

# 附件 1：报告文档模板

## 一、程序优化性说明

- 1. 用户交互界面说明（建议 200 字以内，给出主要用户交互界面图）
- 2. 程序运行过程说明（建议 200 字以内，给出程序运行过程截图）
- 3. 程序运行结果（给出程序运行结果）

## 二、程序规范性说明

- 1. 程序功能与结构设计说明（建议 500 字以内）
- 2. 核心算法源码（给出主要算法的源码）

序号	类名(若有)	函数名	输入参数	输出参数	主要功能描述
1（示例）	CoordTrans	XYZ2BLH	X、Y、Z	B、L、H	空间直角坐标转大地坐标

关键源码

## 三、附件

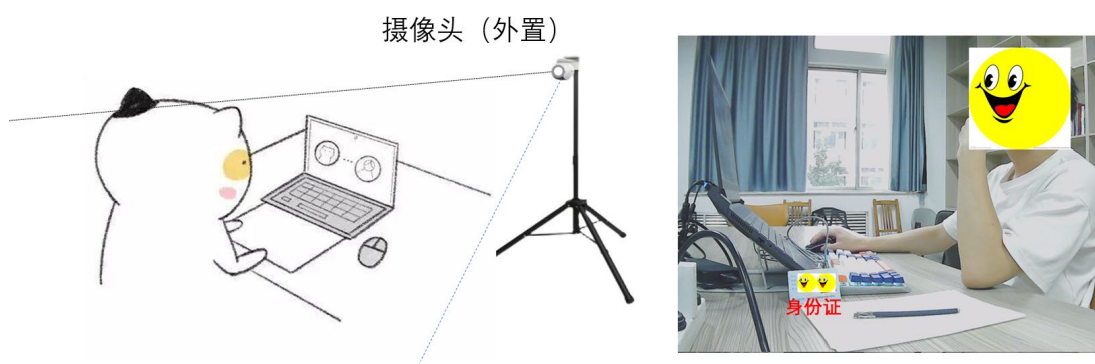
程序完整源代码

## 附件 2：比赛说明

### 一、 比赛环境要求

参赛小组由 1 人组成，每人配置 1 台电脑、1 个外置摄像头（不得使用电脑内置摄像头）。考生应在考前调试好，确保摄像头画面完整呈现考生五官，桌面及周边场景。（考生可在考生端自行确认摄像头画面是否满足比赛要求）

竞赛过程中选择安静、封闭、整洁的环境，避免无关人员干扰。



### 二、 比赛软件要求

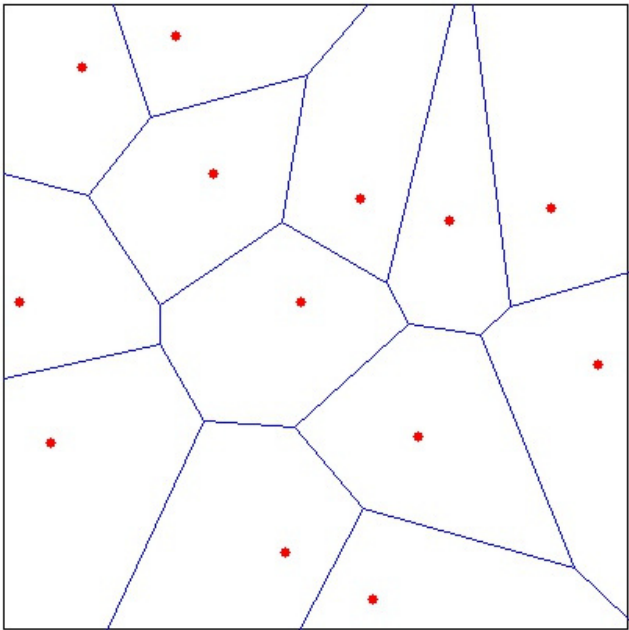
（1）开发环境与编程语言：编程环境为 Visual Studio2017；编程语言限制为 Basic、C/C++、C#、Python，不允许使用二次开发平台（如 Matlab 等）。

