

龍騰文化

115 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 A 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

【教用卷】

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測→各科 word 資源區

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

學用卷定價 20 元

贈品禁止轉售

#1



62001N11_ER/C/

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 已知 $\vec{a} = (14, 21)$ ， $\vec{b} = (9, -18)$ ，下列哪個向量可以平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角？

(1) $\vec{a} + \vec{b}$ (2) $9\vec{a} + 7\vec{b}$ (3) $\frac{\vec{a}}{\sqrt{13}} + \frac{\vec{b}}{\sqrt{5}}$ (4) $\frac{7}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{9}{\sqrt{5}}\vec{b}$ (5) $\frac{9}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{7}{\sqrt{5}}\vec{b}$ 。

命題出處：龍騰【模模考】數學 A 學測模考試題本第 10 回單選 1

解題觀念：向量的加法與減法

參考答案：(5)

試題解析： $|\vec{a}| = 7\sqrt{13}$ ， $|\vec{b}| = 9\sqrt{5}$ ，

若 $x\vec{a} + y\vec{b}$ 可以平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角，則 $x|\vec{a}| = y|\vec{b}|$ ，且 $x > 0$ ， $y > 0$ 。

(1) $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ ，所以 $\vec{a} + \vec{b}$ 無法平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角。

(2) $9|\vec{a}| \neq 7|\vec{b}|$ ，所以 $9\vec{a} + 7\vec{b}$ 無法平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角。

(3) $\frac{|\vec{a}|}{\sqrt{13}} \neq \frac{|\vec{b}|}{\sqrt{5}}$ ，所以 $\frac{\vec{a}}{\sqrt{13}} + \frac{\vec{b}}{\sqrt{5}}$ 無法平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角。

(4) $\frac{7}{\sqrt{13}}|\vec{a}| \neq \frac{9}{\sqrt{5}}|\vec{b}|$ ，所以 $\frac{7}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{9}{\sqrt{5}}\vec{b}$ 無法平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角。

(5) $\frac{9}{\sqrt{13}}|\vec{a}| = \frac{7}{\sqrt{5}}|\vec{b}|$ ，所以 $\frac{9}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{7}{\sqrt{5}}\vec{b}$ 可以平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角。

故選(5)。

2. 在坐標平面上，試問圓 $\Gamma: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 與二次函數 $f(x) = 2x^2 - 12x + 20$ 的圖形有多少個交點？

(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個。

命題出處：龍騰【模模考】數學 A 學測模考試題本第 7 回單選 1

解題觀念：圓與二次函數的圖形

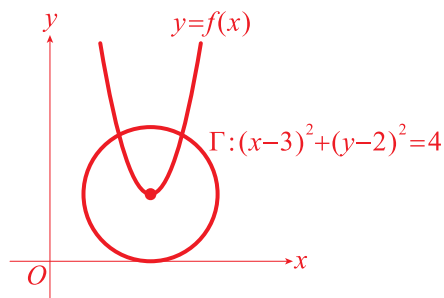
參考答案：(3)

試題解析：配方可得 $\Gamma: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ ，

$$f(x) = 2(x-3)^2 + 2，$$

作圖如右：

由圖可知共有 2 個交點。故選(3)。



3. 若實數 α 是 $2^x = x^2$ 的非整數解，則下列選項何者正確？

- (1) $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$ (3) $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ (5) $1 < \alpha < 2$ 。

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 8 指數與對數

解題觀念：指數函數應用

參考答案：(1)

試題解析：方程式 $2^x = x^2$ 的解為 $y = 2^x$ 與 $y = x^2$ 的圖形交點，由圖觀察可得，

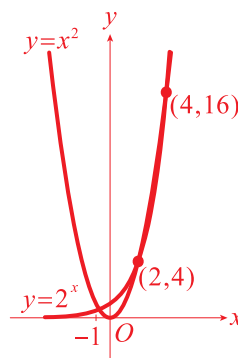
當 $x < 0$ 時，方程式有一解，當 $x = 0$ 時， $2^0 > 0^2$ ，

當 $x = -1$ 時， $2^{-1} < (-1)^2$ ，

又當 $x = -\frac{1}{2}$ 時， $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707$ ，

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0.25 \Rightarrow 2^{-\frac{1}{2}} > \left(-\frac{1}{2}\right)^2，$$

故在 -1 與 $-\frac{1}{2}$ 之間有一實根。故選(1)。



4. 右圖為示意圖。坐標平面上，過點 $A(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$ 作直線 L ，

