

Contents

| | | |
|----------|------------------------|-----------|
| 1 | 基本概念 | 3 |
| 1.1 | 2012 | 3 |
| 1.2 | 2012,2013 | 4 |
| 1.3 | 2012,2013 | 4 |
| 1.4 | 2008,2012,2015 | 4 |
| 1.5 | 2015,2017 | 5 |
| 1.6 | 2013 | 5 |
| 1.7 | 2013 | 5 |
| 1.8 | 2013 | 5 |
| 1.9 | 2015,2016,2017 | 6 |
| 1.10 | 2015 | 6 |
| 1.11 | 2015 | 6 |
| 1.12 | 2016 | 7 |
| 1.13 | 2016 | 7 |
| 1.14 | 2016 | 7 |
| 1.15 | 2017 | 7 |
| 1.16 | 2017 | 7 |
| 1.17 | 2017 | 7 |
| 1.18 | 2017 | 7 |
| 2 | 搜索策略 | 9 |
| 2.1 | 1.A*算法 | 9 |
| 2.2 | 2. $\alpha - \beta$ 算法 | 10 |
| 3 | 决策树 | 15 |
| 3.1 | 2008 | 15 |
| 3.2 | 2010 | 16 |
| 3.3 | 2012,2016 | 17 |

| | | |
|----------|------------------------------|-----------|
| 3.4 | 2013,2015,2017 | 19 |
| 4 | 贝叶斯定理 | 21 |
| 4.1 | 2008, 2009, 2012, 2013, 2016 | 21 |
| 4.2 | 2008 | 24 |
| 4.3 | 2009 | 25 |
| 4.4 | 2012 | 26 |
| 4.5 | 2015 | 27 |
| 4.6 | 2017 | 28 |
| 5 | MDP——马尔科夫决策过程 | 29 |
| 5.1 | 2010 | 30 |
| 5.2 | 2013 | 31 |
| 5.3 | 2008,2015 | 33 |
| 6 | CSP | 35 |
| 6.1 | 2009、2016 | 35 |
| 6.2 | 2015,2017 | 36 |
| 7 | HMM | 38 |
| 7.1 | 2012,2013,2016 | 38 |
| 7.2 | 前向算法 | 39 |
| 7.2.1 | 其它例题 | 40 |
| 7.3 | Viterbi算法 | 40 |
| 7.3.1 | 2017 | 42 |
| 7.3.2 | 其它例题 | 42 |
| 8 | 其他 | 44 |
| 8.1 | 2009 | 44 |
| 8.2 | 2012 | 44 |
| 8.3 | 2016 | 45 |

1 基本概念

1.1 2012

考虑一个能自动在网上打牌的Agent,试给出其PEAS描述。

- P:得高分
- E:互联网
- A:出牌，收、发、显示数据
- S:网页装载，网络事件

PEAS: Performance measure（性能测量）, Environment（环境）, Actuators（执行器）, Sensors（传感器）

- 踢足球
 - P:赢得比赛
 - E:球，我们队，敌队，我们的身体
 - A:移动装置，进球装置
 - S:摄像头，触摸传感器，加速度计，方位传感器，车轮编码器
- 网上购买书
 - P:用最少的钱，买到想要的书
 - E:互联网
 - A:按照链接，在字段中输入/提交数据，显示给用户
 - S:网页，用户请求
- 自动火星车
 - P:地形探测和报告，样本收集和分析。
 - E:运载火箭，着陆器，火星

- A:车轮，样本收集设备，分析设备，无线电发射器
- S:相机，触摸传感器，加速度计，方位传感器，车轮编码器，无线电接收器。

- 数学家证明定理助手

- P:证明数学定理是正确的或者错误的
- E:机器，助手
- A:机器的证明
- S:异或门，与门，显示结果的组件

1.2 2012,2013

简述何为状态空间，并指出在强化学习中，用函数来描述状态的utility有何优点？

状态空间：一个问题的全部状态及一切可用算符构成的集合。

优点：压缩空间

状态空间方程和传递函数各自有哪些优缺点？

传递函数：优点（简洁，可直接分析频域性质） 缺点（不能表示系统初始状态、局限于线性时不变系统、不易使用数值方法分析求解）

状态空间方程：优点（可直接用于多输入多输出系统、易用数值方法进行分析和求解、系统初值容易处理、容易分析系统的可观测性和可控性）缺点（简单情况下形式上比传递函数复杂）

1.3 2012,2013

描述一下A*算法。

使用总的耗散作为评价函数。公式表示为： $f(n)=g(n)+h(n)$ 。其中， $f(n)$ 是从初始状态经由状态n到目标状态的估计代价， $g(n)$ 是在状态空间中从初始状态到状态n的实际代价， $h(n)$ 是从状态n到目标状态的最佳路径的估计代价。

1.4 2008,2012,2015

什么叫可允许的启发式函数（admissible heuristic functions）？

如果对每个节点 n ，都有 $0 \leq h(n) \leq h^*(n)$ ，其中 $h^*(n)$ 是从节点 n 到达目标状态的真实成本。那么这个启发式函数 $h(n)$ 是可允许的。

1.5 2015,2017

假设 h_1 和 h_2 为可允许的启发式函数. 设 $h_3 = \max(h_1, h_2)$, $h_4 = \min(h_1, h_2)$. 请问 h_3 和 h_4 是否是可允许的? h_1 , h_3 , 或 h_4 哪个更好呢? 需解释你的答案。

是， h_3 更好。

$0 \leq h_4(n) \leq h_3(n) \leq h^*(n)$ ，所以二者都可允许。 h_3 更接近 $h^*(n)$ ，所以 h_3 更好。

1.6 2013

简述图灵测试及其对人工智能研究的意义。

图灵测试的做法：让一位测试者分别与一台计算机和一个人进行交谈，而测试者事先并不知道哪一个是测试者，哪一个是计算机。若果交谈后超过30%测试者分不出哪一个被测者是人，哪一个是计算机，则可以认为这台被测的计算机具有智能。

意义：推动了计算机科学和人工智能的发展

1.7 2013

请给出一种解数独(sudoku)的方法。

深度优先 depth-first, 回溯算法backtracking algorithm

1.8 2013

对以下两种彩票L1和L2，那一种utility更高? L1: [0.7: 100; 0.3: -150] L2: [0.3: 250; 0.7: -200]

L1更高

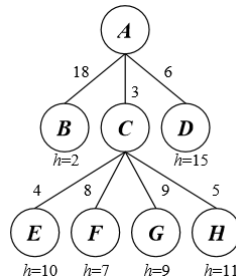
$$L1 = 0.7 \times 100 + 0.3 \times (-150) = -25$$

$$L2 = 0.3 \times 250 + 0.7 \times (-200) = -65$$

L1更大

1.9 2015,2016,2017

考虑这棵部分搜索树，其中边上标明了动作的代价，节点下是启发式函数的估值。假设采用A*算法，指出下一个要扩展的节点是什么？



代价+估值最小的点:E

1.10 2015

简述统计学习中的噪声和过拟合，并说明如何解决这两个问题。

噪声是无用或干扰信息。噪声问题可采用数据清洗：如cutoff

过拟合是指为了得到一致假设而使假设变得过度严格。过拟合问题可引入先验假设

1.11 2015

简单介绍一下什么是深度学习？并写出深度学习的名人中的至少两位。

深度学习的实质，就是通过构建机器学习模型和海量训练数据，来逐层变换特征，以提升分类或预测的准确性。深度学习属于机器学习研究领域的一个新的分支，是一个复杂的机器学习算法。其研究的目的在于建立、模拟人脑的神经网络，并模仿人脑的机制来解释图像、声音和文本之类的数据。深度学习包括多层的人工神经网络和训练它的方法两个方面，引领着“大数据+深度模型”时代的来临，推动着人工智能和人机交互向前快速发展。

Geoffrey Hinton 提出深度学习，并提出了集中算法让深度神经网络带活了整个领域。

Yann LeCun把bp用在CNN上并且完善CNN，使它成为目前计算机视觉最有用的模型。

Yoshua Bengio对rnn的一系列推动包括经典的neural language model，gradient vanishing的细致讨论，word2vec的雏形，以及现在的machine translation。

1.12 2016

简述一下遗传算法的主要组成部分。

选择父母进行交叉、变异，然后对后代进行择优（fitness函数）的迭代过程

1.13 2016

什么是Occam's Razor(剃刀)?

