

中山大学计算机学院本科生实验报告

(2021 学年第 1 学期)

课程名称: Data structures and algorithms

任课教师: 张子臻

年级	20 级	专业 (方向)	软件工程
学号	20337270	姓名	钟海财
电话	13397996670	Email	2940599563@qq.com
开始日期	2021/9/30	完成日期	2021/10/6

1. 实验题目

- 1) Binary Search
- 2) 方程求解
- 3) 最大值最小化

2. 实验目的

通过使用二分查找法, 解决以下问题:

- 1.找一串有序数字中是否存在目标数, 若存在则返回该数字的位置, 反之返回 -1 ;
- 2.已知方程的表达式, 且函数是单调递增函数, 告诉 y 的值, 求出对应的 x 值, 且 y 与 f(x)的误差小于 $1e-6$;
3. 将一串有序数字分为若干个划分, 使这些划分数值和的最大值最小化, 求出该最小值。

3.程序设计

1) Binary Search

设计思路

定义 4 个 int 型变量, bottom, top, mid, index: bottom 最开始为 0, top 最开始为 length-1, $mid=(top+index)/2$, index=-1。

由于是找到目标数字在该串数字中最后出现的位置, 通过二分查找, 则最先在 bottom 找到 target, 再将 bottom 逐渐往后(令 $bottom=mid+1$)找到 target 至结束, 且每次找到 target 时都令 $index=mid$ 。则每次循环中 bottom、top 分别与 mid 的关系为:

```
mid=(top+index)/2 ;  
if( s[mid] > target )  top = mid-1 ;  
else{  
    bottom = mid+1 ;  
    if(s[mid] == target) index=mid ;  
}
```

最终返回 index 的值。

代码:

//找 target 最后出现的位置

```
#include "binSearch.h"
```

```
int binSearch(const int s[], const int size, const int target)
```

```
{
```

```
    int bottom = 0 ;
```

```
    int top = size-1 ;
```

```
    int index = -1 ;
```

```
    while(bottom <= top ){
```

```
        int mid = (bottom+top)/2 ;
```

```
        if( s[mid] > target ) top = mid-1 ;
```

```
        else{
```

```
            bottom = mid+1 ;//bottom 最先找到 target,然后从前往后找到 target
```

至结束

```
            if(s[mid] == target) index=mid ;
```

```
        }
```

```
    }
```

```
    return index;
```

```
}
```

2) 方程求解

设计思路

由于 $y=f(x)=e^x+\ln x-1$ 是关于 x 的单调递增函数,则 $x_1 < x_2$, 有 $f(x_1) < f(x_2)$,则对于给出的 $y(0 < y < 1e10)$ 值要求对应的 x 值, 可通过二分查找, 开始定义 3 个 long double 类型的变量: $bottom=0$, $top=24$ ($f(24)>1e10$), $mid=(bottom+top)/2$.

满足条件精度不足($abs(\exp(mid)+\log(mid)-1-y) \geq 1e-6$)时循环, 且每次循环时:

```
if( exp(mid)+log(mid)-1 < y) bottom = mid ;
```

```
else top = mid ;
```

```
mid = (bottom+top)/2 ;
```

代码:

```
#include<cmath>
#include "solve.h"
using namespace std ;

long double solve(long double y){
    long double bottom = 0 ;
    long double top = 24 ;
    long double mid = top/2 ;
    while( abs(exp(mid)+log(mid)-1-y) >= 1e-6 ){
        if( exp(mid)+log(mid)-1 < y) bottom = mid ;
        else top = mid ;
        mid = (bottom+top)/2 ;
    }
    return mid;
}
```

3) 最大值最小化

设计思路:

循环设计: 通过 `int num; while(cin>>num){}` 完成每次读入一串数字的循环, 并将有序数组读入数组 `data[]` 中。

确定上下界: 设置两个 `int` 变量 `max` 和 `min`, 表示子序列和最大值的上界和下界, 初始时 `min= data[i]` 的最大值, `max=data[i]` 的和-划分数+1。

