

Analyzing the impact of automated vehicles on uncertainty and stability of the mixed traffic flow

Zheng F, Liu C, Liu X, et al. Analyzing the impact of automated vehicles on uncertainty and stability of the mixed traffic flow[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 2020, 112: 203-219.

<https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.01.017>

1. contribution

- (1) 作者提出了一种基于混合交通的随机模型，并进一步提出了mean dynamics和the covariance dynamics来描述不同AVs和HVs的组合。
- (2) 作者提出了六种衡量指标来对交通模型的不确定性和不稳定进行评估。
- (3) 作者进行了实验来探究不同的different AV penetration rate, AVs' position in the traffic stream 和 AVs' reaction time 对(2)中指标的影响。

2. A stochastic model for the mixed traffic

在没有AV的情况下，考虑有N+1台human driven vehicles，n=0为队列的leader，设 $x_n(t)$ 和 $v_n(t)$ 为在t时刻第n辆车的位置和速度。那么两台车的间距可以定义为：

$$S_n(t) \equiv x_{n-1}(t) - x_n(t)$$

位置可以表示为：

$$x_n(t) = x_n(0) + \int_0^t v_n(\tau) d\tau$$

为了更好的表示车主的异构性，作者采用driver-specific速度-间距关系。将其与car-following model结合，可以有下面的式子：

$$V_n(s) = v_{n,f}^{HV} - v_{n,f}^{HV} e^{\frac{-c_n^{HV}}{v_{n,f}^{HV}}(s - d_n^{HV})}$$

其中driver-specific参数为 $(v_{n,f}^{HV}, d_n^{HV}, c_n^{HV})$ 表示第n辆车的目标速度(free-flow)，最小安全距离，反应时间。

设上面的参数可以用一个函数表示 $\theta(\omega) \equiv (v_f^{HV}, d^{HV}, c^{HV})(\omega)$ ，那么速度-间距关系可以写为：

$$V(s, \omega) = v_f^{HV}(\omega) - v_f^{HV}(\omega) e^{\frac{-c^{HV}(\omega)}{v_f^{HV}(\omega)}(s - d^{HV}(\omega))}$$

前后两车的经过单位时间后的间距可以写为

$$s_n(t + \Delta t, \omega) = s_n(t, \omega) + \Delta t (V_{n-1}(s_{n-1}(t, \omega)) - V_n(s_n(t, \omega)))$$

当包含autonomous vehicles的情况下，速度-间距关系重新写为：

$$V^i(\bullet) = \begin{cases} V(s, \omega) & , \quad \text{if } i = HV \\ \Phi(s) & , \quad \text{elseif } i = AV \end{cases}$$

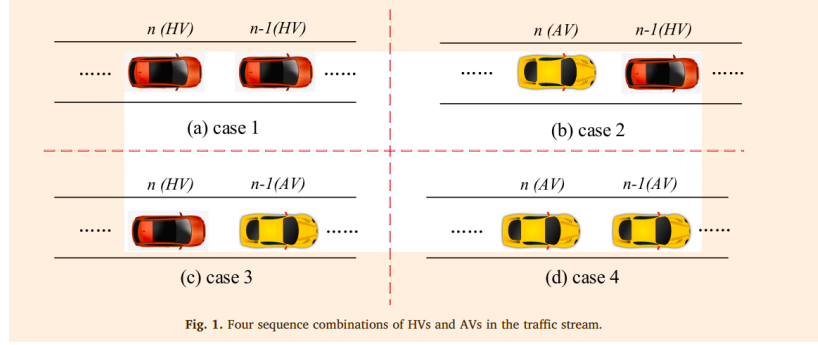
同理，对于AVs，其速度-间距关系可以写作：

$$\Phi(s) = v_f^{AV} - v_f^{AV} e^{\frac{-c^{AV}}{v_f^{AV}}(s-d^{AV})}$$

自动驾驶车辆的目标速度、最小安全距离、反应时间都为定值。两车间距的函数可以进一步写为：

$$s_n(t, \omega) = s_n(0, \omega) + \int_0^t (V_{n-1}^i(s_{n-1}(\tau, \omega), \cdot) - V_n^i(s_n(\tau, \omega), \cdot)) d\tau$$

