

NOM: _____

Signature: _____

- 1 feuille A4 recto-verso manuscrite autorisée. Documents non autorisés.
- Calculatrice autorisée.
- Durée : 60 minutes.
- Vous répondrez aux questions directement sur cette feuille (attention recto-verso).
- Tout échange entre étudiants (gomme, stylo, réponses...) est interdit.
- Vous devez éteindre votre téléphone portable et le ranger dans votre sac.

1. **Réflexions en 2D.** Une transformation de réflexion 2D, $T_\theta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, autour d'une direction d'angle θ par rapport à l'axe x est composée par trois transformations successives :

1. Une rotation d'un angle $-\theta$.
2. Le changement de signe de la deuxième coordonnée (coordonnée y après la première rotation).
3. Une rotation d'un angle θ .

(a) La réflexion 2D est-elle une transformation linéaire ? Si oui, donnez la matrice de transformation \mathbf{T}_θ correspondante paramétrée par θ . Sinon, expliquez pourquoi.

(b) Dessinez les points $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ and $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ sur un plan cartésien 2D et les points \mathbf{a}' , \mathbf{b}' , \mathbf{c}' et \mathbf{d}' correspondant respectivement aux transformations de réflexion autour d'une direction d'angle 90° des points \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} et \mathbf{d} .

-
- (c) Est-ce que \mathbf{T}_{90° est une transformation de corps rigide ? Justifiez votre réponse en utilisant le résultat de la question précédente mais aussi en vérifiant si la matrice \mathbf{T}_{90° respecte les conditions pour représenter une transformation de corps rigide.

- (d) Donnez la matrice \mathbf{T}_θ^h correspondant à la transformation \mathbf{T}_θ en coordonnées homogènes et donnez aussi son inverse en coordonnées homogènes.

2. **Formation de l'image.** Une caméra observe un point en coordonnées homogènes $\mathbf{x}_h = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$.

La matrice de la caméra est $M = \begin{bmatrix} 5 & -14 & 2 & 17 \\ -10 & -5 & -10 & 50 \\ 10 & 2 & -11 & 19 \end{bmatrix}$.

(a) Donnez le vecteur \mathbf{x} correspondant au point en coordonnées cartésiennes.

(b) Donnez le vecteur $\mathbf{x}_{\text{im_buffer}}$ correspondant à la projection du point dans le *buffer* de l'image en coordonnées homogènes et cartésiennes.

3. **Paramètres d'une caméra.** Une caméra a une distance focale f de 5mm. Chaque pixel a 2mm de largeur et 2mm de hauteur. L'origine du *buffer* de l'image est en haut à gauche et l'axe $\mathbf{y}_{\text{im_buffer}}$ pointe dans le sens opposé de celui du plan de l'image (comme supposé par défaut). La résolution de la caméra est de 500×500 pixels (hauteur \times largeur).

(a) Donnez les paramètres intrinsèques et la matrice intrinsèque de la caméra.

(b) Le repère de la caméra est identique au repère de référence (repère *monde*). Donnez les paramètres extrinsèques de la caméra et la matrice extrinsèque.

(c) Donnez la matrice \mathbf{M} de la caméra.

(d) Donnez les coordonnées cartésiennes dans le *buffer* de l'image du point 3D $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 100 & 150 & -800 \end{bmatrix}^T$ m.
Le point est-il vraiment observé dans le *buffer* de l'image ?

Page complémentaire pour les réponses

Page complémentaire pour les réponses