循环查找: 通过二分查找, 当 `min<=max` 时循环, 令 `mid=(max+min)/2`, 设置一个 `ok` 函数(判断 `mid` 是否可以作子序列和的最大值的上界, `mid` 可以作子序列和最大值的上界时返回 `true`, 否则返回 `false`)。

```
if(ok(data,num,groups,mid)){ //mid 可以做子序列和的最大值时
    max=mid-1;
    min_of_max = mid ;
}
```

else min = mid+1 ; //mid 不能做子序列和的最大值时

通过 min 与 max 的相互靠近至最终相等，我们便得到了最小的“子序列和的最大值”，完成了最大值最小化。

ok 函数：判断 mid 是否可以做子序列和的最大值的上界

```
bool ok(int *data,int num,int groups,int mid){
    int sum = 0 ;
    int groups0 = 1; //记录按子序列和的最大值为 mid 时的划分数
    for(int i = 0 ; i < num ; ++i){
        sum+=data[i] ;
        if(sum > mid){ //如果 sum+data[i]>mid 时就新增 1 组
            sum=data[i] ;
            ++groups0 ;
        }
    }
    if(groups0 <= groups) return true ; //组数和小于等于 groups，说明可以分组
    else return false ;
}
```

代码：

```
//最大值最小化
#include<iostream>
using namespace std;
bool ok(int *data,int num,int groups,int mid); //判断 mid 是否可以做子序列和的最大值

int main(){
    int num; //数字个数
    while(cin >> num ){
        int groups; //划分数
        cin >> groups ;
        int data[num] ;
        int sum= 0 ;
        int min = 0 ; //子序列和的最大值的下界
        for(int i = 0 ; i < num ; ++i){
            cin>>data[i] ;
            sum+=data[i] ;
        }
    }
}
```

```

        if(data[i]>min) min = data[i] ;//子序列和的最大的下界= max_of_data[i]
    }
    int max=sum-groups+1 ;//子序列和的最大的上界,其余 n-1 组都只有 1 个 1 时
    int min_of_max ;//最小的子序列和的最大值
    while( min<=max){
        int mid = (min+max)/2 ;
        if(ok(data,num,groups,mid)){ //mid 可以做子序列和的最大值时
            max=mid-1;
            min_of_max = mid ;
        }
        else min = mid+1 ; //mid 不能做子序列和的最大值时
    }

    cout << min_of_max <<endl ;
}

bool ok(int *data,int num,int groups,int mid){
    int sum = 0 ;
    int groups0 = 1; //记录按子序列和的最大值为 mid 时的划分数
    for(int i = 0 ; i < num ; ++i){
        sum+=data[i] ;
        if(sum > mid){ //如果 sum+data[i]>mid 时就组数+1, 并新增 1 组
            sum=data[i] ;
            ++groups0 ;
        }
    }
    if(groups0 <= groups) return true ;//组数和小于等于 groups, 说明可以分组
    else return false ;
}
}

```

4.程序运行与测试

1) Binary Search

序号	输入	输出	是否通过
1	{0,1,1,3,3,3,6,6} , 3	5	是
2	{0,1,3,4,5,6,8,12,12,12,14} , 12	9	是

2) 方程求解

序号	输入	输出	是否通过
1	7362.123	8.90394	是
2	123	4.80754	是
3	2844682	14.861	是

3) 最大值最小化

序号	输入	输出	是否通过
1	6 3 1 2 3 2 5 4	7	是
2	12 4 1 2 4 5 6 7 8 8 9 12 14 17	26	是
3	15 5 1 2 4 5 6 7 8 8 9 12 14 17 21 27 30	41	是

把三个测试输入样例同时输入也行。

5.实验总结与心得

本次实验让我熟悉了二分查找法的使用，二分查找法适用于在有序数据中查找目标 `target`，通过与 `mid` 的比较，将 `bottom` 和 `top` 逐渐靠拢，最终 `bottom==top`，在此过程中如果 `target` 存在一定能找到，时间复杂度为 $O(\lg N)$ 。

在含有多个 `target` 的比较过程中，我们将 `mid` 的数据 `= target` 时情况归类在令 `bottom->mid` 或 `top->mid` 会使最终找到的 `target` 的出现的不同位置：

归类在 `bottom->mid` 中：最终找到的 `target` 最后出现的位置。

归类在 `top->mid` 中：最终找到的 `target` 最先出现的位置

附录、提交文件清单