深蓝学院
shenlanxueyuan.com

Lifelong Mapping

主讲人 曾书格

越凡创新技术负责人
电子科技大学硕士

Lifelong Mapping

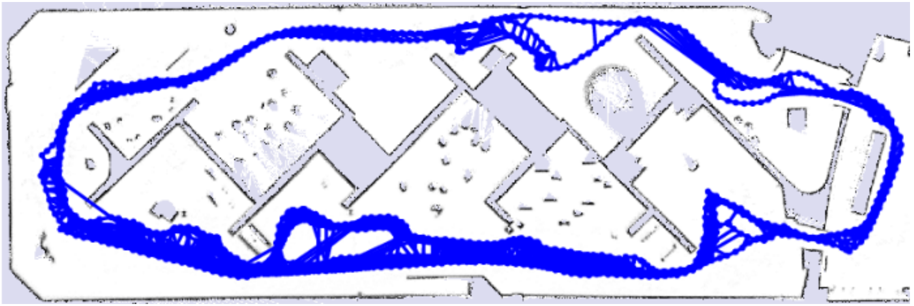
1. Lifelong Mapping的概念及应用
2. 冗余节点的选取
3. Pose-Graph的稠密近似
4. Pose-Graph的稀疏近似

Lifelong Mapping

1. Lifelong Mapping的概念及应用
2. 冗余节点的选取
3. Pose-Graph的稠密近似
4. Pose-Graph的稀疏近似

Lifelong Mapping

示意图



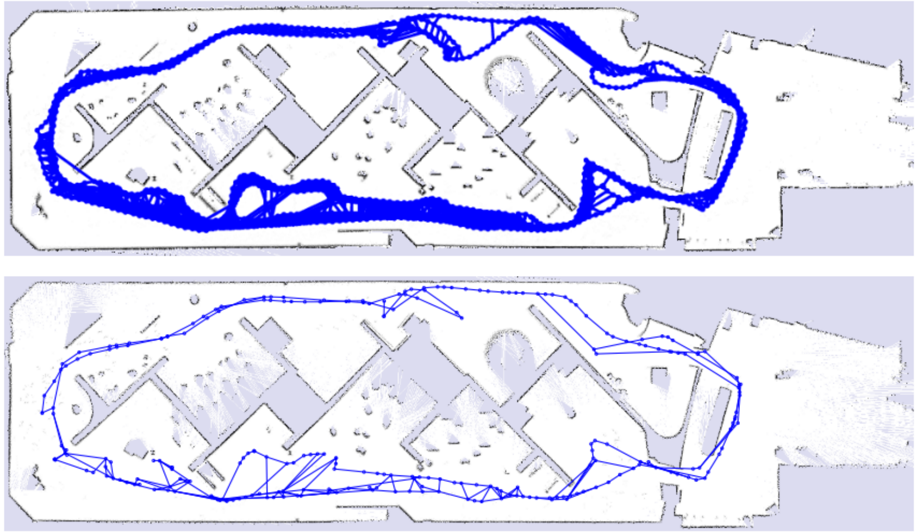
普通SLAM示意图

SLAM存在的问题

- 节点的增加通过机器人每走一定的距离或者旋转一定的角度
- 随着机器人经过距离的延长，PoseGraph中的节点越来越多，求解的规模不断增大，导致优化所需的时间越来越长。
- PoseGraph的大小和机器人走过的距离长度成正比，经过的距离越长，PoseGraph中的节点越多。