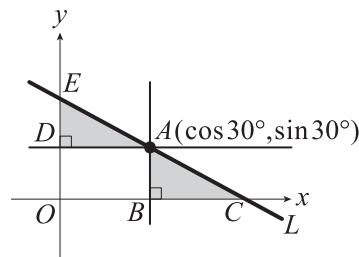
直線 L 的斜率小於 0，且與 x 軸、 y 軸分別相交於 C 、 E 兩點。

\overline{AB} 垂直 x 軸於 B ， \overline{AD} 垂直 y 軸於 D 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 S ，

$\triangle ADE$ 的面積為 T ， $S+T$ 的最小值為 Γ ， $S \times T$ 的最小值為 Λ ，

則數對 (Γ, Λ) 為下列哪一個選項？

- (1) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{16}\right)$ (2) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{64}\right)$ (3) $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{16}\right)$ (4) $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{64}\right)$ (5) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{64}\right)$ 。



命題出處：龍騰【模模考】數學 A 學測模考試題本第 2 回單選 2

解題觀念：算幾不等式

參考答案：(2)

試題解析：令直線 L 的斜角為 $-\theta$ 。

$$\triangle ABC \text{ 的面積為 } S = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{\frac{1}{2}}{\tan \theta} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8 \tan \theta}。$$

$$\triangle ADE \text{ 的面積為 } T = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \theta = \frac{3 \tan \theta}{8}。$$

$$S \times T = \frac{1}{8 \tan \theta} \times \frac{3 \tan \theta}{8} = \frac{3}{64} \text{ 為定值，}$$

$$\text{由算幾不等式可知 } \frac{S+T}{2} \geq \sqrt{S \times T} = \frac{\sqrt{3}}{8} \Rightarrow S+T \geq \frac{\sqrt{3}}{4}。$$

$$\text{因此 } (\Gamma, \Lambda) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{64}\right)。故選(2)。$$

5. 愛迪生曾說：「我從未失敗，我只是找到了 10000 種行不通的方法。」這句話的數學意涵是：每多嘗試一次，成功的機率就會有所增加。搜尋網路我們也可以看到有些文章上面寫著「假設做某件事成功的機率只有 1%，那麼至少要連續嘗試 450 次後，成功機率就會超過 99%」，請檢驗這句話的真實性，找出至少要連續嘗試幾次（每次嘗試能否成功均為獨立事件），至少成功一次的機率才會超過 99%？

(1) 448 (2) 450 (3) 455 (4) 459 (5) 460。

（資料來源：<http://www.facebook.com/292720887444437/posts/694553913927797/?d=n>）

命題出處：龍騰【超模】數學 A 學測全真模擬題本第 4 回單選 8

解題觀念：對數律

參考答案：(4)

試題解析： $P(\text{一次成功}) = 0.01$ ，即 $P(\text{一次失敗}) = 1 - 0.01 = 0.99$ ，

$P(\text{連續嘗試 } n \text{ 次，至少成功一次}) = 1 - P(\text{連續嘗試 } n \text{ 次，均失敗}) = 1 - 0.99^n$ ，

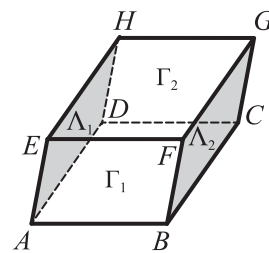
可得 $1 - 0.99^n > 0.99 \Rightarrow -0.99^n > -0.01 \Rightarrow 0.99^n < 0.01 \Rightarrow \log 0.99^n < \log 0.01$ ，

即 $n \log 0.99 < -2 \Rightarrow n(-0.00436) < -2$ ，

解得 $n > \frac{2}{0.00436} \approx 458.72$ ，

所以整數 n 至少為 459，故選(4)。

6. 如圖。空間中，平面 $ABCD$ 為 $\Gamma_1: x=y+z$ 、平面 $EFGH$ 為 Γ_2 、平面 $ADHE$ 為 $\Lambda_1: y=x+z$ 、平面 $BCGF$ 為 Λ_2 、平面 $ABFE$ 為 $\Omega_1: z=x+y$ 、平面 $CDHG$ 為 Ω_2 。上下兩平面 Γ_2 、 Γ_1 互相平行且距離為 2，左右兩平面 Λ_2 、 Λ_1 互相平行且距離為 4，前後兩平面 Ω_1 、 Ω_2 互相平行且距離為 6。而且，正四面體中，稜長與高的比為 $\sqrt{6}:2$ ，利用以上資訊，可以推得此六個平面所圍成的平行六面體體積為下列哪一個選項？



