模式识别第三次作业

2120190442 周宝航

**目录**

[**一、** **问题描述** 1](#_Toc21966617)

[**二、** **基本思路** 2](#_Toc21966618)

[**三、** **算法描述和算法实现** 3](#_Toc21966619)

[**四、** **结果与分析** 6](#_Toc21966620)

1. **问题描述**

问题1：

试证明在M类问题中最有分类器的分类错误率边界为。

问题2：

在两类分类问题时，可以约束某类的错误率不变，即让。试证明最小化另一类错误率得到的似然测试规则为：

其中，选择参数来满足约束条件。这就是Neyman-Pearson测试，它和贝叶斯最小风险规则相似。

问题3：

在三类分类问题中，每类模式特征矢量均遵循正太分布。三个类别模式特征矢量的协方差矩阵相同，

每类的均值矢量分别为。假设这些类别的先验概率相同。

1. 根据贝叶斯最小错误率分类器给出未知类别特征矢量的类别。
2. 画出与模式特征矢量具有相等马氏距离点的轨迹。
3. **基本思路**

**问题1：**首先证明对每个x的后验概率的最大值大于或等于，且所有后验概率相等时等式成立。然后对分类错误率进行积分得到分类错误率边界。

**问题2：**在二分类问题中，我们首先将一类的错误率约束为，然后最小化另一类错误率，接着使用拉格朗日乘子法将这个问题转化为最小化的问题。最后通过对前面的式子求偏导得到决策规则。

**问题3：1.**在三分类问题中，已知每类模式特征矢量均遵循正太分布，且各模式特征矢量的协方差矩阵、均值矢量已给出。直接根据似然函数与先验概率通过贝叶斯公式得到后验概率，然后依据决策规则：得到测试样本归属的类别。**2.**已知马氏距离公式，为了求解与给定模式特征矢量具有相等马氏距离的矢量，我们令并代入马氏距离公式求解出。按照求解出的矢量集合画出轨迹。

1. **算法描述和算法实现**

**问题1：**

**证明：**

已知M分类问题的最优决策规则为：。现在假设，那么：

上式明显与相矛盾，故由反证法可得假设不成立，所以：

且上述不等式只有在所有后验概率相等时取等号。

最优分类器的分类错误率为：，那么其分类错误边界为：

**问题2：**

**证明：**

我们使用拉格朗日乘子法将这个问题转化为最小化的问题。将上式展开为：



对上式求偏导可得：

故最小化另一类错误率的决策规则为：

令，则有：。

证得：最小化另一类错误率的似然测试规则为：。

**问题3：**

1. 在三分类问题中，已知每类模式特征矢量均遵循正太分布，且各模式特征矢量的协方差矩阵、均值矢量已给出。直接根据似然函数与先验概率通过贝叶斯公式得到后验概率，然后依据决策规则：得到测试样本归属的类别。似然函数与分类器定义如下：



经过分类器预测得到：待测试样本的类别为：均值矢量为、协方差矩阵为所对应的类别。

1. 已知马氏距离公式、、，我们在模式特征的两个维度等间隔采样，如此一来得到诸多样本。然后，我们将这些样本代入马氏距离计算公式得到它们与特征矢量间的距离。最后，利用matplotlib库中的contour函数绘制距离为1的点的等高线轨迹。如此一来，我们便画出了距离的马氏距离为1的样本点轨迹。

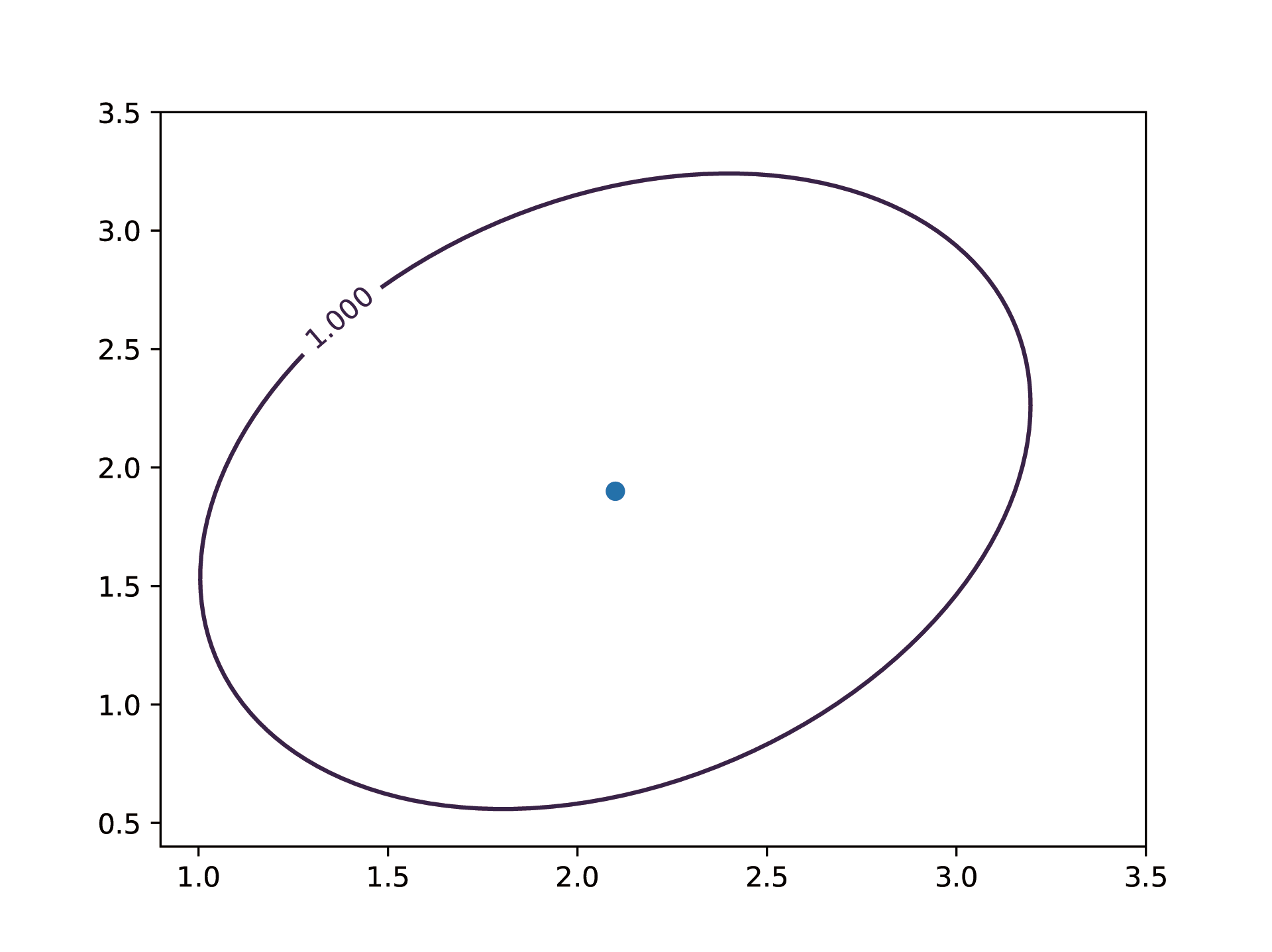


1. **结果与分析**

**问题3：**

1. 样本的类别为：均值矢量为、协方差矩阵为所对应的类别。
2. 轨迹图如下：

其中，蓝色点即为模式特征矢量，而周围紫色椭圆上的点即为到模式特征矢量马氏距离为1的点所构成的轨迹。

****