



吉林大学

JILIN UNIVERSITY

本科生毕业论文（设计）

中文题目 差分隐私下求解近似最小

割问题的算法设计与实现

英文题目 The first

The second

学生姓名 周宇恒

学 号 55210916

学 院 计算机科学与技术学院

专 业 理科试验班 (计算机, 唐敖庆班)

指导教师 刘淼

2025 年 5 月

吉林大学学士学位论文（设计）承诺书

本人郑重承诺：所呈交的学士学位毕业论文（设计），是本人在指导教师的指导下，独立进行实验、设计、调研等工作基础上取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文（设计）不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的作品成果。对本人实验或设计中做出重要贡献的个人或集体，均已在文中以明确的方式注明。本人完全意识到本承诺书的法律结果由本人承担。

承诺人：

2023 年 5 月 29 日

中文完整题目

摘 要

Helmholtz 方程在声波, 电磁波以及弹性波领域都有着非常重要的应用, 因而吸引了许多学者对此进行了很多方面的研究, 在数值计算方面, 如何解决问题求解区域是无界的这个难题一直是学者们非常关心的课题, Bramble 在其工作中, 用完全匹配层方法 (PML) 将无界求解区域上的声波散射问题转化为截断的可计算区域上, 这对数值计算带来了很大的方便, 但同时却将原本为实系数对称问题变为复系数非对称问题, 给数值求解带来新的困难。

通过查阅与学习, 本文以此截断的声波散射 PML 问题为模型, 将二重网格有限元法应用到该问题中, 并给出了一个有效的计算格式。该方法是在粗网格有限元空间 V_H 上使用标准的有限元离散技巧去求解一个小规模的复杂的原问题, 得到一个粗略的估计 $u_H \in V_H$, 然后再在此基础上在细网格有限元空间 V_h ($h \ll H$) 上解一个简单的只含高阶项问题, 得到修正值 $u_h \in V_h$ 。给出了解的存在性证明, 得到了与标准有限元方法一致的误差估计, 通过比较验证了本算法的高效性和合理性。

关键词:

Helmholtz 方程, 完全匹配层, 二重网格有限元方法

English Title

Author: Zhou Yuheng

Supervisor: Liu Miao

Abstract

The Helmholtz equation has important application in acoustic, electromagnetic and elastic scattering problems, and has been investigated in many ways. In the area of numerical method, how to solve the problem that those problems are posed on infinite domains is always a popular subject. In his work, Bramble transforms the acoustic scattering problem on infinite domain to the truncated domain using perfectly matched layer method(PML). This work will be continued to simulation, however, it also brings some new problems. The original problem is symmetric with real coefficients, but now is nonsymmetric with complex coefficients.

By reading and learning, we consider the truncated acoustic scattering PML problem and develop an efficient approximate method based on two-grid method. The method is to solve a small and complex original problem by standard finite element discretization on a coarse space V_H . Based on the coarse solution $u_H \in V_H$, we solve a simple problem in the fine space v_h , which is only have the high order terms of original problem, and get a correction $u_h \in V_h$. We prove the existence and uniqueness and the error bound of optimal order of accuracy which is consistent with the standard finite element discretization. Finally, our theoretical claims are supported.

Keywords:

Helmholtz Equation, PML Method, Two-grid Finite Element Method

目 录

第 1 章 引论	1
1.1 封面及配置文件相关	1
1.2 字体设定	2
1.3 承诺书	2
1.4 摘要部分	2
1.5 图表相关	2
1.5.1 表格样例	2
1.5.2 图片样例	4
1.6 公式	4
1.7 参考文献	5
第 2 章 模型 2	6
第 3 章 模型 3	7
第 4 章 模型 4	8
参考文献	9
致 谢	10

