

中山大学计算机学院本科生实验报告

(2021 学年第 1 学期)

课程名称: Data structures and algorithms

任课教师: 张子臻

年级	20 级	专业 (方向)	软件工程
学号	20337270	姓名	钟海财
电话	13397996670	Email	2940599563@qq.com
开始日期	2021/12/23	完成日期	2021/12/29

1. 实验题目

1) Highways

2. 实验目的

多个输入的第一行是整数 T , 然后是空行, 后跟 T 个输入块。每个输入块均采用问题描述中指示的格式。输入块之间有一个空行。对于每种情况, 第一行是整数 N ($3 \leq N \leq 500$), 即村庄的数量。然后输入大小为 $N \times N$ 的邻接矩阵, $d[i][j]$ 表示村庄 i 到村庄 j 的距离 ($1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N$)。

求出这些村庄的最小生成树中最长边的距离并输出。

要求分别使用 Prim 算法和 Kruskal 算法。

3. 程序设计

1) Prim 算法

设计思路:

Prim 算法是基于点的最小生成树算法, 开始设置最长边 $d_{\max}=0$, 随机选一

个节点作为起始节点（不妨选节点 1）并加入到树中，然后循环执行：找到所有与该树相邻的边中最短的且添加到树中不会成环（即该边的一个端点在当前树中，另一个端点不在当前树中）的一条边（长度为 d_{\min} ），将该边不在树中的端点加入到树中并记录，若 $d_{\min} > d_{\max}$ ，则令 $d_{\max} = d_{\min}$ 。

由于节点数为 n ，所以当树中节点数为 n 时停止循环。并输出此时的 d_{\max} 即为最小生成树中最长边的长度。

代码：

```
1. #include<iostream>
2. #include<vector>
3. using namespace std;
4. //Prim 算法
5. int main(){
6.     int times;
7.     cin>>times;
8.     while(times-->0){
9.         int n;
10.        cin>>n;
11.        vector<int> all_town; //用于存放已经在树中的节点
12.        int town[n+1]={0}; //用于判断节点是否已经在树中
13.        int d_max=0; //要修的最长道路的长度
14.        int d0; //距离
15.        int d[n+1][n+1]; //距离矩阵
16.        for(int i = 1 ; i<=n; ++i ){ //读取距离
17.            for(int j=1; j<=n; ++j){
18.                cin>>d0;
19.                d[i][j]=d0;
20.            }
21.        }
22.        all_town.push_back(1); //从节点 1 开始
23.        town[1]=1;
24.        while(all_town.size()<n){ //当树中的节点树达到 n 时停止
25.            int key; //记录新增的节点
26.            int d_min=65536; //新增道路的距离
27.            for(int i=0; i<all_town.size(); ++i){ //与当前树连接的最短的不成环的边
28.                int k = all_town[i];
29.                for(int j=2; j<=n; ++j){
30.                    if(j!=k && d[k][j]<d_min && town[j]==0){
```

```

31.                //更短则替换节点与边长
32.                key=j;
33.                d_min=d[k][j];
34.            }
35.        }
36.    }
37.    if(d_min>d_max) d_max=d_min; //若新增边更长则替换
38.    town[key]=1; //记录为已在树中的节点
39.    all_town.push_back(key);
40. }
41. cout<<d_max<<endl<<endl; //输出最长边
42. }
43. }

```

2) Kruskal 算法

设计思路:

其基本思想是将 G 的所有边按权值从小到大排序，然后依次考察每条边作为最小生成树 T 的候选树枝,如果某条边不与已经选中的边构成回路，则合乎要求，否则就被放弃而考虑下一条边，直到所有的边考虑完毕，或更简单地，只要 T 中已经有 $|V| - 1$ 条边即可终止算法。

但是由于边数过多，如果要对边进行排序速度太慢，不如直接遍历所有边来找到最短的不成环的边。

由于每次得到的边都不一定是相连的，所以使用并查集来判断得到的边是否成环（如果该边得两个端点得代表元相同，说明成环，反之不成环），最后将该最短得不成环得边得两个端点记入并查集中。

代码:

```

1. #include<iostream>
2. #include<vector>
3. using namespace std;
4. //Kruskal 算法
5. int p[501]; //全局变量更快，并查集及其相关函数

```

```

6.  int find(int x) {
7.      return (p[x] == x) ? x : p[x] = find(p[x]); //实现了路径压缩
8.  }
9.  void union_(int x, int y) {
10.     if(find(y) == find(x)) return;
11.     p[find(y)] = find(x);
12. }
13. bool iscommon(int x,int y){
14.     if(find(y) == find(x)) return true;
15.     return false;
16. }
17. int main(){
18.     int times;
19.     cin>>times;
20.     while(times-->0){
21.         int n;
22.         cin>>n;
23.         vector<int> all_side; //用于存放已经确定的通路，读入 n-1 条边则停止
24.         int d0; //距离
25.         int d[n+1][n+1]; //距离矩阵
26.         for(int i = 1 ; i<=n; ++i ) { //读取距离
27.             p[i]=i; //并查集初始化
28.             for(int j=1; j<=n; ++j){
29.                 cin>>d0;
30.                 d[i][j]=d0;
31.             }
32.         }
33.         while(all_side.size()<n-1){ //循环读入最短不成环的边
34.             int d_min=65536;
35.             int x0,y0; //两个端点
36.             for(int i=1; i<=n; ++i){
37.                 for(int j=i+1; j<=n; ++j){
38.                     if(!iscommon(i,j)&&d[i][j]<d_min){ //找到不会成环的最短边
39.                         x0=i;
40.                         y0=j;
41.                         d_min=d[i][j];
42.                     }
43.                 }
44.             }
45.             union_(x0,y0); //用并查集记录该边的两个端点
46.             all_side.push_back(d_min); //将该不会成环的最短边记入
47.         }
48.         cout<<all_side[n-2]<<endl<<endl; //输出最长的边
49.     }
50. }

```

4.程序运行与测试

测试输入 1

```
1. 1
2.
3. 3
4. 0 990 692
5. 990 0 179
6. 692 179 0
```

输出 1（通过） 692

测试输入 2

```
1. 1
2.
3. 4
4. 0 890 775 567
5. 890 0 579 235
6. 775 579 0 767
7. 567 235 767 0
```

输出 2（通过） 579

测试输入 3

```
1. 1
2.
3. 6
4. 0 890 775 567 345 1234
5. 890 0 579 235 456 667
6. 775 579 0 767 567 899
7. 567 235 767 0 789 900
8. 345 456 567 789 0 821
9. 1234 667 899 900 821 0
```

输出 3（通过） 667

5.实验总结与心得

Prim 算法是基于节点开始的算法，适应于边数较多，节点数相比边数明显较少的情况；而 Kruskal 算法是基于边开始的算法，首先要对边进行排序，因而适用于边数不是远多于节点数的情况。

而本次实验中，存在 n 个节点， $n(n-1)/2$ 条边，显然边数远多于节点数，且使用 Kruskal 算法时直接从这 $n(n-1)/2$ 条边中去找目标的 $n-1$ 条边的时间复杂度 $O([n(n-1)^2]/2)$ 显然小于排序的时间复杂度 $O([n(n-1)/2]\log[n(n-1)/2])$? ,所以使用 Prim 算法明显优于 Kruskal 算法。

综上，得出结论：一般使用 Prim 算法优于 Kruskal 算法。

附录、提交文件清单