

讲NOIplus模拟赛

总体分析

- 注意时间分配

数数

得分分布

部分分

- 如果你能看出这个东西是没有用的话, 暴力有50分, 还是很可观的
- 如果没有, 那么很可惜

做法

- 考虑一个询问的做法
- 枚举 r 位置是几和 l 位置是几
- $Ans_{l,r} = (n - r)! \times \sum_{i=r}^n \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} P_{i-2}^{r-2}$
- 喜闻乐见, l 没用了
- 整理一下得到 $Ans_r = \sum_{i=r}^n \left\lfloor \frac{i-1}{2} \right\rfloor \times \frac{(i-2)!(n-r)!}{(i-r)!}$
- 就可以有一个比较轻松的平方做法

做法

- 考虑算这个式子
- 令 $F[i] = \left\lfloor \frac{i-1}{2} \right\rfloor (i-2)!, G[i] = \frac{1}{i!}$
- 那么前面的式子就可以写成 $(n-r)! \sum_{i=r}^n F[i] \times G[i-r]$
- 把 F 的定义整个反过来就可以NTT了

总结

- 这题挺简单的, 没满分的要反思一下, 是很常规的题目

最小生成树

得分分布

部分分

- 大暴力30
- ~~• 有心情写个扫描线线段树预处理邻接矩阵然后做的有50~~
- 前缀和一下然后prim是50
- 然后数据是随机的(逃), 所以写乱搞的应该能拿到 $|w|=1$ 的点

做法

- 首先你要会Boruvka's Algorithm
- 先乱入一个关于这个算法的简单讲解

Boruvka's Algorithm

- 给每个点先找一个最小的边染色
- 一定是若干个树,每个树里有一个重边
- 每个联通块缩点 n 至少 $/2$
- 做 \log 次

例:uoj176

- 给出一个完全图,边权为两点权值的and,求最大生成树
- $n \leq 1e5$

例:uoj176

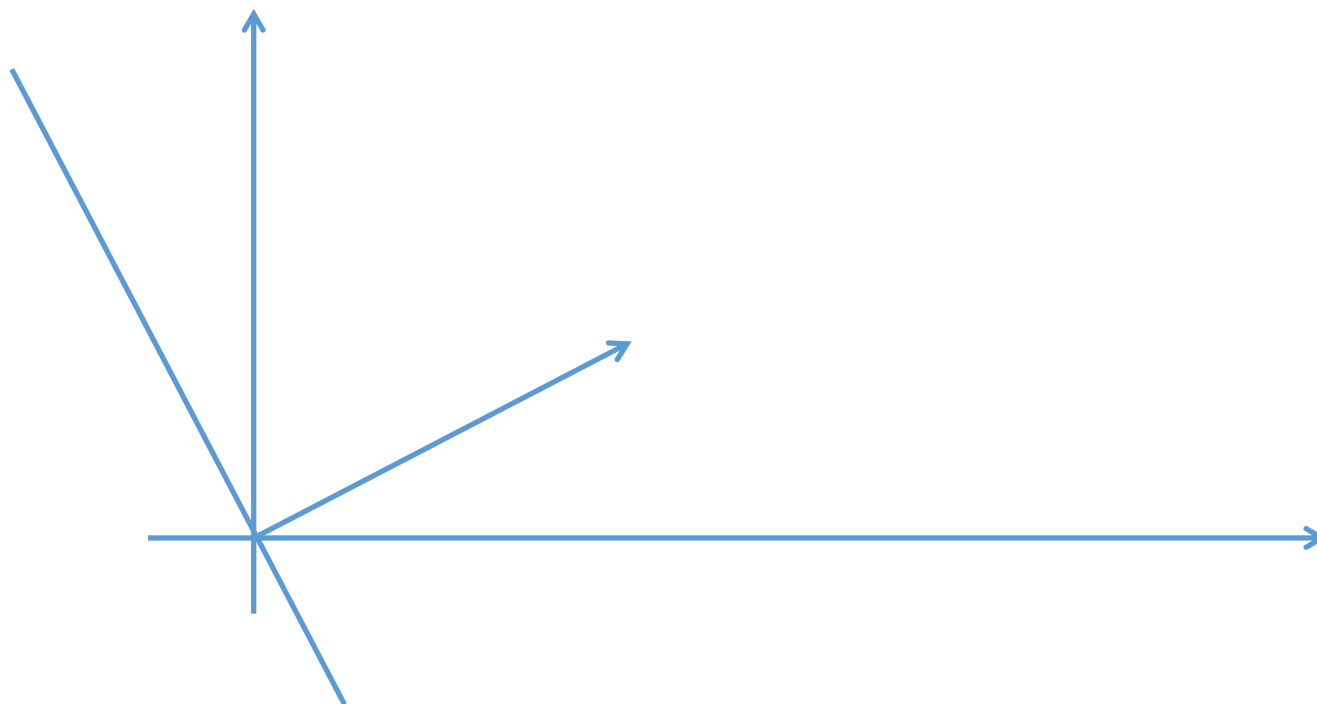
- 直接套用Boruvka算法
 - 问题变成每个点有一个颜色,询问每个点和不同颜色的and最大值
 - 搞一个trie然后把1的部分合并到0的部分
 - 顺便记录颜色最小值和最大值判定能不能走
 - trie上走一走得到最大的and
-
- 记录一个最大值????
 - 记录一个最大值,和一个与最大值不同颜色的最大值