（2）计算成果要求：计算成果包括中间过程数据和成果数据等内容，根据要求进行输出，并根据试题册说明，将计算成果录入考试系统。

（3）用户界面要求：界面风格采用标准 Window 应用程序，包括菜单、工具条、主窗体、状态栏等要素构成。其中菜单包含文件、算法、显示等内容。

# 试题：泰森多边形计算与绘制

泰森（Thiessen）多边形，也称维诺图（Voronoi）,狄利克雷镶嵌（Dirichlet tessellation），由两邻点连线的垂直平分线组成的连续多边形构成。是一种基于点集的空间划分方法，广泛应用于地理信息系统、计算机图形学和计算几何等领域。给定一组点（种子点），泰森多边形将平面划分为多个区域，每个区域包含一个种子点，并且该区域内的所有点到该种子点的距离小于到其他种子点的距离。Delaunay 三角剖分是生成泰森多边形的基础，它通过最大化三角形的最小角来优化三角网的形状。



## 一、数据及格式

### 1. 数据输入

输入文件：考生需从一个 `data.txt` 文本文件中读取点集数据，文件格式如下：

X 坐标	Y 坐标
x1	y1
x2	y2
...	
xn	yn

其中，`x` 和 `y` 是点的坐标，以空格分隔。文件名为 `data.txt`，考生需要通过图形界面（如 Tkinter）弹出文件选择对话框选择该文件。

示例输入文件内容：

```
500.1 300.2
150.3 100.4
36.5 99.6
111.7 56.8
...
```

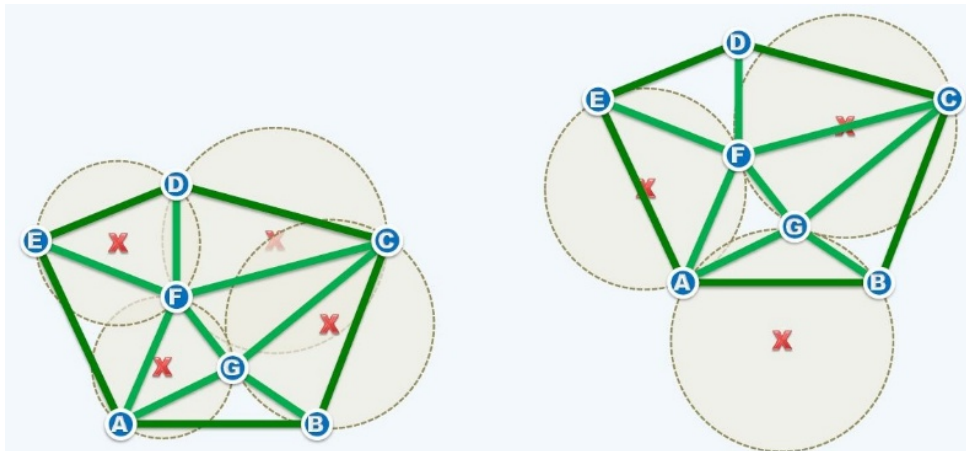
## 二、算法实现

### （一）Delaunay 三角剖分

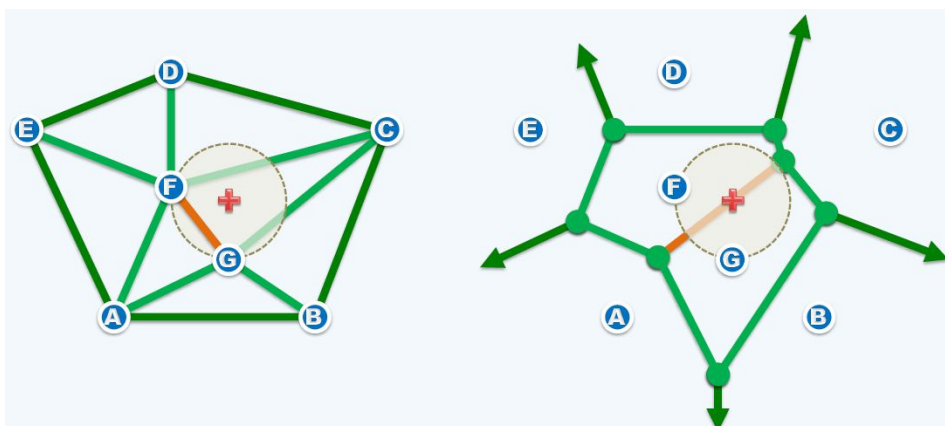
#### 1. Delaunay 三角剖分定义和性质

给定一个平面点集  $P$ ，Delaunay 三角剖分是一种将这些点连接成三角形的划分方式，满足以下性质：

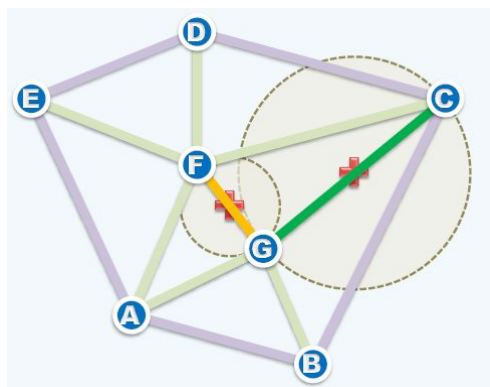
**（1）空圆性质：**对于剖分中的每一个三角形，其外接圆的内部不包含点集  $P$  中的任何其他点。即每个三角形的外接圆中不包含除三角形顶点之外的其他点。



在 Delaunay 三角剖分中，每一条边都存在一个空圆以它为弦。



(2) **最近邻性**:任何一条连接于最近邻之间的边都会被 Delaunay 剖分采用(是 Delaunay 边), 因为存在一个以该边为直径的空圆, 如下图所示。



