

## 3D激光SLAM介绍

#### 主讲人曾书格

越凡创新技术负责人 电子科技大学硕士





1. 3D激光SLAM

3D激光SLAM



2. LOAM



1. 3D激光SLAM

3D激光SLAM



2. LOAM



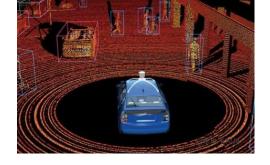


#### 介绍

• 地图形式

• 主要应用领域







3D激光地图

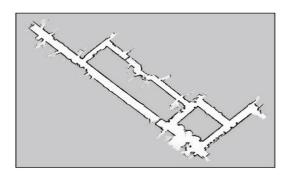
无人驾驶汽车

外卖小车



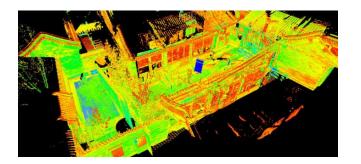


- 单线激光雷达
- 二维栅格地图
- 室内移动机器人



## O 3D激光SLAM

- 多线激光雷达
- 三维点云地图或者三维栅格地图
- 室外移动机器人





#### 3D激光SLAM—帧间匹配

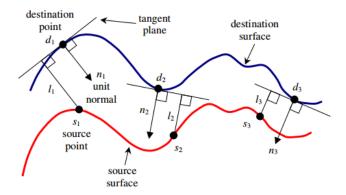
## 0

#### 帧间匹配算法—Point-to-Plane ICP(点面ICP)

目标函数:

$$\mathbf{M}_{\text{opt}} = \operatorname{arg\,min}_{\mathbf{M}} \sum_{i} ((\mathbf{M} \cdot \mathbf{s}_{i} - \mathbf{d}_{i}) \cdot \mathbf{n}_{i})^{2}$$

• 示意图:





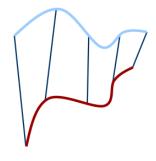
#### 3D激光SLAM—帧间匹配

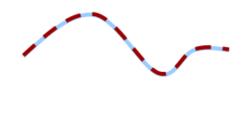
## 0

#### 帧间匹配算法—Feature-based Method

- 提取特征点: VPF、FHPF、角点、平面点等
- 基于已知对应点的ICP方法:

$$R = VU^T$$
$$t = u_x - Ru_p$$







#### 3D激光SLAM—帧间匹配

## 0

#### 帧间匹配算法—Normal Distribution Transform(NDT方法)

- 把空间划分成小方格
- 点云数据在小方格中服从高斯分布,并根据点云数据计算出该小方格中对应的高斯分布参数:

$$u = \frac{1}{n} \sum x_i \qquad \qquad \Sigma = \frac{1}{n} \sum (x_i - u)(x_i - u)^T$$

• 落在该方格内的点x, 其得分为:

$$s \approx e^{-\frac{1}{2}(x-u)^T \Sigma^{-1} (x-u)}$$

• 目标函数为:

Score = 
$$\sum_{i} e^{-\frac{1}{2}(x_i - u)^T \Sigma^{-1} (x_i - u)}$$



1. 3D激光SLAM

3D激光SLAM

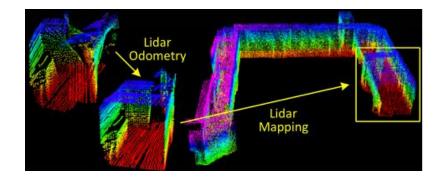


2. LOAM



## 介绍

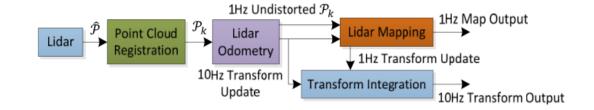
- 3D激光" SLAM" 算法
- 为数不多的开源3D激光SLAM算法之一
- KITTI数据集Odometry排行榜上长期霸占第一
- Feature-based 匹配方法