(1) 48 (2) $36\sqrt{6}$ (3) $36\sqrt{3}$ (4) $36\sqrt{2}$ (5) 36。

命題出處：龍騰【模模考】數學 A 學測模考試題本第 6 回單選 3

解題觀念：空間向量的外積

參考答案：(3)

試題解析：平面 Γ_1 與 Γ_2 的法向量為 $\vec{N}_\Gamma = (1, -1, -1)$ ，

平面 Λ_1 與 Λ_2 的法向量為 $\vec{N}_\Lambda = (-1, 1, -1)$ ，

平面 Ω_1 與 Ω_2 的法向量為 $\vec{N}_\Omega = (-1, -1, 1)$ 。

因為平面 Γ_1 與 Λ_1 的交線為直線 AD 且 $\vec{N}_\Gamma \times \vec{N}_\Lambda = (2, 2, 0) = \vec{\ell}_1$ ，所以 \overrightarrow{AD} 平行 $\vec{\ell}_1$ 。

因為平面 Ω_1 與 Γ_1 的交線為直線 AB 且 $\vec{N}_\Omega \times \vec{N}_\Gamma = (2, 0, 2) = \vec{\ell}_2$ ，所以 \overrightarrow{AB} 平行 $\vec{\ell}_2$ 。

因為平面 Λ_1 與 Ω_1 的交線為直線 AE 且 $\vec{N}_\Lambda \times \vec{N}_\Omega = (0, 2, 2) = \vec{\ell}_3$ ，所以 \overrightarrow{AE} 平行 $\vec{\ell}_3$ 。

$$\cos \angle BAD = \frac{|\vec{\ell}_1 \cdot \vec{\ell}_2|}{|\vec{\ell}_1| |\vec{\ell}_2|} = \frac{4}{2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle BAD = 60^\circ。$$

同理可得 $\angle BAE = 60^\circ$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ 。

因此若在直線 AB 、直線 AD 、直線 AE 上各取一點 P 、 Q 、 R ，使得 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{AR}$ ，則 $APQR$ 為正四面體。

因為正四面體中，稜長：高 = $\sqrt{6}:2$ ，

$$\text{所以 } \frac{\overline{AB}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{6}，\frac{\overline{AD}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \overline{AD} = 3\sqrt{6}。$$

平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 $2\sqrt{6} \times 3\sqrt{6} \sin 60^\circ = 18\sqrt{3}$ ，

所求體積為 $18\sqrt{3} \times 2 = 36\sqrt{3}$ 。故選(3)。

二、多選題（占30分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 為實數。若 $f(x)$ 的圖形與 x 軸相切且通過點 $(0,1)$ ，則下列哪些選項正確？

(1) $a > 0$ (2) $b > 0$ (3) $c < 0$ (4) $b^2 - 4ac = 0$ (5) $4a + 2b + c \geq 0$ 。

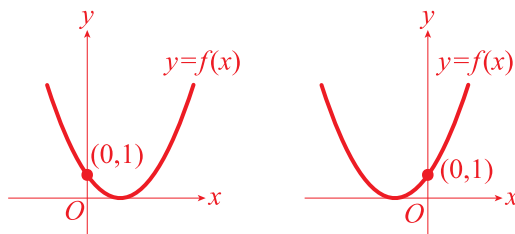
命題出處：龍騰跨版本數學 A 學測全真模擬卷 8 回第 4 回多選 10

解題觀念：二次函數

參考答案：(1)(4)(5)

試題解析：因為 $f(x)$ 的圖形與 x 軸相切，所以 $b^2 - 4ac = 0$ ，又圖形通過點 $(0,1)$ ，

因此可知 $f(0) = c = 1$ ，其圖形可能為下列兩種：



(1) ○：因為圖形的開口向上，所以 $a > 0$ 。

(2) ✕： $b < 0$ 也可能發生。

(3) ✕： $c = 1 > 0$ 。

(4) ○。

(5) ○：因為 $f(2) = 4a + 2b + c$ ，且由圖形可知點 $(2, f(2))$ 不可能位於 x 軸下方，
所以 $4a + 2b + c \geq 0$ 。

故選(1)(4)(5)。

8. 已知實數數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，實數數列 $\langle b_n \rangle$ 為等比數列，則下列哪些選項正確？

