

# 中山大学计算机学院本科生实验报告

## (2021 学年第 1 学期)

课程名称: Data structures and algorithms

任课教师: 张子臻

年级	20 级	专业 (方向)	软件工程
学号	20337270	姓名	钟海财
电话	13397996670	Email	2940599563@qq.com
开始日期	2021/11/18	完成日期	2021/11/21

### 1. 实验题目

- 1) Play with Tree
- 2) Width of Binary Trees

### 2. 实验目的

- 1) 完成函数 `void query(const Node *root, int &size, int &height);`

给出根节点 `root`, 求该二叉树的顶点数 `size` 和树高 `height`

- 2) 完成函数 `int width(const treeNode * root);`

给出根节点 `root`, 求该二叉树的最大宽度 `width`

### 3. 程序设计

#### 1) Play with Tree

##### 设计思路

求该二叉树的顶点数 `size` 和树高 `height`, 可将问题转化为根节点+左子树+右子树的问题, 如:

$\text{size}(\text{根节点}) = 1 + \text{size}(\text{左子树}) + \text{size}(\text{右子树})$

$\text{height}(\text{根节点}) = 1 + \max\{\text{height}(\text{左子树}), \text{height}(\text{右子树})\}$

于是可以采用递归的方法分别构造求 size 和求 height 的函数：

```
1. int count0(const Node *root){//顶点数=1(当前顶点)+左子树顶点数+右子树顶点数
2.     if(root == NULL) return 0;
3.     return 1 + count0(root->lc)+count0(root->rc);
4. }
5. int count1(const Node *root){//树高 = 1+max(左子树高, 右子树高)
6.     if(root == NULL) return 0;
7.     int l= count1(root->lc);
8.     int r = count1(root->rc) ;
9.     return 1+(l>r?l:r);
10. }
```

同时，考虑到二叉树是完全无向图，顶点数=边数+1，可将问题转化为：

顶点数 size = 总边数 + 1 ，

总边数 = 顶点出度和 = 左子树出度和 + 右子树出度和；

树高 height = 最大边长+1，

最大边长 =  $\max\{\text{左子树最大边长}, \text{右子树最大}\}$ ；

于是也可以采用递归的方法分别构造求总边数和求最大边长的函数：

```
1. int count0(const Node *root){//size = count0(root)+1;
2.     //顶点和=出度和(边数)+1 ; 边数和 = 当前顶点出度 + 左子树出度+右子树出度
3.     if(root == NULL) return 0;
4.     int h0 = 0 ;
5.     if(root->lc!= NULL) h0++;
6.     if(root->rc!= NULL) h0++;
7.     return h0 + count0(root->lc)+count0(root->rc);
8. }
9.
10. int count1(const Node *root){ //最大边长 = max{左子树最大边长, 右子树最大}
11.     if(root == NULL || (root->rc==NULL&&root->lc ==NULL) ) return 0;//顶点无出度时
12.     int l = count1(root->lc);
13.     int r = count1(root->rc);
14.     int max = l>r ? l : r ;
15.     return 1+max;
16. }
```

## 代码

```
1. #include "play.h"
2. #include<iostream>
3. using namespace std;
4.
5. int count0(const Node *root){//顶点数=1(当前顶点)+左子树顶点数+右子树顶点数
6.     if(root == NULL) return 0;
7.     return 1 + count0(root->lc)+count0(root->rc);
8. }
9. int count1(const Node *root){//树高 = 1+max(左子树高, 右子树高)
10.    if(root == NULL) return 0;
11.    int l= count1(root->lc);
12.    int r = count1(root->rc) ;
13.    return 1+(l>r?l:r);
14. }
15. void query(const Node *root, int &size, int &height){
16.    size = count0(root);//顶点和
17.    height = count1(root) ;//树高
18. }
```

