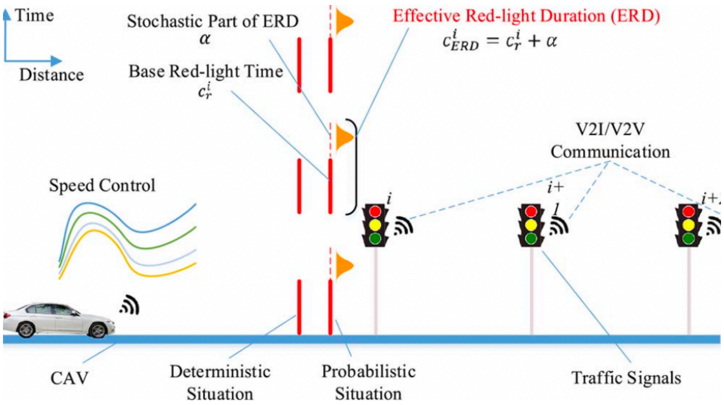
Optimal eco-driving control of connected and autonomous vehicles through signalized intersections

Problem setting

本文研究在红绿灯和车辆间能够相互通信的情况下，如何控制车的速度同时实现节省能源和保证安全。如下图所示，作者考虑了多种交通灯的情况：包括（1）base red light time已知，且没有ERD（Effective Red light Duration），（2）base red light time已知，且知道ERD的分布，（3）base red light time已知，且未知ERD的分布，（4）base red light time已知，且未知ERD的分布，但是可以估计等待队列的长度。 对于（3）和（4）作者提出了一种DATA-DRIVEN CHANCE CONSTRAINTS的方法来解决分布未知的问题。



Vehicle and Traffic Signal Modeling

作者对车辆模型和红绿灯模型进行了建模

Vehicle model

其中车辆动态模型为：

$$ma = \frac{r_{gb}T_{\text{eng}} - T_{\text{brk}}}{R_{\text{whl}}} - mg\left(\cos(\theta)C_r - \sin(\theta)\right) - \frac{1}{2}\rho A C_d v^2$$

$$C_r = C_{r1} + C_{r2}v$$

m为车辆质量，a为车辆加速度，r_{gb}为齿轮箱数值与drive ratio的乘积，T_{eng}为输出扭矩，T_{brk}为制动扭矩，g为引力常数，θ为路的角度，ρ为空气密度，C_r为阻力系数，A为截面宽度。

纵向速度为：

$$v = \frac{\omega_{\text{eng}}}{r_{\text{gb}}}$$

其中ω_{eng}为轮子的转速。

fuel consumption可以抽象为一个非线性函数：

$$\dot{m}_{\text{fuel}} = \psi\left(T_{\text{eng}}, \omega_{\text{eng}}\right)$$

综合传动比可以表达为gear number的非线性函数。

$$r_{\text{gb}} = f\left(N_{\text{gb}}\right) \cdot r_{\text{fd}}, \quad N_{\text{gb}} \in \{1,2,3,4,5,6\}$$

traffic light model

首先对于固定的交通信号灯，红灯的持续时间为：

$$c_r^i \in \left[0, c_f^i\right]$$

其中车辆离开红绿灯的时间可以建模为：

$$c_p^i = \left(c_0^i + t_p^i\right) \bmod c_f^i$$

其中t_p^i为在第i辆的time domain中，其通过交叉路口的时间。

对于第二种情况，对于feasible passing time不确定的情况，作者定义了ERD，其可以表示为：

$$c_{\mathrm{ERD}}^i = c_r^i + \alpha^i$$

其中α_i可以表示为一个分布：$\alpha^i \in \left[0, \left(c_f^i - c_r^i\right)\right]$

Robust Optimal Eco-Driving

作者定义了目标函数，前者为能源消耗，后者为通行时间

$$J = \int_0^{s_f} \left(\lambda \left| \frac{\dot{m}_{\text{fuel}}(s)}{v(s)} \right| + (1-\lambda) \left| \frac{d}{ds} t(s) \right| \right) ds = \lambda \cdot \left| m_{\text{fuel}}\left(s_f\right) \right| + (1-\lambda) \cdot \left| t\left(s_f\right) \right|$$

