



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

# 博士学位论文

## 半空间弹性波反散射问题

作者姓名: 周世奇

指导教师: 陈志明 研究员

中国科学院 数学与系统科学研究员

学位类别: 理学博士

学科专业: 计算数学

培养单位: 中国科学院 数学与系统科学研究员

2019 年 6 月



**L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Thesis Template**  
**of**  
**Academy of Mathematics and Systems Science**  
**Chinese Academy of Sciences**

**A thesis submitted to the**  
**University of Chinese Academy of Sciences**  
**in partial fulfillment of the requirement**  
**for the degree of**  
**Doctor of Philosophy**  
**in Computational Mathematics**

**By**  
**Zhou Shiqi**  
**Supervisor: Professor Chen Zhiming**

**Academy of Mathematics and Systems Science**  
**Chinese Academy of Sciences**

**June, 2019**



## **中国科学院大学 学位论文原创性声明**

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

## **中国科学院大学 学位论文授权使用声明**

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：



## 摘 要

本文是中国科学院大学学位论文模板 `ucasthesis` 的使用说明文档。主要内容为介绍  $\text{\LaTeX}$  文档类 `ucasthesis` 的用法，以及如何使用  $\text{\LaTeX}$  快速高效地撰写学位论文。

**关键词：**中国科学院大学，学位论文， $\text{\LaTeX}$  模板





## Abstract

This paper is a help documentation for the  $\text{\LaTeX}$  class ucasthesis, which is a thesis template for the University of Chinese Academy of Sciences. The main content is about how to use the ucasthesis, as well as how to write thesis efficiently by using  $\text{\LaTeX}$ .

**Keywords:** University of Chinese Academy of Sciences (UCAS), Thesis,  $\text{\LaTeX}$  Template



## 目 录

第 1 章 引言 .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 弹性波半空间散射与逆散射问题 .....	1
1.3 逆时偏移法简介 .....	1
1.4 本文的研究成果 .....	1
1.5 系统要求 .....	1
1.6 问题反馈 .....	1
1.7 模板下载 .....	2
第 2 章 基础知识 .....	3
第 3 章 半空间中的弹性反散射问题的直接成像方法 .....	5
3.1 Green 函数 .....	5
3.2 正散射问题的适定性 .....	8
第 4 章 逆时偏移算法 .....	9
4.1 数值算例 .....	9
附录 A 中国科学院大学学位论文撰写要求 .....	11
A.1 论文无附录者无需附录部分 .....	11
A.2 测试公式编号 .....	11
参考文献 .....	13
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果 .....	15
致谢 .....	17



## 图形列表



## 表格列表





## 符号列表

## 字符

Symbol	Description	Unit
$R$	the gas constant	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$C_v$	specific heat capacity at constant volume	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$C_p$	specific heat capacity at constant pressure	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$E$	specific total energy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$e$	specific internal energy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$h_T$	specific total enthalpy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$h$	specific enthalpy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$k$	thermal conductivity	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$
$S_{ij}$	deviatoric stress tensor	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
$\tau_{ij}$	viscous stress tensor	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
$\delta_{ij}$	Kronecker tensor	1
$I_{ij}$	identity tensor	1

## 算子

Symbol	Description
$\Delta$	difference
$\nabla$	gradient operator
$\delta^\pm$	upwind-biased interpolation scheme

## 缩写

CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
EOS	Equation of State
JWL	Jones-Wilkins-Lee
WENO	Weighted Essentially Non-oscillatory
ZND	Zel'dovich-von Neumann-Doering



## 第 1 章 引言

- 1.1 研究背景
- 1.2 弹性波半空间散射与逆散射问题
- 1.3 逆时偏移法简介
- 1.4 本文的研究成果
- 1.5 系统要求

`ucasthesis` 宏包可以在目前主流的  $\text{\LaTeX}$  编译系统中使用，例如  $\text{CT}_{\text{E}}\text{X}$  套装（请勿混淆  $\text{CT}_{\text{E}}\text{X}$  套装与 `ctex` 宏包。 $\text{CT}_{\text{E}}\text{X}$  套装是集成许多  $\text{\LaTeX}$  组件的  $\text{\LaTeX}$  编译系统，因已停止维护，**不再建议使用**。`ctex` 宏包如同 `ucasthesis`，是  $\text{\LaTeX}$  命令集，其维护状态活跃，并被主流的  $\text{\LaTeX}$  编译系统默认集成，是几乎所有  $\text{\LaTeX}$  中文文档的核心架构。）、 $\text{MiK}_{\text{T}}\text{E}_{\text{X}}$ （维护较不稳定，**不太推荐使用**）、 $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive}$ 。推荐的  $\text{\LaTeX}$  编译系统和  $\text{\LaTeX}$  文本编辑器 为