在表述能力相同的条件下，选择最简单的假设。

1.14 2016

简述深度神经网络的主要特点及其在人工智能发展中的作用。

深度神经网络指含多个隐层的神经网络及其学习算法，其隐层可表示输入的不同抽象程度的特征，对人工智能发展起了里程碑式的作用。

1.15 2017

训练集、验证集、测试集的意义

1.16 2017

神经网络中的dropout是什么意思

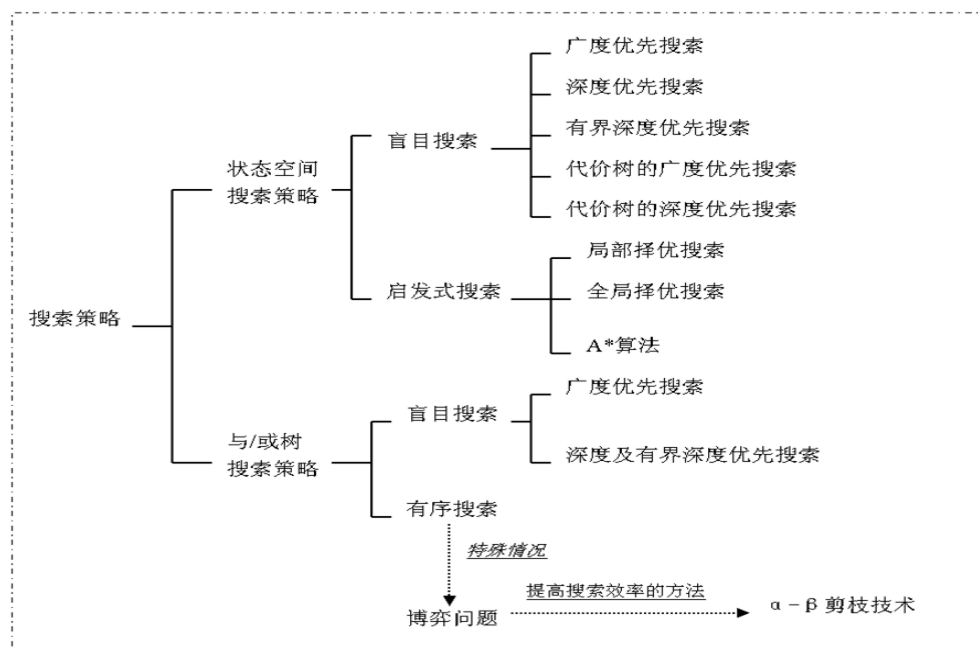
1.17 2017

解释softmax(x)函数的定义

1.18 2017

简单介绍一下什么是深度学习？并简述cnn和rnn。

2 搜索策略



2.1 1.A*算法

使用总的耗散作为评价函数，即： $f(n) = g(n) + h(n)$

其中， $g(n)$ 为从起始节点到节点 n 的路径耗散， $h(n)$ 为从节点 n 到目标节点的最低耗散路径的估计耗散值。

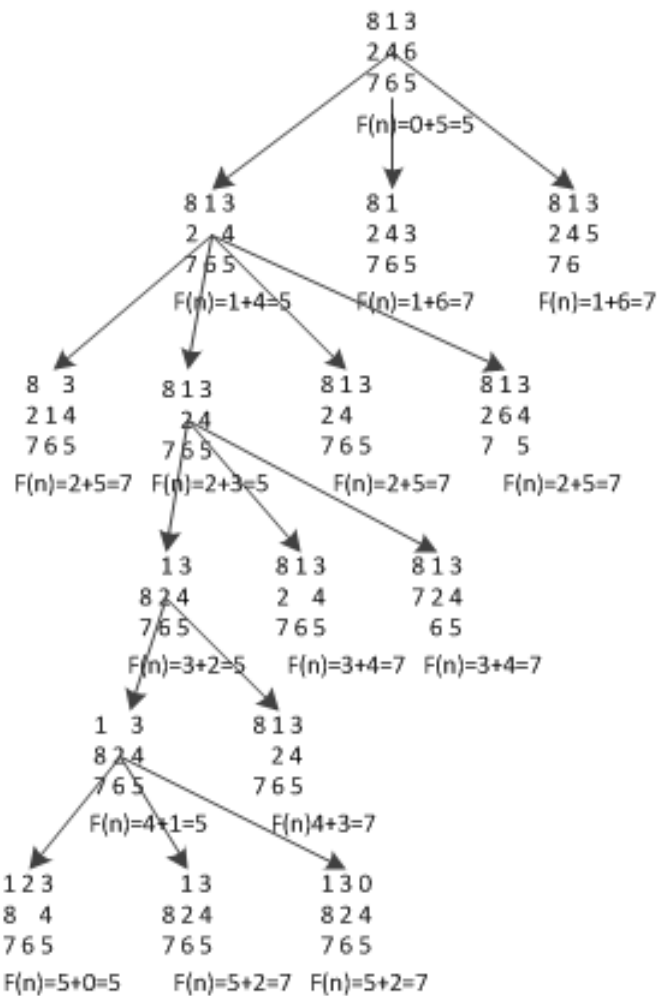
2008,2009

设计八数码游戏的启发式函数 $h(n)$ ，使其满足 A* 算法的要求。设初始和目标棋盘布局分别为

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 1 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 4 | | 8 | | 4 |
| 7 | 6 | 5 | 7 | 6 | 5 |

画出使用该评价函数的搜索树，并标注每个节点的 $f(n)$ 值。

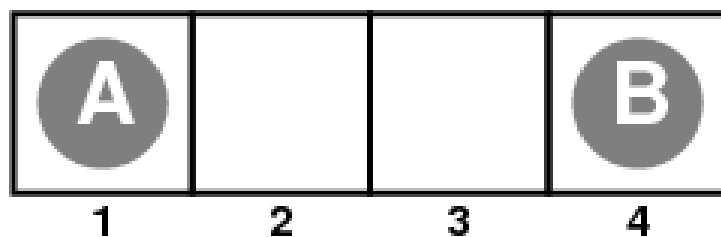
启发函数 h = 所有棋子到其目标位置的距离和。



2.2 $2.\alpha - \beta$ 算法

2008

对抗搜索。



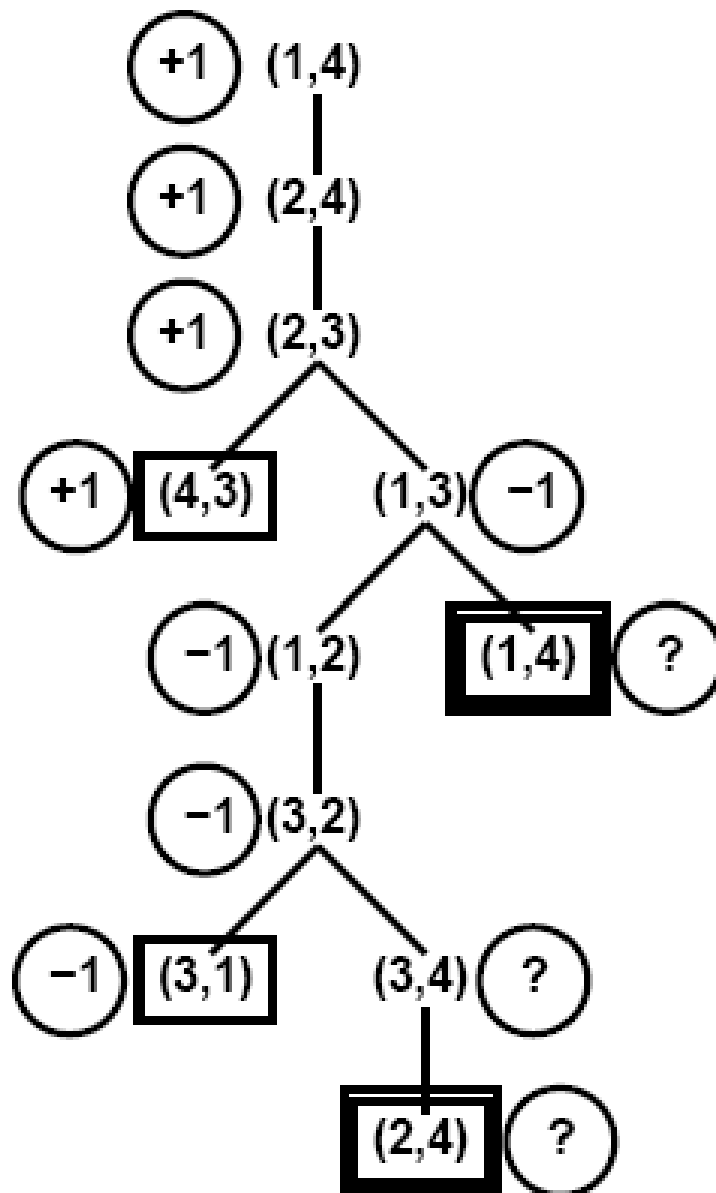
考虑以上棋盘：从以上格局，A的目的是到达B（反过来B的目的是达到A）。每次A或B可以移动一格（如果那个格子是空的），也可以跳过相邻的对方的棋子移动两格。

A首先到达4的格局得分为1，B首先到达1的格局得分为-1.这些称为终局。

为什么不写明AB是轮流走棋……而且A先走……

(1) 假设初始格局用 (1, 4) 表示，画出整个搜索树 (game tree)，并标出每个终局的得分。如果某个格局已经出现，其得分用 “?” 来表示。

强烈要求把 “已经出现” 改成 “已经在之前的搜索树中出现过”



(2) 在以上搜索树上标上minimax值。思考如何处理标 “?” 的格局。

在一个agent事件的选项中，在赢得游戏和 “?” 中选择n能赢得游戏的那一项。

- $\min(-1, ?) = -1$
- $\max(+1, ?) = +1$

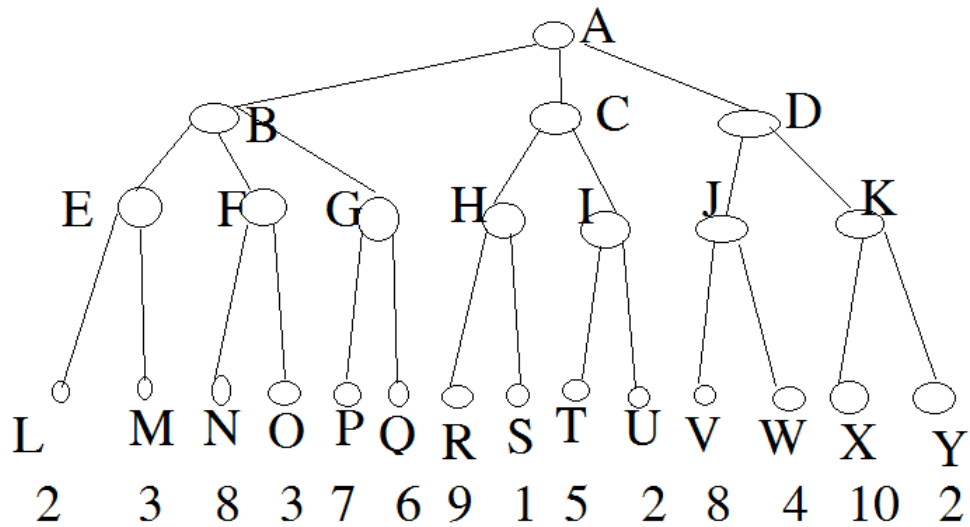
- 如果子节点都是“？”，则父结点也选择“？”。

(3) 普通的minimax算法能处理该游戏吗?

不能，因为普通的minimax算法是深度优先，在本题中会陷入无限死循环。

2009

考虑以下游戏搜索树，叶子上标的是对先行者的分数。



(1) 如先行者从A走到B，那么对手如何走?