那么就有如下四种情况：



Mean dynamics

由于速度-间距关系中的随机性，难以直接获得间距的期望。所以作者采用融合平均（一种极限过程？）来确定 mean dynamic。

$$\bar{s}(t) = s(0) + \int_0^t D^k \bar{V}(\bar{s}(\tau)) d\tau$$

其中k代表case的种类，其中 $\bar{S}(\bullet) = [\bar{S}_1(\bullet) \cdots \bar{S}_N(\bullet)]^T$, $\bar{V}(\bar{s}(\bullet)) \equiv [\bar{V}(\bar{s}_1(\bullet)) \cdots \bar{V}(\bar{s}_N(\bullet))]^T$

$$DV(s(\bullet)) \equiv [v_0(\bullet) - V^i(s_1(\bullet), \omega) \cdots V^i(s_{N-1}(\bullet), \omega) - V^j(s_N(\bullet), \omega)]^T$$

i和j代表车辆的类别（HV和AV）

Covariance dynamics

mean可以看作对模型的第一-order近似，那么Covariance可以看作对模型的第二阶近似。其偏差可以看作一个具有协方差过程（？）的高斯过程

对于Fig 1展示的四种cases，有以下四个式子：

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \frac{1}{\Delta n} DH(\bar{s}_n(t)) P_n(t) + \frac{1}{\Delta n} P_n^T(t) H(\bar{s}_n(t)) D^T + \frac{dt}{\Delta n^2} D \Sigma(\bar{s}_n(t)) D^T$$

其中 $DH(\bar{s}_n(t)) = (\frac{d}{ds}) \bar{V}(\bar{s}_{n-1}(t)) - (\frac{d}{ds}) \bar{V}(\bar{s}_n(t))$ ，即相邻两辆车平均速度（速度-间距关系）变化量的差。 $D \Sigma(\bar{s}_n(t)) = \text{Var}(V(\bar{s}_{n-1}(t), \omega)) - \text{Var}(V(\bar{s}_n(t), \omega))$ 为前后两辆车随机性导致的方差的差值。

其中有 $\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M V^m(s, \omega) \xrightarrow{M \rightarrow \infty} \bar{V}(s)$ ，其代表在大量不同间距情况下速度的平均值可以表示平均速度。

同理有：

$$\begin{aligned}\frac{dP_n(t)}{dt} &= \frac{1}{\Delta n} D_{V\Phi} H(\bar{s}_n(t)) P_n(t) + \frac{1}{\Delta n} P_n^T(t) H(\bar{s}_n(t)) D_{V\Phi}^T + \frac{dt}{\Delta n^2} \Sigma(\bar{s}_{n-1}(t)) \\ \frac{dP_n(t)}{dt} &= \frac{1}{\Delta n} D_{\Phi V} H(\bar{s}_n(t)) P_n(t) + \frac{1}{\Delta n} P_n^T(t) H(\bar{s}_n(t)) D_{\Phi V}^T + \frac{dt}{\Delta n^2} \Sigma(\bar{s}_n(t)) \\ \frac{dP_n(t)}{dt} &= \frac{1}{\Delta n} D_{\Phi} H(\bar{s}_n(t)) P_n(t) + \frac{1}{\Delta n} P_n^T(t) H(\bar{s}_n(t)) D_{\Phi}^T\end{aligned}$$

其间距可以定性的理解为下图：

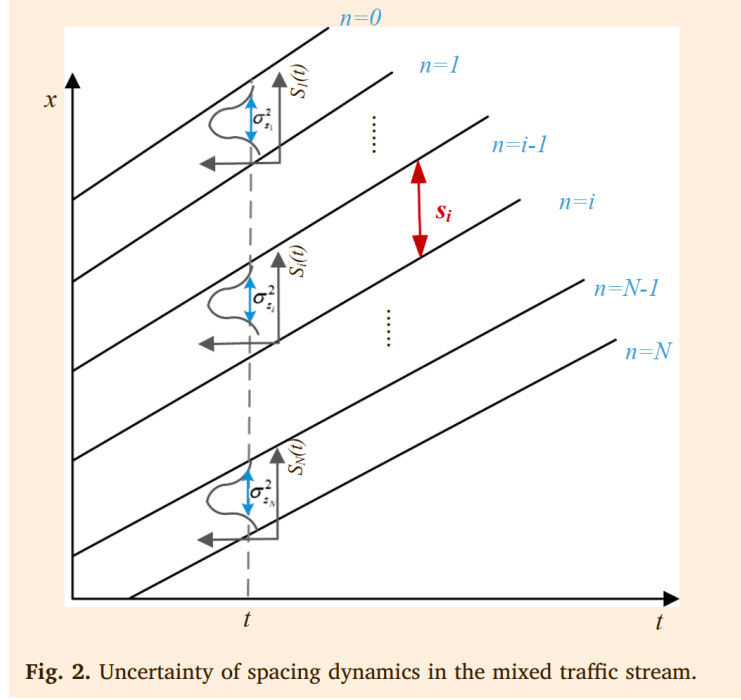


Fig. 2. Uncertainty of spacing dynamics in the mixed traffic stream.