操作系统	$\text{\LaTeX}$ 编译系统	$\text{\LaTeX}$ 文本编辑器
Linux	<code>T_{\text{E}}\text{XLive Full}</code>	<code>Texmaker</code> , Vim（已集成于 Linux 系统）
MacOS	<code>MacT_{\text{E}}\text{X Full}</code>	<code>Texmaker</code> , <code>Texshop</code> （已集成于 <code>MacT_{\text{E}}\text{X Full}</code> ）
Windows	<code>T_{\text{E}}\text{XLive Full}</code>	<code>Texmaker</code>

$\text{\LaTeX}$  编译系统，如  $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive}$ （`MacT_{\text{E}}\text{X}` 为针对 MacOS 的  $\text{T}_{\text{E}}\text{XLive}$ ），用于提供编译环境， $\text{\LaTeX}$  文本编辑器（如 `Texmaker`）用于编辑  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  源文件。请从各软件官网下载安装程序，勿使用不明程序源。 **$\text{\LaTeX}$  编译系统和  $\text{\LaTeX}$  编辑器分别安装成功后，即完成了  $\text{\LaTeX}$  的系统配置**，无需其他手动干预和配置。若系统原带有旧版的  $\text{\LaTeX}$  编译系统并想安装新版，**请先卸载干净旧版再安装新版**。

### 1.6 问题反馈

关于  $\text{\LaTeX}$  的知识性问题，请查阅 `ucasthesis` 和  $\text{\LaTeX}$  知识小站 和  $\text{\LaTeX}$  Wikibook。

关于模板编译和样式设计的问题，**请先仔细阅读此说明文档，特别是“常见问题”（章节 ??）**。若问题仍无法得到解决，**请先将问题理解清楚并描述清楚，再将问题反馈至 `Github/ucasthesis/issues`**。

欢迎大家有效地反馈模板不足之处，一起不断改进模板。希望大家向同事积极推广  $\text{\LaTeX}$ ，一起更高效地做科研。

## 1.7 模板下载

Github/ucasthesis: <https://github.com/mohuangrui/ucasthesis>

## 第 2 章 基础知识



### 第3章 半空间中的弹性反散射问题的直接成像方法

#### 3.1 Green 函数

设源点  $y \in \mathbb{R}_+^2$ , 引入半空间弹性波 Neumann 零边界格林函数  $\mathbb{N}(x, y)$ , 对任意向量  $q \in \mathbb{R}^2$ , 其满足如下方程:

$$\Delta_e[\mathbb{N}(x; y)q] + \omega^2[\mathbb{N}(x, y)q] = -\delta_y(x)q \text{ in } \mathbb{R}_+^2, \quad (3.1)$$

$$\sigma(\mathbb{N}(x, y)q)e_2 = 0 \text{ on } \Gamma_0, \quad (3.2)$$

其中 (3.2) 代表该 green 函数满足半空间自由边界条件,  $\delta_y(x)$  代表位于点  $y$  的 Dirac 源。由于半空间的特性, 我们将利用对  $x_1$  变量作 Fourier 变换的方式来推导 Green 函数, 令

$$\hat{\mathbb{N}}(\xi, x_2; y_2) = \int_{\mathbb{R}} \mathbb{N}(x_1, x_2; y) e^{-i(x_1 - y_1)\xi} dx_1, \quad \forall \xi \in \mathbb{C}, \quad (3.3)$$

记  $\mathbb{G}(x, y)$  [4] 为弹性波方程的基本解, 且对其  $x_1$  变量做 Fourier 变换后有  $\hat{\mathbb{G}}(\xi, x_2; y_2) = \hat{\mathbb{G}}_s(\xi, x_2; y_2) + \hat{\mathbb{G}}_p(\xi, x_2; y_2)$  及

$$\hat{\mathbb{G}}_s(\xi, x_2; y_2) = \frac{\mathbf{i}}{2\omega^2} \begin{pmatrix} \mu_s & -\xi \frac{x_2 - y_2}{|x_2 - y_2|} \\ -\xi \frac{x_2 - y_2}{|x_2 - y_2|} & \frac{\xi^2}{\mu_s} \end{pmatrix} e^{\mathbf{i}\mu_s |x_2 - y_2|}, \quad (3.4)$$

$$\hat{\mathbb{G}}_p(\xi, x_2; y_2) = \frac{\mathbf{i}}{2\omega^2} \begin{pmatrix} \frac{\xi^2}{\mu_p} & \xi \frac{x_2 - y_2}{|x_2 - y_2|} \\ \xi \frac{x_2 - y_2}{|x_2 - y_2|} & \mu_p \end{pmatrix} e^{\mathbf{i}\mu_p |x_2 - y_2|}. \quad (3.5)$$