先行者从A走到B:第一层是max层??? E

(2) 假设采用alpha-beta剪枝算法并从右向左搜索，标出不必访问的节点。

H R S F N O E L M

2012, 2013

对抗搜索。

(1) 说明适用MIN-MAX算法的对抗性搜索的几个特点。

(i) 零和; (ii) 完备的知识; (iii) 确定性; (iv) 两人对弈

(2) 说明下棋和打牌的不同点。

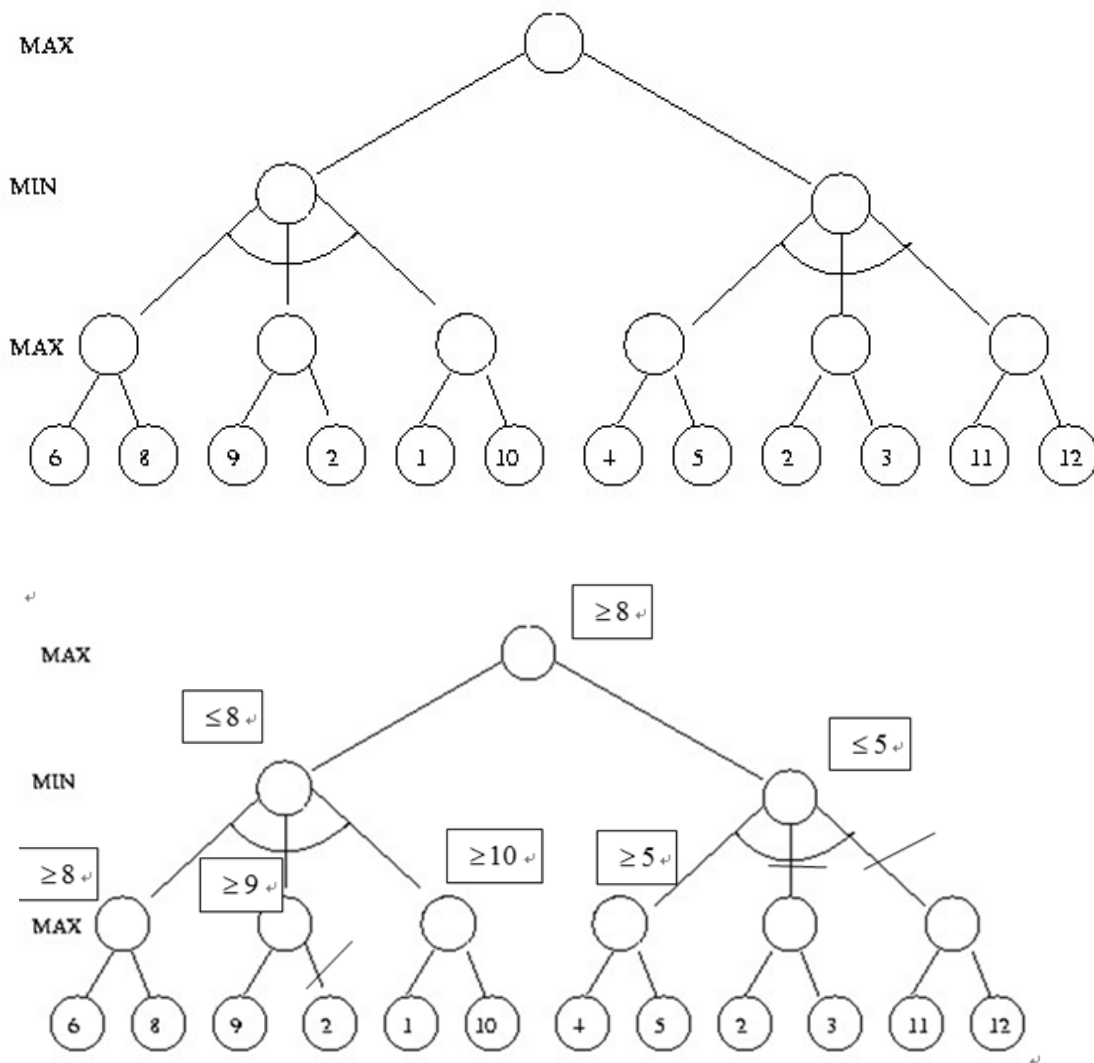
部分可观测-完全可观测、确定的-基于概率的

(3) 解释一下什么叫alpha-beta剪枝。

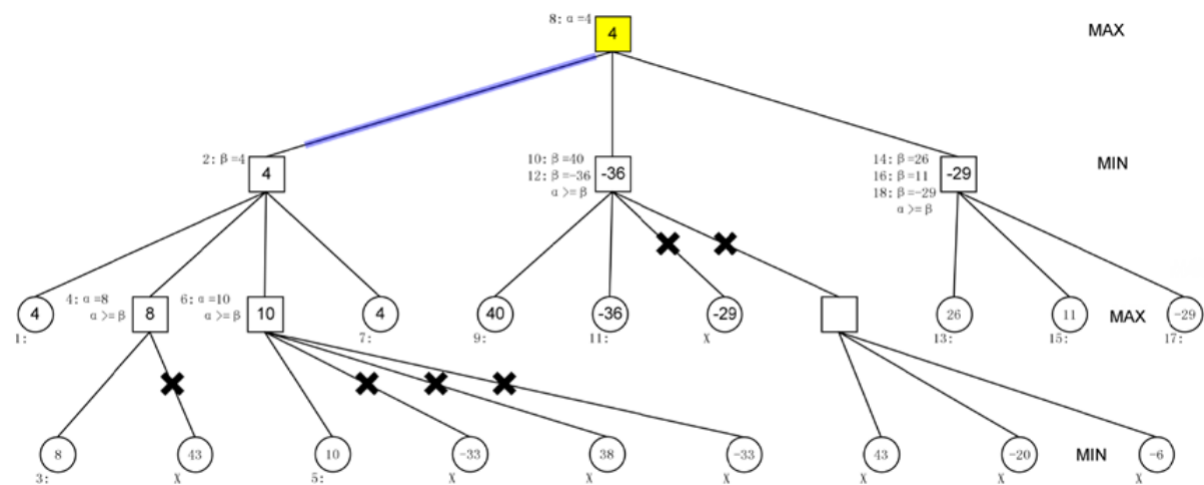
- 对于一个“与”节点(MIN层)来说，它取当前子节点中的最小倒推值作为它倒推值的上界，称为 β 值。

- 对于一个“或”节点(MAX层)来说，它取当前子节点中的最大倒推值作为它倒推值的下界，称为 α 值。
- 任何“与”节点 x 的 β 值如果不能升高其父结点的 α 值 ($\text{MAX}\beta \geq \text{MIN}\alpha$)，则对节点 x 以下的分支可停止搜索，并使 x 的倒推值为 β ，这种剪枝称为 α 剪枝
- 任何“或”节点 x 的 α 如果不能降低其父结点的值 β ($\text{MAX}\alpha \geq \text{MIN}\beta$)，则对节点 x 以下的分支可停止搜索，并使 x 的倒推值为 α ，这种剪枝称为 β 剪枝。

(4) 考虑以下游戏搜索树，如采用alpha-beta剪枝，哪些节点不会被搜索？



example



3 决策树

- 用属性集合描述的事物或场景作为输入，并返回一个“决策”——针对输入的预测输出值
- 学习一个离散值函数，被称为分类学习；学习一个连续函数则成为回归。
- **信息增益**：衡量一个属性区分数据样本的能力。信息增益量越大，这个属性作为一棵树的根节点就能使这棵树更简洁。

$$\begin{aligned} Gain(attribute) &= Entropy(S) - \sum_n \pi_n Entropy(S_n) \\ &= [-p \log p - (1-p) \log(1-p)] - \sum_n \pi_n Entropy(S_n) \end{aligned}$$

3.1 2008

| No. | x_1 | x_2 | x_3 | $c(x_1, x_2)$ |
|----------|-------|-------|-------|---------------|
| D_1 | 0 | 0 | 1 | + |
| D_2 | 0 | 0 | 2 | + |
| D_3 | 0 | 0 | 3 | + |
| D_4 | 0 | 0 | 4 | + |
| D_5 | 0 | 1 | 1 | - |
| D_6 | 0 | 1 | 2 | - |
| D_7 | 0 | 1 | 3 | - |
| D_8 | 1 | 0 | 4 | - |
| D_9 | 1 | 1 | 1 | + |
| D_{10} | 1 | 1 | 2 | + |

Training examples

| p | entropy(p) |
|-----|------------|
| 0.0 | 0.0 |
| 0.1 | 0.5 |
| 0.2 | 0.7 |
| 0.3 | 0.9 |
| 0.4 | 1.0 |
| 0.5 | 1.0 |
| 0.6 | 1.0 |
| 0.7 | 0.9 |
| 0.8 | 0.7 |
| 0.9 | 0.5 |
| 1.0 | 0.0 |

(1) 解释什么叫做信息增益 (Information Gain)? 它在构造最优决策树中有何作用?

信息增益是定义属性分类训练数据的效力的度量标准。一个属性的信息增益就是由于使用这个属性分割样例而导致的期望熵降低。

在最优决策树中，信息增益越大的属性越能区分样本，选取信息增益最大的属性作为结点向下生成决策树。

(2) 根据以上的训练数据，构造最优决策树。不要采用属性 x_3 。其中，右表表示： $Entropy(p) = -(p \log p + (1-p) \log(1-p))$ 可以在你的计算中采用。

由左表得， $p=0.6$ 。查右表得， $Entropy(p)=1.0$

对x1:

$$Entropy(S_0) = Entropy(\frac{4}{7}) = Entropy(0.57) = 1 (\because Entropy(0.5) = Entropy(0.6) = 1)$$

$$Entropy(S_1) = Entropy(\frac{2}{3}) = Entropy(0.67) \rightarrow 0.9 < Entropy(S_1) < 1$$

$$Gain(x_1) = 1.0 - \frac{7}{10} Entropy(S_0) - \frac{3}{10} Entropy(S_1) < 0.05$$

对x2: 查表

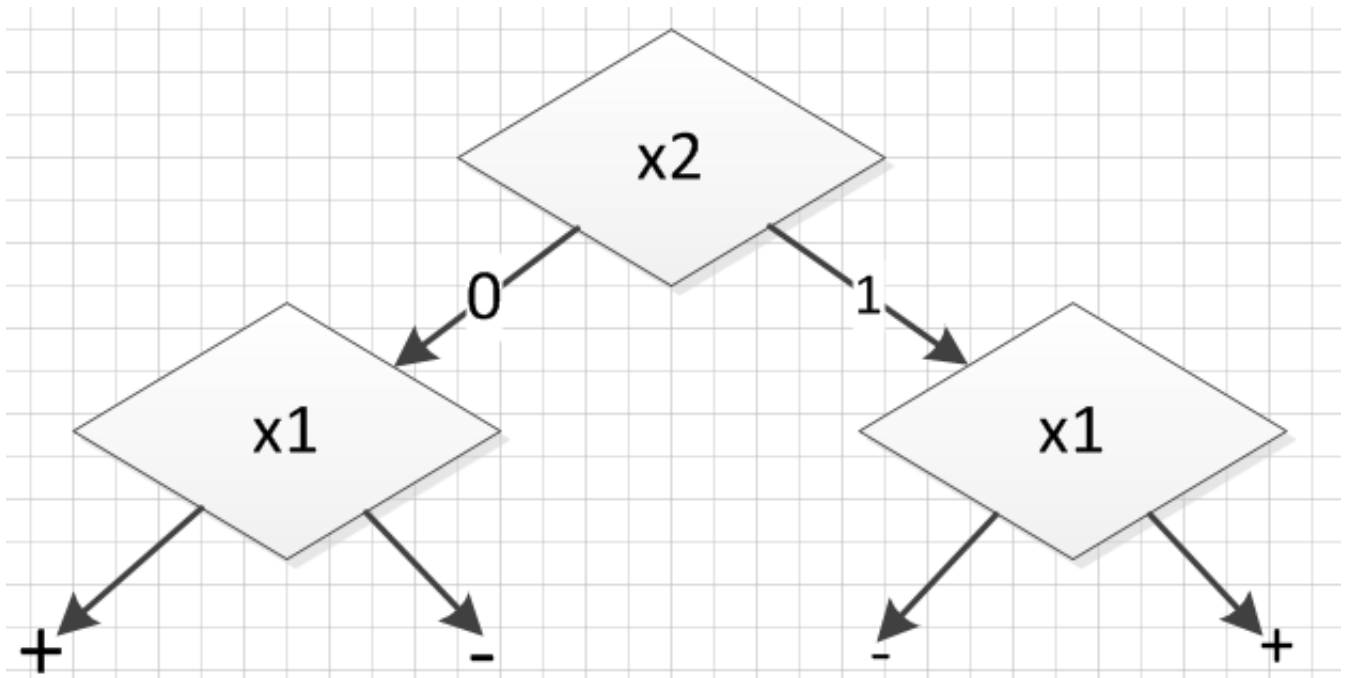
$$Entropy(S_0) = Entropy(\frac{4}{5}) = Entropy(0.8) \approx 0.7$$

$$Entropy(S_1) = Entropy(\frac{3}{5}) = Entropy(0.6) \approx 1.0$$

$$Gain(x_2) = 1.0 - \frac{5}{10} Entropy(S_0) - \frac{5}{10} Entropy(S_1) \approx 0.15$$

$\because Gain(x_1) < Gain(x_2), \therefore x_2$ 设为根节点

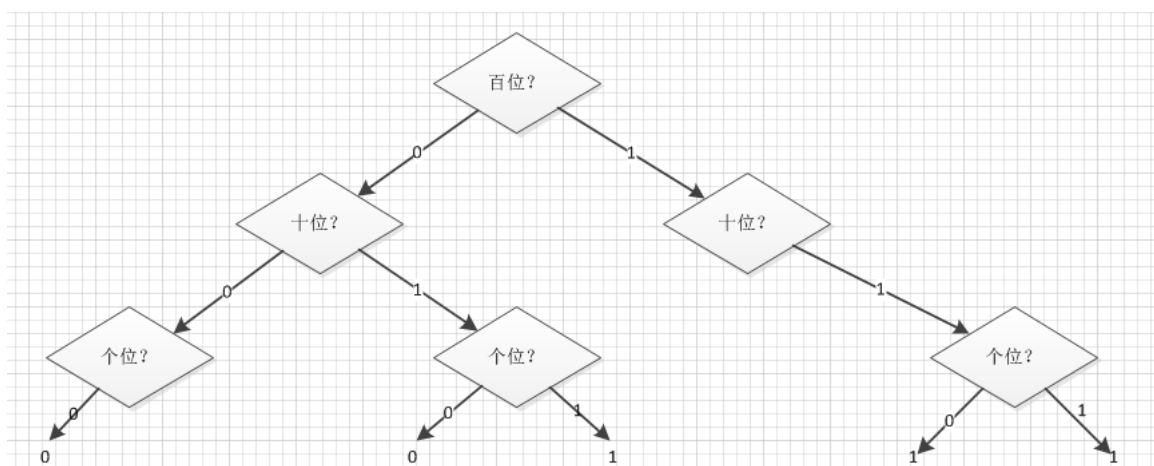
(3) 画出你的决策树是如何区分以上训练实例的 (在树上标出即可)。



3.2 2010

假设如下分类数据 (X,Y): (111, 1), (110, 1), (011, 1), (010, 0), (000, 0)