第 1 章 引论

本章为吉林大学本科生毕业论文 \LaTeX 模板的示例文档¹，对写作过程中常见用法和问题进行介绍说明。第一章的内容参考了北京大学硕士学位论文模板²的相关章节。

1.1 封面及配置文件相关

本模板使用 `jluthesis.cfg` 配置文件对封面的相关信息进行设置。示例配置如下：

```
\ProvidesFile{jluthesis.cfg}
\def\cover@thesis{毕业设计（论文）}
\def\cover@ctitlef{第一行}
\def\cover@ctitles{第二行}
\def\cover@ctitle{中文完整题目}
\def\cover@etitlef{The first}
\def\cover@etitles{The second}
\def\cover@etitle{English Title}
\def\cover@school{某某学院}
\def\cover@major{某某专业}
\def\cover@author{张三}
\def\cover@eauthor{Zhang San}
\def\cover@studentid{11111111}
\def\cover@mentor{李四}
\def\cover@ementor{Li Si}
\def\cover@time{2023 年 6 月}
\def\abstract@cabstract{摘\hspace{1em}要}
\def\abstract@eabstract{Abstract}
\def\abstract@ckeywords{关键词：}
\def\abstract@ekeywords{Keywords:}
\def\commitment@title{吉林大学学士学位论文（设计）承诺书}
\def\commitment@content{本人郑重承诺：所呈交的学士学位毕业论文（设计），
是本人在指导教师的指导下，独立进行实验、设计、调研等工作基础上取得的成果。
除文中已经注明引用的内容外，本论文（设计）不包含任何其他个人或集体
已经发表或撰写的作品成果。对本人实验或设计中做出重要贡献的个人或集体，
均已在文中以明确的方式注明。本人完全意识到本承诺书的法律结果由本人承担。}
\def\commitment@sign{承诺人：}
\def\commitment@time{2023 年 5 月 29 日}
\endinput
```

¹本模板适配了吉林大学计算机科学与技术学院的毕业论文格式，参考了《附件 Z-3: 学院本科毕业论文（设计）撰写参考模板》中的格式要求，适配作者为 geekifan，参见 GitHub 主页<https://github.com/geekifan>。

²<https://github.com/iofu728/pkuthss>

1.2 字体设定

本模板的默认中文字体为宋体，英文字体为 Times New Roman。本项目不包含任何所需的字体文件。如需使用 Overleaf，请自行在项目中上传 Overleaf 缺失的宋体文件，然后在 `jluthesis.cls` 文件中将

```
\setCJKfamilyfont{cusong}[AutoFakeBold = {2.17}]{SimSun}
```

修改为

```
\setCJKfamilyfont{cusong}[AutoFakeBold = {2.17}]{/path/to/simsun.ttf}
```

1.3 承诺书

本模板自带承诺书。请核对该模板使用的承诺书与学院使用的承诺书是否一致。如需去除承诺书一页。请将 `main.tex` 中的 `\commitment` 注释或删除。

1.4 摘要部分

请在 `cabstract.tex` 中书写中文摘要，在 `eabstract.tex` 中书写英文摘要。

1.5 图表相关

1.5.1 表格样例

一般学术论文使用三线表 (如表 1-2)，需要依赖宏包 `booktabs`，使用 `\toprule`，`\midrule`，`\bottomrule` 控制三线。此外表序和表名位于表格的上方。如果需要对表格内进行脚注，可通过 `minipage` 中嵌套 `tabular` 来实现，具体可参考 Stack Overflow³。

表 1-1 续表样列表。

年龄 (岁)	性别	cp 胸痛型	静息血压 毫米汞柱	chol 胆固醇	空腹血糖 > 120 mg/dl	restecg 静息状态	thalachh 最大心率
63	1	3	145	233	1	0	150
37	1	2	130	250	0	1	187
41	0	1	130	204	0	0	172
56	1	1	120	236	0	1	178
57	0	0	120	354	0	1	163

