

龍騰文化

# 115 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

## 數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

### —作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
  - 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
  - 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 > 肯定不同

定價 20 元



62001N11\_E2/C/

## 第壹部分、選擇（填）題（占85分）

### 一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 下列哪一組不等式的解與滿足  $x^2 - x + 1 \leq 0$  的解相同？

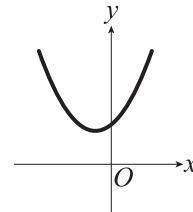
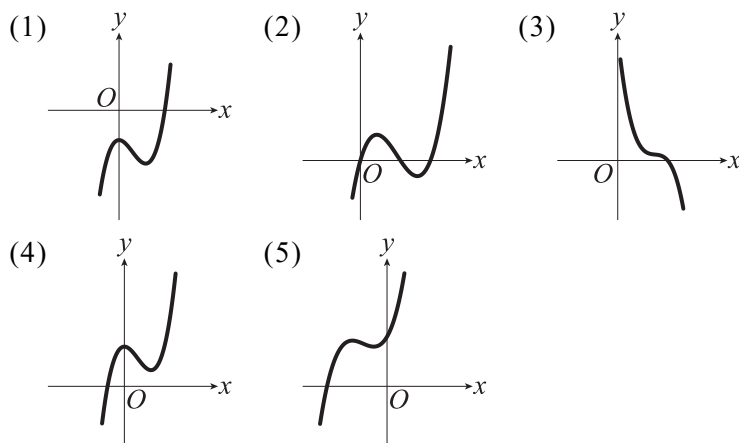
- (1)  $x^2 - x + 1 < 0$    (2)  $(x-2)^2 \leq 0$    (3)  $(x-2)^2 > 0$    (4)  $x^2 - 3x + 1 \leq 0$    (5)  $x^2 - 3x + 1 < 0$ 。

2. 設  $60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ ，求  $y = 2\cos^2 \theta - 3\sin \theta + 3$  的最大值為  $M$ 、最小值為  $m$ ，則  $M + m =$

- (1)  $\frac{9}{8}$    (2) 3   (3) 5   (4) 6   (5)  $\frac{49}{8}$ 。

3. 已知二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$  的部分圖形如右圖所示，

則  $g(x) = ax^3 + bx^2 + c$  可能的部分圖形為何？



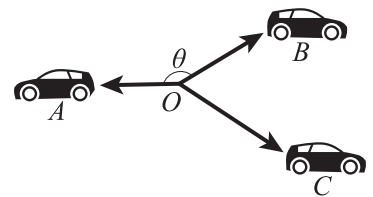
4. 假設有三臺車 ( $A, B, C$ ) 在做拉力性能測試，其拉力大小及方向

分別以向量  $\vec{OA}$ ， $\vec{OB}$ ， $\vec{OC}$  表示，因為測試的過程必須拉力平衡，即  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ ，如圖所示。已知三個拉力大小分別

為  $|\vec{OA}| = 200$ （牛頓）， $|\vec{OB}| = 400$ （牛頓）， $|\vec{OC}| = 300$ （牛頓），

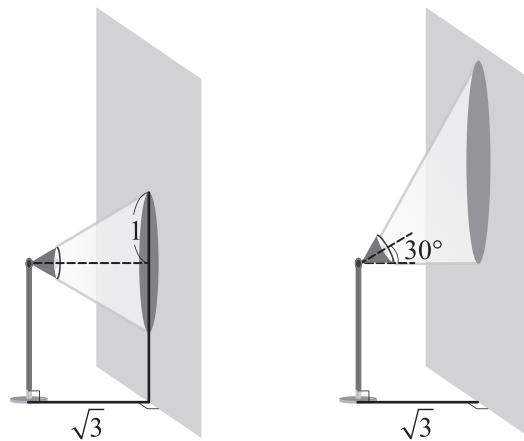
且令  $\angle AOB = \theta$ ，試求  $\cos \theta$  的值為何。