(1) 画出与此数据一致的一棵决策树 (Y是类别0,1)



(2) 计算你第一步测试的信息增益。 上图的第一步是百位，计算百位的信息增益。

$$\begin{aligned}
 Entropy(S) &= -\frac{3}{5} \log \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \log \frac{2}{5} \\
 Entropy(S_0) &= -\frac{2}{3} \log \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} \\
 Entropy(S_1) &= -\frac{2}{2} \log \frac{2}{2} - \frac{0}{2} \log \frac{0}{2} = 0 \\
 Gain(attribute) &= Entropy(S) - \frac{3}{5} Entropy(S_0) - \frac{2}{5} Entropy(S_1)
 \end{aligned}$$

3.3 2012,2016

给定以下木材实例

| 实例 | 密度 | 纹理 | 硬度 | 类别 |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 大 | 细 | 硬 | 橡树 |
| 2 | 大 | 粗 | 硬 | 橡树 |
| 3 | 大 | 细 | 硬 | 橡树 |
| 4 | 小 | 粗 | 软 | 橡树 |
| 5 | 小 | 粗 | 硬 | 松树 |
| 6 | 大 | 细 | 软 | 松树 |
| 7 | 大 | 粗 | 软 | 松树 |
| 8 | 大 | 细 | 软 | 松树 |

(1) 如果采用信息增益来选择根节点，那么那么决策树的根节点是哪个属性?

$$Entropy(S) = -\frac{4}{8} \log \frac{4}{8} - \frac{4}{8} \log \frac{4}{8} = 1$$

密度

$$Entropy(S1_0) = -\frac{3}{6} \log \frac{3}{6} - \frac{3}{6} \log \frac{3}{6}$$

$$Entropy(S1_1) = -\frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log \frac{1}{2}$$

$$Gain = Entropy(S) - \frac{6}{8} Entropy(S1_0) - \frac{2}{8} Entropy(S1_1) = 0$$

纹理

$$Entropy(S2_0) = -\frac{2}{4} \log \frac{2}{4} - \frac{2}{4} \log \frac{2}{4} = 1$$

$$Entropy(S2_1) = -\frac{2}{4} \log \frac{2}{4} - \frac{2}{4} \log \frac{2}{4} = 1$$

$$Gain = Entropy(S) - \frac{4}{8} Entropy(S2_0) - \frac{4}{8} Entropy(S2_1) = 0$$

硬度

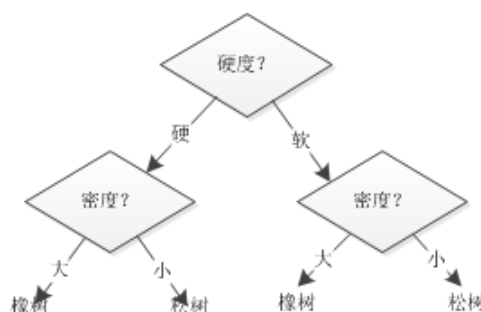
$$Entropy(S3_0) = -\frac{1}{4} \log \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \log \frac{3}{4}$$

$$Entropy(S3_1) = -\frac{3}{4} \log \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log \frac{1}{4}$$

$$Gain = Entropy(S) - \frac{4}{8} Entropy(S3_0) - \frac{4}{8} Entropy(S3_1)$$

选硬度

(2) 画出决策树

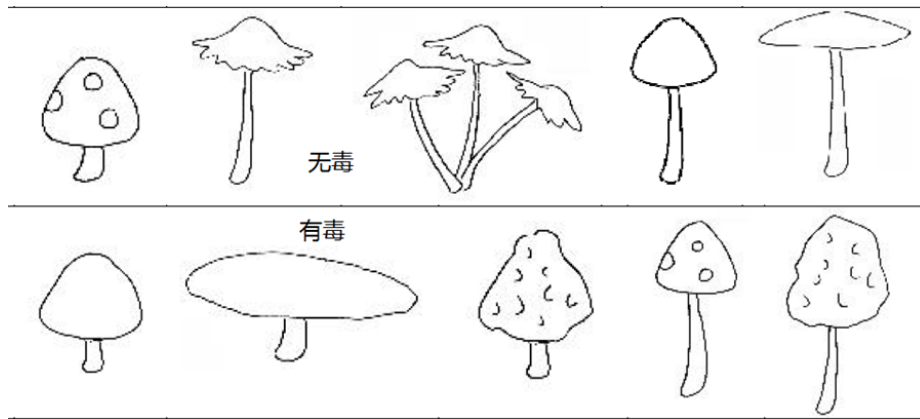


(3) 根据你的决策树来对以下2个示例进行分类: [密度=小, 纹理= (粗), 硬度=硬]、
[密度=小, 纹理= (粗), 硬度=软]

松树、橡树

3.4 2013,2015,2017

考虑根据蘑菇的特征来区分是否有毒。4个特征是：茎=短，长，伞盖=锥形，扁形，株数=单株，丛生，纹理=平，点，鼓，褶，以下是训练集：



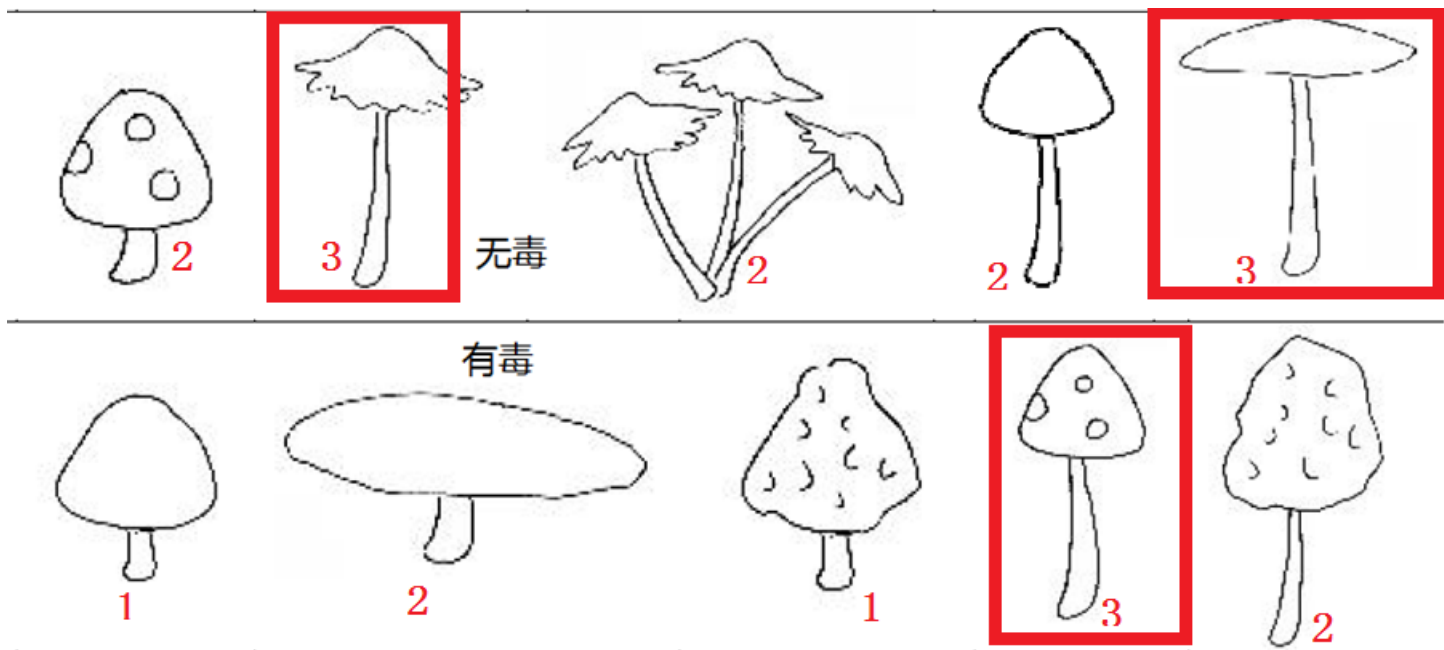
(1) 假设采用朴素贝叶斯模型，如何对下面这颗蘑菇(长颈，扁形，单株，点)分类？

$$\begin{aligned} P(\text{safe})P(\text{long}|\text{safe})P(\text{flat}|\text{safe})P(\text{single}|\text{safe})P(\text{spots}|\text{safe}) &= 0.5 \times 0.8 \times 0.6 \times 0.8 \times 0.2 \\ &= 0.0384 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{poison})P(\text{long}|\text{poison})P(\text{flat}|\text{poison})P(\text{single}|\text{poison})P(\text{spots}|\text{poison}) &= 0.5 \times 0.4 \times 0.2 \times 1.0 \times 0.2 \\ &= 0.008 \end{aligned}$$

(2) 假设采用3NN，采用hamming距离，多数投票，如何对这颗蘑菇(长颈，扁形，单株，点)进行分类？

答：3NN就是KNN算法，取前3个最接近的样本进行判断。



图示三朵蘑菇是待分类蘑菇的3NN。其中两朵是无毒，所以待分类蘑菇可分类为无毒。

(3) 假设构建决策树进行分类，在根节点是选择株数这个特征还是纹理这个特征？试采用信息增益说明。

$$Entropy(S) = -\frac{5}{10} \log \frac{5}{10} - \frac{5}{10} \log \frac{5}{10} = 1$$

株数

$$Entropy(S_{1_0}) = -\frac{1}{1} \log \frac{1}{1} - \frac{0}{1} \log \frac{0}{1} = 0$$

$$Entropy(S_{1_1}) = -\frac{4}{9} \log \frac{4}{9} - \frac{5}{9} \log \frac{5}{9}$$

$$Gain = Entropy(S) - \frac{1}{10} Entropy(S_{1_0}) - \frac{9}{10} Entropy(S_{1_1}) = 0.121$$

纹理

$$Entropy(S_{2_0}) = -\frac{2}{4} \log \frac{2}{4} - \frac{2}{4} \log \frac{2}{4} = 1$$

$$Entropy(S_{2_1}) = -\frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} = 1$$

$$Entropy(S_{2_3}) = -\frac{0}{2} \log \frac{0}{2} - \frac{2}{2} \log \frac{2}{2} = 0$$

$$Entropy(S_{2_4}) = -\frac{2}{2} \log \frac{2}{2} - \frac{0}{2} \log \frac{0}{2} = 0$$

$$Gain = Entropy(S) - \frac{4}{10} Entropy(S_{1_0}) - \frac{2}{10} Entropy(S_{1_1}) - \frac{2}{10} Entropy(S_{1_0}) - \frac{2}{10} Entropy(S_{1_1}) = 0.4$$

Gain (纹理) > Gain (株数)，所以选择纹理这个特征。

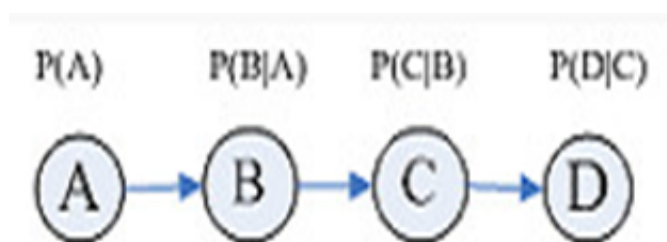
4 贝叶斯定理

- 所谓贝叶斯法则，是指当分析样本大到接近总体数时，样本中事件发生的概率将接近于总体中的事件发生的概率。贝叶斯法则是关于随机事件A和B的条件概率和边缘概率的。

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)} = \alpha P(X|Y)P(Y)$$

$$P(Y|X, e) = \frac{P(X|Y, e)P(Y|e)}{P(X|e)}$$

- 贝叶斯网络可以利用变量间的条件独立对联合分布进行分解，降低参数个数。推理（inference）是通过计算来回答查询的过程。



$$\begin{aligned} P(D) &= \sum_{A,B,C} P(A, B, C, D) \\ &= \sum_{A,B,C} P(A)P(B|A)P(C|B)P(D|C) \\ &= \sum_C P(D|C) \sum_B P(C|B) \sum_A P(A)P(B|A) \end{aligned}$$

4.1 2008, 2009, 2012, 2013, 2016

(1) 写出贝叶斯定理。

对于多值随机变量

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)} = \alpha P(X|Y)P(Y)$$

对于某些场合具有某个背景证据 e ,

$$P(Y|X, e) = \frac{P(X|Y, e)P(Y|e)}{P(X|e)}$$

(2) 什么是最大后验 (MAP) 假设?