- (1) 若 $a_1 + a_4 > 0$ ，則 $a_2 + a_3 > 0$ (2) 若 $a_1 a_2 < 0$ ，則 $a_3 a_4 > 0$ (3) 若 $a_1 a_2 > 0$ ，則 $a_3 a_4 > 0$
(4) 若 $b_1 + b_2 < 0$ ，則 $b_3 + b_4 < 0$ (5) 若 $b_1 b_2 < 0$ ，則 $b_3 b_4 > 0$ 。

命題出處：龍騰跨版本數學 A 學測全真模擬卷 8 回第 8 回多選 10

解題觀念：等差數列與等比數列

參考答案：(1)(2)(4)

試題解析：設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為 d ，等比數列 $\langle b_n \rangle$ 的公比為 r 。

(1) ○：因為 $a_1 + a_4 = a_2 + a_3$ ，所以若 $a_1 + a_4 > 0$ ，則 $a_2 + a_3 > 0$ 。

(2) ○：(i) 當 $a_1 > 0$ 時，若 $a_1 a_2 < 0$ ，則 $a_2 = a_1 + d < 0 \Rightarrow d < 0$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d < 0, a_4 = a_2 + 2d < 0 \Rightarrow a_3 a_4 > 0。$$

(ii) 當 $a_1 < 0$ 時，若 $a_1 a_2 < 0$ ，則 $a_2 = a_1 + d > 0 \Rightarrow d > 0$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d > 0, a_4 = a_2 + 2d > 0 \Rightarrow a_3 a_4 > 0。$$

(3) ✕：反例： $a_1 = 5, d = -2 \Rightarrow a_2 = 3, a_3 = 1, a_4 = -1 \Rightarrow a_1 a_2 > 0$ ，但 $a_3 a_4 < 0$ 。

(4) ○：若 $b_1 + b_2 = b_1 + b_1 r = b_1(1+r) < 0$ ，則 $b_3 + b_4 = b_1 r^2 + b_1 r^3 = b_1 r^2(1+r) < 0$ 。

(5) ✕：若 $b_1 b_2 = b_1^2 r < 0$ ，則 $b_3 b_4 = b_1^2 r^5 = (b_1^2 r) \times r^4 < 0$ 。

故選(1)(2)(4)。

9. 在坐標空間中，若將兩直線 $L_1: \frac{x+4}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ 與 $L_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{5}$ 投影在某一平面上，則可能得到下列哪些圖形？



命題出處：龍騰跨版本數學 A 學測全真模擬卷 8 回第 4 回多選 13

解題觀念：空間中平面與直線的關係

參考答案：(2)(4)(5)

試題解析：設 $\vec{\ell}_1 = (2, 3, 4)$ ， $\vec{\ell}_2 = (-1, 2, 5)$ 分別為 L_1 與 L_2 的一組方向向量，

因為 $\vec{\ell}_1$ 與 $\vec{\ell}_2$ 不平行，所以 L_1 與 L_2 可能為交於一點或歪斜，

設 $P(-4+2t, 3t, 1+4t)$ 為 L_1 上一點，代入 L_2 可得 $\frac{-4+2t}{-1} = \frac{3t-1}{2} = \frac{1+4t}{5}$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8+4t = -3t+1 \\ -20+10t = -1-4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{9}{7} \\ t = \frac{19}{14} \end{cases} \Rightarrow \text{無解，所以 } L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 為歪斜。}$$

故選(2)(4)(5)。

10. 設 a 、 b 為實數，下列有關線性方程組
$$\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ x+3y-2z=0 \\ x+ay+bz=-1 \end{cases}$$
 的敘述哪些正確？

- (1) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解
- (2) 若此線性方程組有解，則 $a-b=5$
- (3) 存在不只一組數對 (a,b) 使得此線性方程組有無限多組解
- (4) 存在不只一組數對 (a,b) 使得此線性方程組無解
- (5) 若此線性方程組有無限多組解，則 $a^3+b^3=63$ 。

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 14 矩陣

解題觀念：高斯消去法

參考答案：(4)(5)

試題解析：由
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & a & b & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & a-2 & b+3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -a+b+5 & a-4 \end{bmatrix},$$

得方程組
$$\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ y+z=-1 \\ (-a+b+5)z=(a-4) \end{cases}, \text{ 討論如下：}$$

- (i) 當 $-a+b+5 \neq 0$ 時，方程組恰有一組解。
- (ii) 當 $-a+b+5=0$ 且 $a-4=0$ 時，方程組有無限多組解，即 $a=4$ 、 $b=-1$ 。
- (iii) 當 $-a+b+5=0$ 且 $a-4 \neq 0$ 時，方程組無解。

