

新年新自闭

数数题

60分做法

- $dp[i][j][k]$ 表示走到 i,j 位置，和是 k ，枚举下一个走啥，然后把另一边的一行或者一列干掉。

100分做法

- 考虑这条路径什么时候碰到右下边界。
- 可以算出往右走了多少步，往下走了多少步。
- 往右走一步要求下面的格子 \leq 当前格子，往下要求右边的格子 $<$ 当前格子，剩下的格子可以随便选。
- 往右和往下分别dp，然后枚举往下的和和往右的和合并。
- 时间复杂度 $O((n+m)s^2)$

贪心题

20分

- 把所有的作业当成同一门的然后贪心就好了。

30分

- 爆搜每天做哪门作业，注意不要写TLE了。

100分

- 我们注意到确定了每天的选择之后，蔡老师是按照贪心的策略做的，也就是能完成最多的作业。
- 可以理解成min_选择 (max_完成的作业)
- 注意到可以用二分图匹配做完成最多的作业这个事情。
- 于是里面的max的部分可以用最小割。

100分

- 变成了你要把每天分到上面还是下面，然后使得最小割尽量小。
- 建网络流即可。

爆搜题

40分

- 搜。

100分

- 考虑生成树，注意到一个环一定是若干个非树边对应的环异或起来。
- 所以答案不会超过 2^{16} 次。
- 缩完一度点和二度点之后爆搜即可。

. # .
 ####
 # . #

-#.....
###.....
#. #.....
#. #. #.....
#####.....
#. #. #. #.....
#. #.....#.....
###.....###.....
#. #.....#. #.....
#. #.....#. #.....#.....
#. #.....#. #.....#.....
###.....###.....###.....
###.....###.....###.....
#. #.....#. #.....#. #.....
###.....#####.....###.....
#. #.....#. #.....#. #.....
#. #.....#. #.....
###.....###.....
#. #.....#. #.....
#####.....#####.....
#. #. #. #.....#. #. #. #.....
#. #.....#. #.....#. #.....
###.....###.....###.....###.....
#. #.....#. #.....#. #.....

solution

- 如果横竖都连通，那么答案就是1
- 如果横竖都不连通，那么答案就是黑色格子数 $^{(k-1)}$ 次。
- 否则不妨设横边连通，由于竖着不连通，所以一定形成一条一条。
- 令 p 等于连通块个数， q 等于在边界上左右相连的连通块个数。
- $p' = a * p - b * q$, $q' = c * q$
- 其中 a 是黑格个数， b 是相邻的黑格个数， c 是连通的行数。

Eternal Average

- 你有 n 个0， m 个1。
- 每次你可以选择 k 个数字，然后删除，加入他们的平均数。
- 问最后有多少种不同的答案。
- $n, m \leq 2000$, $k \leq 2000$

solution

- 考虑最后数字的深度，1的深度为 x_1, x_2, \dots, x_n , 0的深度为 y_1, y_2, \dots, y_m 。
- 那么等价于 $\sum k^{-x_i} + k^{-y_j} = 1$
- 也就是有理数 z ，它能被写成 n 个 k 的幂次的和， $1-z$ 能被写成 m 个 k 的幂次的和。

solution

- 把 z 写成 k 进制, $z=0.z_1 z_2 z_3 \dots z_l$
- 相当于 $z_l \neq 0, 0 \leq z_i \leq k-1$
- $\sum z_i \leq n$ 且 $\sum z_i = n \pmod{k-1}$
- 反面的相当于 $\sum (k-1-z_i) \leq m-1$ 且 $\sum (k-1-z_i) = m-1 \pmod{k-1}$

