

龍騰文化

115 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 A 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 > 肯定不同

定價 20 元



62001N11_E/C/0

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 已知 $\vec{a} = (14, 21)$ ， $\vec{b} = (9, -18)$ ，下列哪個向量可以平分 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角？

(1) $\vec{a} + \vec{b}$ (2) $9\vec{a} + 7\vec{b}$ (3) $\frac{\vec{a}}{\sqrt{13}} + \frac{\vec{b}}{\sqrt{5}}$ (4) $\frac{7}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{9}{\sqrt{5}}\vec{b}$ (5) $\frac{9}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{7}{\sqrt{5}}\vec{b}$ 。

2. 在坐標平面上，試問圓 $\Gamma: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 與二次函數 $f(x) = 2x^2 - 12x + 20$ 的圖形有多少個交點？

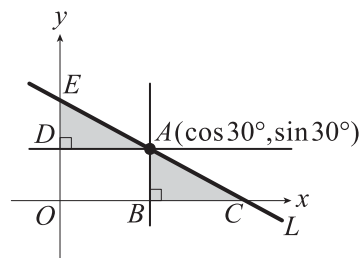
(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個。

3. 若實數 α 是 $2^x = x^2$ 的非整數解，則下列選項何者正確？

(1) $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$ (3) $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ (5) $1 < \alpha < 2$ 。

4. 右圖為示意圖。坐標平面上，過點 $A(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$ 作直線 L ，直線 L 的斜率小於 0，且與 x 軸、 y 軸分別相交於 C 、 E 兩點。

\overline{AB} 垂直 x 軸於 B ， \overline{AD} 垂直 y 軸於 D 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 S ， $\triangle ADE$ 的面積為 T ， $S+T$ 的最小值為 Γ ， $S \times T$ 的最小值為 Λ ，則數對 (Γ, Λ) 為下列哪一個選項？



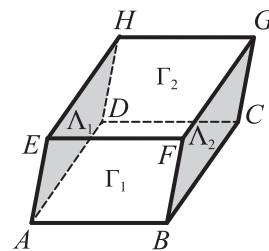
(1) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{16}\right)$ (2) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{64}\right)$ (3) $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{16}\right)$ (4) $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{64}\right)$ (5) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{64}\right)$ 。

5. 愛迪生曾說：「我從未失敗，我只是找到了 10000 種行不通的方法。」這句話的數學意涵是：每多嘗試一次，成功的機率就會有所增加。搜尋網路我們也可以看到有些文章上面寫著「假設做某件事成功的機率只有 1%，那麼至少要連續嘗試 450 次後，成功機率就會超過 99%」，請檢驗這句話的真實性，找出至少要連續嘗試幾次（每次嘗試能否成功均為獨立事件），至少成功一次的機率才會超過 99%？

(1) 448 (2) 450 (3) 455 (4) 459 (5) 460。

（資料來源：<http://www.facebook.com/292720887444437/posts/694553913927797/?d=n>）

6. 如圖。空間中，平面 $ABCD$ 為 $\Gamma_1: x = y + z$ 、平面 $EFGH$ 為 Γ_2 、平面 $ADHE$ 為 $\Lambda_1: y = x + z$ 、平面 $BCGF$ 為 Λ_2 、平面 $ABFE$ 為 $\Omega_1: z = x + y$ 、平面 $CDHG$ 為 Ω_2 。上下兩平面 Γ_2 、 Γ_1 互相平行且距離為 2，左右兩平面 Λ_2 、 Λ_1 互相平行且距離為 4，前後兩平面 Ω_1 、 Ω_2 互相平行且距離為 6。而且，正四面體中，稜長與高的比為 $\sqrt{6}:2$ ，利用以上資訊，可以推得此六個平面所圍成的平行六面體體積為下列哪一個選項？



(1) 48 (2) $36\sqrt{6}$ (3) $36\sqrt{3}$ (4) $36\sqrt{2}$ (5) 36。

二、多選題（占30分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 為實數。若 $f(x)$ 的圖形與 x 軸相切且通過點 $(0,1)$ ，則下列哪些選項正確？

(1) $a > 0$ (2) $b > 0$ (3) $c < 0$ (4) $b^2 - 4ac = 0$ (5) $4a + 2b + c \geq 0$ 。

8. 已知實數數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，實數數列 $\langle b_n \rangle$ 為等比數列，則下列哪些選項正確？