最大后验估计是根据经验数据获得对难以观察的量的点估计，与最大似然估计类似，但是最大的不同是，最大后验估计融入了要估计量的先验分布在其中，故最大后验估计可以看做是规则化的最大似然估计。

(3) 什么是最大似然 (ML) 假设?

最大似然估计提供了一种给定观察数量来评估模型参数的方法，即：“模型已定，参数未知”。可以通过采样，获取部分数据，然后通过最大似然估计来获取已知模型的参数。

最大似然估计中采样需满足一个很重要的假设，就是所有的采样都是独立同分布的。最大似然估计的一般求解过程：

- (1) 写出似然函数；
- (2) 对似然函数取对数，并整理；
- (3) 求导数；
- (4) 解似然方程。

(4) 什么情况下我们可以用最大似然估计 (ML)?

知道概率分布，并且有足够的样本时适合用最大似然估计。

(5) 采用最大后验估计 (MAP) 有何优点?

最大后验概率将参数视为某种已知的先验的随机变量，而不是一个固定的未知变量。

(6) 在什么情况下，MAP=ML?

当模型的参数本身的概率是均匀的，即该概率为一个固定值的时候，MAP=MLE

(7) 假设你在晚上看到出租车发生撞人车祸。出租车只有蓝，绿两种颜色。你发誓是蓝色车撞人。你在晚上能分辨这两种颜色的准确率是75%。假设城里的出租车的颜色80%是绿色。请问撞人的车是蓝色的概率？你发的誓有道理吗？

$$P(\text{绿色})=0.8, P(\text{蓝色})=0.2, P(\text{像蓝色}|\text{绿色})=0.25, P(\text{蓝色}|\text{蓝色})=0.75$$

$$\text{令 } \alpha = 1/P(\text{像蓝色})$$

$$P(\text{蓝色}|\text{像蓝色}) = \alpha P(\text{像蓝色}|\text{蓝色}) \times P(\text{蓝色}) = \alpha 0.75 \times 0.2 = 0.15\alpha$$

$$P(\text{绿色}|\text{像蓝色}) = \alpha P(\text{像蓝色}|\text{绿色}) \times P(\text{绿色}) = \alpha 0.25 \times 0.8 = 0.2\alpha$$

$P(\text{蓝色}|\text{像蓝色}) < P(\text{绿色}|\text{像蓝色})$

\therefore 发誓没有道理

(8) 某次年检，某人发现自己的丙肝检查是阳性。假设这检查的准确率是98%，而丙肝的发生率是万分之一。那么此人真得丙肝的概率是多少？

$$\begin{aligned}
 P(\text{丙肝}|\text{阳性}) &= \frac{P(\text{阳性}|\text{丙肝})P(\text{丙肝})}{P(\text{阳性})} \\
 &= \frac{P(\text{阳性}|\text{丙肝})P(\text{丙肝})}{P(\text{阳性}|\text{丙肝})P(\text{丙肝}) + P(\text{阳性}|\text{非丙肝})P(\text{非丙肝})} \\
 &= \frac{98\% \times 0.00001}{98\% \times 0.00001 + 2\% \times 0.00001} \approx 0.49\%
 \end{aligned}$$

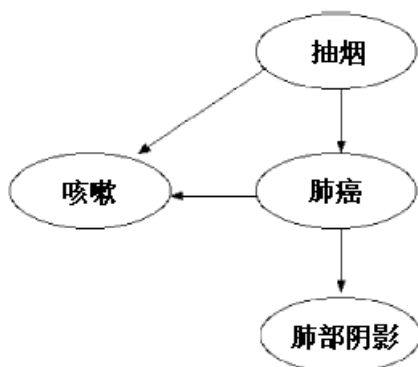
(9) 对疾病D，及其症状S1，S2（假设症状只有3种取值），其有关数据如下表：

| 实例 | D | S1=low | S1=med | S1=high | S2=low | S2=med | S2=high |
|-----|---|--------|--------|---------|--------|--------|---------|
| 300 | T | 100 | 50 | 30 | 20 | 10 | 80 |
| | F | 200 | 20 | 80 | 100 | 180 | 10 |

假设S1，S2条件独立于D，某人检查结果为S1=low，S2=low，那么他得病的概率是多少？

$$\begin{aligned}
 P(D|S1 = low, S2 = low) &= xP(D, S1 = low, S2 = low) = xP(S1 = low, S2 = low|D)P(D) \\
 &= xP(S1 = low|D)P(S2 = low|D)P(D) \\
 &= \langle 0.5 \times 0.1 \times \frac{1}{3}, 0.1 \times 0.9 \times \frac{2}{3} \rangle \\
 &= \langle 0.05, 0.18 \rangle \\
 &= \langle \frac{5}{23}, \frac{18}{23} \rangle
 \end{aligned}$$

4.2 2008



(1) 描述该网络的条件概率表 (CPT, conditional probability table), 需要多少个参数?

共9个: $P(\text{抽烟})$ 、 $P(\text{肺癌}|\text{抽烟})$ 、 $P(\text{肺癌}|\text{没抽烟})$ 、 $P(\text{咳嗽}|\text{抽烟, 肺癌})$ 、 $P(\text{咳嗽}|\text{抽烟, 没肺癌})$ 、 $P(\text{咳嗽}|\text{没抽烟, 肺癌})$ 、 $P(\text{咳嗽}|\text{没抽烟, 没肺癌})$ 、 $P(\text{肺部阴影}|\text{肺癌})$ 、 $P(\text{肺部阴影}|\text{没肺癌})$

(2) 给出“咳嗽”的一个条件概率表。试解释你给出如此参数的理由。

| 抽烟 | 肺癌 | 咳嗽 | 概率 |
|----|----|----|----|
| T | T | T | |
| T | T | F | |
| T | F | T | |
| T | F | F | |
| F | T | T | |
| F | T | F | |
| F | F | T | |
| F | F | F | |

$$P(\text{咳嗽}) = P(\text{抽烟})P(\text{咳嗽}|\text{抽烟, 肺癌})$$

(3) 给出计算 $P(\text{抽烟} \wedge \text{咳嗽} \wedge \text{没肺癌} \wedge \text{没肺部阴影})$ 的公式。

$$P(\text{抽烟} \wedge \text{咳嗽} \wedge \text{没肺癌} \wedge \text{没肺部阴影}) = P(\text{抽烟})P(\text{咳嗽}|\text{抽烟, 没肺癌})P(\text{咳嗽}|\text{没肺癌})P(\text{没肺部阴影}|\text{没肺癌})$$

(4) 给出计算 $P(\text{没肺部阴影}|\text{抽烟})$ 的公式。

$$P(\text{没肺部阴影}|\text{抽烟}) = P(\text{抽烟})P(\text{肺癌}|\text{抽烟})P(\text{没肺部阴影}|\text{肺癌}) + P(\text{抽烟})P(\text{没肺癌}|\text{抽烟})P(\text{没肺部阴影}|\text{没肺癌})$$

(5) 给出计算 $P(\text{肺癌}|\text{肺部阴影})$ 的公式。

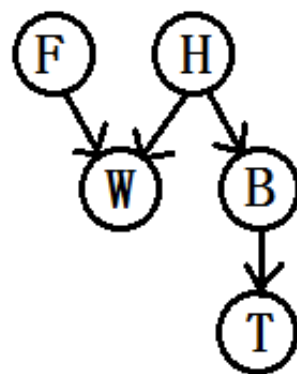
$$\begin{aligned}
 P(\text{肺癌}|\text{肺部阴影}) &= \frac{P(\text{肺部阴影}|\text{肺癌})P(\text{肺癌})}{P(\text{肺部阴影})} \\
 &= \frac{P(\text{肺部阴影}|\text{肺癌})[P(\text{肺癌}|\text{抽烟})P(\text{抽烟}) + P(\text{肺癌}|\text{不抽烟})P(\text{不抽烟})]}{P(\text{肺部阴影})} \\
 &= \frac{P(\text{肺部阴影}|\text{肺癌})[P(\text{肺癌}|\text{抽烟})P(\text{抽烟}) + P(\text{肺癌}|\text{不抽烟})P(\text{不抽烟})]}{\sum_{\text{有无肺癌}} P(\text{肺部阴影}|\text{肺癌})[P(\text{肺癌}|\text{抽烟})P(\text{抽烟}) + P(\text{肺癌}|\text{不抽烟})P(\text{不抽烟})]}
 \end{aligned}$$

4.3 2009

在一次赛马时，一线人告诉你某匹马Belle没吃早餐。假设：

- (1) 马赢取决于其健康和速度，此两者无关
- (2) 健康的马比病马吃早餐的概率大。
- (3) 线人的情报的可靠率是80

试做：（1）画出5个变量的贝叶斯网络（T：得到情报；B： Belle吃早餐； H： Belle健康； W： Belle赢； F: Belle很快）



- (2) 给出P(W)的计算公式

$$P(W) = P(W|F, H)P(F)P(H)$$

- (3) 给出P(W|T)的计算公式，这些公式必须用存在贝叶斯网络中的概率或条件概率来表

示。

$$\begin{aligned}
 P(W|T) &= \frac{P(W, T)}{P(T)} = \frac{P(W)P(T)}{P(T)} \\
 &= \frac{P(W|F, H)P(F)P(H)P(T|B)P(B|H)}{P(T|B)P(B|H)P(H)} \text{ (wrong)} \\
 &= \frac{\sum_{B, H, F} P(W|F, H)P(F)P(H)P(T|B)P(B|H)}{\sum_{B, H} P(T|B)P(B|H)P(H)}
 \end{aligned}$$

4.4 2012

一个机器人可根据动物的叫声、毛、颜色来区分是猫还是狗。已知以下实例：

| 实例 | 叫声 | 毛 | 颜色 | 类别 |
|----|----|---|----|----|
| 1 | 喵喵 | 粗 | 棕色 | 狗 |
| 2 | 汪汪 | 细 | 棕色 | 狗 |
| 3 | 汪汪 | 粗 | 黑色 | 狗 |
| 4 | 汪汪 | 粗 | 黑色 | 狗 |
| 5 | 喵喵 | 细 | 棕色 | 猫 |
| 6 | 喵喵 | 粗 | 黑色 | 猫 |
| 7 | 汪汪 | 细 | 黑色 | 猫 |
| 8 | 喵喵 | 细 | 棕色 | 猫 |