这里  $\mu_\alpha = (k_\alpha^2 - \xi^2)^{1/2}$  且有  $\alpha = s, p$ ,  $k_p = \omega/\sqrt{\lambda + 2\mu}$ ,  $k_s = \omega/\sqrt{\mu}$  为 p 波和 s 波的波数。为了利用基本解  $\mathbb{G}(x, y)$  的特性, 我们令:

$$\mathbb{N}_c(x, y) = \mathbb{N}(x, y) - (\mathbb{G}(x, y) - \mathbb{G}(x, y'))$$

其中  $y' = (y_1, -y_2)$  为  $y$  关于  $x_1$  轴的镜像点。于是由式 (3.1-3.2), 得  $\mathbb{N}_c(x, y)$  满足如下方程:

$$\Delta_e[\mathbb{N}_c(x; y)q] + \omega^2[\mathbb{N}_c(x, y)q] = 0 \text{ in } \mathbb{R}_+^2, \quad (3.6)$$

$$\sigma(\mathbb{N}_c(x, y)q)e_2 = -\sigma(\mathbb{G}(x, y) - \mathbb{G}(x, y')) \text{ on } \Gamma_0, \quad (3.7)$$

**注 3.1.1** 在全篇论文中, 我们假设对于任意的  $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $z^{1/2}$  是多值函数  $\sqrt{z}$  的如下解析分支:  $\text{Im}(z^{1/2}) \geq 0$ , 这对应于在复平面取右半实轴为割支线。则对于  $z = z_1 + \mathbf{i}z_2$ ,  $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ ,

$$z^{1/2} = \text{sgn}(z_2) \sqrt{\frac{|z| + z_1}{2}} + \mathbf{i} \sqrt{\frac{|z| - z_1}{2}}, \quad \forall z \in \mathbb{C} \setminus \bar{\mathbb{R}}_+. \quad (3.8)$$

当  $z$  位于右半实轴的上沿或是下沿时, 取  $z^{1/2}$  为  $\varepsilon \rightarrow 0^+$  时  $(z + \mathbf{i}\varepsilon)^{1/2}$  或是  $(z - \mathbf{i}\varepsilon)^{1/2}$  的极限即可。

通过对式 (3.6-3.7) 两边作 Fourier 变换, 我们得到关于变量  $x_2$  的常系数常微分方程组:

$$\mu \frac{d^2(e_1^T \hat{\mathbb{N}}_c q)}{dx_2^2} + \mathbf{i}(\lambda + \mu)\xi \frac{d(e_2^T \hat{\mathbb{N}}_c q)}{dx_2} + (\omega^2 - (\lambda + 2\mu)\xi^2)(e_1^T \hat{\mathbb{N}}_c q) = 0 \quad (3.9)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2(e_2^T \hat{\mathbb{N}}_c q)}{dx_2^2} + \mathbf{i}(\lambda + \mu)\xi \frac{d(e_1^T \hat{\mathbb{N}}_c q)}{dx_2} + (\omega^2 - \mu\xi^2)(e_2^T \hat{\mathbb{N}}_c q) = 0 \quad (3.10)$$

由于我们需要  $\mathbb{N}(x, y)$  为外行波解, 因此方程 (3.9) 的解为如下两个向量:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}\mu_s \\ -\mathbf{i}\xi \end{bmatrix} e^{\mathbf{i}\mu_s x_2}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{i}\xi \\ \mathbf{i}\mu_p \end{bmatrix} e^{\mathbf{i}\mu_p x_2}$$

的线性组合。利用边界条件 (3.10) 及待定系数法, 我们得到:

$$\hat{\mathbb{N}}_c(\xi, x_2; y_2) = \frac{\mathbf{i}}{\omega^2 \delta(\xi)} \sum_{\alpha, \beta=p,s} \mathbb{A}_{\alpha\beta}(\xi) e^{\mathbf{i}(\mu_\alpha x_2 + \mu_\beta y_2)}, \quad (3.11)$$