## 框架

- ▶ 激光的帧率为1Hz
- 匀速运动假设
- 激光里程计模型
- 激光建图模块



• 每一帧数据由多个scan组成,称为sweep





#### 激光里程计模块—特征点提取模块

• 计算曲率:

$$c = \frac{1}{|\mathcal{S}| \cdot ||\mathbf{X}_{(k,i)}^{L}||} || \sum_{j \in \mathcal{S}, j \neq i} (\mathbf{X}_{(k,i)}^{L} - \mathbf{X}_{(k,j)}^{L}) ||.$$

L表示激光坐标系

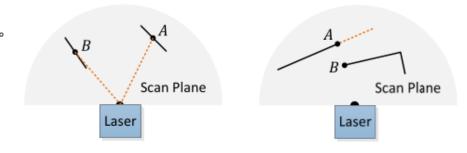
 $X_{(k,i)}$ 表示第k帧数据的第i个点

S表示与点i相邻的连续点集

• 曲率项最大为Edge Point, 最小为Planar Point。

 每一个水平激光帧,分为四个区域;每个区域最多有 2个edge point和4个planar point。

• 去除不稳定特征点:

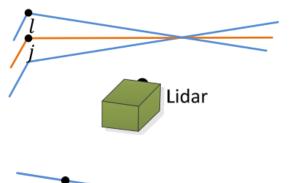


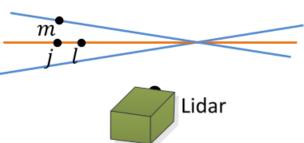


## 0

#### 激光里程计模块—特征点匹配

- Edge Point匹配
  - (1) 在参考帧中,找到离当前edge point最近的edge point j;
  - (2) edge point j的相邻scan中,找到另一个edge point l, (j,l)组成匹配直线。
- Planar Point匹配
  - (1) 在参考帧中,找到离当前planar point最近的planar point j;
  - (2) 找到另外两个最近的planar point l,m; 要求一个与j共scan, 另一个在相邻的scan中, (j,l,m)组成一个匹配平面。









#### 激光里程计模块—特征点匹配

• Edge Point的目标函数:

$$d_{\mathcal{E}} = \frac{\left| (\tilde{\pmb{X}}_{(k+1,i)}^L - \bar{\pmb{X}}_{(k,j)}^L) \times (\tilde{\pmb{X}}_{(k+1,i)}^L - \bar{\pmb{X}}_{(k,l)}^L) \right|}{\left| \bar{\pmb{X}}_{(k,j)}^L - \bar{\pmb{X}}_{(k,l)}^L \right|} \quad \text{点到直线的距离}$$

• Planar Point的目标函数:

$$d_{\mathcal{H}} = \frac{\begin{vmatrix} (\tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L}) \\ ((\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,l)}^{L}) \times (\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,m)}^{L})) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,l)}^{L}) \times (\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,m)}^{L}) \end{vmatrix}}$$
 点到平面的距离



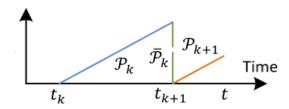


#### 激光里程计模块—运动估计

• 在整个sweep期间,机器人在匀速运动;令 $T_k^L(t)$ 表示t时刻相对于 $t_k$ 时刻的机器人位姿,则对于当前帧的第i个激光点,设其对应的时间为 $t_{(k,i)}$ ,则其对应的位姿为:

$$T_{(k,i)}^{L} = \frac{t_{(k,i)} - t_k}{t - t_k} T_k^{L}(t)$$

• 接收完整的sweep会投影到同一时刻:



 $P_k$ 表示不完全的sweep;

 $\bar{P}_k$  表示完整的 sweep ,可以作为下一帧匹配的参考帧。





#### 激光里程计模块—运动估计

• 构造目标函数:

$$f_{\mathcal{E}}(X_{(k,i)}^{L}, T_{k}^{L}(t)) = d_{\mathcal{E}}, \quad i \in \mathcal{E}_{k}.$$

$$f_{\mathcal{H}}(X_{(k,i)}^{L}, T_{k}^{L}(t)) = d_{\mathcal{H}}, \quad i \in \mathcal{H}_{k}.$$

$$f(T_{k}^{L}(t)) = d$$

• 非线性优化求解:

$$\mathbf{J} = \partial f / \partial \mathbf{T}_k^L(t)$$

$$\mathbf{T}_k^L(t) \leftarrow \mathbf{T}_k^L(t) - (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \operatorname{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}))^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{d}$$