Lifelong Mapping

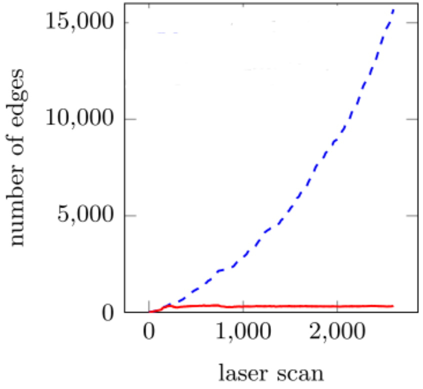
示意图



Lifelong Mapping示意图

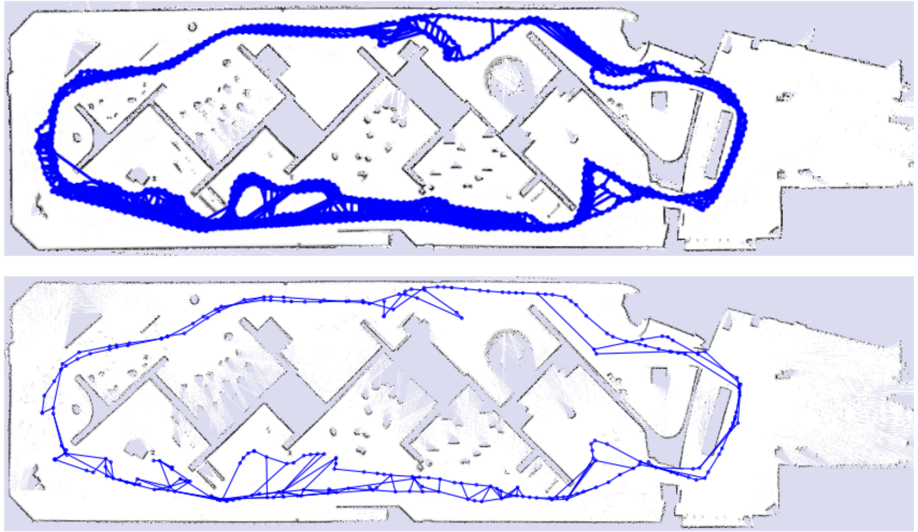
基本思想

- 实现机器人边导航边建图
- PoseGraph的规模不能随着运行轨迹的增长而增加
- PoseGraph的规模应该和建图面积相关



Lifelong Mapping

示意图



Lifelong Mapping示意图

实现思路

- 定期删除Pose-Graph中冗余的节点
- 哪个节点是冗余的?
- 从PoseGraph中删除一个冗余节点，PoseGraph需要做什么样的调整?

Lifelong Mapping

1. Lifelong Mapping的概念及应用

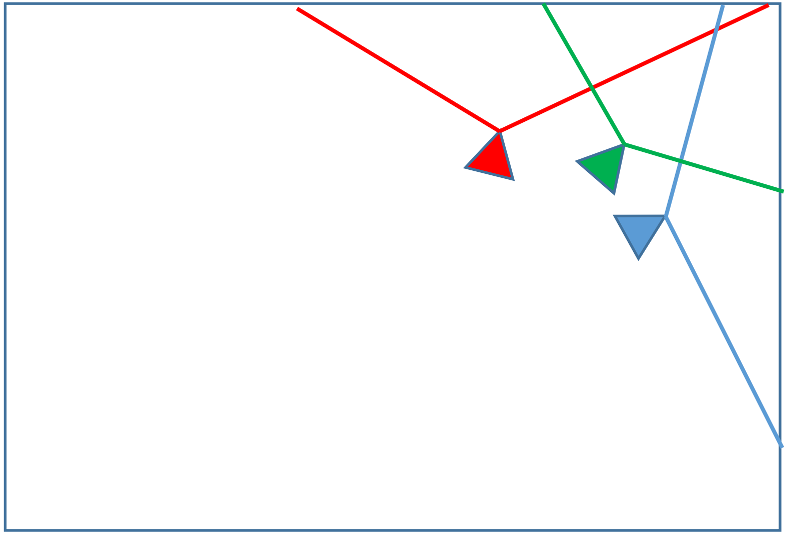
2. 冗余节点的选取

3. Pose-Graph的稠密近似

4. Pose-Graph的稀疏近似

Lifelong Mapping

冗余节点的定义



冗余节点示意图

- SLAM的目的是构建一个环境的地图
- 如果去除某一个节点，构建出来的地图不发生变化或者变化很小，则认为该节点是一个冗余节点(绿色的节点)。
- 冗余节点的数据被其他节点覆盖住，因此可以直接删除而不影响地图的生成。