3. Metrics of uncertainty and stability for the mixed traffic flow

根据fig 2，作者定义了两种用来衡量不确定性(uncertainty)的指标：

$$\sigma_{\text{spacing}}^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n}^2(t)$$

$$\sigma_{\text{speed}}^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_{v_n}^2(t)$$

$$\Omega_{\text{spacing}} = \frac{1}{NT} \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n}^2(t)$$

$$\Omega_{\text{speed}} = \frac{1}{NT} \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N \sigma_{v_n}^2(t)$$

他们为所有space variance和speed variance的平均。space variance由2中的Covariance dynamics式子计算得到。而speed variance可以由 $\sigma_{v_n}^2(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (v_n^m(s(t), \omega) - \bar{v}_n(s(t)))^2$ 获得。

作者定义了衡量不稳定性的指标，其为所有车辆的速度均值与总体速度均值的均方差。

$$\vartheta_{speed}^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\bar{v}_n(t) - \frac{1}{N} \sum_n \bar{v}_n(t) \right)^2$$

$$\Theta_{speed} = \frac{1}{NT} \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N \left(\bar{v}_n(t) - \frac{1}{N} \sum_n \bar{v}_n(t) \right)^2$$

作者定义了关于performance improvement的指标，其主要代表AVs减少不确定性的百分比。其中 α 代表车辆中AVs的百分比。

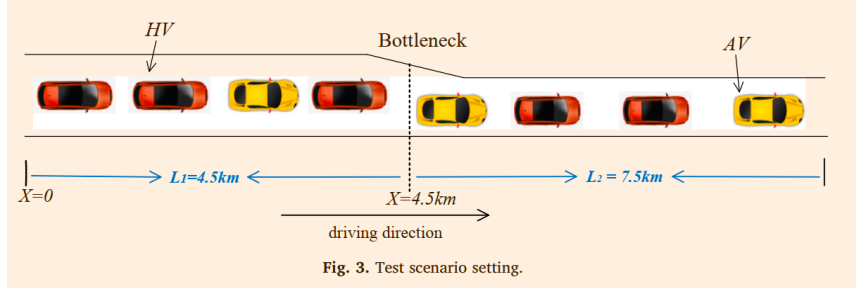
$$I_{spacing}^{\alpha} = \frac{\Omega_{spacing}^0 - \Omega_{spacing}^{\alpha}}{\Omega_{spacing}^0} \times 100\%$$

$$I_{speed}^{\alpha} = \frac{\Omega_{speed}^0 - \Omega_{speed}^{\alpha}}{\Omega_{speed}^0} \times 100\%$$