- (1)  $-\frac{14}{16}$    (2)  $-\frac{13}{16}$    (3)  $-\frac{12}{16}$    (4)  $-\frac{11}{16}$    (5)  $-\frac{10}{16}$ 。



5. 當聲音的強度為  $I$  ( 瓦特 / 平方公尺 ) 時，所產生噪音分貝數為  $d = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ，其中  $I_0$  為常數。設有三個音源，其分貝數分別為  $d_1 = 20$ ， $d_2 = 40$ ， $d_3 = 80$ 。若三個音源同時發聲，且不考慮聲音能量的逸散，則三個合起來產生的分貝數最接近下列哪一個選項？  
(1) 80 (2) 100 (3) 120 (4) 140 (5) 160。

6. 一投射燈離牆  $\sqrt{3}$  公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且直圓錐的軸與牆垂直。照在牆上的區域形成半徑 1 公尺的圓，如左圖所示。



如右圖所示，將燈旋轉  $30^\circ$ ，則在牆上照亮區域形成一橢圓，試問橢圓在牆上的最高點與最低點的距離為多少公尺？

- (1) 1 (2) 2 (3)  $2\sqrt{3}$  (4) 3 (5)  $2\sqrt{3} - 1$ 。
7. 棒球比賽是一種團體的球類運動，由人數各為 9 人的兩支隊伍在一個類似扇形的球場進行攻擊與守備。比賽攻方球員利用球棒將守方投擲的球擊出，隨即沿著四個壘包進行逆時針跑壘，當攻方成功跑一圈回到本壘就算得 1 分；兩隊輪流攻守，正規九局比賽完成得分較高的一隊即可獲勝。若正規九局打完後兩隊得分仍然平手，則進入延長賽，直到分出勝負為止。假設有一場大聯盟的明星對抗賽，美聯先攻、國聯後攻，如果最後比賽結果美聯以 2:0 擊敗國聯（如得分紀錄表所示），其中美聯的得分過程可能有 0 分、1 分或 2 分，而國聯則是一路以 0 分收尾。

得分紀錄表

隊名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
美聯										2
國聯										0

試求這場比賽過程中，得分紀錄表的所有得分情形有幾種？

- (1) 81 (2) 72 (3) 64 (4) 54 (5) 45。

## 二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 原本定價為 100 元的商品，若商家以 75 元賣出，我們稱為把該商品打 75 折。在黃昏市場中有三家服飾店都賣潮 T，每件 200 元，因為這幾天買氣很差，他們決定降價拍賣。三家的方案如下：
- 甲：3 件 500 元，但不足 3 件，每件以原價 200 元賣出  
乙：買 2 件送 1 件，但只買 2 件時，每件仍以 200 元賣出  
丙：每件 150 元
- 下列哪些選項正確？
- (1)甲商家打 83 折 (2)乙商家打 67 折 (3)丙商家打 75 折  
(4)若阿悟要買 5 件，到丙商家最便宜 (5)若阿悟要買 50 件，到乙商家最便宜。
9. 已知某籤筒有 10 支籤，其中只有 3 支為中獎籤。設每支籤被抽中的機率均等，今甲、乙、丙三人依序從中各抽 1 支籤，且抽出的籤不再放回，則下列哪些選項是正確的？
- (1)甲中獎的機率為  $\frac{3}{10}$  (2)甲中獎的機率大於乙中獎的機率  
(3)丙中獎的機率最小 (4)甲、乙恰有一人中獎的機率為  $\frac{7}{10}$   
(5)在甲、乙都中獎的條件下，丙中獎的機率只剩  $\frac{1}{8}$ 。
10. 某公司新人面試有 80 位應徵者參加，第一關甄選有「專業能力」與「溝通能力」兩項。「專業能力」的代號為  $X$ ，滿分 60；「溝通能力」的代號為  $Y$ ，滿分 40，兩項合計分之滿分為 100。經統計， $X$  最高為 56， $Y$  最高為 34。試選出正確的選項。
- (1) $X$  與  $Y$  相差最多為 22  
(2) $X$  的全距會高於  $Y$  的全距  
(3)若  $X$  的平均為 40， $Y$  的平均為 30，則合計分的平均為 70  
(4)若  $X$  的標準差為 4， $Y$  的標準差為 5，則合計分的標準差為 9  
(5)若  $X$  與  $Y$  的相關係數大於 0，則  $Y$  對  $X$  的迴歸直線斜率大於 0。

