20337270_钟海财_01

2 Assignment

2.1 (AI Textbook Page114 2.14)

Hanoi 问题表示：已知 3 个柱子 1、2、3，3 个盘子 A、B、C（A 比 B 大，B 比 C 大）。初始 状态时，A、B、C 依次放在柱子 1 上。目标状态是 A、B、C 依次放在柱子 3 上。条件是每次 可移动一个盘子，盘子上方为空才可以移动，而且任何时候都不允许大盘子在小盘子的上面。 请使用一阶谓词逻辑对这一问题进行描述。

解:

首先定义谓词如下:

plate(x)表示x是盘子

pillar(x)表示x是柱子

Bigger(x,y)表示盘子x比盘子y大，

At(x,a)表示盘子x在柱子a上，

move(x,y,z) 表示将盘中x从柱子y移动到柱子z上，

On(x,y) 表示盘子x在盘子y上方，

已知:

$$\forall x \in \{A,B,C\} \rightarrow plate(x), \quad \forall y \in \{1,2,3\} \rightarrow pillar(y), \quad Bigger(A,B), \quad Bigger(B,C)$$

初始：At(A,1), At(B,1), At(C,1), On(C,B), On(B,A)

目标：At(A,3), At(B,3), At(C,3), On(C,B), On(B,A)

移动条件:

$$\begin{aligned}&\forall x\, \forall a\, \forall b(plate(x) \land pillar(a) \land pillar(b) \land At(x,a) \\ &\land \neg \exists t(plate(t) \land On(t,x)) \\ &\land \neg \exists v(plate(v) \land At(v,b) \land Bigger(x,v)) \\ &\rightarrow move(x,a,b))\end{aligned}$$

(解释： 盘子x在柱子a上，盘子x上方不存在其他盘子，柱子b上不存在比盘子x更小的盘子，就能将盘子x从柱子a移动到柱子b上)

2.2 (AI Textbook Page115 2.27)

对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

- (1) S = {P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u))}
- (2) S = {P(f(a), g(s)), P(y, y)}
- (3) S = {P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))}

解:

（1） S = {P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u))}

可合一

$$
\begin{aligned}
&1)\ \delta_0=\varepsilon, W_0=S, D_0=\{a,z\}\\
&2)\ \delta_1=\{a/z\}, W_1=\{P(a,x,f(g(y))), P(a,h(a,u),f(u))\}\\
&3)\ W_1\text{未合一，}D_1=\{x,h(a,u)\}\\
&4)\ \delta_2=\{a/z,h(a,u)/x\}, W_2=\{P(a,h(a,u),f(g(y))), P(a,h(a,u),f(u))\}\\
&5)\ W_2\text{未合一，}D_2=\{g(y),u\}\\
&6)\ \delta_3=\{a/z,h(a,u)/x,g(y)/u\}, W_3=\{P(a,h(a,g(y)),f(g(y))\ )\}\\
\\
&mgu=a/z,h(a,g(y))/x,g(y)/u
\end{aligned}
$$

(2) S = {P(f(a), g(s)), P(y, y)}

不可合一

(3) S = {P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))}

可合一

$$
\begin{aligned}
&1)\ \delta_0=\varepsilon, W_0=S, D_0=\{a,z\}\\
&2)\ \delta_1=\{a/z\}, W_1=\{P(a,x,h(g(a))), P(a,h(y),h(y))\}\\
&3)\ W_1\text{未合一，}D_1=\{x,h(y)\}\\
&4)\ \delta_2=\{a/z,h(y)/x\}, W_2=\{P(a,h(y),h(g(a))), P(a,h(y),h(y))\}\\
&5)\ W_2\text{未合一，}D_2=\{g(a),y\}\\
&6)\ \delta_3=\{a/z,h(y)/x,g(a)/y\}, W_3=\{P(a,h(g(a)),h(g(a))\ )\}\\
\\
&mgu=\{a/z,h(g(a))/x,g(a)/y\}
\end{aligned}
$$

2.3 (AI Textbook Page115 2.31)

已知:

规则 1：任何人的兄弟不是女性

规则 2：任何人的姐妹必是女性

事实：Mary 是 Bill 的姐妹

求证：用归结推理方法证明 Mary 不是 Tom 的兄弟。

解:

首先定义谓词如下:

Brother(x,y)表示x是y的兄弟,

Sister(x,y)表示x是y的姐妹,

Female(x)表示x是女性

将规则1，2和事实转化为一阶谓词逻辑描述:

已知：
$(1)\forall x\forall y(Brother(x,y)\rightarrow\neg Female(x))$
$(2)\forall x\forall y(Sister(x,y)\rightarrow Female(x))$
$(3)Sister(Mary,Bill)$
目标：$\neg Brother(Mary,Tom)$
目标公式的否定为：$Brother(Mary,Tom)$
将$(1)(2)(3)Skolem$化为子句的形式得到子句集S：
$$\left.\begin{cases}(1)(\neg Brother(x,y),\neg Female(x))\\(2)(\neg Sister(x,y),Female(x))\\(3)Siter(Mary,Bill)\\(4)Brother(Mary,Tom)\end{cases}\right\}S$$
以下为归结推理的过程：
$(5)\neg Female(Mary)\qquad \backslash\backslash(1)(4)$归结
$(6)Female(Mary)$）$\qquad \backslash\backslash(2)(3)$归结
$(7)[]\qquad \backslash\backslash(5)(6)$归结
通过归结推理，证明了$\neg Brother(Mary,Tom)$，即证明了$Mary$不是Tom的兄弟。

2.4 (AI Textbook Page116 2.35)

用谓词逻辑的子句集表示下述刑侦知识，并用反演归结的支持集策略证明结论。

(1) 用子句集表示下述知识。
① John 是贼;
② Paul 喜欢酒 (wine);
③ Paul(也) 喜欢奶酪 (cheese);
④ 如果 Paul 喜欢某物，则 John 也喜欢;
⑤ 如果某人是贼，而且喜欢某物，则他就可能会偷窃该物。
(2) 求：John 可能会偷窃什么?