同理，也可以定义AVS减小不稳定性的百分比，

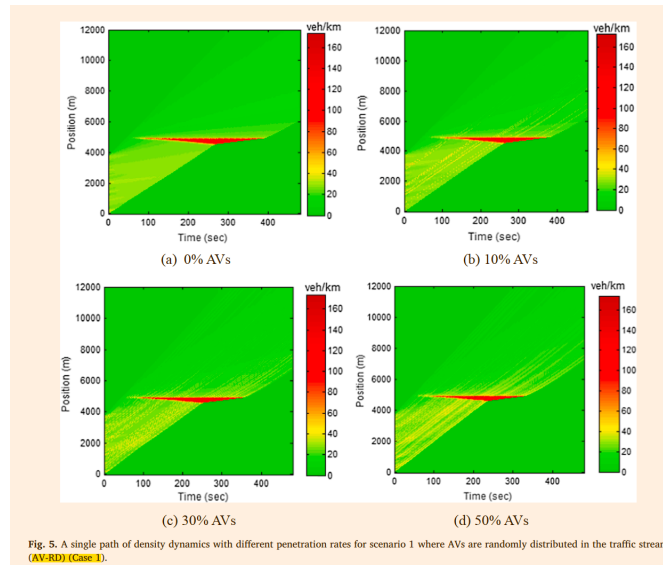
4.Numerical experiments

作者设定实验环境如下，一共有100个vehicles，总长度为12km。在bottleneck处，车流的capacity突然减小，具体体现为车辆的参数变化。



考虑Penetration rate和Combination of HVs and AVs in the traffic stream对评价指标的影响。

后者包括四种情况：（1）自动驾驶车辆时随机分布的，（2）自动驾驶车辆在车流的最前面，（3）自动驾驶车辆在车流的中间，（4）自动驾驶车辆在车流的尾端。



可以看到，当AVs比例增加时，bottleneck处的堵塞时间大幅减小。

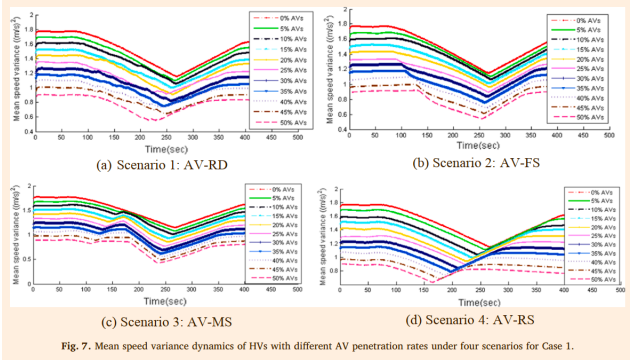


Fig. 7. Mean speed variance dynamics of HVs with different AV penetration rates under four scenarios for Case 1.

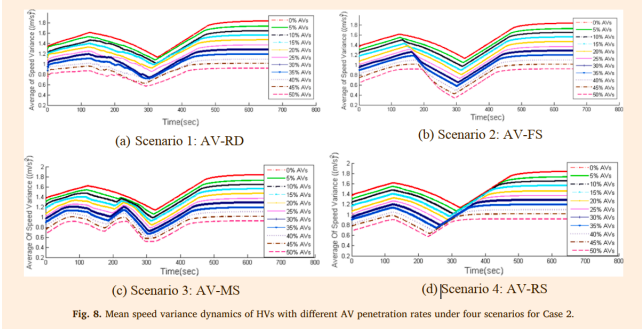


Fig. 8. Mean speed variance dynamics of HVs with different AV penetration rates under four scenarios for Case 2.

随着AVs的比例增加，四种情况下的平均速度偏差均减小、四种情况下的单个车辆的速度稳定性增加。

Table 1 Percentage reduction of the mean speed variance $f_{\text{speed}}^{\alpha}$ (%) for Case 1.										
Scenario	α (%)									
	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
AV-RD	4.69	8.51	14.18	18.21	23.80	28.38	33.30	37.60	43.24	48.54
AV-FS	3.84	7.20	12.26	16.46	22.20	26.17	31.55	36.66	42.36	47.06
AV-MS	4.72	8.81	14.55	19.24	25.38	30.21	35.31	39.78	45.38	50.30
AV-RS	3.64	9.19	12.99	17.86	22.85	27.61	31.97	36.89	42.81	47.37

Table 2 Percentage reduction of the mean speed variance $f_{\text{speed}}^{\alpha}$ (%) for Case 2.										
Scenario	α (%)									
	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
AV-RD	4.84	9.63	13.39	17.97	23.48	28.14	32.43	38.21	42.11	47.56
AV-FS	5.85	10.03	15.17	20.24	25.71	29.85	34.36	40.05	44.57	49.95
AV-MS	5.53	9.55	14.15	19.01	24.00	28.02	32.93	37.88	42.60	47.79
AV-RS	5.01	8.60	13.06	18.16	22.53	26.99	30.93	36.52	40.67	46.01

Table 3 Percentage reduction of the variance of mean speed $\rho_{\text{speed}}^{\alpha}$ (%) for Case 1.										
Scenario	α (%)									
	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
AV-RD	2.34	4.19	4.17	7.58	6.39	9.17	10.24	12.96	14.29	15.74
AV-FS	1.27	2.08	2.22	3.45	5.62	6.69	8.72	10.46	12.68	15.63
AV-MS	3.01	4.52	6.26	7.43	9.15	11.24	12.77	14.83	16.93	18.00
AV-RS	0.92	1.25	1.63	2.85	4.16	5.49	7.06	10.10	12.98	13.28

Table 4 Percentage reduction of the variance of mean speed $\rho_{\text{speed}}^{\alpha}$ (%) for Case 2.										
Scenario	α (%)									
	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
AV-RD	2.46	3.04	4.98	7.40	8.80	11.17	12.84	15.54	16.69	18.96
AV-FS	0.85	1.79	1.86	3.49	4.17	6.55	7.55	10.64	11.57	13.95
AV-MS	2.54	3.75	4.73	5.16	7.37	9.95	11.67	12.60	15.04	15.36
AV-RS	0.58	0.90	1.15	1.38	2.86	4.88	7.44	8.28	11.75	12.40

本篇文章探索了自动驾驶车辆对车流的宏观影响，考虑了human vehicle的差异性，并提出了针对不确定性、稳定性、提高效果的评价指标。