Analysis of mixed traffic flow with human-driving and autonomous cars based on car-following model

Zhu W X, Zhang H M. Analysis of mixed traffic flow with human-driving and autonomous cars based on car-following model[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2018, 496: 274-285.

https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.12.103

1. Contribution

(1) 作者提出了一个混合交通流的数学模型，具有可以调整的sensitivity和smooth factors。

(2) 作者基于一个理论对上述模型进行稳定性分析

2. Model

Fig. 1. The illustration of the *N*-car system with human-driving cars (blue) and autonomous cars (orange). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

如fig 1所示，假设每个AV和HV都是同构的。

作者首先定义了human-driving vihicles的动态模型：

$$\ddot{x}_j(t) = a \times [V(\Delta x_j(t)) - \dot{x}_j(t)]$$

$\ddot{x}_j(t)$为加速度，$\dot{x}_j(t)$为速度，$\Delta x_j(t) = x_{j+1}(t) - x_j(t)$为两车间距，a为驾驶人的sensitivity。

其中optimal velocity function根据文献：

$$V(\Delta x_j(t)) = \frac{v_{\max}}{2}[\tanh(0.13(\Delta x_j(t) - l_j) - 1.57) + \tanh(0.13 l_j + 1.57)]$$

若sensitivity满足$a > 2V'(h)$，其中$h = L/N$，L为路的总长度，N为车的数目。则optimal velocity model将不会发生拥堵。

对于autonomous vehicles的动态模型，有：

$$\ddot{x}_j(t) = \alpha \times [V(\Delta x_j(t), \Delta x_{j-1}(t)) - \dot{x}_j(t)]$$

其中α为自动驾驶车辆上传感器的sensitivity。

$V(\Delta x_j(t), \Delta x_{j-1}(t)) = (1+p)V(\Delta x_j(t)) - pV(\Delta x_{j-1}(t))$

上式中的p为smooth factor，当p越大，同等情况下车辆会获得更大的速度，同时使得路况的稳定性更好

$$\begin{aligned}
&\text{If } \Delta x_j(t) > \Delta x_{j-1}(t) \text{ then } V(\Delta x_j(t)) - V(\Delta x_{j-1}(t)) > 0 \text{ so } V(\Delta x_j(t), \Delta x_{j-1}(t)) > V(\Delta x_j(t)) \\
&\text{If } \Delta x_j(t) < \Delta x_{j-1}(t) \text{ then } V(\Delta x_j(t)) - V(\Delta x_{j-1}(t)) < 0 \text{ so } V(\Delta x_j(t), \Delta x_{j-1}(t)) < V(\Delta x_j(t)) \\
&\text{If } \Delta x_j(t) = \Delta x_{j-1}(t) \text{ then } V(\Delta x_j(t)) - V(\Delta x_{j-1}(t)) = 0 \text{ so } V(\Delta x_j(t), \Delta x_{j-1}(t)) = V(\Delta x_j(t))
\end{aligned}$$

若满足$\alpha > \frac{2V'(h)}{1+2p}$，则在自动汽车交通流中，不会产生交通堵塞。

3. Numerical simulation

设车辆的初始速度为0，等间距：

$$v[0][0]=v[1][0]=\cdots=v[N-1][0]=0, x[0][0]=0, x[j+1][0]=x[j][0]+(L/N), j=0,1,2,\ldots,N-2$$

车辆的运动变化满足：

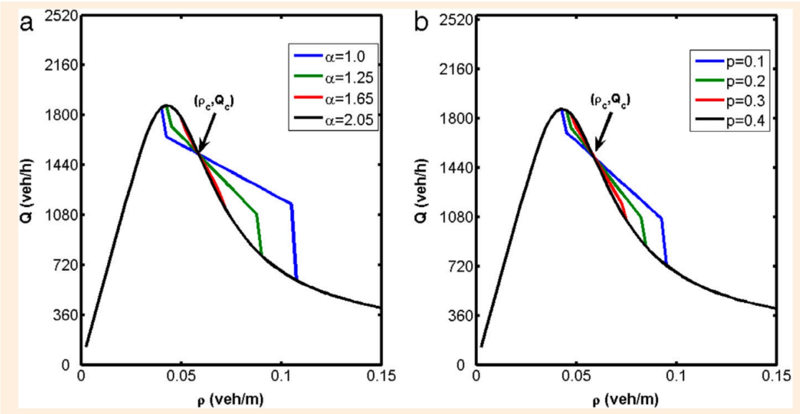
$$x[j][t+\Delta t]=x[j][t]+v[j][t]\times\Delta t+0.5\times a[j][t]\times\Delta t^2,\quad v[j][t+\Delta t]=v[j][t]+a[j][t]\times\Delta t$$