Lifelong Mapping

冗余节点的选择

- 构建的地图为栅格地图，地图Cell一共有两种状态：占用(Occupied)，空闲(Free)。

- 每个栅格存储被击中的次数 以及 被穿过的次数，该栅格是障碍物的概率：

$$p(m_i) = \frac{hits(i)}{hits(i) + misses(i)}$$

- 如果某栅格是障碍物的概率大于阈值，则认为该栅格是障碍物。

- PoseGraph中的每一个节点都有一帧对应的激光数据，每个节点中存储该激光数据穿过的栅格以及击中的栅格。

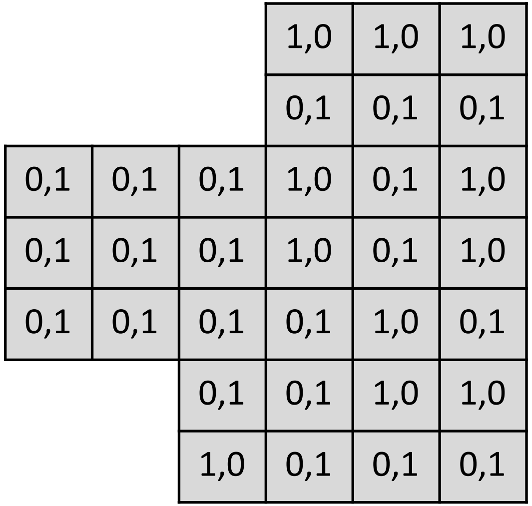
			1,0	1,0	1,0
			0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	1,0	0,1	1,0
0,1	0,1	0,1	1,0	0,1	1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	1,0	0,1
		0,1	0,1	1,0	1,0
		1,0	0,1	0,1	0,1

节点i对应的数据

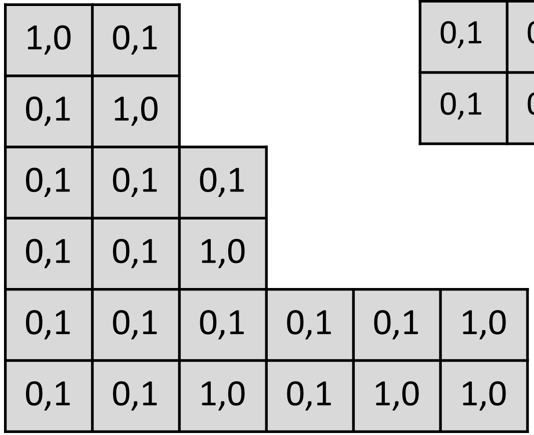
Lifelong Mapping

冗余节点的选择

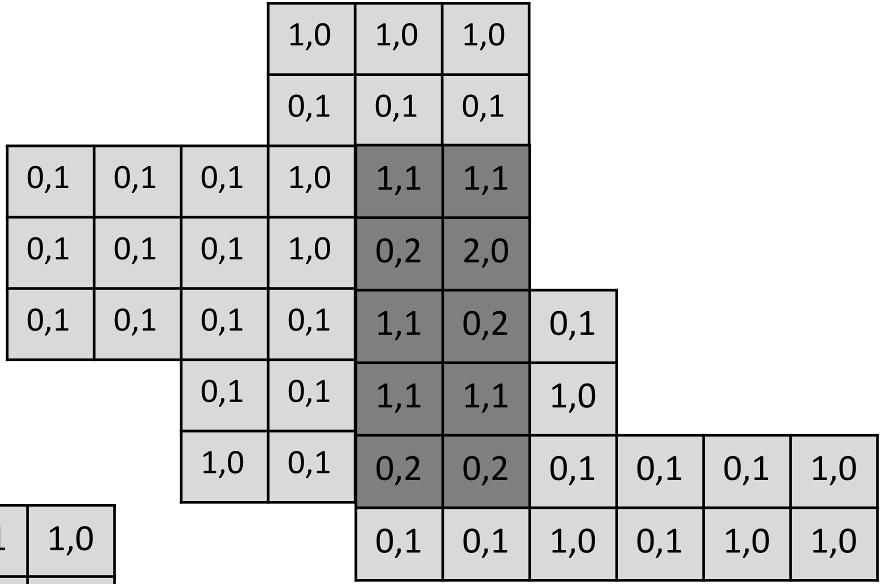
- 全部的节点数据构建一个完整的地图A，得到每一个栅格**被击中**和**被穿过**的次数。