(3) **唯一性**: 若不存在四点共圆、共线的情况。不论从区域何处开始构建, 则 Delaunay 三角剖分是唯一的。

(4) **最大化最小角**: 在所有可能的三角剖分中, 即每个三角形的最小角在所有可能的三角剖分中是最大的。这意味着 Delaunay 三角剖分倾向于生成更接近等边三角形的三角形, 避免产生过于细长的三角形。

(5) **区域性**: 新增、删除、移动某一个顶点时只会影响临近的三角形。

(6) **凸包性质**: 三角网最外层的边界形成一个凸多边形的外壳, 简称凸包多边形。

## 2. 相关概念

**Delaunay 边**: 如果两个点  $p$  和  $q$  之间存在一条边, 且存在一个圆通过  $p$  和  $q$ , 并且该圆的内部不包含点集  $P$  中的其他点, 则称  $p$  和  $q$  之间的边为 Delaunay 边。

## 3. Bowyer-Watson 算法流程

Bowyer-Watson 算法是一种主流的 delaunay 剖分方法, 是逐点插入算法, 详细流程如下:

输入: 点集  $V$ , 输出: Delaunay 三角剖分

(1) 计算所有点的  $x$  坐标和  $y$  坐标的范围, 确定一个足够大的初始超级三角形(在最后删除), 使其能够包含所有点。将超级三角形的顶点添加到扩展后的点集  $V$  中, 并初始化三角形列表 `triangles`, 初始时只包含超级三角形。

(2) 从点集  $V$  中选择点插入, 并分割插入点所在的三角形。对于每个新插入的点:

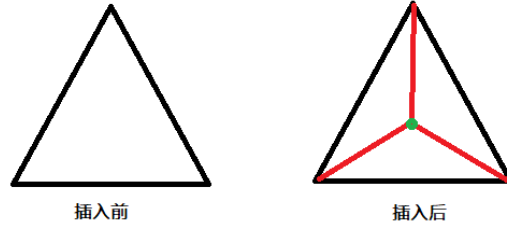
- 遍历当前的三角形列表 `triangles`, 找出所有外接圆包含新点的三角形, 将这些三角形标记为“坏三角形”, 并存储到 `bad_triangles` 坏三角形列表中。

- 遍历 `bad_triangles` 列表, 统计每个边的出现次数, 存储到 `edge_count` 字典中。

- 从 `edge_count` 字典中筛选出只出现一次的边, 这些边构成了一个边界多边形, 存储到

多边形的边界列表 `polygon` 中。

- 将 `bad_triangles` 中的所有三角形从 `triangles` 列表中移除。
- 遍历 `polygon` 列表，使用新点和边界多边形的每条边构造新的三角形，并将这些新三角形添加到 `triangles` 列表中。