Trinity

- 有个 $n*m$ 的网格，你要把其中某些位置涂黑。
- 令 a_i 为每一行第一个被涂黑的格子， b_i, c_i 为每一列第一个和最后一个被涂黑的格子。
- 问可能有多少种不同的 (a, b, c) 数组。
- $n \leq 8000, m \leq 200$

solution

- 考虑一列一列加上。假设现在有a,b,c这些数组，那么我们加完一列之后，那些本来没有的a可能会变，b和c就是和你加上去的这一列有关。
- 考虑dp[i][j]表示前i行，现在有j列a的值非零。
- 加入新的一列的时候比如我们让k列的a的值非零了。
- 就是dp[i][j]转移到dp[i+1][j+k]去了。

solution

- 如果 $k=0$ ，那么 b,c 一共有 $C(i,2)+1$ 种取法。
- 如果 k 不等于0，那么就是 $C(j+k,k)+C(j+k,k+1)*2+C(j+k,k+2)$
- 也就是 $C(j+k+2,k+2)$
- 使用FFT转移一下复杂度就是 $O(nm \log n)$ 的。

Less than 3

- 给你两个01串s和t，你要把s变成t，要求在变的过程中，不能有连续三个相同的数字。
- $|s|, |t| \leq 5000$

Permutation and Minimum

- 你有一个 $2n$ 的排列, a_1, a_2, \dots, a_{2n} , 其中某些位置是 -1 , 表示未确定。
- 令 $b_i = \min(a_{2i-1}, a_{2i})$, 问 b 有多少种不同的取值。
- $n \leq 300$

CF 1091 G

- 有一个数 n ， n 是 k 个不同素数的乘积。
- 你可以交互地询问给一个 x ，回答 y 满足 $y^2 = x \pmod{n}$
- 将 n 分解。
- $n < 2^{1024}$, $k \leq 10$

CF 1091 H

- 两个人玩棋。问谁能获胜。
- 每排有三个棋子a,b,c, Alice能选择把a这个棋子或者ab这个棋子往右移x格, Bob能选择把c或者cb往左移x格。
- 要求不能改变这些棋子的相对顺序。
- x是一个奇怪的集合。

CF 1086 F

- 森林里面有 n 个火源，每秒会以1的速度向8连通的点蔓延。
- 问 t 秒之后，每个点着火的点烧的时间的总和。
- $n \leq 50$

CF 1081 G

- 给你一个垃圾排序算法。
- 问逆序对的期望个数。

Function — a fake MergeSort function

```
1: function MERGESORT( $a, l, r, h$ )
2:    $b \leftarrow$  an empty array
3:   if  $l \leq r$  then
4:     if  $h \leq 1$  then ▷ the depth reached the fix threshold
5:       for  $i \leftarrow l$  to  $r$  do
6:         append the  $i$ -th element of  $a$  to the end of  $b$ 
7:     else ▷ split and recursion
8:        $m \leftarrow \lfloor (l + r) / 2 \rfloor$ 
9:        $c \leftarrow$  MERGESORT( $a, l, m, h - 1$ )
10:       $d \leftarrow$  MERGESORT( $a, m + 1, r, h - 1$ )
11:      ▷ merge two arrays
12:      while  $c$  is not empty and  $d$  is not empty do
13:         $x \leftarrow$  the front element of  $c$ 
14:         $y \leftarrow$  the front element of  $d$ 
15:        if  $x < y$  then
16:          append  $x$  to the end of  $b$ 
17:          remove the front element of  $c$ 
18:        else
19:          append  $y$  to the end of  $b$ 
20:          remove the front element of  $d$ 
21:      if  $c$  is not empty then
22:        append all the elements of  $c$  to the end of  $b$ 
23:      if  $d$  is not empty then
24:        append all the elements of  $d$  to the end of  $b$ 
25:    return  $b$ 
```

CF 1083 F

- 给你 n, k, q , 和两个数组 a, b 。
- 每次你能选择 a 里面长度为 k 的一段给它异或上一个数, 问最少多少步能把 a 变成 b 。
- 然后要求支持 q 次对 a 的修改。
- $n, k, q \leq 1e5$

CF 1083 D

- 给你一个数组，你要求四元组 (p, q, r, s) 个数。
- 满足 $0 \leq p < q < r < s \leq n$ ，并且 $[q+1, r]$ 里面的数字两两不同， $[q+1, r]$ 里面的数字在 $[p+1, q]$ 这段和 $[r+1, s]$ 这段里面都没出现过。
- $n \leq 1e5$