控制输入u由三项组成

$$u = \left[T_{\text{eng}}(s), T_{\text{brk}}(s), N_{\text{gb}}(s)\right]^T$$

状态分别是车辆的速度和通行时间：

$$\begin{gathered} x = [v(s), t(s)]^T \\ \frac{dv}{ds}(s) = \frac{a(s)}{v(s)}, \quad \frac{dt}{ds}(s) = \frac{1}{v(s)} \end{gathered}$$

约束方程包括车辆的和信号灯的：

$$\begin{array}{rl} T_{\text{eng}}^{\min} \leq T_{\text{eng}}(s) \leq T_{\text{eng}}^{\max} & \forall s \in \left[0, s_f\right] \\ T_{\text{brk}}^{\min} \leq T_{\text{brk}}(s) \leq T_{\text{brk}}^{\max} & \forall s \in \left[0, s_f\right] \\ N_{\text{gb}}(s) \in \{1,2,3,4,5,6\} & \forall s \in \left[0, s_f\right] \\ v(0) = v\left(s_f\right) = v^{\min}(s) & \\ a^{\min} \leq a(s) \leq a^{\max} & \forall s \in \left[0, s_f\right] \\ v^{\min}(s) \leq v(s) \leq v^{\max}(s) & \forall s \in \left[0, s_f\right] \\ t\left(s_f\right) \leq t_f. & \end{array}$$

对于四种不同的信号灯情况，作者分别进行了建模：

若是固定的信号灯时间，则通行时间只需大于固定参数即可

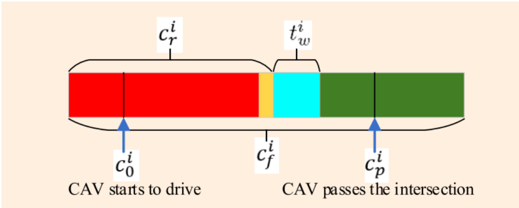
$$c_p^i \geq c_r^i$$

若是信号灯时间不固定，但是知道额外增加的时间的分布，则通过时间只需通过risk level η推测出额外的时间即可。

$$
\begin{gathered}
c_p^i \geq c_{\mathrm{ERD}}^i = c_r^i + \alpha^i \quad \forall \alpha^i \in \left[0, \left(c_f^i - c_r^i\right)\right] \\
\operatorname{Pr}\left(c_p^i \geq c_r^i + \alpha^i\right) \geq 1 - \eta \quad \forall \eta \in [0,1] \\
\operatorname{Pr}\left(\alpha^i \leq c_p^i - c_r^i\right) = F\left(c_p^i - c_r^i\right) \geq 1 - \eta \quad \forall \eta \in [0,1] \\
c_p^i \geq c_r^i + F^{-1}(1-\eta) \quad \forall \eta \in [0,1]
\end{gathered}
$$

对于未知分布的情况，作者提出了DATA-DRIVEN CHANCE CONSTRAINTS来求解，将在后面详细说明。

对于未知分布但是可以预测等待队列长度s_w^i和等待时间t_w^i的情况，如图所示：



则可以列出式子：

$$
c_p^i \geq c_r^i + F^{-1}(1-\eta) + t_w^i \quad \forall \eta \in [0,1]
$$

作者使用动态规划方法对目标函数进行求解，离散得cost函数可以表示为：

$$
J = \sum_{k=0}^{N-1} g_k\left(x_k, u_k\right) + g_N\left(x_N\right)
$$

最优的控制和状态可以表示为：

$$
\begin{aligned}
U^* &= \left[u_0^*, u_1^*, u_2^*, \ldots, u_{N-1}^*\right]^T \\
X^* &= \left[x_0^*, x_1^*, x_2^*, \ldots, x_N^*\right]^T
\end{aligned}
$$