故選(4)(5)。

11. 已知一組二維數據 (X, Y) 共有 10 筆 (x_i, y_i) 的資料，其中 $i=1, 2, 3, \dots, 10$ 。若 $\mu_x = 5$ 、 $\mu_y = 3$ ，相關係數 $r = 0.8$ ，且 Y 對 X 的迴歸直線通過點 $(0, 2)$ ，則下列哪些選項正確？
- (1) Y 對 X 的迴歸直線會通過點 $(5, 3)$
 - (2) Y 對 X 的迴歸直線斜率為 $\frac{3}{5}$
 - (3) 若 $(x_1, y_1) = (10, k)$ ，則 $k = 4$
 - (4) 數據 X 的標準差大於數據 Y 的標準差
 - (5) 若另有 10 筆 $(4x_i + 3, -5y_i + 7)$ 的資料，其中 $i=1, 2, 3, \dots, 10$ ，則此 10 筆資料的相關係數為 -0.8 。

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 7 數據分析

解題觀念：迴歸直線

參考答案：(1)(4)(5)

試題解析：(1) ○：迴歸直線必過 $(\mu_x, \mu_y) = (5, 3)$ 。

(2) ✕：因為迴歸直線通過點 $(0, 2)$ 和 $(5, 3)$ ，

$$\text{所以斜率 } m = \frac{3-2}{5-0} = \frac{1}{5} \Rightarrow Y \text{ 對 } X \text{ 的迴歸直線為 } y = \frac{1}{5}x + 2。$$

(3) ✕： (x_1, y_1) 未必會在迴歸直線上。

(4) ○：因為 $m = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \Rightarrow \frac{1}{5} = 0.8 \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \Rightarrow \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{1}{4}$ ，所以 $\sigma_x > \sigma_y$ 。

(5) ○： $r_{(4X+3, -5Y+7)} = -r_{(X, Y)} = -0.8$ 。

故選(1)(4)(5)。

12. 關於函數 $y = f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2\cos^2 x$ 的圖形，下列敘述哪些是正確的？

- (1) $y = f(x)$ 的週期為 π
- (2) $y = f(x)$ 的振幅為 $\sqrt{2}$
- (3) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0, 2)$
- (4) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有無限多個交點
- (5) $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $x = \frac{\pi}{8}$ 。

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 10 三角函數

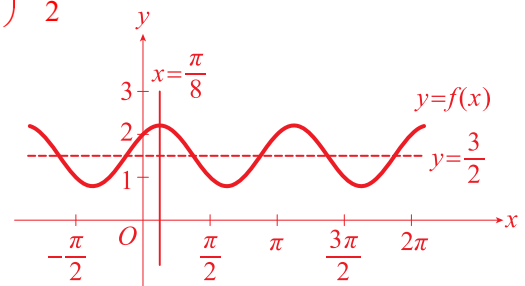
解題觀念：三角函數的疊合

參考答案：(1)(3)(5)

試題解析： $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2\cos^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1}{2} \sin 2x + 2 \times \frac{1 + \cos 2x}{2}$

$$= \frac{1}{2}(\sin 2x + \cos 2x) + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{2}。$$

作圖如右：



(1) ○：週期為 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 。

(2) ×：振幅為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

(3) ○：令 $x = 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} = 2$ ，所以與 y 軸交於 $(0, 2)$ 。

(4) ×： y 值恆正，與 x 軸不相交。

(5) ○：當 $x = \frac{\pi}{8}$ 時， $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{2}$ 為最大值，

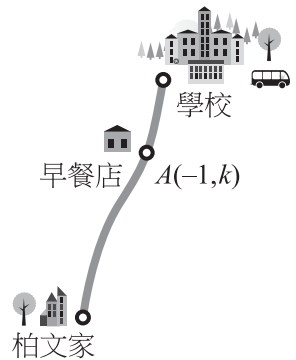
所以圖形對稱於 $x = \frac{\pi}{8}$ 。

故選(1)(3)(5)。

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 柏文為了參加學校的新生訓練，利用網路坐標地圖的自動導航功能，設定起點為住家，目的地為學校，得到右圖的規劃路徑，且此路徑位於一個三次函數 $f(x) = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 的圖形上。因為柏文想在去學校的途中，順便買早餐，於是在此規劃路徑上，找到一間早餐店位於點 $A(-1, k)$ ，並將 A 點附近的地圖拉近看，發現該處的路徑像是一直線 $L: y = 6x + 5$ （即 $f(x)$ 的圖形在 $x = -1$ 附近的局部特徵近似於直線 L ）。若 $f(x)$ 圖形的對稱中心為點 $(-2, -5)$ ，則序組 $(a, b, c) = (\textcircled{13-1}, \textcircled{13-2}, \textcircled{13-3} \textcircled{13-4})$ 。