11. 由於疫情衝擊，有業者反映水產價格波動頗大，尤其是出現商品價格大幅下跌異常情況，表是兩個月前三種水產商品分別在兩間水產公司的單價（單位：元/公斤），此表可以單價

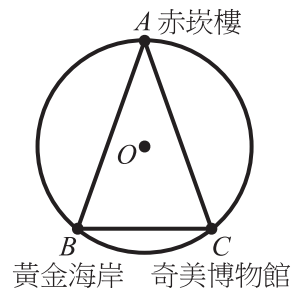
矩陣  $\begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  表示。如果這兩間水產公司都以每個月 17% 的比例調降商品的價格，

試選出可以代表現在這些水產商品在這兩間水產公司的單價矩陣。

元/公斤	水產公司 A	水產公司 B
龍蝦	1300	1200
螃蟹	700	600
明蝦	400	300

- (1)  $(0.83)^2 \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  (2)  $2(0.83) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  (3)  $(0.66) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$
- (4)  $\begin{bmatrix} 2 \times 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.83 & 0 \\ 0 & 0.83 \end{bmatrix}。$

12. 臺南是一個文化古都，其中赤崁樓（A 點）的文物與建築歷經荷蘭、明鄭及滿清時代，而黃金海岸（B 點）是當地人平日休閒好去處，有著傳說中臺南最美的夕陽餘暉；另外，奇美博物館（C 點）也是臺南必去景點之一。某旅遊公司規劃一日遊景點，發現  $\overline{AB} = \overline{AC} = 7.5$  公里， $\overline{BC} = 5$  公里，其中 O 為  $\triangle ABC$  外接圓的圓心，如圖所示。根據上述資訊，試選出正確的選項。



- (1) 點 A 到  $\overline{BC}$  的最近距離為  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  公里 (2)  $\tan \angle ABC = \frac{1}{3}$
- (3)  $\cos \angle BAC = \frac{7}{9}$  (4)  $\triangle ABC$  面積 =  $\frac{25\sqrt{2}}{2}$  平方公里
- (5)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $\frac{15\sqrt{2}}{2}$  公里。

### 三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

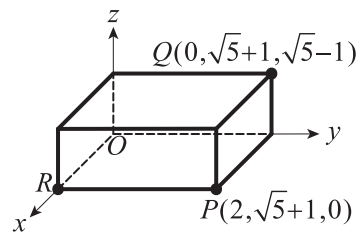
13. 某電商舉辦網路促銷活動，業者宣稱：「只要客戶收到幸運簡訊，恰好在 2 分鐘時將簡訊傳給另 2 位親朋好友，就有機會參加抽獎，總獎金為 100 萬元。」但是在傳送簡訊時，每通簡訊業者可以獲利 0.1 元。設活動開始後，每位客戶再傳出 2 通簡訊的時間都恰好是 2 分鐘，且從電商發出一通簡訊給第一位幸運客戶起，第 2 分鐘傳出 2 通，第 4 分鐘傳出 4 通， $\dots$ ，第  $2n$  分鐘傳出  $2^n$  通簡訊，以此類推，則至少經過  $\frac{(13-1)(13-2)}{2}$  分鐘之後，電商便可透過簡訊的獲利來支付 100 萬元獎金。（無條件進位至整數部分）