(1) 假设以上三个属性互相独立，试写出计算动物分类的公式 $P(\text{类别}|\text{叫声}, \text{毛}, \text{颜色})$

$$P(\text{类别}|\text{叫声}, \text{毛}, \text{颜色}) = \alpha P(\text{类别}) P(\text{叫声}|\text{类别}) P(\text{毛}|\text{类别}) P(\text{颜色}|\text{类别})$$

$$\alpha = 1 / (P(\text{叫声}) P(\text{毛}) P(\text{颜色}))$$

(2) 写出答案： $P(\text{狗})$ ， $P(\text{叫声}=\text{喵喵}|\text{类别}=\text{狗})$ ， $P(\text{毛}=\text{细}|\text{类别}=\text{猫})$ ， $P(\text{颜色}=\text{黑色}|\text{类别}=\text{猫})$

$$P(\text{狗}) = 1/2$$

$$P(\text{叫声}=\text{喵喵}|\text{类别}=\text{狗}) = 1/4$$

$$P(\text{毛}=\text{细}|\text{类别}=\text{猫}) = 3/4$$

$$P(\text{颜色}=\text{黑色}|\text{类别}=\text{猫}) = 1/2$$

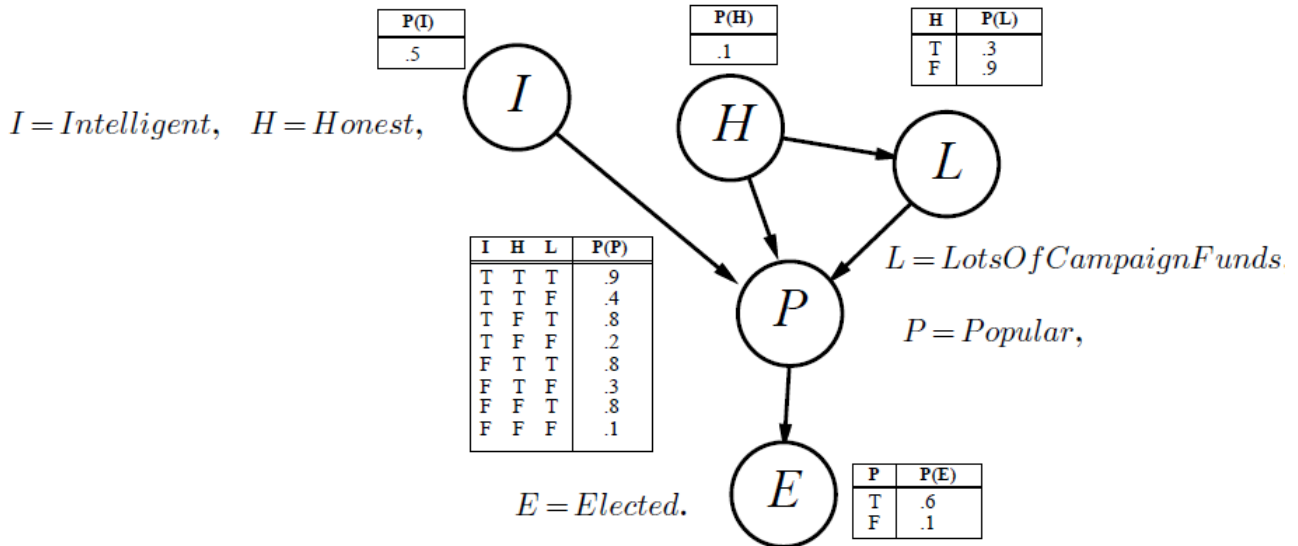
(3) 给以下新的实例分类：叫声=汪汪，毛=粗，颜色=棕色

$$P(\text{类别}=\text{狗}|\text{叫声}=\text{汪汪}, \text{毛}=\text{粗}, \text{颜色}=\text{棕色}) = \alpha \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$P(\text{类别}=\text{猫}|\text{叫声}=\text{汪汪}, \text{毛}=\text{粗}, \text{颜色}=\text{棕色}) = \alpha \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$$

故类别是狗。

4.5 2015



(1) 根据网络结构（不考虑概率表），下面的结论哪些成立？

$$(i) P(I, L) = P(I)P(L)$$

$$(ii) P(E|P, L) = P(E|P, L, H)$$

$$(iii) P(P|I, H) \neq P(P|I, H, L)$$

(i)(ii)

(i) 因为 I 和 L 都没有父结点，互相独立

(ii) 因为 $P(E|P, L) = P(E|P, L, H) = P(E|P)$

(2) 计算 $P(I, H, \neg L, P, \neg E)$.

$$\begin{aligned} P(i, h, \neg l, p, \neg e) &= P(I)P(H)P(\neg L|H)P(P|I, H, \neg L)P(\neg E|P) \\ &= 0.5 \times 0.1 \times 0.7 \times 0.4 \times 0.4 = 0.056 \end{aligned}$$

(3) 计算诚实但是没很多竞选财力，但是当选的人是聪明人的概率。

$$\begin{aligned}P(I|E, H, \neg L) &= \alpha P(I, H, \neg L, E) \\&= \alpha(P(I, H, \neg L, P, E) + P(I, H, \neg L, \neg P, E)) \\&= \alpha(< 0.084, 0.063 > + < 0.021, 0.045 >) \\&= \alpha < 0.105, 0.0875 > = < 0.545, 0.455 >\end{aligned}$$

4.6 2017

5 MDP——马尔科夫决策过程

- MDP(Markov decision processes)组成部分

- 初始状态 S_0
- 转移模型 $T(s, a, s')$
- 回报函数 $R(s)$

- 状态效用值

$$U(s) = R(s) + \gamma \max_a \sum_{s'} T(s, a, s') U(s')$$

$\gamma \in [0,1]$ 称为折合因子，表明了未来的回报相对于当前回报的重要程度。

- 最优策略：产生最高期望效用值的策略。

$$\pi^*(s) = \arg \max_a \sum_{s'} T(s, a, s') U(s')$$

- 计算过程

- 1 .initialization

初始化所有状态的 $v(s)$ 以及 $\pi(s)$ （初始化为随机策略）

- 2.policy evaluation

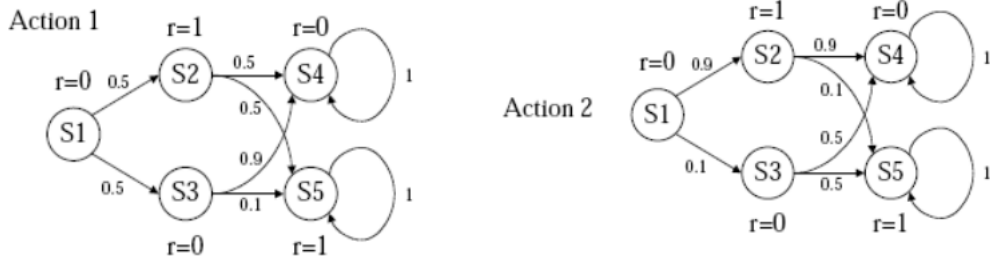
用当前的 $v(s)$ 对当前策略进行评估，计算出每一个状态的 $v(s)$ ，直到 $v(s)$ 收敛，才算训练好了这个状态价值函数 $V(s)$

- 3.policy improvement

既然上一步已经得到了当前策略的评估函数 $V(s)$,那么就可以利用这个评估函数进行策略改进啦。在每个状态 s 时，对每个可能的动作 a ,都计算一下采取这个动作后到达的下一个状态的期望价值。看看哪个动作可以到达的状态的期望价值函数最大，就选取这个动作。以此更新了 $\pi(s)$

- 后再次循环上述 2 、 3 步骤，直到 $V(s)$ 与 $\pi(s)$ 都收敛。

5.1 2010



注意，为了使图清晰，每个状态有两个动作，分开化成了两个图。图中数字是转移概率。对以上5个状态的MDP过程，

(1) 找出最优策略

(2) 计算每个状态的Utility。假设 $\gamma=0.9$ 。

第一步：选定初始策略Action=Action1。根据策略计算U

$$U(s_4) = 0 + 0.9 \times 1 \times U(s_4) \longrightarrow U(s_4) = 0$$

$$U(s_5) = 1 + 0.9 \times 1 \times U(s_5) \longrightarrow U(s_5) = 10$$

$$U(s_2) = 0 + 0.9 \times (0.5 \times U(s_4) + 0.5 \times U(s_5)) \longrightarrow U(s_2) = 5.5$$

$$U(s_3) = 0 + 0.9 \times (0.9 \times U(s_4) + 0.1 \times U(s_5)) \longrightarrow U(s_3) = 0.9$$

$$U(s_1) = 0 + 0.9 \times (0.5 \times U(s_2) + 0.5 \times U(s_3)) \longrightarrow U(s_1) = 2.88$$

第二步：策略迭代，取期望效用值最高的策略。

$$\pi_{k+1}(s) = \arg \max_a \left(\sum_{s'} T(s, a, s') U_k(s') \right)$$

$$\begin{aligned}\pi_1(s_1) &= \arg \max(\text{Action1}, \text{Action2}) = \arg \max(0.5 \times U(s_2) + 0.5 \times U(s_3), 0.9 \times U(s_2) + 0.1 \times U(s_3)) \\ &= \operatorname{argmax}(3.2, 5.04) = \text{Action2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_1(s_2) &= \arg \max(\text{Action1}, \text{Action2}) = \arg \max(0.5 \times U(s_4) + 0.5 \times U(s_5), 0.9 \times U(s_4) + 0.1 \times U(s_5)) \\ &= \operatorname{argmax}(5, 1) = \text{Action1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_1(s_3) &= \arg \max(\text{Action1}, \text{Action2}) = \arg \max(0.9 \times U(s_4) + 0.1 \times U(s_5), 0.5 \times U(s_4) + 0.5 \times U(s_5)) \\ &= \operatorname{argmax}(1, 5) = \text{Action2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_1(s_4) &= \arg \max(\text{Action1}, \text{Action2}) = \arg \max(U(s_4), U(s_4)) \\ &= \text{Action1} \quad \text{or} \quad \text{Action2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_1(s_5) &= \arg \max(\text{Action1}, \text{Action2}) = \arg \max(U(s_5), U(s_5)) \\ &= \text{Action1} \quad \text{or} \quad \text{Action2}\end{aligned}$$

第三步：价值迭代结果

$$U(s_4) = 0 + 0.9 \times 1 \times U(s_4) \longrightarrow U(s_4) = 0$$

$$U(s_5) = 1 + 0.9 \times 1 \times U(s_5) \longrightarrow U(s_5) = 10$$

$$U(s_2) = 1 + 0.9 \times (0.5 \times U(s_4) + 0.5 \times U(s_5)) \longrightarrow U(s_2) = 5.5$$

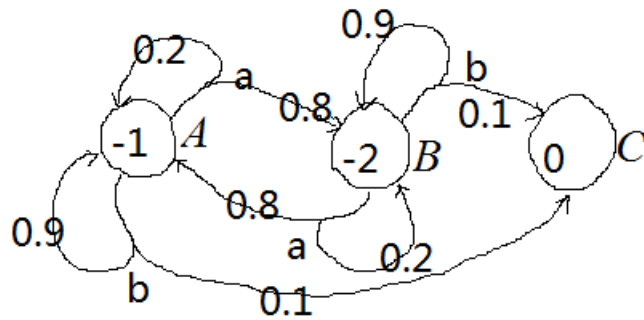
$$U(s_3) = 0 + 0.9 \times (0.9 \times U(s_4) + 0.1 \times U(s_5)) \longrightarrow U(s_3) = 4.5$$

$$U(s_1) = 0 + 0.9 \times (0.5 \times U(s_2) + 0.5 \times U(s_3)) \longrightarrow U(s_1) = 4.86$$

第四步：策略迭代。发现还是选择同样策略，迭代结束，最佳策略即 (2,1,2,1 or 2,1 or 2)

5.2 2013

右图是无折扣的MDP决策问题。自左至右三个状态A，B，C的reward分别是-1，-2，0，状态C是终态。两个动作a或b的下一状态和转移概率标于图上。



(1) 能否 定性地描述一下状态A，B的最优决策?

