

龍騰文化

# 112 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

## 數學 B 考科

名師/柳宗佑老師

### 一作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 > 肯定不同

定價 20 元



62001N1\_E2/C/0

## 第壹部分、選擇（填）題（占85分）

### 一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 已知  $k$  為實數，若  $(3k+1)+\sqrt{10} = k\sqrt{10}-2$ ，則  $k = ?$   
(1) -1 (2) 1 (3)  $\sqrt{10}+3$  (4)  $19+6\sqrt{10}$  (5)  $23+8\sqrt{10}$
  
2. 已知  $a$  為實數，若多項式  $f(x)$  滿足  $\frac{f(x)}{(x+1)^3} = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{4}{(x+1)^2} + 3$ ，且  $f(-3)+f(1)=10$ ，試求  $f(x)$  除以  $x-1$  之餘式為何？ (1) -2 (2) 0 (3) 10 (4) 17 (5) 37
  
3.  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC}$  上有一點  $D$  使得  $\overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 3$ ，若  $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{BD}$  上的正射影為  $(x^3 - 4, 17)$ 、  
 $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{CD}$  上的正射影為  $(4, 2^y + 1)$ ，其中  $x$ 、 $y$  為實數，則  $x+y = ?$  (1) 0 (2) 2 (3) 6  
(4) 8 (5) 12
  
4. 因疫情肆虐，眾多保險公司都推出防疫險，其理賠項目可分成：  
①保戶因與確診者接觸而須隔離。  
②保戶本人確診。  
以下為五家保險公司所推出的防疫險，小騰預測之後防疫策略的方向可能由清零轉為共存，  
他評估自己在一年內可能被隔離的機率有 20%，可能確診的機率為 5%，依照小騰這樣的評估，他該購買哪家的防疫險最有利？  

保險公司	甲	乙	丙	丁	戊
保費（元）	500	666	800	888	1000
隔離理賠金（元）	20000	50000	40000	50000	60000
確診理賠金（元）	60000	50000	60000	60000	60000

註：保險期間為一年，各項目理賠次數均以一次為限。

(1) 甲 (2) 乙 (3) 丙 (4) 丁 (5) 戊
  
5. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  的前  $n$  項之和  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2$ ，數列  $\langle b_n \rangle$  的前  $n$  項積  $b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n = n^2$ ，  
則  $\frac{a_{11}}{b_{11}} = ?$  (1)  $\frac{2100}{121}$  (2)  $\frac{1539}{100}$  (3)  $\frac{1088}{81}$  (4)  $\frac{735}{64}$  (5)  $\frac{468}{49}$

6. 地球儀上，螞蟻  $A$  沿著北緯  $40^\circ$  度線繞行一圈，螞蟻  $B$  沿著  $0^\circ$  度經線繞行一圈，若兩隻螞蟻繞行速度相同，則螞蟻  $A$  花費時間與螞蟻  $B$  花費時間的比值為何？

(1)  $\sin 40^\circ$     (2)  $\frac{1}{\sin 40^\circ}$     (3)  $\cos 40^\circ$     (4)  $\frac{1}{\cos 40^\circ}$     (5)  $\tan 40^\circ$

7. 因疫情影響，各國的國際機場對於境外人士是否染疫會嚴加防範，某國在他們的國際機場海關準備了兩種快篩試劑，官方宣稱無論檢測對象是否確診，兩種快篩試劑檢測結果均有 9 成的準確率，境外人士在入關時都要分別使用兩種快篩試劑檢測，檢測結果均為陰性才可入境。已知境外人士染疫的機率為  $5\%$ ，而兩種快篩試劑的檢測結果互為獨立事件，若現有一境外人士檢驗後可入境，則他是確診者的機率為何？

(1)  $\frac{1}{1450}$     (2)  $\frac{1}{1540}$     (3)  $\frac{1}{1680}$     (4)  $\frac{1}{2250}$     (5)  $\frac{1}{2700}$

