейной, квадратичной и кубической интерполяцией. Оценить погрешность, используя остаточный член интерполяции.

x	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0
$f(x)$	10.0	3.7	1.4	0.5	0.2

2. (5) Дана система нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 6y + 8 = 0 \\ x^2 - y = 0 \end{cases}$$

Локализовать корни и выписать формулы для их уточнения методом Ньютона. Выписать матрицу A и вектор правых частей \vec{f} получаемой СЛАУ $A\vec{r}_1 = \vec{f}$ для нахождения значений переменных на первой итерации метода для одного из корней системы.

3. (5) Вычислить интеграл функции, заданной таблично, с помощью метода трапеций. Определить ошибку по правилу Рунге.

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$f(x)$	1.0	0.985	0.941	0.870	0.774	0.658	0.528

4. (12) Основываясь на квадратурной формуле из задачи 3 (метод трапеций), построить таблицу Бутчера явного трёхстадийного метода Рунге-Кутты для решения задачи Коши для ОДУ. Исследовать полученный метод на сходимость при $t \in [0, \infty)$ для задачи:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = y^3 \\ y(0) = 0.5 \end{cases}$$

5*. (14) Задача Коши для ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - xy; x(0) = 1 \\ \dot{y} = \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}y; y(0) = 3 \end{cases}$$

решается явным методом Рунге-Кутты:

0		
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
	$1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Исследовать на аппроксимацию и устойчивость.

ФИО	Группа	1	2	3	4	5	Σ	Оценка	Подпись

Вариант 4

Контрольный вопрос. Определение сходимости разностной схемы.

1. (5) Построить интерполяционный многочлен второй степени на сетке из нулей полинома Чебышева и на сетке из экстремумов полинома Чебышева для функции $y = \ln(x)$ на отрезке $[1, 2]$.
2. (6) Предложить сходящийся метод простых итераций для нахождения полуширины функции $y = xe^{-x}$ на её полувысоте при $x > 0$. Выполнить две итерации с помощью предложенного метода.
3. (5) Вычислить интеграл функции, заданной таблично, с помощью метода трапеций. Уточнить полученное значение с помощью экстраполяции Ричардсона.

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
$f(x)$	0.0	0.200	0.395	0.562	0.642	0.540	0.157

4. (12) Основываясь на квадратурной формуле из задачи 3 (метод трапеций), построить таблицу Бутчера явного трёхстадийного метода Рунге-Кутты для решения задачи Коши для ОДУ. Исследовать полученный метод на сходимость при $t \in [0, \infty)$ для задачи:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = 2y \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

- 5*. (14) Задача Коши для ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{1}{2}x^2 - xy; x(0) = 0.1 \\ \dot{y} = y - 2xy - y^2; y(0) = 2 \end{cases}$$

решается явным методом Рунге-Кутты:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \\ \hline & 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}$$

Исследовать на аппроксимацию и устойчивость.