车流量为车辆密度乘以平均速度：

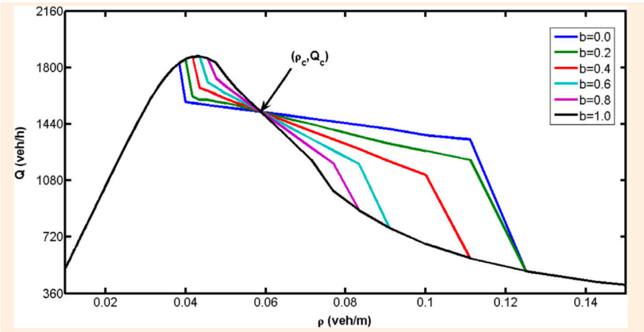
$$Q=\rho\bar{v}$$

$$\bar{v}=\frac{1}{\Delta T}\frac{1}{N}\sum_{t}^{t+\Delta T}\sum_{i=1}^{N}v_i(t)$$

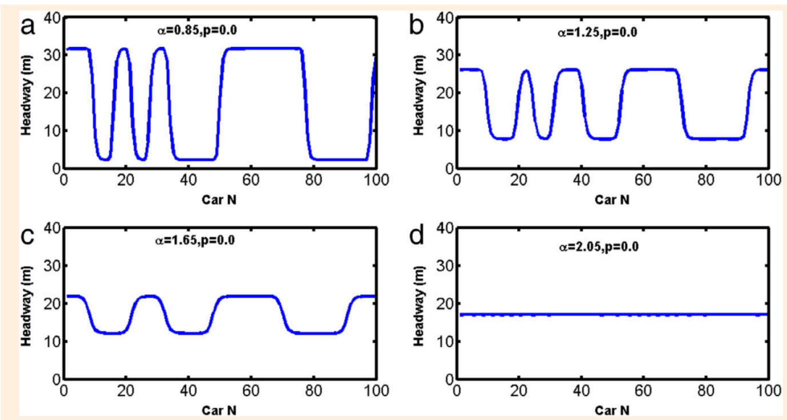
分别设定不同的敏感度α和平滑因子p，可以看到在某一点后，敏感度更小的流量更大，平滑因子更大的流量更大。



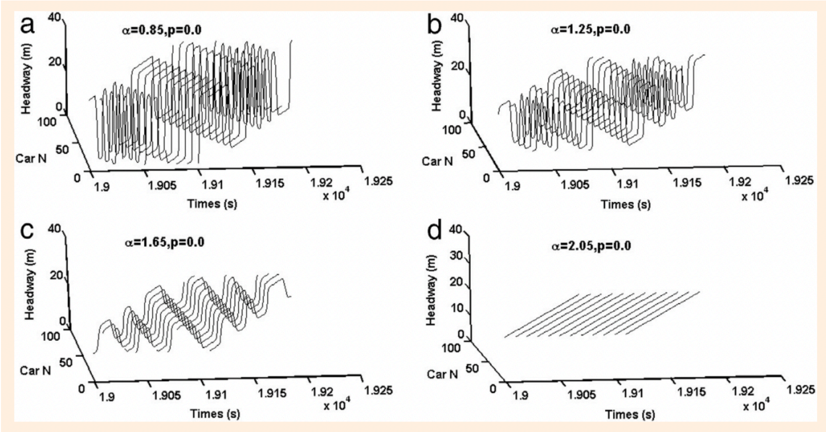
取不同的混合比例，仿真结果如下图，b=0为不含任何自动驾驶汽车。



t=19000s时的车间距，可以看到随着α的提高，车间距逐渐平稳。



三维的车间距变化图如下，可以看到敏感度可以控制车间距的平稳性：



在敏感度不变的情况下，平滑因子不仅可以使得车间距变平稳，均值也变大了