其中  $\varphi(\xi) = k_s^2 - 2\xi^2$ ,  $\delta(\xi) = \varphi(\xi)^2 + 4\xi^2 \mu_s \mu_p$  (Rayleigh 方程 [1]), 以及

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_{ss}(\xi) &= \begin{pmatrix} \varphi^2 \mu_s & -4\xi^3 \mu_s \mu_p \\ -\xi \varphi^2 & 4\xi^4 \mu_p \end{pmatrix}, \quad \mathbb{A}_{sp}(\xi) = \begin{pmatrix} 2\xi^2 \varphi \mu_s & -2\xi \varphi \mu_s \mu_p \\ -2\xi^3 \varphi & 2\xi^2 \varphi \mu_p \end{pmatrix}, \\ \mathbb{A}_{ps}(\xi) &= \begin{pmatrix} 2\xi^2 \varphi \mu_s & 2\xi^3 \varphi \\ 2\xi \varphi \mu_s \mu_p & 2\xi^2 \varphi \mu_p \end{pmatrix}, \quad \mathbb{A}_{pp}(\xi) = \begin{pmatrix} 4\xi^4 \mu_s & \xi \varphi^2 \\ 4\xi^3 \mu_s \mu_p & \varphi^2 \mu_p \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

按照惯例, 原本我们只要对  $\hat{\mathbb{N}}(\xi, x_2; y_2)$  进行 Fourier 逆变换就可以得到所需要的 Neumann Green 函数。然而, 如下面的引理所述, 函数  $\delta(\xi)$  在实轴上存在零点 [1, 3], 此时我们并不可以对其直接进行 Fourier 逆变换。

**引理 3.1.1** Rayleigh 方程  $\delta(\xi) = 0$  在复平面  $\mathbb{C}$  中有且仅有两个根且记为  $\pm k_R$ , 其中  $k_R$  满足  $k_R > k_s$ 。



**证明.** 由前文注记中的 (3.8), 易得  $\delta(\xi)$  的割支线为  $C_l = \{\xi = \xi_1 + \mathbf{i}\xi_2 \in \mathbb{C} : \xi_1 \in [-k_s, -k_p], \xi_2 = 0\}$  和  $C_r = \{\xi = \xi_1 + \mathbf{i}\xi_2 \in \mathbb{C} : \xi_1 \in [k_p, k_s], \xi_2 = 0\}$ . 于是  $\delta(\xi)$  在除  $C_l$  和  $C_r$  以外的区域解析。而在割支线上,  $\delta(\xi)$  可表示成:

$$\delta(\xi) = (k_s^2 - 2\xi^2)^2 + \mathbf{i}[4\xi^2(k_s^2 - \xi^2)^{1/2}(\xi^2 - k_p^2)^{1/2}], \quad \forall \xi \in C_l \cup C_r.$$

显然,  $\delta(\xi)$  在  $C_l \cup C_r$  上没有零点。又因为  $\delta(\pm k_s) > 0$ ,  $\delta(\pm\infty) < 0$ , 由函数的连续性得  $\delta(\xi)$  在区间  $(-\infty, -k_s) \cup (k_s, \infty)$  上至少存在两个零点, 且由于其对称性, 可以记为  $\pm k_R$ 。下面, 我们将  $C_l, C_r$  的上下沿分别记为  $C_l^\pm, C_r^\pm$ 。

接下去, 利用幅角原理 [2] 可以说明  $\delta(\xi)$  在整个复平面只存在两个零点。令  $\Gamma_R$  为半径  $R$  充分大的圆。我们考虑  $\mathcal{D}$  是被周线  $\Gamma_R, \Gamma_l$  以及  $\Gamma_r$  包围的区域。其中  $\Gamma_l$  代表沿着  $C_l^+$  从  $-k_s$  到  $-k_p$  及然后沿着  $C_l^-$  从  $-k_p$  到  $-k_s$ ; 相应地,  $\Gamma_r$  代表沿着  $C_r^+$  从  $k_p$  到  $k_s$  及然后沿着  $C_r^-$  从  $k_s$  到  $k_p$ 。因为  $\delta(\xi)$  在整个复平面上没有极点, 我们可以通过幅角原理来计算其在区域  $\mathcal{D}$  中的零点个数  $Z$ :

$$Z = \frac{1}{2\pi\mathbf{i}} \int_C \frac{\delta'(\xi)}{\delta(\xi)} d\xi. \quad (3.12)$$