## 或

```
1. #include "play.h"
2. #include<iostream>
3. int count0(const Node *root){//size = count0(root)+1;
4. //顶点和=出度和(边数)+1 ; 边数和 = 当前顶点出度 + 左子树出度+右子树出度
5.     if(root == NULL) return 0;
6.     int h0 = 0 ;
7.     if(root->lc!= NULL) h0++;
8.     if(root->rc!= NULL) h0++;
9.     return h0 + count0(root->lc)+count0(root->rc);
10. }
11. int count1(const Node *root){ //最大边长 = max{左子树最大边长, 右子树最大}
12.     if(root == NULL || (root->rc==NULL&&root->lc ==NULL) ) return 0;//顶点无出度时
13.     int l = count1(root->lc);
14.     int r = count1(root->rc);
15.     int max = l>r ? l : r ;
16.     return 1+max;
17. }
18. void query(const Node *root, int &size, int &height){
19.     size = count0(root)+1; //顶点和=边数和+1
20.     height = count1(root)+1 ; //树高 = 最大边长+1
21. }
```

## 2) Width of Binary Trees

### 设计思路

求树的最大宽度，基本思路是求出每层树的宽度，再求出宽度的最大值。

于是我设计函数 `width_w`，携带参数 `k` 和 `max` 还有数组 `w[]`，其中 `k` 表示遍历到的树的第 `k` 层 (`0,1,...,height-1`)，`w[k]` 表示第 `k` 层的宽度 (当这一层遍历完时)，所以 `w[]` 的容量应为树高 `height`，这里使用 `vector`，可以避免求树高：

```
if(w.size()== k) w.push_back(0); //使用 vector 可以不用求树高
```

每次遍历了第 `k` 层的 1 个节点，都令 `w[k]+=1`；再令 `max` 取 `max` 和 `w[k]` 中较大者。再调用递归遍历该节点的下一层的两个儿子节点。

这样，当所有节点都遍历完时，便求得了树的最大宽度 `max`，第 `k` 层树宽 `w[k]`，树的最大高度 `w.size()`。其中 `max` 便是我们的目标结果。

### 代码

```
1. #include "width.h"
2. #include <vector>
3. void width_w(const treeNode* root ,vector<int>& w ,int k,int& max){
4.     if(root == NULL ) return ;
5.     if(w.size()== k) w.push_back(0); //使用 vector 可以不用求树高
6.     w[k]+=1;
7.     max = max > w[k] ? max : w[k] ;
8.     width_w(root->left,w,k+1,max);
9.     width_w(root->right,w,k+1,max);
10. }
11. int width(const treeNode*root){
12.     vector<int>w;
13.     int max=0;
14.     width_w(root,w,0,max);
15.     return max;
16. }
```

## 4.程序运行与测试

本次实验不用写程序运行与测试。

## 5.实验总结与心得

本次实验求树的顶点数，树高，最大树宽，都是采用递归的方法，可见递归在解决有关二叉树的问题中有着相当重要的地位。

在求解 2) Width of Binary Trees，开始时我写成了求叶子数的函数：

```
1. #include "width.h"
2. #include <iostream>
3. int width(const treeNode* root){
4.     if(!root) return 0;
5.     if(root->left==NULL&& root->right==NULL) return 1;
6.     return width(root->left)+width(root->right);
7. }
```

发现竟然可以通过测试样例，于是我逐个检查测试样例，竟然每个测试样例的最大树宽都等于叶子数，由此可见测试样例还是不够充分，有时候能过评测系统不一定代表你的代码就是对的，可能充满各种凑巧。

然后再写后来的代码，开始时不想再加个求树高的函数，由于测试样例少，我就把数组 `w[]` 容量设置为 20，正常应该为树高。所以这仍是不完美的代码，于是我想用动态内存分配空间，发现不怎么会用，这时想到可以用 `vector`，当访问到第 `k` 层时，如果 `k == w.size()`（说明是新的一层），就可以 `w.push_back(0)`，这就解决了没求树高的问题。

## 附录、提交文件清单