则最优的控制输入可以从N-1倒推至0:

$$
u_k^* = \arg \min_{u_k \in \mathcal{U}_D} \left\{g_k\left(x_k, u_k\right) + V_{k+1}\left(f\left(x_k, u_k\right)\right)\right\}
$$

Data-Driven Chance Constraints

由于最优控制的计算对于分布非常敏感，作者将分布约束重新定义为：

$$
\inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}} \mathbb{P}\left\{\alpha^i \leq c_p^i - c_r^i\right\} \geq 1 - \eta \quad \forall \eta \in [0,1]
$$

其中$\mathbb{P}$为累积概率分布，D为根据先验数据得到的可信分布集合，i为交叉路口的标号。

使用散度来确定分布间的距离（即相似度）

$$
D_\phi\left(f^* \| \hat{f}\right) = \int_\Omega \phi\left(\frac{f^*(\alpha)}{\hat{f}(\alpha)}\right) \hat{f}(\alpha) d\alpha
$$

散度公式可以为：

$$
\begin{aligned}
\phi_{\mathrm{KL}}(x) &= x\log x - x + 1 \quad \forall x \in [0,+\infty) \\
\phi_{\mathrm{VD}}(x) &= |x-1| \quad \forall x \in [0,+\infty) \\
\phi_{\chi^2}(x) &= (x-1)^2 \quad \forall x \in [0,+\infty).
\end{aligned}
$$

预测的累积分布可以表示为：

$$
\hat{\mathbb{P}}\left\{\alpha \leq c_p^i - c_r^i\right\} \geq 1 - \eta'_+
$$

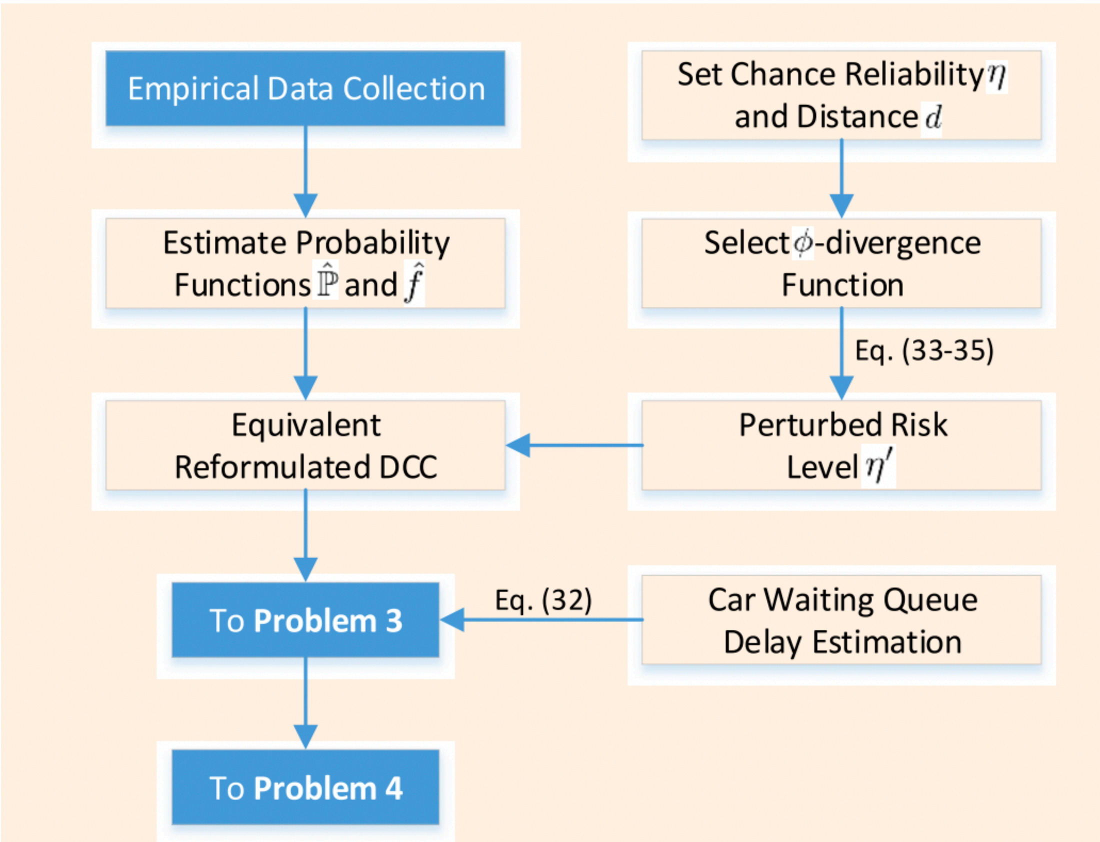
其中$\eta'_+ = \max\{\eta', 0\}$，其表示$\eta'$是用原始risk level和散度距离来表示。