续下页

³<https://stackoverflow.com/questions/2888817/footnotes-for-tables-in-latex>

续表 1-1 续表样例表。

年龄 (岁)	性别	cp 胸痛型	静息血压 毫米汞柱	chol 胆固醇	空腹血糖 > 120 mg/dl	restecg 静息状态	thalachh 最大心率
57	1	0	140	192	0	1	148
56	0	1	140	294	0	0	153
44	1	1	120	263	0	1	173
52	1	2	172	199	1	1	162
57	1	2	150	168	0	1	174
54	1	0	140	239	0	1	160
48	0	2	130	275	0	1	139
49	1	1	130	266	0	1	171
64	1	3	110	211	0	0	144

注：数据来源于 Kaggle Heart Attack Analysis & Prediction Data Set。

如需要注明表格中数据来源，则可使用类似的方式，见表 1-3。

表 1-2 表格脚注样例表。表名可通过中括号添加缩略名。

	X	Y	Z	N	M
默认	99.99	99.99	99.99	99.99 ^a	99.99
w/o X	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
w/o Y	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
w/o Z	99.99 ^b	99.99	99.99	99.99	99.99
w/o N	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
w/o M	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99

^a表格中的脚注 1

^b表格中的脚注 2

表 1-3 表格数据来源注释样例表。

Model	数据集 A			数据集 B		
	指标 a(%)	指标 b(%)	指标 c	指标 a (%)	指标 b(%)	指标 c
Devlin et al. ^[?]]	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99
Yang et al. ^[?]]	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99	99.99

注：数据来源 XXXXXX。

当表格较大，不能在一页内打印时，可以“续表”的形式另页打印，可使用宏包longtable实现，如表 1-1。

1.5.2 图片样例



(a) 吉林大学校徽



(b) 吉林大学中文校名

图 1-1 包含子图形的大图形

当需要插入多个子图的时候，可以选用宏包`subfloat`，不推荐使用 `subfigure` 和 `subtable`。

若使用继承于`subfigure`的宏包，例如`subfloat`、`subfigure`等，则可直接使用引用`\ref{sfig:xxxx}`引用子图 label，如图 1-1a。否则需要引用主图，再单独标注子图序号，以便符合学位论文要求。

此外，与表格相反，图序和图名需要位于图片的下方。如果含有子图，每个子图需要具有相应的子图名。

如果需要并排使用两个独立的图形，分别编排图序，则可使用`minipage`，如图 1-2和图 1-3。



图 1-2 吉林大学校徽



图 1-3 吉林大学中文校名

1.6 公式

公式使用通用 \LaTeX 规范即可。对于复杂公式需求，可使用`amsmath`宏包结合`Mathpix`⁴等自动化识别工具。

$$\begin{aligned} & \int_a^b \left\{ \int_a^b [f(x)^2 g(y)^2 + f(y)^2 g(x)^2] - 2f(x)g(x)f(y)g(y) dx \right\} dy \\ &= \int_a^b \left\{ g(y)^2 \int_a^b f^2 + f(y)^2 \int_a^b g^2 - 2f(y)g(y) \int_a^b fg \right\} dy \end{aligned}$$

上述公式来源于刘宝碇的《不确定规划》^[2]。

⁴<https://mathpix.com/>

1.7 参考文献

参考文献使用gb7714-2015bibstyle 进行管理，具体引用命令与日常使用类似，例如\cite{ }。使用本模板之前，请先按照该仓库⁵，将相关 bibstyle 进行安装，或将其 bst 文件放入项目目录下直接使用。

⁵<https://github.com/Haixing-Hu/GBT7714-2005-BibTeX-Style>

第 2 章 模型 2

模型 2 实现细节。

第 3 章 模型 3

模型 3 实现细节。

第 4 章 模型 4

模型 4 实现细节。

参考文献

致 谢

虽然还有一些工作没有完成，但是大学四年的生活在一点点走向尽头。我还清晰地记得自己初入校门时的激动，那是一段无需口罩的防护、可以直接看见彼此笑脸的时光。四年的大学生活没有想象中的轻松，在结束之际，向陪伴我走过困苦时期的各位表示感谢：