定性是指通过非量化的手段来探究事物的本质。其概念与定量相对应。定性的手段可以包括观测、实验和分析等，以此来考察研究对象是否具有这种或那种属性或特征以及它们之间是否有关系。

(2) 假设初始策略是b,b，请用策略迭代找出最优策略以及状态A，B的utility。

b,a -10. -15 具体参见课程习题解答参考书

已知初始策略是b， b。

$$U(A) = -1 + 0.9U(A) \longrightarrow U(A) = -10$$

$$U(B) = -2 + 0.9U(B) \longrightarrow U(B) = -20$$

$$A \text{ --- } a : 0.2U(A) + 0.8U(B) = -18$$

$$b : 0.9U(A) = -9$$

$$a < b, \text{ choose } b$$

$$B \text{ --- } a : 0.8U(A) + 0.2U(B) = -12$$

$$b : 0.9U(B) = -18$$

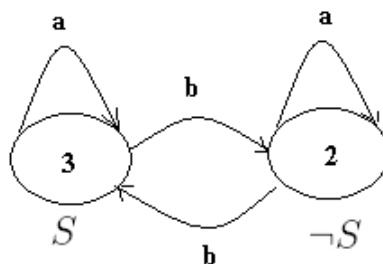
$$a > b, \text{ choose } a$$

$$A \text{ choose } b : U(A) = -1 + 0.9U(A) \longrightarrow U(A) = -10$$

$$B \text{ choose } a : U(B) = -2 + 0.8U(A) + 0.2U(B) \longrightarrow U(B) = -12.5????$$

5.3 2008,2015

| | π^0 | V^{π^0} | π^1 | V^{π^1} | π^2 |
|----------|---------|-------------|---------|-------------|---------|
| S | a | | | | |
| $\neg S$ | a | | | | |



假设有两个状态 $S, \neg S$, 两个动作 a 或 b 。 a 保持状态不变, 而 b 在两个状态之间转换 (如上图右)。设 $R(S)=3, R(\neg S)=2, \gamma=0.5$ 。假设初始策略是 (a, a) , 请做策略迭代找到最佳策略 (填左图即可)。

答:

第一轮

$$\begin{array}{ll}
 S & a : \quad V_0 = 3 + 0.5 \times V_0 \longrightarrow V_0 = 6 \\
 \neg S & a : \quad \neg V_0 = 2 + 0.5 \times \neg V_0 \longrightarrow \neg V_0 = 4
 \end{array}$$

选择策略:

$$\begin{array}{llll}
 S & a : 6 \times 0.5 = 3 & b : 4 \times 0.5 = 2 & \longrightarrow \text{choose } a \\
 \neg S & a : 4 \times 0.5 = 2 & b : 6 \times 0.5 = 3 & \longrightarrow \text{choose } b
 \end{array}$$

第二轮

$$\begin{array}{ll}
 S & a : \quad V_1 = 3 + 0.5 \times V_1 \longrightarrow V_1 = 6 \\
 \neg S & b : \quad \neg V_1 = 2 + 0.5 \times V_1 \longrightarrow \neg V_1 = 5
 \end{array}$$

选择策略:

S

$a : 6 \times 0.5 = 3$

$b : 5 \times 0.5 = 2.5$

$\longrightarrow choose \ a$

$\neg S$

$a : 5 \times 0.5 = 2.5$

$b : 6 \times 0.5 = 3$

$\longrightarrow choose \ b$

| | | | | | |
|----------|---------|-------------|---------|-------------|---------|
| | π^0 | V^{π^0} | π^1 | V^{π^1} | π^2 |
| S | a | 6 | a | 6 | a |
| $\neg S$ | a | 4 | b | 5 | b |

6 CSP

6.1 2009、2016

英语中有Crossword puzzle (纵横字谜), 在一些格子上填上字母, 纵横必须组成单词, 这些单词又符合某些条件。例子: (HE HAD)

| | | | | | |
|----|---|----|----|---|---|
| 1 | | | 2 | 3 | |
| | | 4 | | | 5 |
| 6 | 7 | | | | |
| | 8 | | | 9 | |
| 10 | | | 11 | | |
| | | 12 | | | |

Across: 1.
___ is my brother.

Down: 1.
I ___ a dog when I was young.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | D | E | F |
| B | | | |
| C | | | |

(1) 怎样用搜索来描述此问题, 何种搜索算法合适? 填空是每次填一个单词还是填一个字母比较好?

深度优先: 一次为一个变量选择值, 当没有合法的值可以再赋给该变量时就回溯, 当搜索出一个结果时就可返回不用遍历完整棵树。

一个单词好。

(2) 怎样用CSP (约束满足) 来描述此问题? 变量应该是词还是字母?

- 描述约束: ①纵横必须组成单词; ②白格表示可填位置, 黑格表示单词截止位置, 单词的长度要合适。
- 初始状态
- 后继函数
- 目标测试
- 路径耗散: 每一步耗散为1.

(3) 考虑上面右面简单的 字谜, ABC表示横向单词, DEF表示纵向单词, 这些单词各不相同, 且从下述表中选择:

add age ago aid all air and any ape act arm are art bat bee beg ben dad eat ear eel etc far
fat for lee oaf rat tar

我们可以用前向检索来减少搜索空间。请举出两个可用于对A，D进行前向检查的约束条件，并指出满足这些检查后，A，D的可能集合分别是什么。

约束1: A,D的第一个字母相同。约束2: A，D的其他字母都存在依次开头的单词

可能集合: (add all are art) (bat bee) (eat ear eel) (far fat for)

6.2 2015,2017

考虑下面的“十字格”（图呢?），目的是在格子中填上数字1-8，使得相邻（纵或横）两格的数字至少相差2（包括2）。

(1) 写出约束，并画出约束图。

设8个格子分别用变量X1-X8表示，

$$\begin{array}{ccccc} & X1 & X2 & & \\ X3 & X4 & X5 & X6 & \\ & X7 & X8 & & \end{array}$$

那么，约束是

$$|X1 - X2| \geq 2,$$

$$|X1 - X4| \geq 2,$$

$$|X5 - X2| \geq 2,$$

$$|X3 - X4| \geq 2,$$

$$|X4 - X5| \geq 2,$$

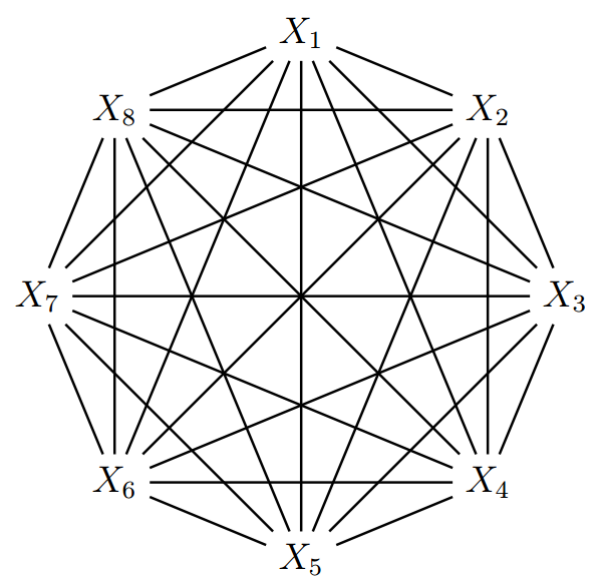
$$|X4 - X7| \geq 2,$$

$$|X5 - X6| \geq 2,$$

$$|X5 - X8| \geq 2,$$

$$|X7 - X8| \geq 2,$$

且 $\forall i, j, X_i \neq X_j$ 约束图为



(2) 给出一种答案。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | | | 3 | 5 |
| 8 | 1 | 4 | 2 | 7 | 1 |
| 5 | 7 | | | 4 | 6 |

7 HMM

hmm的前向、Viterbi算法

$$HMM : \lambda = (S, O, \pi, A, B)$$

- S: 状态值集合
- O: 观察值集合
- π : 初始概率向量(当前时刻天气的可能性, 属于先验概率)
- A: 状态转移概率矩阵(从当前天气转移到下一个天气的可能性, 比如P(雨天—晴天)即为晴天转移到雨天的概率)
- B: 观察值概率矩阵

7.1 2012,2013,2016

(1) 请给出HMM的定义。

隐马尔可夫模型 (Hidden Markov Model, HMM) 是用单个离散随机变量描述一个含有隐含未知参数的马尔可夫过程状态的时序概率模型。

(2) 对对子里面至少有一个HMM过程。假设已知下联就上联, 请指出什么是状态, 什么是观察值。

状态是上联的词 (字), 观察值是下联中对应的词 (字)

(3) 如何训练该HMM的状态转移概率和生成概率?

需要一个对联库 (或利用唐诗中的律诗中的对句) 来训练上下联中词 (字) 的对应概率。利用对联库、唐诗、宋词语料库来训练下联是一个合法的句子的概率。

(4) 汉字拼音输入可看作是一个HMM过程。请指出什么是状态, 什么是观察值。

状态是字 (词), 观察值是拼音。

(5) 假设你要做拼音输入法, 请问你如何训练其中涉及到的若干概率函数? 能给出简要的算法吗?

需要一个汉字语料库来训练字（词）语言模型。对多音字需要一个标注语料，以计算从字（词）到拼音的生成概率。

7.2 前向算法

输入：HMM模型 $\lambda = (S, O, \pi, A, B)$ ，观测序列 O 。输出：观测序列概率 $P(O|\lambda)$

- 初值

$$\alpha_1(i) = \pi_i b_i(o_1), i = 1, 2, \dots, N$$

- 递推，对 $t = 1, 2, \dots, T - 1$

$$\alpha_{t+1}(i) = \left[\sum_{j=1}^N \alpha_t(j) a_{ji} \right] b_i(o_{t+1}), i = 1, 2, \dots, N$$

- 终止

$$P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$$

7.2.1 其它例题

例 10.2 考虑盒子和球模型 $\lambda = (A, B, \pi)$, 状态集合 $Q = \{1, 2, 3\}$, 观测集合 $V = \{\text{红}, \text{白}\}$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad \pi = (0.2, 0.4, 0.4)^T$$

设 $T = 3$, $O = (\text{红}, \text{白}, \text{红})$, 试用前向算法计算 $P(O | \lambda)$.