14. 5 個人圍坐一圈玩真心話大冒險的遊戲，遊戲的規則如下：每個人面前各有一枚公正硬幣，遊戲開始時，所有人同時投擲面前的硬幣一次，若硬幣正面朝上，則此人站起來並說一段真心話；若反面朝上，則此人坐下且不必說真心話。試問每個人投擲硬幣一次，沒有相鄰的兩人同時站起來的機率為  $\frac{(14-1)(14-2)}{(14-3)(14-4)}$ 。

15. 已知甲、乙兩班第一次段考數學科最多有 20 位同學不及格，而且甲班不及格的人數不超過乙班不及格人數的 3 倍。若甲班最少有 10 位同學不及格，乙班最少有 6 位同學不及格，則滿足上述的可能情形有  $\frac{(15-1)(15-2)}{2}$  種。

16. 萊克多巴胺是瘦肉精的一種，畜禽動物使用萊克多巴胺後，會刺激肌肉細胞，增加 5~10% 的蛋白質合成，並減少脂肪合成，達到增加瘦肉的效果，而人體若攝食過量則會造成心悸、噁心、嘔吐、頭暈、手顫抖及血壓升高等症狀，但萊克多巴胺在人體內的代謝很快，大約 6 小時就代謝掉 7 成 5。若某人在一次用餐中吃入了 20 微克的萊克多巴胺，則大約要經過  $\frac{(16-1)(16-2)}{2}$  小時的代謝，體內的殘留量才會低於 0.01 微克。

17. 已知黃金長方體是一個三邊長呈特殊比例關係的長方體，長、寬、高的比是  $r:1:\frac{1}{r}$ ，其中  $r = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ，且黃金長方體的六個面中，有四個面是黃金長方形。假設有一黃金長方體落在空間坐標軸上，其中  $P(2, \sqrt{5}+1, 0)$ ， $Q(0, \sqrt{5}+1, \sqrt{5}-1)$  及  $R$  為長方體的三頂點，如圖所示。若此長方體對角線  $\overline{QR}$  的長度為  $m$ ，長方體的體積為  $n$ ，試求數對  $(m, n) = ((17-1), (17-2))$ 。



## 第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。  
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 18-20 題為題組

聲學理論指出，物體的振動會導致介質週期性地振動，從而引起周圍空氣的疏密變化，進而產生聲音。當介質在某一點的振動量  $y$  隨時間  $x$  呈現週期性變化時，這種週期性函數被稱為聲波函數。在這個聲波函數中，「頻率」定義為「週期」的倒數。例如，如果聲波函數的週期是  $\frac{1}{100}$  秒，則其頻率為 100 赫茲（Hz）。試回答下列問題：

18. 假設有一聲波函數  $y = f(x) = 5 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$ ，此函數的最大值  $M$ ，最小值  $m$ ，且週期  $T$ ，則下列選項哪些正確？（多選題，3 分）

(1)  $M = 5$    (2)  $m = 3$    (3)  $\frac{M+m}{2} = 3$    (4)  $T = 2\pi$    (5)  $T = \pi$ 。

19. 已知聲音每提高一個 8 度音，頻率恰好增為 2 倍。假設今有 8 個聲音  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ ，它們的頻率恰好是一個等比數列，且最高音  $a_8$  比最低音  $a_1$  提高一個 8 度。若  $a_1$  的聲音函數為  $y = \sin(t_1 x)$ ， $a_6$  的聲音函數為  $y = \sin(t_6 x)$ ，其中  $t_1, t_6 > 0$ ，則  $\frac{t_6}{t_1} = ?$ （非選擇題，6 分）

20. 若甲聲音的聲波函數為  $y = 440 \sin(cx + 1000)$ ，乙聲音的聲波函數為  $y = 4.40 \times 10^3 \cdot \sin(dx + 10000)$ ，其中  $c, d > 0$ ，且甲聲音比乙聲音提高 60 個 8 度，則  $\frac{c}{d}$  的整數部分是幾位數？（非選擇題，6 分）

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ；

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為外接圓半徑)。

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$   
 $= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$ 。

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ ，

最適合直線 (迴歸直線) 方程式為  $y - \mu_Y = r_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 。