第六次作业——下旋棒球（习题2.19）

摘要

本次作业使用Runge-Kutta-Fehlberg方法求解棒球的运动方程，并考虑空气阻力及棒球自身旋转，给出旋转球的运动轨迹，并与非旋转球的运动轨迹进行对比。

背景介绍

1. Runge-Kutta法求解常微分方程

和欧拉法一样，Runge-Kutta法也通过单步迭代的步骤求解微分方程。但二者的不同之处在于迭代的方法。对于形如dy(t)/dt=f(t)的常微分方程，Runge-Kutta方法所对应的迭代公式为（当f依赖于t和y时，迭代公式有所不同，详见书7.4节）

s\_1=f(t)

s\_2=f(t+(1/2)dt)

s\_3=f(t+dt)

y(t+dt)=y(t)+(1/6)(s\_1+4s\_2+s\_3)

上式明显区别于（并且优于）欧拉法的迭代公式（见url第四次作业）。

2. 旋转球

当运动的球体存在自旋时，球体“赤道”两端（假设棒球的自转轴穿过它的南北极）收到的空气阻力就不会完全相同，从而会影响棒球的轨迹，使击球手难以准确击球。这种因旋转而受到的额外的力叫做Magnus力，其表达式为

F\_M=S\_0 omega v\_x

注意，系数S\_0其实依赖于物体运动的速度，但为简便起见，本次作业假设S\_0是常数，S\_0/m~=4.1\*10^(-4)。

正文

我们考虑在三维空间中运动的下旋棒球。球抛出方向设为x轴，y轴表示高度，分析可知，在这些假设下，球体在z方向不受外力。因此，下旋棒球的运动方程可简化为4个常微分方程组成的方程组

dx(t)/dt=v\_x(t)

dv\_x(t)/dt=-(B/m)v(t)v\_x(t)

dy(t)/dt=v\_y(t)

dv\_y(t)/dt=-g+(S\_0/m)v\_x(t) omega

其中，B表示空气阻力系数，其拟合表达式由课本2.26式给出。这里我们假设投手将球平抛出去，即v\_x(t=0)=v, v\_y(t=0)=0，并将棒球初速度设为40 m/s，按照2.19题的设定，omega为每分钟2000转。使用Runge-Kutta-Fehlberg方法解得的下旋球运动轨迹如下图所示，同时，作为对照，图中也画出了其他条件相同时非旋转球的径迹。

图图图图

结论

其他条件相同时，下旋球飞得更远。原因在于，在空气中运动的下旋球会收到一个向上的升力。