由式子 (3.8) 中的定义, 我们可以得出当  $\xi \in C_r^\pm$  时  $\delta(\xi) = \delta^\pm(\xi)$ , 其中

$$\delta^\pm(\xi) = (k_s^2 - 2\xi^2)^2 \mp \mathbf{i}[4\xi^2(k_s^2 - \xi^2)^{1/2}(\xi^2 - k_p^2)^{1/2}] := f_1(\xi) \mp \mathbf{i}f_2(\xi).$$

于是可以有如下计算

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_r} \frac{\delta'(\xi)}{\delta(\xi)} d\xi &= \int_{k_p}^{k_s} \left( \frac{\delta'_+(\xi)}{\delta_+(\xi)} - \frac{\delta'_-(\xi)}{\delta_-(\xi)} \right) d\xi \\ &= 2\mathbf{i} \int_{k_p}^{k_s} \frac{f'_1(\xi)f_2(\xi) - f_1(\xi)f'_2(\xi)}{f_1^2(\xi) + f_2^2(\xi)} d\xi \\ &= -2\mathbf{i} \arctan \frac{f_2(\xi)}{f_1(\xi)} \Big|_{k_p}^{k_s} = 0. \end{aligned}$$

相似地, 在  $\xi \in C_l^\pm$  时也有  $\int_{\Gamma_l} \frac{\delta'(\xi)}{\delta(\xi)} d\xi = 0$ 。此外, 当  $|\xi|$  足够大, 容易得到  $\delta(\xi)$  的渐近形式  $\delta(\xi) = -2(k_p^2 + 3k_s^2)\xi^2 + O(1)$  及  $\delta'(\xi) = -4(k_p^2 + 3k_s^2)\xi + O(1)$ 。于是当  $R \gg 1$ , 可以计算得到  $\int_{\Gamma_R} \frac{\delta'(\xi)}{\delta(\xi)} d\xi = 4\pi\mathbf{i}$ 。综上所述, 我们得出  $Z = 2$ 。于是该引理得到证明。  $\square$

为了解决这一问题, 我们假设半空间的介质是耗散的, 然后研究其相应的 Green 函数, 最后通过极限吸收原理得到  $N(x, y)$ 。记  $N_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(x, y)$  为满足将式子

(3.1) 中将实圆频率  $\omega$  替换为复圆频率  $\omega(1 + \mathbf{i}\varepsilon)$  后相应方程的 Green 函数。同样的, 对  $\mathbb{N}_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(x, y)$  关于  $x_2$  变量的 Fourier 变换, 得到  $\hat{\mathbb{N}}_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(\xi, x_2; y_2)$ , 且其表达式与将 (3.11) 中将  $k_s, k_p$  替换为  $k_s(1 + \mathbf{i}\varepsilon), k_p(1 + \mathbf{i}\varepsilon)$  后相应的式子一致。下面的引理告诉我们,  $\hat{\mathbb{N}}_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(\xi, x_2; y_2)$  的零点所在何处。

**引理 3.1.2** 令  $\delta_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(\xi)$  为将  $\delta(\xi)$  中的  $k_p, k_s$  替换成  $k_s(1 + \mathbf{i}\varepsilon), k_p(1 + \mathbf{i}\varepsilon)$  后相应的复 Rayleigh 方程。那么,  $\delta_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(\xi)$  在  $\mathbb{C} \setminus \bar{\Omega}$  中有且仅有两个根且为  $\pm k_R(1 + \mathbf{i}\varepsilon)$ 。其中集合  $\Omega$  为

$$\Omega := \{\xi_1 + \mathbf{i}\xi_2 \in \mathbb{C} \mid k_p(1 + \mathbf{i}\varepsilon) < \xi_1\xi_2 < k_s(1 + \mathbf{i}\varepsilon), \xi_2 > \xi_1(1 + \mathbf{i}\varepsilon)\} \quad (3.13)$$

由引理 3.1.2 得,  $\hat{\mathbb{N}}_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(\xi, x_2; y_2)$  在实轴上没有极点, 可以对其直接进行逆 Fourier 变换。于是, Neumann Green 函数  $\mathbb{N}(x, y)$  可以利用极限吸收原理得到, 即为

$$\mathbb{N}(x, y) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \mathbb{N}_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(x, y) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \hat{\mathbb{N}}_{\omega(1+\mathbf{i}\varepsilon)}(\xi, x_2; y_2) e^{\mathbf{i}(x_1 - y_1)\xi} d\xi. \quad (3.14)$$