节点X_1数据



节点X_2数据



地图构建

Lifelong Mapping

冗余节点的选择

- 对于任意一个节点i，从地图A中去除该节点的数据，即节点i穿过的栅格对应的穿过次数减1，节点i击中的栅格对应的击中次数减1。

			1,0	1,0	1,0				
			0,1	0,1	0,1				
0,1	0,1	0,1	2,2	2,1	2,1	2,1	1,0	2,1	
0,1	0,1	0,1	3,0	1,2	2,2	1,2	0,1	0,1	
0,1	0,1	0,1	2,1	2,1	1,2	1,1	1,0	2,2	
		0,1	1,2	3,1	2,1	2,0	0,1	1,0	
		1,0	0,3	1,2	0,2	0,1	0,1	0,1	1,0
				0,1	0,1	1,0	0,1	1,0	1,0

			1,0	1,0	1,0				
			0,1	0,1	0,1				
0,1	0,1	0,1	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	2,1	
0,1	0,1	0,1	1,0	1,1	2,1	0,2	0,1	0,1	
0,1	0,1	0,1	2,0	1,1	0,2	1,1	1,0	2,2	
		0,1	1,1	3,1	1,1	2,0	0,1	1,0	
		1,0	0,3	1,2	0,2	0,1	0,1	0,1	1,0
				0,1	0,1	1,0	0,1	1,0	1,0

Lifelong Mapping

冗余节点的选择

- 统计状态发生变化的栅格个数，作为该节点i冗余度的评估值。

2,2	2,1	2,1	2,1
3,0	1,2	2,2	1,2
2,1	2,1	1,2	
1,2	3,1	2,1	

$$p(m_i) = \frac{hits(i)}{hits(i) + misses(i)}$$

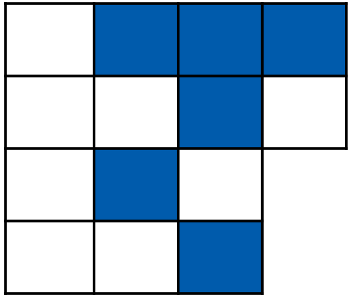
0.50	0.67	0.67	0.67
1.00	0.33	0.50	0.33
0.67	0.67	0.33	
0.33	0.75	0.67	

1,2	1,1	1,1	1,1
1,0	1,1	2,1	0,2
2,0	1,1	0,2	
1,1	3,1	1,1	

$$p(m_i) = \frac{hits(i)}{hits(i) + misses(i)}$$

0.33	0.50	0.50	0.50
1.00	0.50	0.67	0.00
1.00	0.50	0.00	
0.50	0.75	0.50	

假设阈值为0.6



删除节点i 时，6个栅格的状态发生变化

Lifelong Mapping

冗余节点的选择

- 地图A中删除节点i时，状态发生改变的栅格数量越小，说明节点i对应的该帧数据越冗余；状态发生改变的栅格数量越大，说明该帧数据越不冗余。

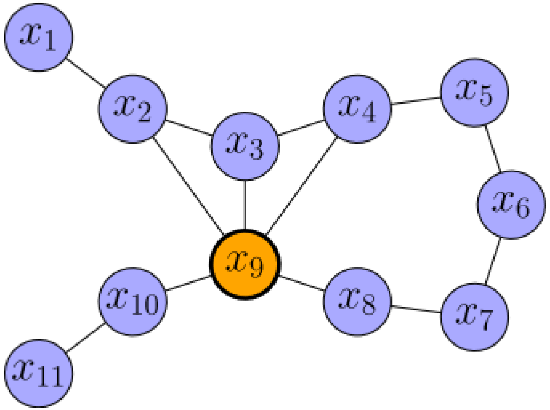
- 依次计算每一个节点的冗余度，选择最冗余的且冗余度小于一定阈值的节点作为待删除的节点。

