# 第八次作业——钟摆的受迫振动（习题3.7）

## 摘要

本次作业使用Runge-Kutta-Fehlberg方法求解一维单摆的运动方程，并考虑耗散（阻力），计入周期性外力，给出摆角随时间的变化关系的运动轨迹。结果表明，钟摆的运动状态与耗散系数和驱动力周期的选取密切相关。

## 背景介绍

一维自由单摆小角摆动时的运动方程为

d^2θ(t)/dt^2=-(g/l) θ(t)

l为摆长，注意，上式假设sinθ~=θ。当考虑耗散以及周期性驱动力作用时，上式变为

d^2θ(t)/dt^2=-(g/l) θ(t)-q(dθ(t)/dt)+F\_D sin(Omega\_D t)

其中q为耗散系数，表征阻力的强弱，F\_D，Omega\_D分别代表驱动力的幅度和周期。因此，我们考虑的是一个既有耗散又有驱动的系统。

## 正文

上面的运动方程中含有四个参数：l, q, F\_D, Omega\_D。本题中我们设定摆长为1米，驱动力幅度为1牛顿。并将初值条件设为θ(0)=0.2 rad, dθ(0)/dt=-0.2 rad/s，选取不同的耗散系数以及驱动力周期，得到的单摆的摆动规律如下图所示。

当q=0.1, Omega\_D=sqrt(9.8)~=3.13时，单摆的震动显著增强，这个现象可以从如下表达式中得到解答，

θ\_0=F\_D/(sqrt((Omega^2-Omega\_D^2)^2+(q Omega\_D)^2)

上式为单摆振幅与其他各参量间的关系，θ\_0表示振幅，Omega是单摆的固有摆动频率。可见，当Omega=Omega\_D且q=0（没有耗散）时，单摆振幅趋于无穷大。

## 结论

对于一个既有耗散又有驱动力的单摆系统，在驱动力周期接近其固有周期，且耗散很小时，会发生共振效应。