现在, 我们已经得到 Neumann Green 函数的具体表达形式了。但是, 式子 (3.14) 中这种极限形式并不利于我们分析该函数的具体性质, 特别是其无穷远处的衰减阶数。为了便于得到更加简洁的表达形式, 我们引入下面这个关于柯西主值 (cf. e.g. [5, Chapter 4, Theorem 5]) 的引理

**引理 3.1.3** 令  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , 且  $t_0 \in (a, b)$ . 如果  $\gamma$  在  $[a, b]$  上 Hölder 连续, 即存在常数  $\alpha \in (0, 1]$  及  $C > 0$  对于任意  $s, t \in [a, b]$ ,  $|\gamma(s) - \gamma(t)| \leq C|s - t|^\alpha$ , 于是有

$$\lim_{z \rightarrow t_0, \pm \operatorname{Im} z > 0} \int_a^b \frac{\gamma(t)}{t - z} dt = \text{p.v.} \int_a^b \frac{\gamma(t)}{t - t_0} dt \pm \pi \mathbf{i} \gamma(t_0),$$

其中  $\text{p.v.} \int_a^b$  表示积分的 Cauchy 主值。

### 3.2 正散射问题的适定性

## 第 4 章 逆时偏移算法

### 4.1 数值算例



## 附录 A 中国科学院大学学位论文撰写要求

学位论文是研究生科研工作成果的集中体现，是评判学位申请者学术水平、授予其学位的主要依据，是科研领域重要的文献资料。根据《科学技术报告、学位论文和学术论文的编写格式》（GB/T 7713-1987）、《学位论文编写规则》（GB/T 7713.1-2006）和《文后参考文献著录规则》（GB7714—87）等国家有关标准，结合中国科学院大学（以下简称“国科大”）的实际情况，特制订本规定。

### A.1 论文无附录者无需附录部分

### A.2 测试公式编号



## 参考文献

- [1] Achenbach J, 1980. Wave propagation in elastic solids[M]. North-Holland: 544.
- [2] Ahlfors L V, 1979. Complex analysis: An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable[M]. McGraw-Hill: 155-173.
- [3] Harris J, 2001. Linear elastic waves[M]. Cambridge University Press: B26.
- [4] Kupradze V D, 1963. Progress in solid mechanics. 3. dynamical problems in elasticity[M]. North-Holland Publishing Company.
- [5] Kuroda S T, 2003. An introduction to scattering theory.[M].





## 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

本科生无需此部分。

### 作者简历

#### casthesis 作者

吴凌云，福建省屏南县人，中国科学院数学与系统科学研究院博士研究生。

#### ucasthesis 作者

莫晃锐，湖南省湘潭县人，中国科学院力学研究所硕士研究生。

### 已发表 (或正式接受) 的学术论文:

[1] ucasthesis: A LaTeX Thesis Template for the University of Chinese Academy of Sciences, 2014.

### 申请或已获得的专利:

(无专利时此项不必列出)

### 参加的研究项目及获奖情况:

可以随意添加新的条目或是结构。



## 致 谢

感激 `casthesis` 作者吴凌云学长, `gbt7714-bibtex-style` 开发者 `zepinglee`, 和 `ctex` 众多开发者们。若没有他们的辛勤付出和非凡工作,  $\text{\LaTeX}$  菜鸟的我是无法完成此国科大学位论文  $\text{\LaTeX}$  模板 `ucasthesis` 的。在  $\text{\LaTeX}$  中的一点一滴的成长源于开源社区的众多优秀资料和教程, 在此对所有  $\text{\LaTeX}$  社区的贡献者表示感谢!

`ucasthesis` 国科大学位论文  $\text{\LaTeX}$  模板的最终成型离不开以霍明虹老师和丁云云老师为代表的国科大学位办公室老师们制定的官方指导文件和众多 `ucasthesis` 用户的热心测试和耐心反馈, 在此对他们的认真付出表示感谢。特别对国科大的赵永明同学的众多有效反馈意见和建议表示感谢, 对国科大本科部的陆晴老师和本科部学位办的丁云云老师的细致审核和建议表示感谢。谢谢大家的共同努力和支持, 让 `ucasthesis` 为国科大学子使用  $\text{\LaTeX}$  撰写学位论文提供便利和高效这一目标成为可能。