Lifelong Mapping

1. Lifelong Mapping的概念及应用
2. 冗余节点的选取
3. **Pose-Graph的稠密近似**
4. Pose-Graph的稀疏近似

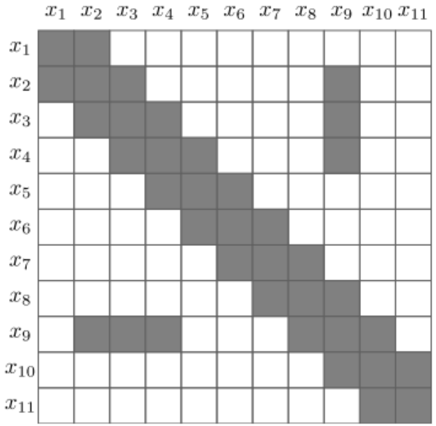
Lifelong Mapping

Pose-Graph的稠密近似



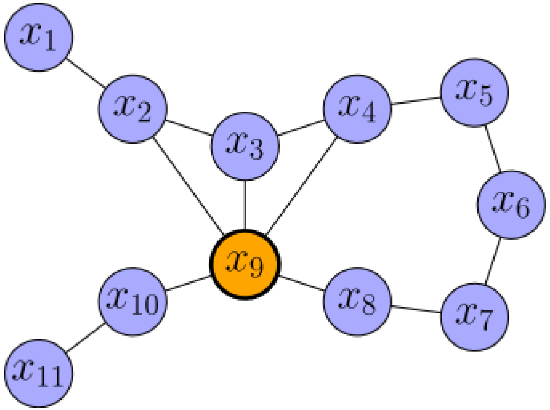
冗余节点示意图

- 橙色的节点表示待删除的冗余点，也就是需要边缘化(marginalization)的节点
- 对应的信息矩阵(Hessian矩阵)：



Lifelong Mapping

Pose-Graph的稠密近似



冗余节点示意图

- 边缘化的过程：

$$p(\alpha, \beta) = \mathcal{N}^{-1}\left(\begin{bmatrix} \xi_\alpha \\ \xi_\beta \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Omega_{\alpha\alpha} & \Omega_{\alpha\beta} \\ \Omega_{\beta\alpha} & \Omega_{\beta\beta} \end{bmatrix}\right)$$

$$\Downarrow$$

多元高斯分布的边缘分布也是高斯分布（比如 $p(\alpha)$），且其信息向量与信息矩阵分别为：

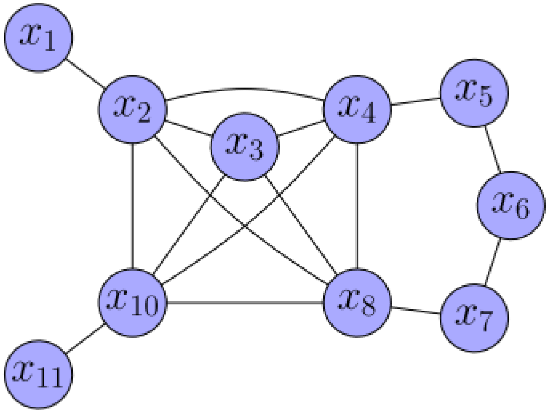
$$\xi = \xi_\alpha - \Omega_{\alpha\beta}\,\Omega_{\beta\beta}^{-1}\,\xi_\beta$$

$$\Omega = \Omega_{\alpha\alpha} - \Omega_{\alpha\beta}\,\Omega_{\beta\beta}^{-1}\,\Omega_{\beta\alpha}$$

参考资料：**SLAM中的marginalization 和 Schur complement**
https://blog.csdn.net/heyijia0327/article/details/52822104

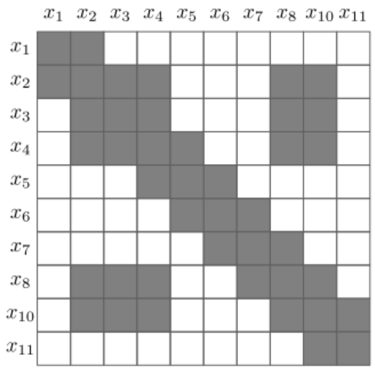
Lifelong Mapping

Pose-Graph的稠密近似



精确边缘化后的Pose Graph

- 精确边缘化后，PoseGraph中待删除节点的相邻节点之间，形成了一个完全子图，让整个PoseGraph变得更加稠密。
- 对应的信息矩阵：



Lifelong Mapping

完全子图的边

- Edge-Reversal：

第i个节点与第j个节点之间的相对位姿服从高斯分布：$e_{ij} \sim N(u_{ij}, \Sigma_{ij})$ ，其中 $u_{ij} = \left(t_{ij}, \theta_{ij}\right)$ ，则第j个节点与第i个节点之间的相对位姿也服从高斯分布：