$$
\eta'_{\mathrm{VD}} = \eta - \frac{d}{2}
$$

$$
\eta'_{\chi^2} = \eta - \frac{\sqrt{d^2 + 4d\left(\eta - \eta^2\right)} - (1-2\eta)d}{2d+2}
$$

$$
\eta'_{\mathrm{KL}} = 1 - \inf_{x \in (0,1)}\left\{\frac{e^{-d}x^{1-\eta} - 1}{x-1}\right\}
$$

整体的工作流程图如下所示：

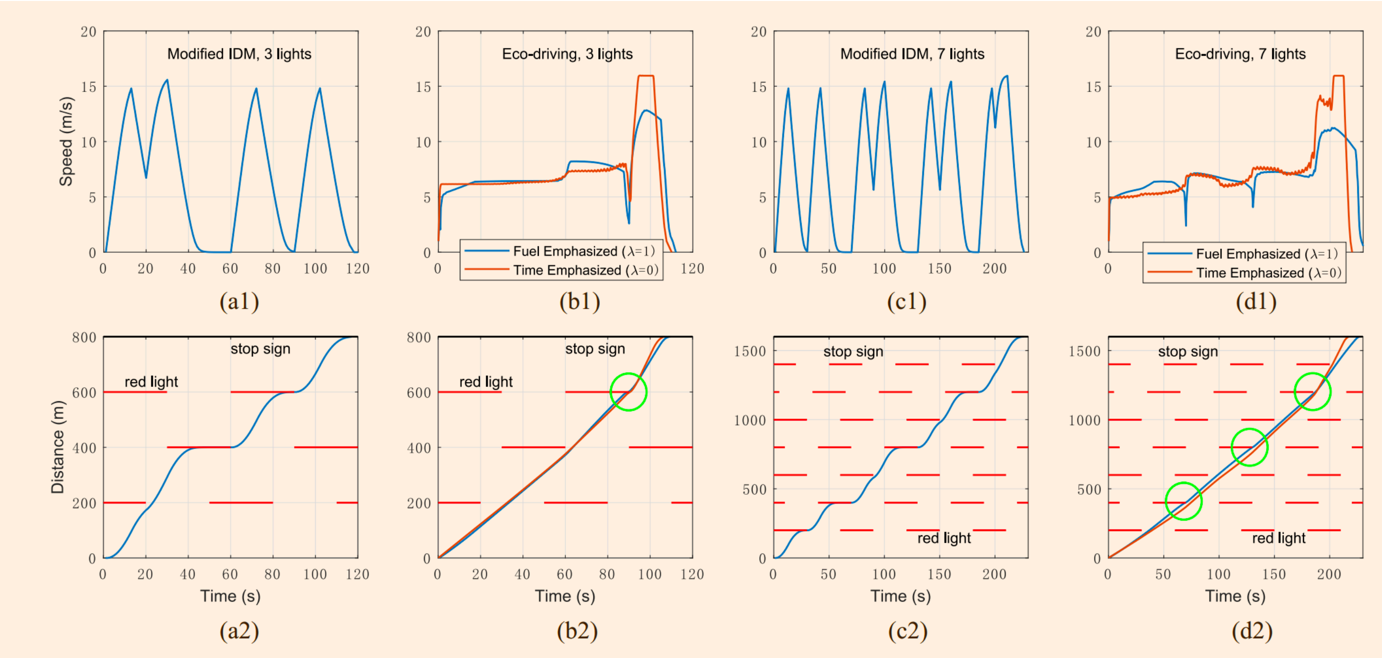


Simulation and Experiment

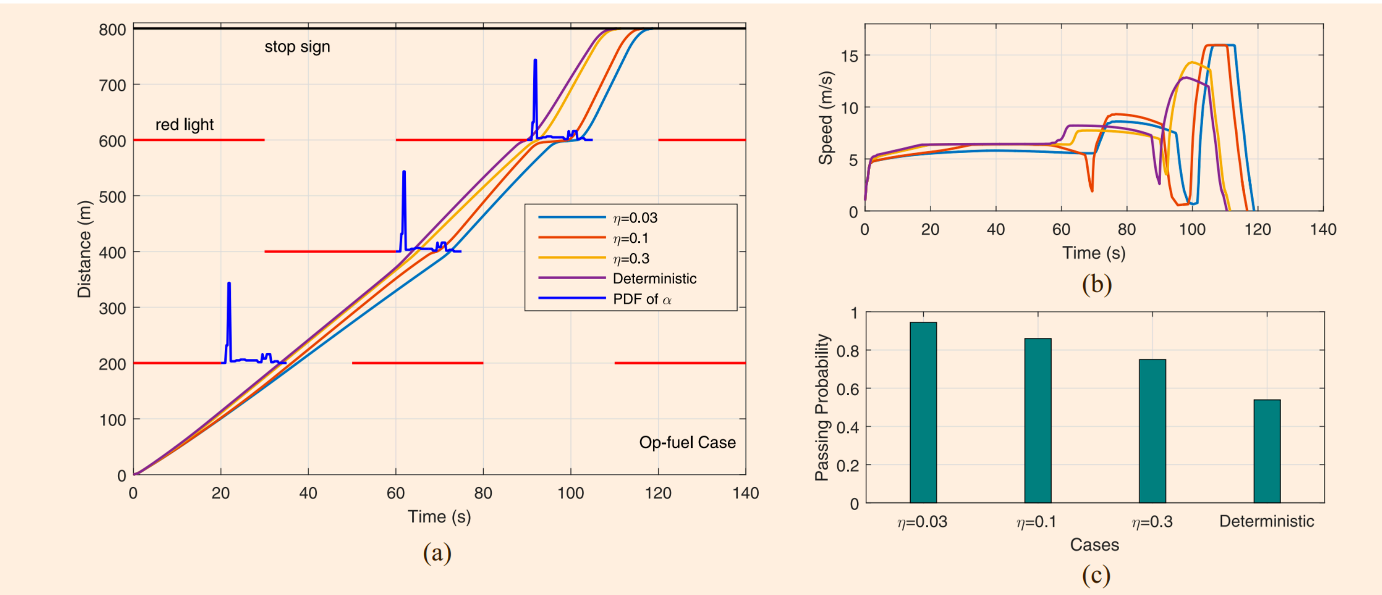
对于第一个problem，使用deterministic control，对于第二个problem，使用robust control，对于第三个problem，使用data-driven chanceconstrained robust control。