## 二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 民間傳說：「三機救婚姻，當家務瑣事少了，人自然舒心，家人之間的相處也會好很多」，三機指的是洗碗機、掃地機器人與烘衣機，柳老師針對這個說法在班上進行調查，結果發現：「班上 40 位同學家中，有  $60\%$  的家庭有掃地機器人， $40\%$  的家庭有洗碗機， $30\%$  的家庭有烘衣機，而且有洗碗機的家庭都有掃地機器人。」由以上的調查，下列敘述何者正確？

(1) 家中有掃地機器人但沒有洗碗機的同學有 8 人  
(2) 家中同時有「三機」的同學最少有 0 人  
(3) 家中同時有「三機」的同學最多有 12 人  
(4) 家中完全沒有「三機」的同學最少有 4 人  
(5) 家中完全沒有「三機」的同學最多有 16 人

9. 自 104 年 6 月 1 日起，臺灣股票交易規定每個交易日的收盤價格必須在前一天收盤價格的正負  $10\%$  內，比如某股票昨天的收盤價為 200 元，則今天的收盤價格必須介於  $200 \times 90\% = 180$  (元) 到  $200 \times 110\% = 220$  (元) 之間。收盤價格比前一天高  $10\%$  稱為漲停；收盤價格比前一天低  $10\%$  稱為跌停。下列敘述何者正確？

(1) 以今天收盤價為基準，若未來兩天一天漲停、一天跌停，無論漲停跌停的先後順序，後天的收盤價都會比今天收盤價低  
(2) 以今天收盤價為基準，未來三天連續漲停的漲幅會比三天連續跌停的跌幅大  
(3) 若某股票的股價要翻倍，則至少需要 7 天的時間  
(4) 若要使某股票的股價減半，則至少需要 7 天的時間  
(5) 若某股票經歷六天連續跌停後，最終收盤價格為 25 元，則在六天連續跌停前的股價約為 47 元

10. 美國華盛頓州西雅圖的 57 號碼頭設有一座摩天輪，中心軸的高度為 60 公尺，車輪直徑為 54 公尺，乘坐一次時間為 12 分鐘、旋轉圈數為 3 圈。若以函數  $f(t)$  表示從摩天輪最低處搭乘後  $t$  分鐘，該車廂所在的高度（單位：公尺），則  $f(t)$  可以正弦函數表示，試問以下哪些敘述是正確的？

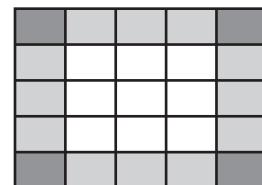
- (1)  $f(t)$  的振幅為 54 公尺
- (2)  $f(t)$  的週期為 12 分鐘
- (3)  $f(0)=6$
- (4)  $f(6)$  為  $f(t)$  的最大值
- (5)  $f(t)$  可以  $27 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) + 33$  表示

11. 中央疫情指揮中心公布新的新冠肺炎密切接觸者匡列原則：

「校內班上確診者座位九宮格內的同學採隔離停止到校。」

已知龍龍的班上有 25 位同學，座位採  $5 \times 5$  的方格排列，如圖所示。

某日老師告知班上有 2 位同學確診，在確診者非龍龍且其餘同學確診機率皆相同的情況下，請選出正確的敘述。



- (1) 若龍龍的座位為角落的 4 個位子之一，則龍龍沒被匡列的機率為  $\frac{C_2^{21}}{C_2^{24}}$
- (2) 若龍龍的座位為側邊（非角落）的 12 個位子之一，則龍龍沒被匡列的機率為  $\frac{C_2^{20}}{C_2^{24}}$
- (3) 若龍龍的座位在中央的 9 個位子之一，則龍龍沒被匡列的機率為  $\frac{C_2^{16}}{C_2^{24}}$
- (4) 若龍龍的座位為角落的 4 個位子之一，則 2 位確診同學座位相鄰（左右相鄰或前後相鄰）的機率為  $\frac{2 \times C_1^5 C_1^4}{C_2^{24}}$
- (5) 若龍龍的座位為角落的 4 個位子之一，則班上有 15 位同學被匡列的機率為  $\frac{C_1^2}{C_2^{24}}$