$$e_{ji} \sim N(u_{ji}, \Sigma_{ji})$$

其中 $u_{ji} = -Ru_{ij}$, $\Sigma_{ji} = R\Sigma_{ij}R^T$, $R = \begin{bmatrix} R^T(\theta_{ij}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

证明：

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} R(\theta_{ij}) & t_{ij} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{ji} = T_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} R^T(\theta_{ij}) & -R^T(\theta_{ij})t_{ij} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$u_{ji} = (-R^T(\theta_{ij})t_{ij}, -\theta_{ij}) = -\begin{bmatrix} R^T(\theta_{ij}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u_{ij}$$

Lifelong Mapping

完全子图的边

- Edge-Composition：

第i个节点与第j个节点之间的相对位姿服从高斯分布 $e_{ij}=(u_{ij},\Sigma_{ij})$ ，第j个节点与第k个节点之间的相对位姿服从高斯分布 $e_{jk}=(u_{jk},\Sigma_{jk})$，则第$i$个节点与第$k$个节点之间的相对位姿服从高斯分布：

$$e_{ik}=(u_{ik},\Sigma_{ik})$$

其中，$u_{ik}=u_{ij}+Ru_{jk}$

$$\Sigma_{ik}=\Sigma_{ij}+R\Sigma_{jk}R^T$$

$$R=\begin{bmatrix} R(\theta_{ij}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

证明：

$$T_{ik}=T_{ij}T_{jk}=\begin{bmatrix} R_{ij}R_{jk} & R_{ij}t_{jk}+t_{ij} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$u_{ik}=T2V(T_{ik})=\begin{bmatrix} t_{ij}+R_{ij}t_{jk} \\ \theta_{ij}+\theta_{jk} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t_{ij} \\ \theta_{ij} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} R_{ij} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} t_{jk} \\ \theta_{jk} \end{bmatrix}$$

$$=u_{ij}+Ru_{jk}$$

Lifelong Mapping

完全子图的边

- Edge-Combine：

第i个节点与第j个节点之间的相对位姿服从高斯分布 $e_{ij}=(u_{ij},\Sigma_{ij})$ ，第i个节点与第j个节点之间通过组合得到的相对位姿服从高斯分布 $e_{ij}^{'}=(u_{ij}^{'},\Sigma_{ij}^{'})$ ，则第i个节点与第j个节点之间的相对位姿服从高斯分布：

$$e=(u,\Sigma)$$

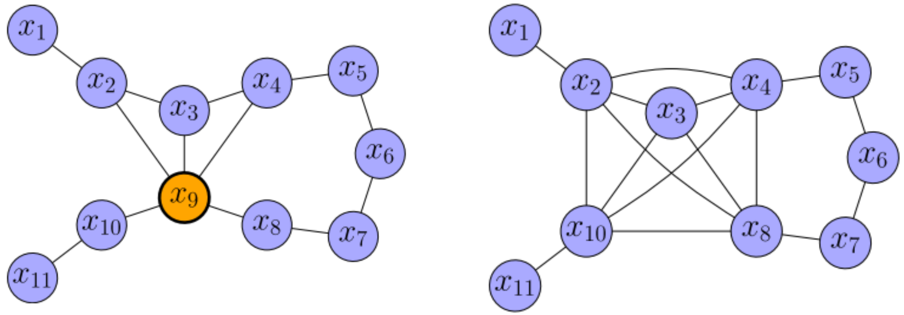
其中，$u=\Sigma(\Sigma_0^{-1}u_0+\Sigma_1^{-1}u_1)$