- (1) 若 $a_1 + a_4 > 0$ ，則 $a_2 + a_3 > 0$ (2) 若 $a_1 a_2 < 0$ ，則 $a_3 a_4 > 0$ (3) 若 $a_1 a_2 > 0$ ，則 $a_3 a_4 > 0$
(4) 若 $b_1 + b_2 < 0$ ，則 $b_3 + b_4 < 0$ (5) 若 $b_1 b_2 < 0$ ，則 $b_3 b_4 > 0$ 。

9. 在坐標空間中，若將兩直線 $L_1: \frac{x+4}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ 與 $L_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{5}$ 投影在某一平面上，則可能得到下列哪些圖形？

- (1)  (2)  (3)  (4)  (5) 

10. 設 a 、 b 為實數，下列有關線性方程組 $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ x+3y-2z=0 \\ x+ay+bz=-1 \end{cases}$ 的敘述哪些正確？

- (1) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解
(2) 若此線性方程組有解，則 $a-b=5$
(3) 存在不只一組數對 (a,b) 使得此線性方程組有無限多組解
(4) 存在不只一組數對 (a,b) 使得此線性方程組無解
(5) 若此線性方程組有無限多組解，則 $a^3 + b^3 = 63$ 。

11. 已知一組二維數據 (X,Y) 共有 10 筆 (x_i, y_i) 的資料，其中 $i=1,2,3,\dots,10$ 。若 $\mu_x = 5$ 、 $\mu_y = 3$ ，相關係數 $r=0.8$ ，且 Y 對 X 的迴歸直線通過點 $(0,2)$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) Y 對 X 的迴歸直線會通過點 $(5,3)$
(2) Y 對 X 的迴歸直線斜率為 $\frac{3}{5}$
(3) 若 $(x_1, y_1) = (10, k)$ ，則 $k=4$
(4) 數據 X 的標準差大於數據 Y 的標準差
(5) 若另有 10 筆 $(4x_i + 3, -5y_i + 7)$ 的資料，其中 $i=1,2,3,\dots,10$ ，則此 10 筆資料的相關係數為 -0.8 。

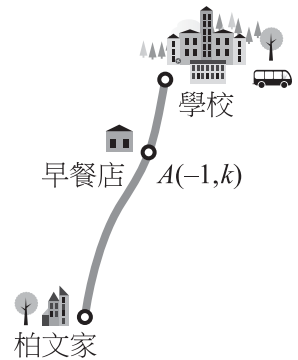
12. 關於函數 $y = f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2\cos^2 x$ 的圖形，下列敘述哪些是正確的？

- (1) $y = f(x)$ 的週期為 π
- (2) $y = f(x)$ 的振幅為 $\sqrt{2}$
- (3) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0, 2)$
- (4) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有無限多個交點
- (5) $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $x = \frac{\pi}{8}$ 。

三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 柏文為了參加學校的新生訓練，利用網路坐標地圖的自動導航功能，設定起點為住家，目的地為學校，得到右圖的規劃路徑，且此路徑位於一個三次函數 $f(x) = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 的圖形上。因為柏文想在去學校的途中，順便買早餐，於是在此規劃路徑上，找到一間早餐店位於點 $A(-1, k)$ ，並將 A 點附近的地圖拉近看，發現該處的路徑像是一直線 $L: y = 6x + 5$ （即 $f(x)$ 的圖形在 $x = -1$ 附近的局部特徵近似於直線 L ）。若 $f(x)$ 圖形的對稱中心為點 $(-2, -5)$ ，則序組 $(a, b, c) = \underline{\quad (\textcircled{13-1}), (\textcircled{13-2}), (\textcircled{13-3}) (\textcircled{13-4}) \quad}$ 。



14. 歷史科線上測驗有一題「連連看」的題目，畫面左側有甲、乙、丙、丁四位不同朝代的歷史人物，右側有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個歷史事件，每位歷史人物各自都恰有一個可對應的不同歷史事件。此題配分為 8 分，連對一個得 2 分，連錯不會倒扣，且有兩次作答機會。小光沒讀書亂猜，第一次作答完他得到 2 分（只有分數，並未提示對錯），在第二次作答時，小光決定先猜哪一條連線正確，再將剩下三條連到和原本不同的事件，請問他第二次

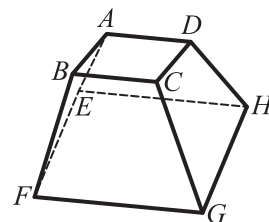
連完後得到 8 分的機率為 $\frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2} \textcircled{14-3}}$ 。