命題出處：龍騰跨版本數學 A 學測全真模擬卷 8 回第 6 回選填 16

解題觀念：三次函數

參考答案：(3, 6, -1)

試題解析：因為 $f(x) = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + bx + (b+c)$ ，

且 $f(x)$ 的圖形在 $x = -1$ 附近的局部特徵近似於 $L: y = 6x + 5$ ，

所以可得 $\begin{cases} b = 6 \\ b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow c = -1 \Rightarrow f(x) = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + 6x + 5$

又對稱中心為點 $(-2, -5)$ ，所以 $f(-2) = -1 + a - 12 + 5 = -5 \Rightarrow a = 3$ ，

故序組 $(a, b, c) = (3, 6, -1)$ 。

14. 歷史科線上測驗有一題「連連看」的題目，畫面左側有甲、乙、丙、丁四位不同朝代的歷史人物，右側有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個歷史事件，每位歷史人物各自都恰有一個可對應的不同歷史事件。此題配分為 8 分，連對一個得 2 分，連錯不會倒扣，且有兩次作答機會。小光沒讀書亂猜，第一次作答完他得到 2 分（只有分數，並未提示對錯），在第二次作答時，小光決定先猜哪一條連線正確，再將剩下三條連到和原本不同的事件，請問他第二次

連完後得到 8 分的機率為 $\frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2} \textcircled{14-3}}$ 。

命題出處：龍騰【超模】數學 A 學測全真模擬題本第 1 回選填 14

解題觀念：古典機率

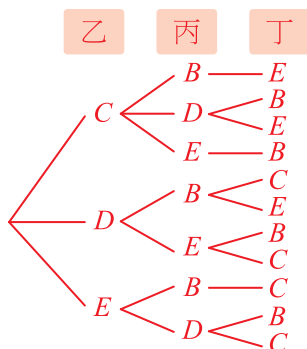
參考答案： $\frac{1}{44}$

試題解析：設小光第一次作答的連線分別為甲→ A ，乙→ B ，丙→ C ，丁→ D ，
其中甲→ A 是正確的。

(i) 先選出正確的連線：選到甲→ A 的機率為 $\frac{1}{4}$ 。

(ii) 乙不連到 B ，丙不連到 C ，且丁不連到 D

〈解法一〉用樹狀圖：



〈解法二〉用列聯表：

		乙		
		丙	丁	
乙	丙	丁		
	B	C	D	E
	D	E	CE	C
	E	BE	BC	BC

$$4 + 4 + 3 = 11 \text{ (種)}。$$

〈解法三〉用取捨原理： $4! - 3 \times 3! + 3 \times 2! - 1! = 24 - 18 + 6 - 1 = 11$ 。

所以剩下三條連線正確的機率為 $\frac{1}{11}$ 。

由(i)(ii)可知小光第二次連完後得到 8 分的機率為 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{44}$ 。

15. 有 8 位好友搭乘高鐵商務艙出遊，車艙的中間是走道，分隔左右各兩行相鄰（註： C 、 D 兩行不算相鄰）的座位。這 8 人被安排在第 7 排的四個位置與第 8 排的四個位置，如圖所示。出發前，甲和乙起了口角，不願意相鄰；而丙和丁正在熱戀，想相鄰而坐；至於其他 4 人則沒有意見。如果這 8 個座位可以讓這群好友們自行更換，在滿足個人的需求下，請問共有 (15-1)(15-2)(15-3)(15-4) 種乘坐方式。

命題出處：龍騰【超模】數學 A 學測全真模擬題本第 4 回選填 17

解題觀念：排列

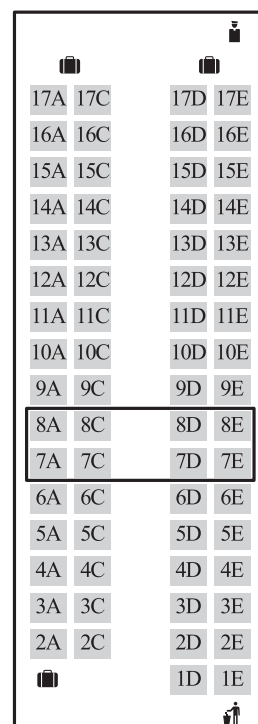
參考答案：4608

試題解析： $n(\text{丙丁一起}) - n(\text{丙丁一起且甲乙一起})$

$$= C_1^4 \times 2! \times 6! - C_1^4 \times C_1^3 \times 2! \times 2! \times 4!$$