$$\Sigma=(\Sigma_0^{-1}+\Sigma_1^{-1})^{-1}$$

证明：两者的加权和，权重为各自的信息矩阵，显然是成立的。

Lifelong Mapping

Pose-Graph的稠密近似



对比示意图

- 纯组合边:

$$e_{24} = edge\_composition(e_{29}, e_{94})$$

$$e_{28} = edge\_composition(e_{29}, e_{98})$$

$$e_{210} = edge\_composition(e_{29}, e_{910})$$

$$e_{38} = edge\_composition(e_{39}, e_{98})$$

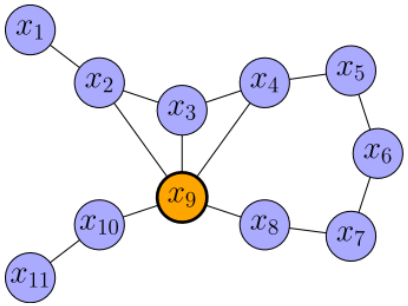
$$e_{310} = edge\_composition(e_{39}, e_{910})$$

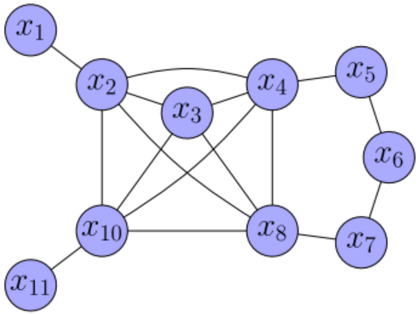
$$e_{48} = edge\_composition(e_{49}, e_{98})$$

$$e_{410} = edge\_composition(e_{49}, e_{910})$$

Lifelong Mapping

Pose-Graph的稠密近似





对比示意图

- 复合边:

$$e'_{23} = edge\_composition(e_{29}, e_{93})$$

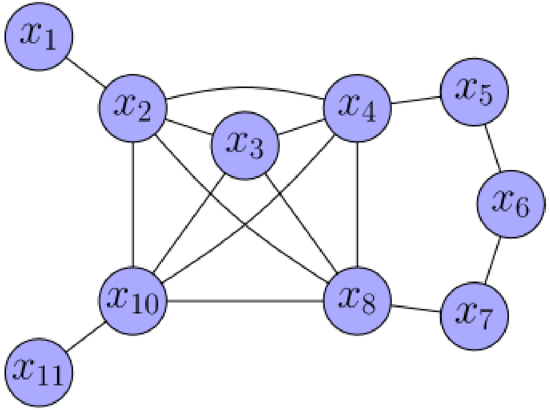
$$e_{23} = edge\_combine(e'_{23}, e_{23})$$

$$e'_{34} = edge\_composition(e_{39}, e_{94})$$

$$e_{34} = edge\_combine(e'_{34}, e_{34})$$

Lifelong Mapping

Pose-Graph的稠密近似



精确边缘化后的Pose Graph

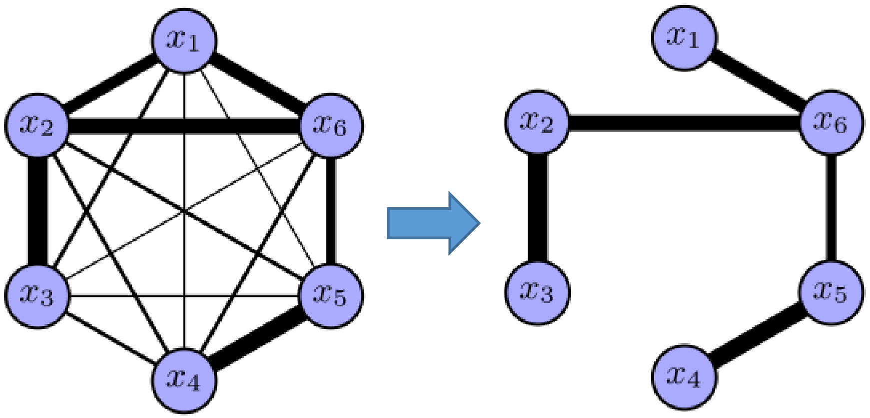
- 每删除一个节点，就会在pose-graph中形成一个完全子图，让图变得更加的稠密。
- 随着删除的节点越来越多，图就会变得越来越稠密，破坏Hessian矩阵的稀疏性质，无法利用矩阵的稀疏性进行快速求解，会极大的减慢优化的速度。

