龍騰文化

114 學年度分科測驗全真模擬試卷

數學甲考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

龍騰數學科編輯小組

【教用卷】

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測→各科 word 資源區

龍騰文化
肯定自己 ➤ 肯定不同

學用卷定價 20 元

62001N12-ER B

贈品禁止轉售

第壹部分、選擇（填）題（占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。

1. 對一實數 x，以 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，試問下列哪個選項中的極限存在？

(1) $\lim\limits_{x\to 0}[x+3]$ (2) $\lim\limits_{x\to 1}[x^2]$ (3) $\lim\limits_{x\to 0}([x]-x)$ (4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{[x]}{x}$ (5) $\lim\limits_{x\to 0}x^2\left[\dfrac{1}{x}\right]$

參考答案：(5)

試題解析：(1) ╳：$\lim\limits_{x\to 0^+}[x+3]=3$，$\lim\limits_{x\to 0^-}[x+3]=2$，

因為 $\lim\limits_{x\to 0^+}[x+3]\neq\lim\limits_{x\to 0^-}[x+3]$，所以 $\lim\limits_{x\to 0}[x+3]$ 不存在。

(2) ╳：$\lim\limits_{x\to 1^+}[x^2]=1$，$\lim\limits_{x\to 1^-}[x^2]=0$，

因為 $\lim\limits_{x\to 1^+}[x^2]\neq\lim\limits_{x\to 1^-}[x^2]$，所以 $\lim\limits_{x\to 1}[x^2]$ 不存在。

(3) ╳：$\lim\limits_{x\to 0^+}([x]-x)=0$，$\lim\limits_{x\to 0^-}([x]-x)=-1$，

因為 $\lim\limits_{x\to 0^+}([x]-x)\neq\lim\limits_{x\to 0^-}([x]-x)$，所以 $\lim\limits_{x\to 0}([x]-x)$ 不存在。

(4) ╳：$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{[x]}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{[x]}{x}=0$，

因為 $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{[x]}{x}\neq\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{[x]}{x}$，所以 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{[x]}{x}$ 不存在。

(5) ○：當 $x\neq 0$ 時，$\dfrac{1}{x}-1<\left[\dfrac{1}{x}\right]\leq\dfrac{1}{x}\Rightarrow x-x^2<x^2\left[\dfrac{1}{x}\right]\leq x$，

因為 $\lim\limits_{x\to 0}(x-x^2)=\lim\limits_{x\to 0}x=0$，所以由夾擠定理可知 $\lim\limits_{x\to 0}x^2\left[\dfrac{1}{x}\right]=0$。

故選(5)。

2. 已知三次函數 $f(x)=ax^3-3x^2+bx+7$ 的圖形沒有水平切線，若不等式 $f(x)>0$ 的解為 $x>-1$，則 a 的整數解個數為下列何者？

(1)1 個 (2)2 個 (3)3 個 (4)4 個 (5)5 個

參考答案：(1)

試題解析：因為 $f(x)$ 為三次函數，且不等式 $f(x)>0$ 的解為 $x>-1$，

所以 $a>0$，$f(-1)=-a-3-b+7=-a-b+4=0\Rightarrow b=-a+4$，

得 $f(x)=ax^3-3x^2+(-a+4)x+7\Rightarrow f'(x)=3ax^2-6x+(-a+4)$，

因為 $f(x)$ 的圖形沒有水平切線，所以判別式 $D=(-6)^2-4\times 3a\times(-a+4)<0$，

$\Rightarrow a^2-4a+3<0\Rightarrow(a-1)(a-3)<0\Rightarrow 1<a<3\Rightarrow a=2$。故選(1)。

3. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，$\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=1$。設 P，Q 兩點滿足 $\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-k)\overrightarrow{AC}$，其中 $0<k<1$。若 $\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=-2$，則實數 k 的值為何？

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{4}{5}$

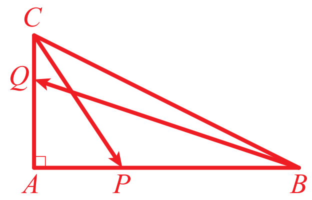
參考答案： (2)

試題解析： 因為 $\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=-2$，所以 $(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AQ})\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AP})=-2$，