对比的baseline model采用modified IDM。

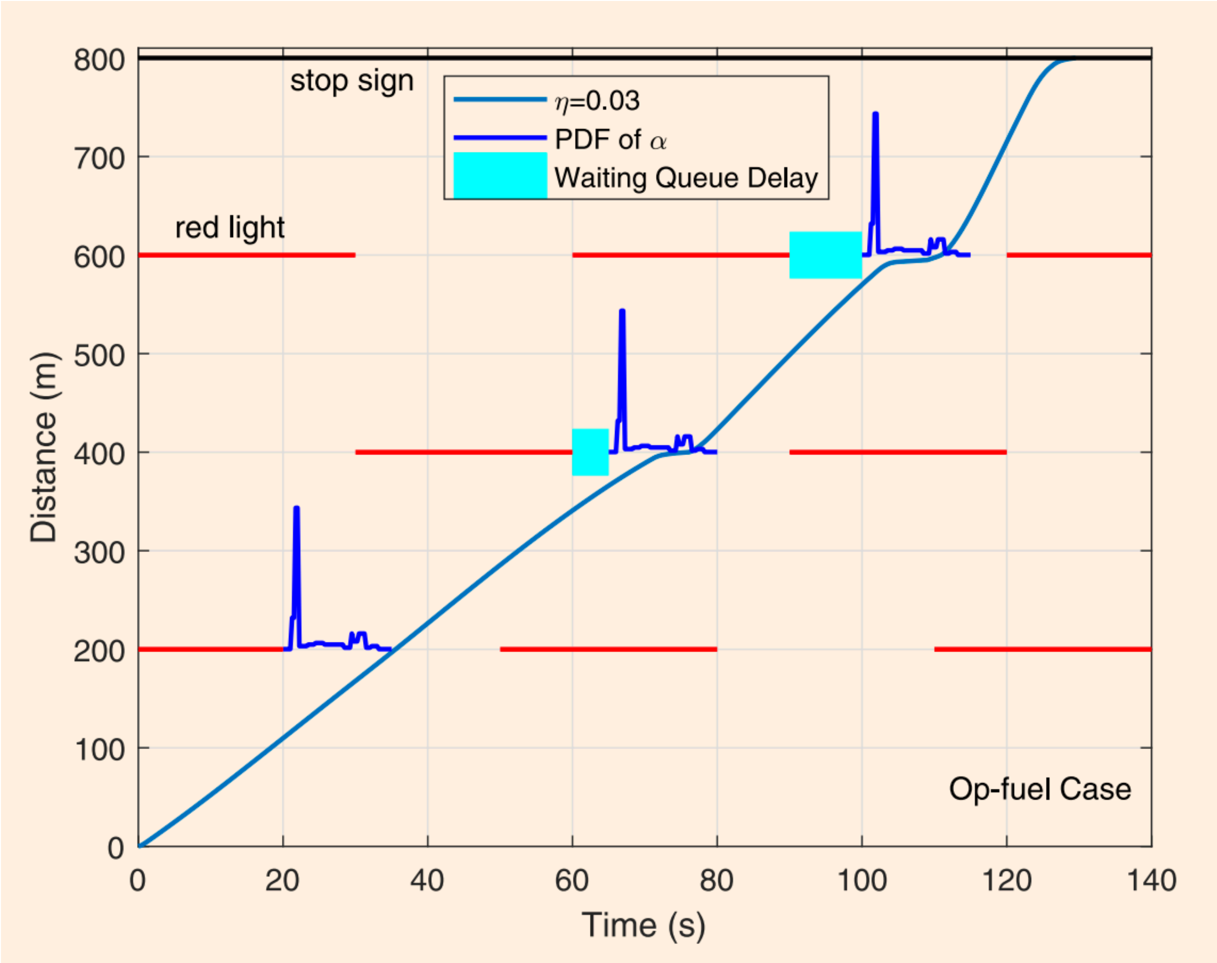
对于deterministic control，仿真实验结果如图



对于不同的η，problem3的结果如图。



对于probelm4，加入waiting queue以后，结果如图。



stop sign
η=0.03
PDF of α
Waiting Queue Delay
red light
Op-fuel Case
Distance (m)
Time (s)
0
100
200
300
400
500
600
700
800
0
20
40
60
80
100
120
140