解 按照算法 10.2

(1) 计算初值

$$\alpha_1(1) = \pi_1 b_1(o_1) = 0.10$$

$$\alpha_1(2) = \pi_2 b_2(o_1) = 0.16$$

$$\alpha_1(3) = \pi_3 b_3(o_1) = 0.28$$

(2) 递推计算

$$\alpha_2(1) = \left[\sum_{i=1}^3 \alpha_1(i) a_{i1} \right] b_1(o_2) = 0.154 \times 0.5 = 0.077$$

$$\alpha_2(2) = \left[\sum_{i=1}^3 \alpha_1(i) a_{i2} \right] b_2(o_2) = 0.184 \times 0.6 = 0.1104$$

$$\alpha_2(3) = \left[\sum_{i=1}^3 \alpha_1(i) a_{i3} \right] b_3(o_2) = 0.202 \times 0.3 = 0.0606$$

$$\alpha_3(1) = \left[\sum_{i=1}^3 \alpha_2(i) a_{i1} \right] b_1(o_3) = 0.04187$$

$$\alpha_3(2) = \left[\sum_{i=1}^3 \alpha_2(i) a_{i2} \right] b_2(o_3) = 0.03551$$

$$\alpha_3(3) = \left[\sum_{i=1}^3 \alpha_2(i) a_{i3} \right] b_3(o_3) = 0.05284$$

(3) 终止

$$P(O | \lambda) = \sum_{i=1}^3 \alpha_3(i) = 0.13022$$

7.3 Viterbi算法

输入: HMM模型 $\lambda = (S, O, \pi, A, B)$, 观测序列 O . 输出: 最优路径 $I^* = (i_1^*, i_2^*, \dots, i_T^*)$

- 初始化

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(o_1), i = 1, 2, \dots, N$$

$$\psi_1(i) = 0, i = 1, 2, \dots, N$$

- 递推, 对 $t = 2, 3, \dots, T - 1$

$$\delta_t(i) = \max_{1 \leq j \leq N} [\delta_{t-1}(j) a_{ji}] b_i(o_t), i = 1, 2, \dots, N$$

$$\psi_t(i) = \arg \max_{1 \leq j \leq N} [\delta_{t-1}(j) a_{ji}], i = 1, 2, \dots, N$$

- 终止

$$P^* = \max_{1 \leq j \leq N} \delta_T(i)$$

$$i_T^* = \arg \max_{1 \leq j \leq N} [\delta_T(i)]$$

- 最优路径回溯, 对 $t = T - 1, T - 2, \dots, 1$

$$i_t^* = \psi_{t+1}(i_{t+1}^*)$$

7.3.1 2017

7.3.2 其它例题

例 10.3 例 10.2 的模型 $\lambda = (A, B, \pi)$,

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad \pi = (0.2, 0.4, 0.4)^T$$

已知观测序列 $O = (\text{红}, \text{白}, \text{红})$, 试求最优状态序列, 即最优路径 $I^* = (i_1^*, i_2^*, i_3^*)$.

解 如图 10.4 所示, 要在所有可能的路径中选择一条最优路径, 按照以下步骤处理:

(1) 初始化. 在 $t=1$ 时, 对每一个状态 i , $i=1, 2, 3$, 求状态为 i 观测 o_1 为红的概率, 记此概率为 $\delta_1(i)$, 则

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(o_1) = \pi_i b_i(\text{红}), \quad i=1, 2, 3$$

代入实际数据

$$\delta_1(1) = 0.10, \quad \delta_1(2) = 0.16, \quad \delta_1(3) = 0.28$$

记 $\psi_1(i) = 0$, $i=1, 2, 3$.

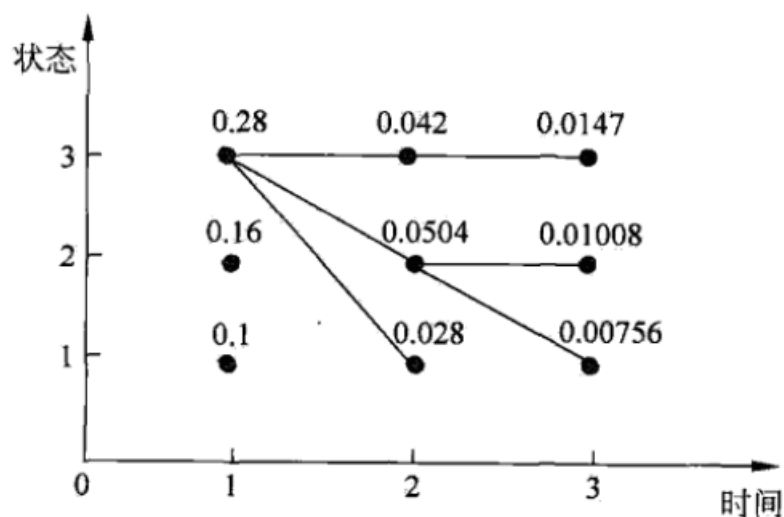


图 10.4 求最优路径

(2) 在 $t=2$ 时, 对每个状态 i , $i=1, 2, 3$, 求在 $t=1$ 时状态为 j 观测为红并在 $t=2$ 时状态为 i 观测 o_2 为白的路径的最大概率, 记此最大概率为 $\delta_2(i)$, 则

$$\delta_2(i) = \max_{1 \leq j \leq 3} [\delta_1(j) a_{ji}] b_i(o_2)$$

同时，对每个状态 i ， $i=1,2,3$ ，记录概率最大路径的前一个状态 j ：

$$\psi_2(i) = \arg \max_{1 \leq j \leq 3} [\delta_1(j)a_{ji}], \quad i=1,2,3$$

计算：

$$\begin{aligned} \delta_2(1) &= \max_{1 \leq j \leq 3} [\delta_1(j)a_{j1}]b_1(o_2) \\ &= \max_j \{0.10 \times 0.5, 0.16 \times 0.3, 0.28 \times 0.2\} \times 0.5 \\ &= 0.028 \end{aligned}$$

$$\psi_2(1) = 3$$

$$\delta_2(2) = 0.0504, \quad \psi_2(2) = 3$$

$$\delta_2(3) = 0.042, \quad \psi_2(3) = 3$$

同样，在 $t=3$ 时，

$$\delta_3(i) = \max_{1 \leq j \leq 3} [\delta_2(j)a_{ji}]b_i(o_3)$$

$$\psi_3(i) = \arg \max_{1 \leq j \leq 3} [\delta_2(j)a_{ji}]$$

$$\delta_3(1) = 0.00756, \quad \psi_3(1) = 2$$

$$\delta_3(2) = 0.01008, \quad \psi_3(2) = 2$$

$$\delta_3(3) = 0.0147, \quad \psi_3(3) = 3$$

(3) 以 P^* 表示最优路径的概率，则

$$P^* = \max_{1 \leq i \leq 3} \delta_3(i) = 0.0147$$

最优路径的终点是 i_3^* ：

$$i_3^* = \arg \max_i [\delta_3(i)] = 3$$

(4) 由最优路径的终点 i_3^* ，逆向找到 i_2^*, i_1^* ：

$$\text{在 } t=2 \text{ 时, } i_2^* = \psi_3(i_3^*) = \psi_3(3) = 3$$

$$\text{在 } t=1 \text{ 时, } i_1^* = \psi_2(i_2^*) = \psi_2(3) = 3$$

于是求得最优路径，即最优状态序列 $I^* = (i_1^*, i_2^*, i_3^*) = (3, 3, 3)$ 。 ■

8 其他

8.1 2009

南宋状元王十朋撰山海关孟姜女庙楹联：海水朝朝朝朝朝朝朝落，浮云长长长长长长消。

- (1) 请写出一个文法，可以生成这两个句子。
- (2) 给出这两个句子的分析树。
- (3) 请问你的文法有二义性吗？（即对联根据文法有不同的读法）

8.2 2012

文本挖掘

- (1) 解释何为向量空间模型？

向量空间模型（VSM: Vector Space Model）把对文本内容的处理简化为向量空间中的向量运算，并且它以空间上的相似度表达语义的相似度，直观易懂。当文档被表示为文档空间的向量，就可以通过计算向量之间的相似性来度量文档间的相似性。

- (2) 什么叫词袋？

词袋（Bag of Words, BOW）模型假定对于一个文本，忽略其词序和语法，句法，将其仅仅看做是一个词集合，或者说是词的一个组合，文本中每个词的出现都是独立的，不依赖于其他词是否出现，或者说当这篇文章的作者在任意一个位置选择一个词汇都不受前面句子的影响而独立选择的。

- (3) 给出表示词的重要性的tfidf公式。

$$tf_{i,j} = \frac{n_{i,j}}{\sum_k n_{k,j}}$$

$$idf_i = \log \frac{|D|}{|j : t_i \in d_j|}$$

$$tf-idf_{i,j} = tf_{i,j} \times idf_i$$

- $n_{(i,j)}$ 是词语 t_i 在文件 d_j 中的出现次数
- $|D|$: 语料库中的文件总数
- $|j : t_i \in d_j|$: 包含词语 t_i 的文件数目 (即 $n_{(i,j)} \neq 0$ 的文件数目)。

(4) 试给出如何从众多书籍中识别出人工智能书籍的算法。

不会

8.3 2016

神经网络 (15分)

(1) 给出BP算法中用梯度下降法调神经网络整连接权重的公式。

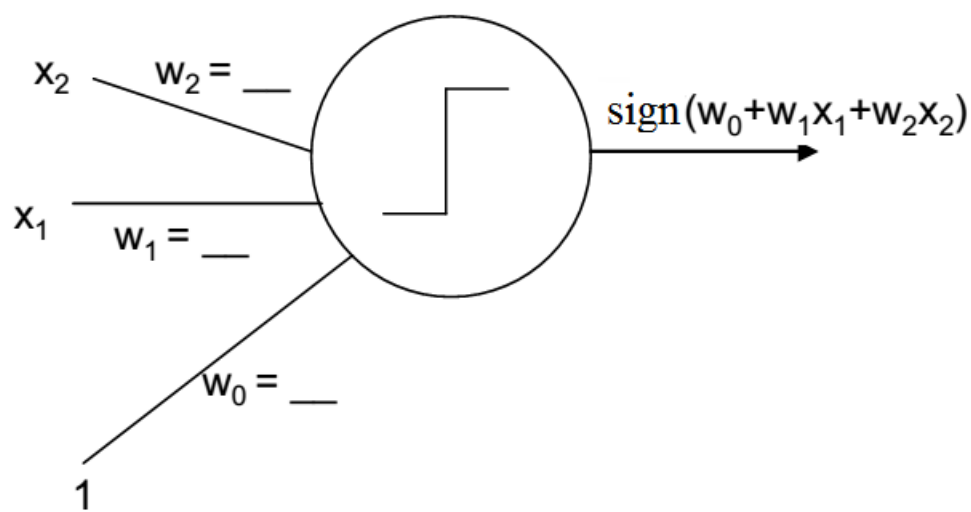
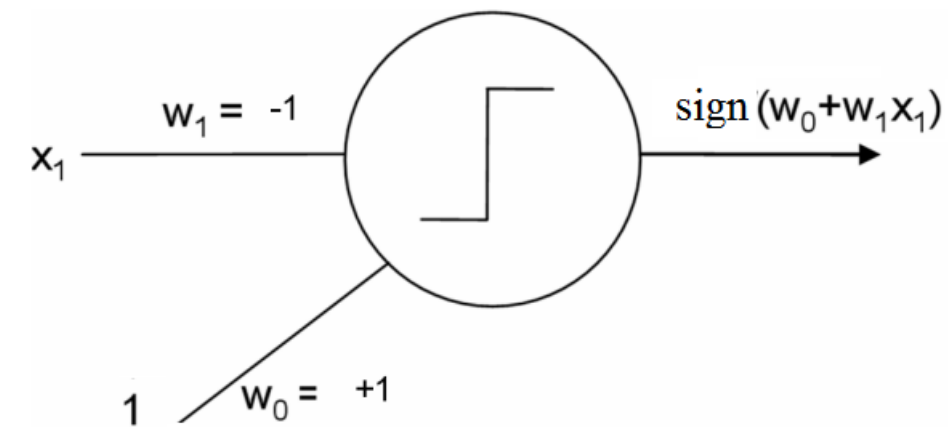
$$\omega \leftarrow \omega - \eta \frac{\partial E}{\partial \omega}$$

(2) 可用简单的神经网络来构造逻辑函数。假设激活函数采用符号函数

$$\begin{aligned} \text{sign}(t) &= 1 (if \quad t > 0), \\ &= 0 (others) \end{aligned}$$

如下神经网络可表示NOT函数:

请在下图中填上合适的权重以分别表示OR, AND函数:



OR: $w_0:0; w_1:1; w_2:1$

AND: $w_0:-1; w_1:1; w_2:1$

(3) 课上我们说到单个感知器无法表示XOR函数，但是多层感知器构成的神经网络可以。请用以上简单的神经网络作为部件构造出来。

$$x_1 \text{ XOR } x_2 = x_1 \text{ AND NOT } x_2 \text{ OR NOT } x_1 \text{ AND } x_2$$