12. 108 課綱的分科測驗於 2022/7/11 登場，成績計算採 60 級分制，方式如下：

- ① 該科到考考生排名前 1% 的人數（無條件進位至整數位）之平均成績為  $A$ （四捨五入至小數第二位）
- ② 級距  $I = \frac{A}{60}$ （四捨五入至小數第五位）
- ③ 分數介於  $n \times I$ （不含）與  $(n+1) \times I$ （含）的級分為  $n+1$  級分（ $n$  為介於 0~58 之間的整數）
- ④ 分數大於  $59 \times I$  者之級分為 60
- ⑤ 缺考或零分者為 0 級分

大考中心曾經研議各科級距要取該科考生排名前 1% 的平均或排名前 0.1% 的平均成績為基準，最終決定取排名前 1% 的平均成績為基準。請選出正確的敘述。

- (1) 已知數甲的選考人數為 18548 人，若無人缺考，則計算數甲的級距時，應採排名前 185 名的平均成績為基準
- (2) 已知數甲的級距為 1.437 分，可推論排名前 1% 的平均成績為 86.22 分
- (3) 承(2)，若某生的數甲成績為 30 級分，其原始成績會介於 43.11 分至 44.547 分之間
- (4) 計算級距時，若改取排名前 0.1% 的平均為基準，則級距會變小
- (5) 無論取排名前 1% 的平均或排名前 0.1% 的人數之平均成績為基準，得到的級距會約略相同，所以各級分對應原始分數的區間也會約略相同（若區間範圍端點的整數位相同，即視為約略相同）

### 三、選填題（占25分）

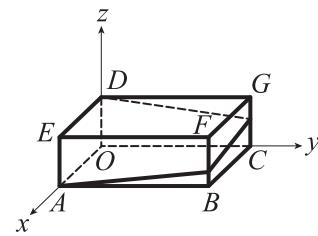
說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 國防部於 2020 年提出免役修正草案，使得未來免役標準更嚴格，其中關於身體質量指數（BMI）的標準為： $BMI < 16.5$  或  $BMI > 35$  得以免役。設身體質量指數公式為

$$\text{身體質量指數} = \frac{\text{體重 (公斤)}}{[\text{身高 (公尺)}]^2}.$$

已知胖胖的身高為 180 公分，但由於他的 BMI 為 36，所以達免役標準，若他想減重使得 BMI 降至 32 可入伍當兵報效國家，則他需減重 13-113-2 公斤（四捨五入至整數位）。

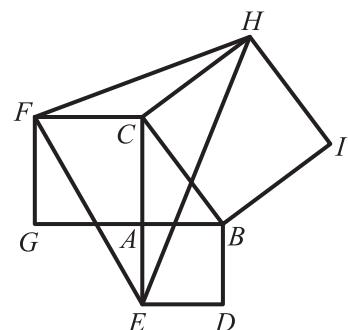
14. 坐標空間的第一卦限中有一長方體  $OABC - DEFG$ ，其中  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OC}$ 、 $\overline{OD}$  分別在  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸上，頂點  $F$  坐標為  $(3, 4, 2)$ ，現有一隻螞蟻從  $A$  點出發沿著長方體表面爬行至  $D$  點，路途中會經過  $\overline{BF}$  與  $\overline{CG}$ ，若採取最短爬行路徑，則途中會經過點  $(3, 4, h)$  與  $(0, 4, k)$ ，