#### 激光里程计模块—总结

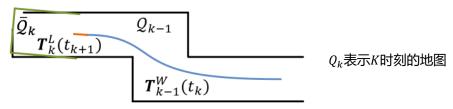
#### Algorithm 1: Lidar Odometry 1 input : $\bar{P}_{k-1}$ , $P_k$ , $T_k^L(t)$ from the last recursion at initial guess 2 **output** : $\bar{\mathcal{P}}_k$ , newly computed $T_k^L(t)$ 3 begin 4 | if at the beginning of a sweep then $T_k^L(t) \leftarrow 0$ ; end Detect edge points and planar points in $\mathcal{P}_k$ , put the points in $\mathcal{E}_k$ and $\mathcal{H}_k$ , respectively; for a number of iterations do for each edge point in $\mathcal{E}_k$ do Find an edge line as the correspondence, then compute point to line distance based on (7) and stack the equation to (9); 11 for each planar point in $\mathcal{H}_k$ do Find a planar patch as the correspondence, then compute point to plane distance based on (8) and stack the equation to (9); 14 15 Compute a bisquare weight for each row of (9); Update $T_{\perp}^{L}(t)$ for a nonlinear iteration based on (10); if the nonlinear optimization converges then Break; 19 end 20 if at the end of a sweep then Project each point in $P_k$ to $t_{k+1}$ and form $\bar{P}_k$ ; 22 Return $T_{k}^{L}(t)$ and $\bar{P}_{k}$ ; end 24 25 else Return $T_t^L(t)$ : end 27 28 end

- 特征点检测
- 寻找匹配点
- 构建非线性方程组
- 求解非线性方程组
- 如果到了当前帧的末尾,则投影到当前时刻, 开始进行下一帧的求解





• Lidar Odometry的输出跟地图进行匹配:



- Mapping过程提取的特征点数量,是Lidar Odometry的10倍。
- 特征点的匹配不是寻找对应的2个或者3个特征点,而是对于当前帧的特征点,在 $Q_{k-1}$ 中的对应位置附近10cm\*10cm\*10cm的cubic中提取所有的特征点。





#### 激光建图模块—直线匹配

- 对于edge point, cubic中的所有edge point会按照直线进行分布。根据这些特征点求解出直线的方程。
- 根据Cubic中的edge point, 计算位姿协方差矩阵。
- 对协方差矩阵进行特征值分解。
- 最大特征值对应的特征向量即为直线的方向向量。
- 该直线通过所有edge point的几何中心。





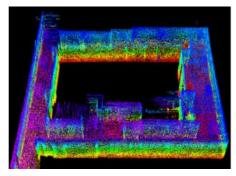
#### 激光建图模块—平面匹配

- 对于planar point, cubic中的所有planar point会按照平面进行分布。根据这些特征点求解出平面的方程。
- 根据Cubic中的planar point , 计算位姿协方差矩阵。
- 对协方差矩阵进行特征值分解。
- 最小特征值对应的特征向量,即为平面的法向量。
- 该平面通过所有planar point的几何中心。

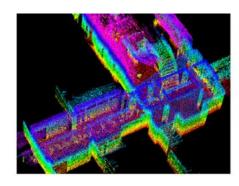


## 激光建图模块

• 按照Lidar Odometry模块的估计方式进行运动估计即可,最终的结果如下:











- [1]LOAM:Lidar Odometry and Mapping in Real-time
- [2] V-LOAM: Visual-lidar Odometry and Mapping
- [3] IMLS-SLAM:scan-to-model matching based on 3D data



# ALOAM代码讲解 3D 激光SLAM算法介绍



## 感谢聆听 Thanks for Listening