
Exercices

1. Soit $\{X_t\}$ le processus donné par

$$X_t = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

où A, B sont des variables aléatoires non corrélées de moyenne nulle et variance 1.

- (i) Trouver l'estimateur linéaire $P_1 X_2$.
 - (ii) Trouver l'estimateur linéaire $P_2 X_3$.
 - (iii) Calculer l'erreur en moyenne quadratique pour chaque cas.
2. Soit X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 des observations provenant du modèle MA(1)

$$X_t = Z_t + \theta Z_{t-1}, \quad Z_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

- (i) Trouver la meilleure estimation linéaire de X_3 en terme de X_1 et X_2 .
 - (ii) Trouver la meilleure estimation linéaire de la valeur manquante X_3 en terme de X_4 et X_5 .
 - (iii) Trouver la meilleure estimation linéaire de la valeur manquante X_3 en terme de X_2, X_4 et X_5 .
 - (iv) Calculer l'erreur en moyenne quadratique pour chaque cas.
3. Supposons maintenant que X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 des observations provenant du modèle causal AR(1)

$$X_t = \varphi X_{t-1} + Z_t, \quad Z_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

Répéter les questions (i)-(iv) du point précédent dans ce cas particulier.