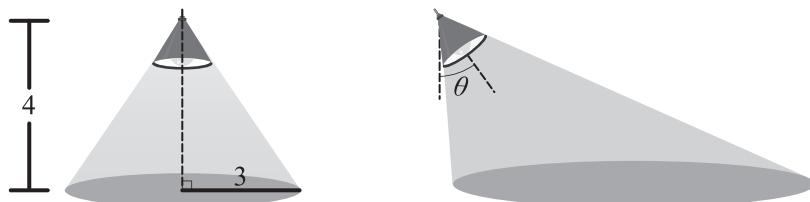
其中  $h$ 、 $k$  為實數，則  $3h - k = \frac{(14-1)(14-2)}{(14-3)(14-4)}$ 。

15. 已知二階方陣  $A$  滿足  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \\ x & y \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 66 & 18 \\ 62 & 22 \end{bmatrix}$ ，其中  $x$ 、 $y$  為實數，則  $x + y = \underline{\hspace{2cm}}(15-1)(15-2)\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 如右圖，直角三角形  $ABC$  中，分別以三邊邊長往外做一正方形，已知  $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 4$ 、 $\overline{BC} = 5$ ，求三角形  $EFH$  面積 =  $\underline{\hspace{2cm}}(16-1)(16-2)\underline{\hspace{2cm}}$ 。



17. 學校禮堂上的一盞聚光燈離地 4 公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且當直圓錐的軸與地板垂直時，照在地板上的區域形成半徑為 3 公尺的圓，示意圖如下。



若將燈旋轉  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ )，地面上的照亮區域形狀會隨之改變。為了讓觀眾聚焦在表演者身上，欲使聚光燈在地板上照亮區域形成圓或橢圓並使表演者站在直圓錐的軸與地面的交點處，若以聚光燈投影在地面上的位置為基準點，則表演者可站立的位置與基準點的最遠距離約為  $\underline{\hspace{2cm}}(17-1)\underline{\hspace{2cm}}$  公尺。(無條件捨去至整數位)

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

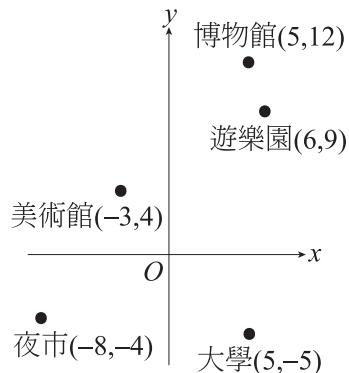
說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。  
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 18-20 題為題組

騰騰是一位 youtuber，外出遊玩時，他都會帶著無人機用來拍攝影片。某日他外出遊玩時，在入住的民宿頂樓使用無人機來拍攝附近的景色。如右圖，以騰騰所住民宿為原點  $O(0,0)$  建立直角坐標系，坐標平面上所標示的是民宿周圍且為騰騰有興趣拍攝的幾個地點，已知騰騰的無人機可操控的距離最遠為 10 單位，試回答下列問題。

18. 若騰騰就在民宿屋頂站著不動操作無人機，則無人機可到達的地點有哪些？（多選題，3 分）

- (1)夜市 (2)美術館 (3)博物館 (4)大學 (5)遊樂園



19. 謂騰從民宿出發，沿著直線  $3x - 4y = 0$  自由移動並操控無人機維持在自己的正上方，若無人機可拍攝的範圍為自身周圍 3 單位的圓周及其內部，則隨著謹謙移動的路徑，請以二元一次不等式來表示無人機可拍攝的範圍。（非選擇題，6 分）

20. 承上題，若謹謙在民宿屋頂操控無人機在直線  $3x - 4y = 0$  上自由移動，則無人機在可操控的範圍內，可拍攝的區域最大面積為多少？（非選擇題，6 分）

以下為參考公式：

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ，

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和  $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ 。

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為外接圓半徑)，

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據  $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

標準差  $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$

$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_x^2]}$ 。

4. 二維數據  $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$ ，

最適合直線（迴歸直線）方程式為  $y - \mu_y = r_{XY} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$ ， $10^{0.6728} \approx 4.7$ ，

$10^{0.1232} \approx 1.33$ ， $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ 。

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 1.1 \approx 0.041$ 。