例:2018多校第三场k

- 给定二维平面上 n 个点
- 两点之间距离定义为 $x_i * x_j + y_i * y_j$ (就是点积)
- 求最小生成树

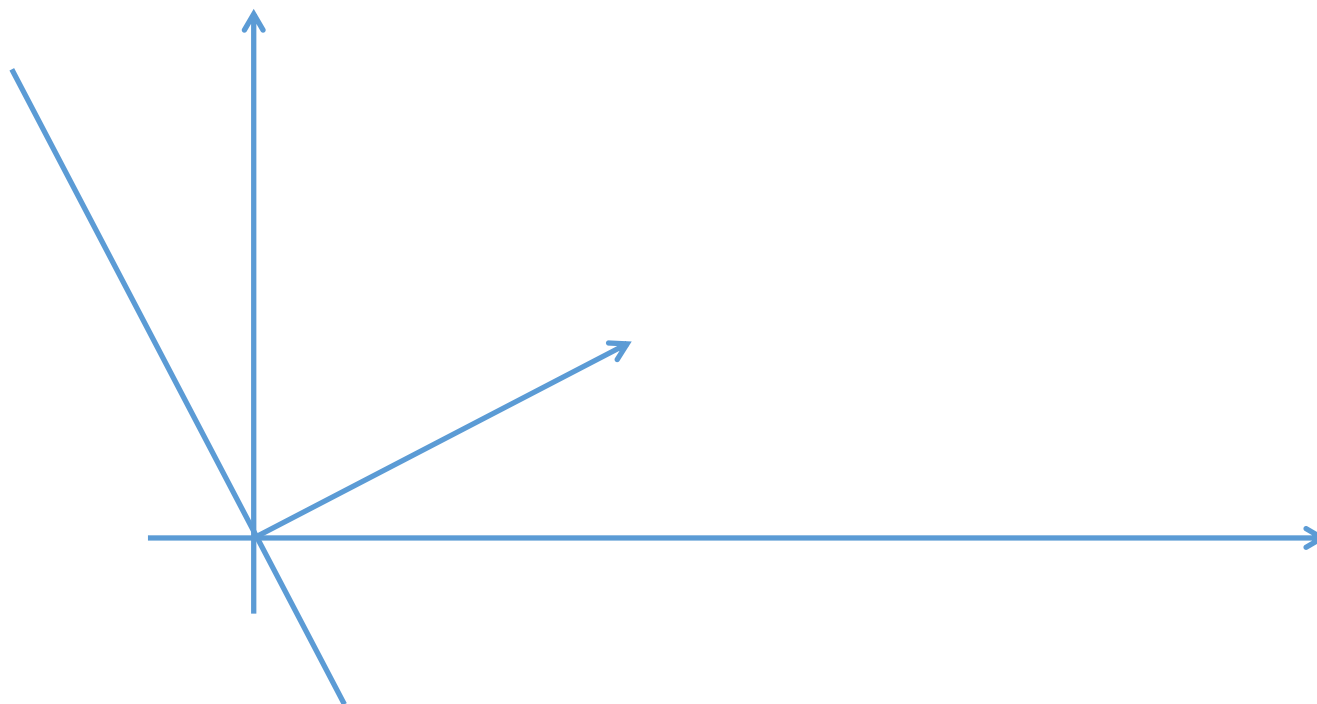
例:2018多校第三场k

- 问题变成给两个集合的点,询问每个点在另一集合的点积最大值
- 点积的几何意义:投影长度



例:2018多校第三场k

- 据图可知,答案肯定在凸壳上
- 维护凸壳,双指针扫一扫



回到这个题

- 对这个问题套用Boruvka算法会变成什么?
- 每个点有一个颜色,询问每个点和不同颜色的边权最小值
- 同样用扫描线加线段树处理这个事情, 不过怎么处理不同颜色这个限制?
- 记录最优值的时候顺便记录一个和最优值不同颜色的次优值
- 时间复杂度 $n \log^2 n$, 要卡卡常

总结

- 注意这不是一个区分度题
- 这是一个会就会, 不会就绝不会的题
- 这种题的一个重要特性就是让人摸不着头脑, 一看就不常规
- 在考试中识别出这类题需要果断暴力拿完就放弃
- 当然, 如果你会, 就一定要把握好这个绝佳机会

排序

得分分布

部分分

- 大暴力给了30
- 比较显然的拿扫描线+主席树维护每一行然后维护哈希暴力排序的 $n \log^2 n$ 方法理论上是60分
- 不过这东西常数有点爆炸, 具体分数就看能耐了
- 顺便稍微处理一下也能拿到第7个测试点

做法

- 乱入: 你们还记得倍增SA吗?

做法

- 为了之后的方便, 把m开到262144
- 这样的话线段树结构就很舒服
- 这个题的key在于主席树的节点个数是 $n \log n$ 的, 这意味着什么?

做法

- 类似倍增SA, 一轮把 $A[1,2], A[3,4], \dots, A[2^k-1, 2^k]$ 每两个数合并成为一个数使得串长减半, 减半 k 次就做完了
- 具体怎么做?
- 暴力就好了, 主席树整个拔掉一层叶子
- $a \log a + b \log b + c \log c \dots = \text{sumlogsum}$
- 然后类似的一层一层把叶子拔光即可
- 复杂度 $n \log n$

总结

- 区分度题, 较不典型的数据结构题
- 考场上的重点题, 需要重点争取

Any questions?