解:

(1)首先定义谓词如下：

Thief(x)表示x是贼

Like(x,y)表示x喜欢y

Steal(x,y)表示x可能会偷窃y

已知前提可表示为：

$(1)Thief(John)$
$(2)Like(Paul,wine)$
$(3)Like(Paul,cheese)$
$(4)\forall x(Like(Paul,x)\rightarrow Like(John,x))$
$(5)\forall x\forall y(Thief(x)\wedge Like(x,y)\rightarrow Steal(x,y))$
$Skolem$化为子句：
$(4)\forall x(Like(Paul,x)\rightarrow Like(John,x))\Rightarrow\forall x(\neg Like(Paul,x)\vee Like(John,x))\Rightarrow(\neg Like(Paul,x),Like(John,x))$
$(5)\forall x\forall y(Thief(x)\wedge Like(x,y)\rightarrow Steal(x,y))\Rightarrow\forall x\forall y(\neg(Thief(x)\wedge Like(x,y))\vee Steal(x,y))\Rightarrow$
$\quad\forall x\forall y(\neg Thief(x)\vee\neg Like(x,y)\vee Steal(x,y))\Rightarrow(\neg Thief(x),\neg Like(x,y),Steal(x,y))$
得到子句集：
$S=\{Thief(John),Like(Paul,wine),Like(Paul,cheese),(\neg Like(Paul,x),Like(John,x)),$
$(\neg Thief(x),\neg Like(x,y),Steal(x,y))\}$

(2) John可能会偷窃酒 (wine)和奶酪 (cheese)，归结过程如下：

$$\left.\begin{cases}(1)Thief(John)\\(2)Like(Paul,wine)\\(3)Like(Paul,cheese)\\(4)(\neg Like(Paul,x),Like(John,x))\\(5)(\neg Thief(x),\neg Like(x,y),Steal(x,y))\end{cases}\right\}S$$

$(6)(\neg Like(John,y),Steal(John,y))\quad \backslash\backslash(1)(5)\{John/x\}$
$(7)Like(John,wine)\quad \backslash\backslash(2)(4)\{wine/x\}$
$(8)Like(John,cheese)\quad \backslash\backslash(3)(4)\{cheese/x\}$
$(9)Steal(John,wine)\quad \backslash\backslash(6)(7)\{wine/y\}$
$(10)Steal(John,cheese)\quad \backslash\backslash(6)(8)\{cheese/y\}$
最后的第$(9)(10)$句就是我们需要的答案，$John$可能会偷窃酒$(wine)$和奶酪$(cheese)$

2.5 (AI Textbook Page116 2.39)

任何通过了历史考试并中了彩票的人都是快乐的。任何肯学习或幸运的人都可以通过所有考试，小张不学习，但很幸运，任何人只要是幸运的，就能中彩。

求证：小张是快乐的。

证明：

首先定义谓词如下：

pass(x,y)表示x通过了考试y

exam(x)表示x是考试

lottery(x)表示x中了彩票

happy(x)表示x是快乐的

hard(x)表示x肯学习

lucky(x)表示x是幸运的

前提用一阶谓词逻辑表示为：

(1)任何通过了历史考试并中了彩票的人都是快乐的：
$(1)\forall x(exam(history)\wedge pass(x,history)\wedge lottery(x)\rightarrow happy(x))$
(2)任何肯学习或幸运的人都可以通过所有考试：
$(2)\forall x(hard(x)\vee lucky(x)\rightarrow \forall y(exam(y)\wedge pass(x,y)))$
(3)小张不学习：
$(3)\neg hard(XiaoZhang)$
(4)小张很幸运：
$(4)lucky(XiaoZhang)$
(5)任何人只要是幸运的，就能中彩：
$(5)\forall x(lucky(x)\rightarrow lottery(x))$
目标：$happy(XiaoZhang)$
以下为推理过程$($演绎推理$)$：

$(1)\forall x(exam(history)\wedge pass(x,history)\wedge lottery(x)\rightarrow happy(x))$
$(2)\forall x(hard(x)\vee lucky(x)\rightarrow \forall y(exam(y)\wedge pass(x,y)))$
$(3)\neg hard(XiaoZhang)$
$(4)lucky(XiaoZhang)$
$(5)\forall x(lucky(x)\rightarrow lottery(x))$
$(6)\forall y(exam(y)\wedge pass(XiaoZhang,y))\quad \backslash\backslash(2)(4)$假言推理$\{XiaoZhang/x\}$
$(7)exam(history)\wedge pass(XiaoZhang,history)\quad \backslash\backslash(6)\{history/y\}$
$(8)lottery(XiaoZhang)\quad \backslash\backslash(4)(5)$假言推理$\{XiaoZhang/x\}$
$(9)exam(history)\wedge pass(XiaoZhang,history)\wedge lottery(XiaoZhang)\quad \backslash\backslash(7)(8)$合取
$(10)exam(history)\wedge pass(XiaoZhang,history)\wedge lottery(XiaoZhang)\rightarrow happy(XiaoZhang)\backslash\backslash(1)\{XiaoZhang/x\}$
$(11)happy(XiaoZhang)\quad \backslash\backslash(9)(10)$假言推理

于是，便证明了happy(XiaoZhang),即证明了小张是快乐的。