$$= 4 \times 2 \times 720 - 4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 24$$

$$= 5760 - 1152 = 4608。$$



16. 防疫期間數學老師對班上同學視訊教學完後，要求同學馬上做一份線上測驗，測驗結束後得知：班上女生占 40%，參與視訊的有 90%，而參與視訊的女生中通過測驗的比率為 50%；班上男生參與視訊的有 80%，而參與視訊的男生中通過測驗的比率為 62.5%。
今有一位班上同學通過測驗，則此同學是男生的機率為 (16-1) (16-2) %。

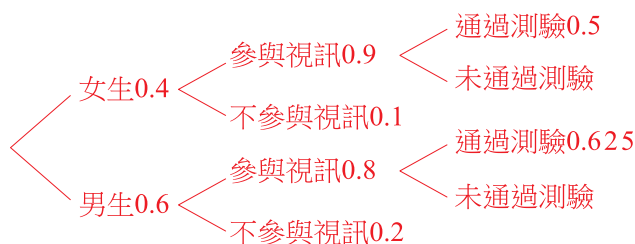
(四捨五入取到整數位)

命題出處：龍騰【超模】數學 A 學測全真模擬題本第 3 回選填 16

解題觀念：貝氏定理

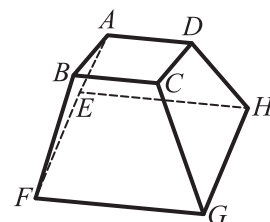
參考答案：63

試題解析：



$$P(\text{男生}|\text{通過測驗}) = \frac{0.6 \times 0.8 \times 0.625}{0.4 \times 0.9 \times 0.5 + 0.6 \times 0.8 \times 0.625} = \frac{0.3}{0.48} = 0.625 \\ = 62.5\% \approx 63\%。$$

17. 某露營工具公司設計一個新型帳篷，其結構如下：\$ABCD-EFGH\$ 為一正四角稜台型態的帳篷，已知正方形 \$ABCD\$ 的邊長為 5 公尺，正方形 \$EFGH\$ 的邊長為 11 公尺，側稜的長為 5 公尺，則側平面 \$BCGF\$ 與底平面 \$EFGH\$ 的二面角之餘弦值為 (17-1) (17-2)。



命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 12 空間向量

解題觀念：立體圖形

參考答案： $\frac{3}{4}$

試題解析：依題意畫出附圖，為側面圖，

設 \$M\$、\$N\$ 分別為 \$C\$、\$D\$ 在 \$\overline{GH}\$ 的投影點，

因為 \$\overline{CD} = \overline{MN} = 5\$ 公尺，\$\overline{GH} = 11\$ 公尺，

所以 \$\overline{GM} = 3\$ 公尺。

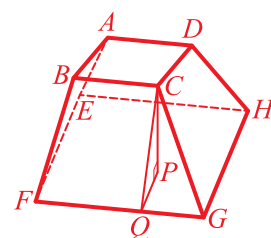
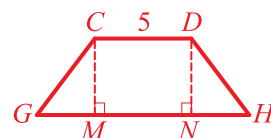
設 \$C\$ 在平面 \$EFGH\$ 上的投影點為 \$P\$，

\$C\$ 在 \$\overline{FG}\$ 上的投影點為 \$Q\$。

因為 \$\overline{GM} = \overline{PQ} = \overline{GQ} = 3\$ 公尺，

所以 \$\overline{CQ} = \sqrt{\overline{CG}^2 - \overline{GQ}^2} = 4\$ 公尺，

故所求即為 \$\cos \angle CQP = \frac{3}{4}\$。

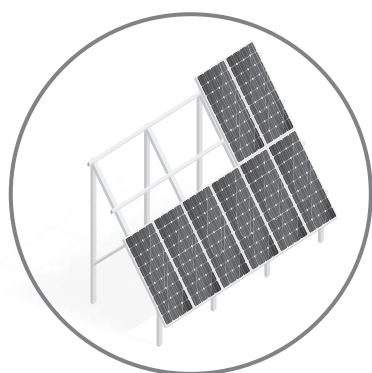


第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

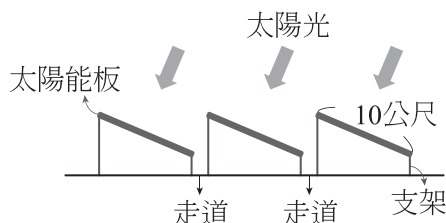
說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 18 至 20 題為題組