15. 有 8 位好友搭乘高鐵商務艙出遊，車艙的中間是走道，分隔左右各兩行相鄰（註：C、D 兩行不算相鄰）的座位。這 8 人被安排在第 7 排的四個位置與第 8 排的四個位置，如圖所示。出發前，甲和乙起了口角，不願意相鄰；而丙和丁正在熱戀，想相鄰而坐；至於其他 4 人則沒有意見。如果這 8 個座位可以讓這群好友們自行更換，在滿足個人的需求下，請問共有 (15-1) (15-2) (15-3) (15-4) 種乘坐方式。

17A	17C	17D	17E
16A	16C	16D	16E
15A	15C	15D	15E
14A	14C	14D	14E
13A	13C	13D	13E
12A	12C	12D	12E
11A	11C	11D	11E
10A	10C	10D	10E
9A	9C	9D	9E
8A	8C	8D	8E
7A	7C	7D	7E
6A	6C	6D	6E
5A	5C	5D	5E
4A	4C	4D	4E
3A	3C	3D	3E
2A	2C	2D	2E
		1D	1E

16. 防疫期間數學老師對班上同學視訊教學完後，要求同學馬上做一份線上測驗，測驗結束後得知：班上女生占 40%，參與視訊的有 90%，而參與視訊的女生中通過測驗的比率為 50%；班上男生參與視訊的有 80%，而參與視訊的男生中通過測驗的比率為 62.5%。今有一位班上同學通過測驗，則此同學是男生的機率為 (16-1) (16-2) %。
- （四捨五入取到整數位）

17. 某露營工具公司設計一個新型帳篷，其結構如下：ABCD-EFGH 為一正四角稜台型態的帳篷，已知正方形 ABCD 的邊長為 5 公尺，正方形 EFGH 的邊長為 11 公尺，側稜的長為 5 公尺，則側平面 BCGF 與底平面 EFGH 的二面角之餘弦值為 (17-1) (17-2) 。

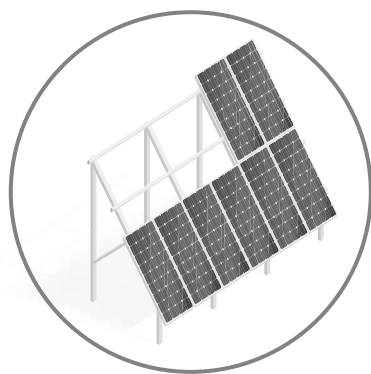


第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

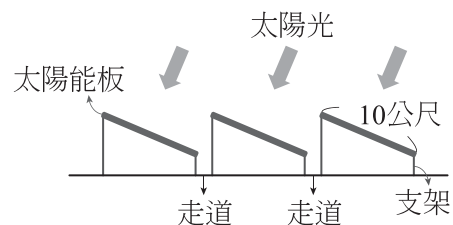
說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 18 至 20 題為題組

為因應「2050 淨零碳排」的願景，政府大力發展綠電建設。臺灣中南部因日照充足，適合發展太陽能發電。太陽能板的安裝須選擇合適的方位角與傾斜角（註：傾斜角指物體和水平面所夾銳角），理論上在北半球，方位角朝向正南，傾斜角則與所在緯度相同為最佳。小龍在臺南市有一塊三角形的畸零農地欲建置太陽能發電，廠商建議採棚架式的建置方式，如圖所示。



棚架式太陽能板



18. 已知臺南市的地理位置約在北緯 23 度，若太陽能板長 10 公尺且棚架的低支架高 2 公尺，則理論上高支架應為多少公尺為最佳？（四捨五入至小數點第一位）（單選題，3 分）
(1) 3.9 (2) 4.2 (3) 5.9 (4) 6.2 (5) 9.2。
19. 為使光照量達最大，當太陽能板與太陽光成 90 度時，前一個太陽能棚架陰影必須不會蓋住後一個棚架。依此原則，兩個相鄰太陽能棚架之間的走道至少須間隔多少公尺？（四捨五入至小數點第二位）（非選擇題，6 分）
20. 若小龍的農地三邊長為 50 公尺、70 公尺、80 公尺，依法規，可設置綠能設施總面積不得超過所坐落土地面積 40%，試問小龍最多可申請建置太陽能光電設施多少平方公尺？（非選擇題，6 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角比的和角公式：

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - n\mu_X^2]}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

$$\text{相關係數 } r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

$$\text{最適直線 (迴歸直線) 方程式為 } y - \mu_Y = r_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ ，

$$\sin 23^\circ \approx 0.3907, \cos 23^\circ \approx 0.9205, \tan 23^\circ \approx 0.4245$$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 0.99 \approx -0.00436$