### （3）移除包含超级三角形顶点的三角形

遍历最终的 `triangles` 列表，移除所有包含超级三角形顶点的三角形，得到最终的 Delaunay 三角剖分结果。

（4）计算基于输入点集合生成的三角网中的每个三角形的面积。此处计算三角形面积使用的是**海伦公式**（Heron's formula）。这个公式可以用来计算任意三角形的面积，只要三角形的三个顶点坐标是已知的，海伦公式为：

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

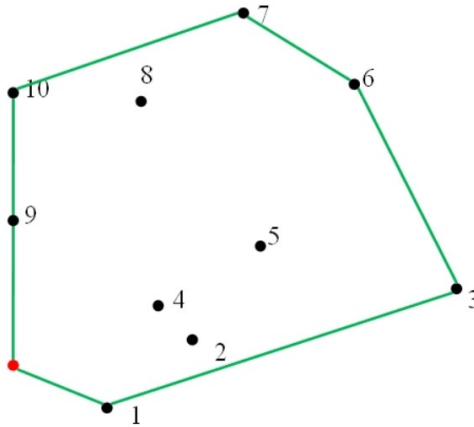
其中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  是三角形的三边长度， $s$  是半周长，计算公式为：

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

并将三角形面积按照升序排序输出，并在表格填写，结果保留 3 位小数。

## （二）凸包计算（Andrew's Monotone Chain 算法）

凸包（Convex Hull）是一个计算几何（图形学）中的概念。在一个实数向量空间  $V$  中，对于给定集合  $X$ ，所有包含  $X$  的凸集的交集  $S$  被称为  $X$  的凸包。 $X$  的凸包可以用  $X$  内所有点( $X_1, \dots, X_n$ )的凸组合来构造。



凸包计算流程如下：

(1) 点集排序

对点集合 `points` 进行排序，先按 `x` 坐标升序排序，若 `x` 坐标相同则按 `y` 坐标升序排序。

(2) 构建下凸包

初始化一个空列表 `lower`，用于存储下凸包的点。

遍历排序后的点列表，对于每个点：

- 如果 `lower` 列表中至少有两个点，并且当前点与 `lower` 列表中最后两个点构成的向量叉积小于等于 0（即当前点在由 `lower` 列表中最后两个点构成的向量的顺时针方向或共线），则从 `lower` 列表中移除最后一个点。

- 将当前点添加到 `lower` 列表中。

(3) 构建上凸包

初始化一个空列表 `upper`，用于存储上凸包的点。

遍历排序后的点列表的逆序，对于每个点：

- 如果 `upper` 列表中至少有两个点，并且当前点与 `upper` 列表中最后两个点构成的向量叉积小于等于 0，则从 `upper` 列表中移除最后一个点。

- 将当前点添加到 `upper` 列表中。

(4) 合并上下凸包

将 `lower` 列表（去掉最后一个点）和 `upper` 列表（去掉最后一个点）合并，得到完整的凸包点集 `hull_pts`。

(5) 返回凸包点集

获得逆时针顺序的凸包点集。

(6) 计算多边形面积使用的是**鞋带公式**（也称为高斯多边形面积公式）。这个公式可以

用来计算任意多边形的面积，只要多边形的顶点坐标是已知的，公式如下：

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) + (x_n y_1 - y_n x_1) \right|$$

其中， $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  是多边形顶点的坐标，按照逆时针顺序排列。

计算凸包面积并输出，并在表格填写，结果保留 3 位小数。

### （三）泰森多边形（Voronoi 图）

**Voronoi 图：**Delaunay 三角剖分与 Voronoi 图是互为对偶的。Voronoi 图是将平面划分为若干个区域，每个区域包含点集  $P$  中的一个点，且该区域内的所有点到该点的距离小于到其他点的距离。Delaunay 三角剖分的顶点是 Voronoi 图的顶点，Delaunay 三角剖分的边与 Voronoi 图的边垂直相交。Voronoi 图构建流程如下：