為因應「2050 淨零碳排」的願景，政府大力發展綠電建設。臺灣中南部因日照充足，適合發展太陽能發電。太陽能板的安裝須選擇合適的方位角與傾斜角（註：傾斜角指物體和水平面所夾銳角），理論上在北半球，方位角朝向正南，傾斜角則與所在緯度相同為最佳。小龍在臺南市有一塊三角形的畸零農地欲建置太陽能發電，廠商建議採棚架式的建置方式，如圖所示。



棚架式太陽能板



18. 已知臺南市的地理位置約在北緯 23 度，若太陽能板長 10 公尺且棚架的低支架高 2 公尺，則理論上高支架應為多少公尺為最佳？（四捨五入至小數點第一位）（單選題，3 分）
(1) 3.9 (2) 4.2 (3) 5.9 (4) 6.2 (5) 9.2。

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 9 三角比

解題觀念：銳角三角函數

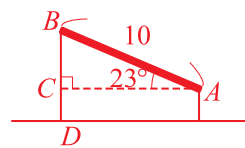
參考答案：(3)

試題解析：依題意作簡圖如右，傾斜角 $\angle BAC = 23^\circ$ ，

因為 $\overline{AB} = 10$ ，所以 $\overline{BC} = \overline{AB} \times \sin 23^\circ \approx 10 \times 0.3907 \approx 3.9$ ，

高支架 $\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} \approx 3.9 + 2 = 5.9$ （公尺），

故選(3)。



19. 為使光照量達最大，當太陽能板與太陽光成 90° 度時，前一個太陽能棚架陰影必須不會蓋住後一個棚架。依此原則，兩個相鄰太陽能棚架之間的走道至少須間隔多少公尺？（四捨五入至小數點第二位）（非選擇題，6 分）

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 9 三角比

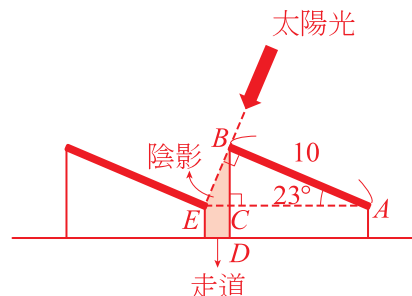
解題觀念：銳角三角函數

參考答案：1.66

試題解析：如圖，當 $\angle ABE = 90^\circ$ 時走道 \overline{CE} 為最短，

此時 $\angle EBC = \angle BAC = 23^\circ$ ，則 $\frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} = \tan 23^\circ$

$$\Rightarrow \overline{CE} = \overline{BC} \times \tan 23^\circ = 10 \times \sin 23^\circ \times \tan 23^\circ \\ \approx 10 \times 0.3907 \times 0.4245 \approx 1.66 \text{ (公尺)}。$$



評分原則：

解題過程	得分
步驟一：寫出 $\angle EBC = 23^\circ$	1 分
步驟二：寫出 $\overline{CE} = \overline{BC} \times \tan 23^\circ$	2 分
步驟三：正確計算出 \overline{CE}	3 分

20. 若小龍的農地三邊長為 50 公尺、70 公尺、80 公尺，依法規，可設置綠能設施總面積不得超過所坐落土地面積 40%，試問小龍最多可申請建置太陽能光電設施多少平方公尺？（非選擇題，6 分）

命題出處：龍騰【好好學】數學 A 學測總複習講義單元 9 三角比

解題觀念：面積公式

參考答案： $400\sqrt{3}$

試題解析： $\frac{50+70+80}{2} = 100$ ，

$$\text{三角形面積} = \sqrt{100 \times (100 - 50) \times (100 - 70) \times (100 - 80)} = 1000\sqrt{3}，$$

$$\text{故最多可申請 } 1000\sqrt{3} \times 40\% = 400\sqrt{3} \text{ (平方公尺)}。$$

評分原則：

解題過程	得分
步驟一：正確計算出農地面積	3 分
步驟二：正確計算出可申請建置太陽能光電設施的面積	3 分

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角比的和角公式：

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - n\mu_X^2]}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

$$\text{相關係數 } r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

最適直線 (迴歸直線) 方程式為 $y - \mu_Y = r_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ ，

$$\sin 23^\circ \approx 0.3907, \cos 23^\circ \approx 0.9205, \tan 23^\circ \approx 0.4245$$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 0.99 \approx -0.00436$