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{AP}=-2$

$\Rightarrow 0+2\times 2k\times\cos 180°+(1-k)\times 1\times\cos 180°+0=-2$

$\Rightarrow -3k-1=-2$，解得 $k=\frac{1}{3}$。故選(2)。

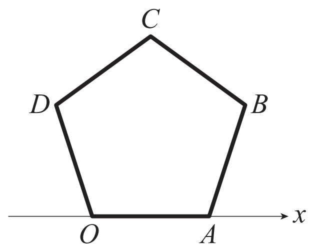


二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題 8 分。

4. 正五邊形 $OABCD$，其中 O 為原點，A 點在 x 軸上如圖所示，試問下列選項何者正確？

跨單元



(1) $\overleftrightarrow{AB}$ 與 $\overleftrightarrow{OC}$ 兩直線斜率相等，且為此五個點中任意兩點形成的直線中最大的斜率

(2) 此 5 個點中，任意兩點形成的不同向量共有 10 個

(3) 若 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$，則 $\overrightarrow{OP}$ 終點 P 落在直線 $\overleftrightarrow{CD}$ 上

(4) $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}|^2$

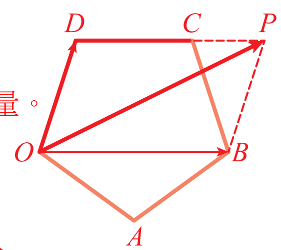
(5) $\overrightarrow{OD}$ 在 $\overrightarrow{OA}$ 上的正射影為 $(\cos\frac{2\pi}{5})\overrightarrow{OA}$

參考答案： (1)(3)(4)

試題解析： (1) 由圖知 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{OC}$，所以斜率相等，且值最大。

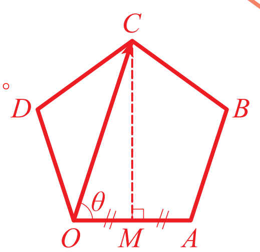
(2) 5 個點沒有任三點以上共線，所以可形成 $2C_2^5=20$ 個不同向量。

(3) $\overline{CD}\,/\!/\,\overline{OB}$，$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$，所以 P 點會落在直線 $\overleftrightarrow{CD}$ 上。



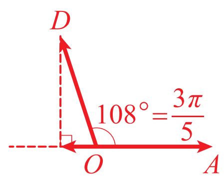
(4) $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=|\overrightarrow{OC}||\overrightarrow{OA}|\cos\theta=\overline{OA}\times(\overline{OC}\cos\theta)$

$=\overline{OA}\times\overline{OM}$（$M$ 為 $\overline{OA}$ 中點）$=\frac{1}{2}\overline{OA}^2=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}|^2$。



(5) $\overrightarrow{OD}$ 在 $\overrightarrow{OA}$ 上的正射影 $=(\frac{\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OA}}{|\overrightarrow{OA}|^2})\overrightarrow{OA}$

$=(\frac{|\overrightarrow{OD}||\overrightarrow{OA}|\cos\frac{3\pi}{5}}{|\overrightarrow{OA}|^2})\overrightarrow{OA}=(\cos\frac{3\pi}{5})\overrightarrow{OA}$。



故選(1)(3)(4)。

5. 空間中，O 為原點，向量 $\overrightarrow{OA}=(-2,2,1)$，$\overrightarrow{OB}=(2,1,2)$，$\overrightarrow{OC}=(4,c_2,c_3)$ 為一長方體相鄰的三邊，又 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OE}$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$，試選出正確的選項。

(1) $c_2+c_3=2$

(2) $\left|\left(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{OC}\right|=108$

(3) $\cos\angle EOF=\dfrac{3}{5}$

(4)四面體 $ODEF$ 的體積為 18

(5)若點 P 在平面 $x+2y-2z=0$ 上，則必有實數 α，β 使得 $\overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$

參考答案：(2)(5)

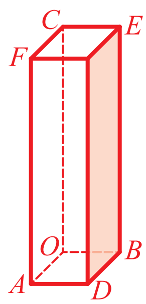
試題解析：(1) 因為 $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=\left(\begin{vmatrix}2&1\\1&2\end{vmatrix},\begin{vmatrix}1&-2\\2&2\end{vmatrix},\begin{vmatrix}-2&2\\2&1\end{vmatrix}\right)=(3,6,-6)$ 與 $\overrightarrow{OC}$ 平行，