#### （1）统计每个点关联的三角形

初始化一个字典 `point_tri_map`，用于存储每个点关联的三角形索引。

遍历 Delaunay 三角剖分结果中的每个三角形，将每个三角形的三个顶点对应的索引分别添加到 `point_tri_map` 字典中对应的点的列表中。

#### （2）计算每个封闭 Voronoi 多边形的顶点和面积

遍历点列表 `points`，对于每个点：

- 如果该点是凸包上的点，则跳过，因为凸包上的点对应的 Voronoi 多边形不是封闭的。
- 获取该点关联的三角形索引列表 `tri_indices`。
- 遍历 `tri_indices`，计算每个三角形的外接圆圆心，将这些圆心存储到 `circumcenters` 列表中。

外接圆心是三角形三个顶点的垂直平分线的交点。圆心坐标计算公式如下：

$$x_0 = \frac{D_x}{2A}, \quad y_0 = \frac{D_y}{2A}$$

其中  $A$  是三角形的面积：

$$A = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

$D_x$ ,  $D_y$  分量分别是：



$$D_x = (x_1^2 + y_1^2)(y_2 - y_3) + (x_2^2 + y_2^2)(y_3 - y_1) + (x_3^2 + y_3^2)(y_1 - y_2)$$

$$D_y = (x_1^2 + y_1^2)(x_3 - x_2) + (x_2^2 + y_2^2)(x_1 - x_3) + (x_3^2 + y_3^2)(x_2 - x_1)$$

- 如果 `circumcenters` 列表中的点数少于 3 个，则跳过该点，因为无法构成多边形。
- 以 `circumcenters` 列表中所有点的平均坐标为参考点，对 `circumcenters` 列表进行极角排序，保证多边形顶点的顺序。
- 检查排序后的 `circumcenters` 列表是否构成封闭多边形，若不满足封闭条件则跳过该点。
- 检查该点是否在由 `circumcenters` 列表构成的多边形内部，若不在则跳过该点。
- 将 `circumcenters` 列表添加到 `vor_polygons` 列表中，用于存储封闭 Voronoi 多边形的顶点。
- 将 `circumcenters` 列表中的点坐标还原到原始坐标系，然后使用多边形面积公式计算该 Voronoi 多边形的面积，并将面积添加到 `vor_areas` 列表中。

### （3）对 Voronoi 多边形面积进行升序排序

前面计算凸包的作用是判断哪些点的 Voronoi 多边形是“封闭”的。位于凸包上的点，其 Voronoi 多边形在无边界情况下是开放的（无限大），不参与面积统计，只统计内部点的封闭泰森多边形面积，并将这些内部封闭泰森多边形面积列表中的面积值进行升序排序，得到 `vor_areas_sorted` 列表，并填写在表格，结果保留 3 位小数。

## 三、人机交互界面设计与实现要求

- （1）包括菜单、工具栏、数据等功能；
- （2）要求功能正确、可正常运行，布局合理、直观美观、人性化。

## 四、计算报告的显示与保存

要求：

- （1）保存为“**result.txt**”，结果保留 3 位小数；
- （2）计算结果报告

根据读取的数据文件，编程完成相关算法，按照格式要求输出结果，结果保留 3 位小数，如下表所示。并将计算结果填写到“考生客户端”对应的“程序正确性”表格中。（已经填写的数据仅供参考）

序号	输出格式要求	说明
----	--------	----

1	111.123	外包多边形（凸包）面积
2	111.123	Delaunay 三角形面积升序排列（1）
3	111.123	Delaunay 三角形面积升序排列（2）
*	...	...
*	111.123	封闭泰森多边形面积升序排列（1）
*	111.123	封闭泰森多边形面积升序排列（2）
*	111.123	...

将上表结果，编程保存在“**result.txt**”文件中。文件格式如下：

<p>外包多边形（凸包）面积：</p> <p>111.123</p> <p>Delaunay 三角形面积（升序）：</p> <p>111.123</p> <p>112.123...</p> <p>封闭泰森多边形面积（升序）：</p> <p>111.123</p> <p>112.123</p> <p>...</p>
---