对完全子图进行稀疏近似

Lifelong Mapping

Lifelong Mapping

Chow-Liu Tree



Chow-Liu Tree 近似

- 图中边的厚度表示两个变量之间互信息的大小
- Chow-Liu Tree近似等价于最大生成树
- 数学表示：

$$
\begin{aligned}
p(\tilde{\mathbf{x}}) &= p(x_k)\prod_{i=1}^{k-1} p(x_i \mid x_{i+1}, \ldots, x_k) \\
&\approx p(x_k)\prod_{i=1}^{k-1} p(x_i \mid x_{i+1}) = q(\tilde{\mathbf{x}}).
\end{aligned}
$$

Lifelong Mapping

Chow-Liu Tree

- 高斯分布变量的互信息计算方法：

$$I(x_i;x_j) = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{|\tilde{\Sigma}_{ii}|}{|\tilde{\Sigma}_{ii} - \tilde{\Sigma}_{ij}\tilde{\Sigma}_{jj}^{-1}\tilde{\Sigma}_{ji}|}\right)$$

x_i, x_j 表示完全子图中的两个节点

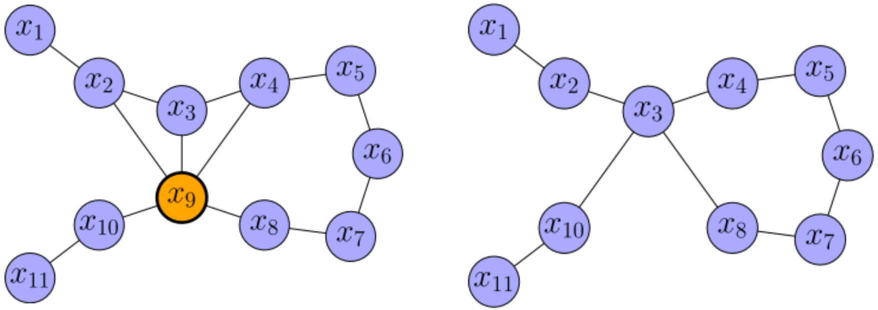
$\tilde{\Sigma}$ 表示完全子图的协方差矩阵

- 完全子图的分布：均值就是目前各个节点的位姿，协方差矩阵通过构造全图的信息矩阵(第六节课程的内容)，然后进行边缘化得到完全子图的信息矩阵，最后求逆得到完全子图的协方差矩阵即可。

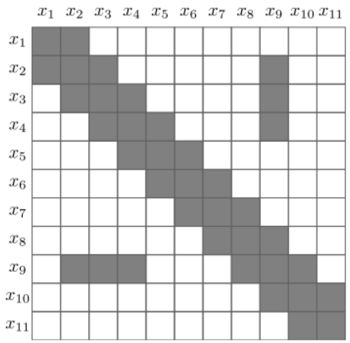
Lifelong Mapping

稀疏近似的结果

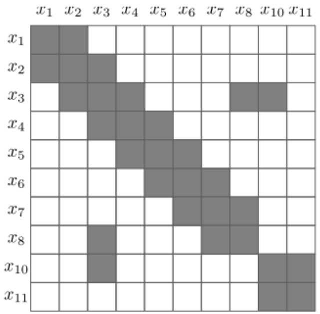
- 信息矩阵(Hessian矩阵):



稀疏近似对比图



原始Hessian矩阵



近似Hessian矩阵

稀疏近似的流程

- 1. 按照上述方法找到待删除的节点i；
- 2.对于pose-graph进行边缘化，得到去除节点i之后的整体分布A；
- 3.从整体分布A中继续进行边缘化，得到完全子图的分布B；
- 4. 计算完全子图的各个节点之间的互信息，用互信息作为边的权重，构造图；
- 5.用最大生成树决定要保留的边。

参考资料

[1]Information-theoretic compression of pose graphs for laser-based SLAM

作业

- 详细见作业说明

结语

感谢聆听！

Thanks for Listening