所以 $\dfrac{3}{4}=\dfrac{6}{c_2}=\dfrac{-6}{c_3}\Rightarrow c_2=8$，$c_3=-8\Rightarrow c_2+c_3=0$。

(2) $\left|\left(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{OC}\right|=\left|(3,6,-6)\cdot(4,8,-8)\right|=108$。

(3) 因為 $\overrightarrow{OE}=(2,1,2)+(4,8,-8)=(6,9,-6)$，$\overrightarrow{OF}=(-2,2,1)+(4,8,-8)=(2,10,-7)$，

所以 $\cos\angle EOF=\dfrac{\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OF}}{\left|\overrightarrow{OE}\right|\left|\overrightarrow{OF}\right|}=\dfrac{144}{\sqrt{153}\times\sqrt{153}}=\dfrac{16}{17}$。



(4) 因為 $\overrightarrow{OD}=(0,3,3)$，$\overrightarrow{OE}=(6,9,-6)$，$\overrightarrow{OF}=(2,10,-7)$

所以四面體體積為 $\dfrac{1}{6}\left|\begin{vmatrix}0&3&3\\6&9&-6\\2&10&-7\end{vmatrix}\right|=\dfrac{1}{6}\times216=36$。

(5) 因為平面 OAB 的一個法向量為 $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=(3,6,-6)$，且過原點 O，

所以其方程式為 $x+2y-2z=0$。又因為 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 不平行，

所以平面 OAB 上每一個向量 $\overrightarrow{OP}$ 都可唯一表示成 $\overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$ 的形式。

故選(2)(5)。

6. 有 4 個人以擲公正骰子來決定參加甲遊戲或乙遊戲。約定：擲出 1 或 2 點的人參加甲遊戲，擲出點數大於 2 的人參加乙遊戲。設隨機變數 X ，Y 分別表示參加甲，乙遊戲的人數，且 $Z=|X-Y|$，試選出正確的選項。

情境

(1) 機率 $P(X=2)=\dfrac{8}{27}$

(2) 機率 $P(X>Y)=\dfrac{5}{27}$

(3) 兩期望值 $E(X)$ 與 $E(Y)$ 的和等於 4

(4) 期望值 $E(Z)=\dfrac{148}{81}$

(5) 變異數 $Var(Z)<5$

參考答案： (1)(3)(4)(5)

試題解析： 依題意，每人參加甲遊戲的機率為 $\dfrac{1}{3}$ ，參加乙遊戲的機率為 $\dfrac{2}{3}$ 。

(1) $P(X=2)=C_2^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{8}{27}$ 。

(2) $P(X>Y)=P(X=3)+P(X=4)=C_3^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)+C_4^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{1}{9}$ 。

(3) 因為 $E(Y)=E(4-X)=4-E(X)$ ，所以 $E(X)+E(Y)=4$ 。

(4) $Z=|X-Y|$ 的可能值為 0 ，2 ，4 。

$P(Z=0)=P(X=2)=\dfrac{8}{27}$ 。

$P(Z=2)=P(X=1)+P(X=3)=C_1^4\left(\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{2}{3}\right)^3+C_3^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{40}{81}$ 。

$P(Z=4)=P(X=0)+P(X=4)=C_0^4\left(\dfrac{2}{3}\right)^4+C_4^4\left(\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{17}{81}$ 。

得 Z 的機率分布表：

Z	0	2	4
P	$\dfrac{8}{27}$	$\dfrac{40}{81}$	$\dfrac{17}{81}$

所以 $E(Z)=0\times\dfrac{8}{27}+2\times\dfrac{40}{81}+4\times\dfrac{17}{81}=\dfrac{148}{81}$ 。

(5) 因為 $E(Z^2)=0^2\times\dfrac{8}{27}+2^2\times\dfrac{40}{81}+4^2\times\dfrac{17}{81}=\dfrac{16}{3}$ ，

所以 $Var(Z)=E(Z^2)-[E(Z)]^2=\dfrac{16}{3}-\left(\dfrac{148}{81}\right)^2<5$ 。

故選(1)(3)(4)(5)。

7. 已知函數 $f(x)=x^5+2x^4-x^3-5x^2+4$，試選出正確的選項。

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(n)}{f(n+5)}=0$　(2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=0$　(3) $f'(1)=0$

(4)函數 $f(x)$ 在區間 $[1,2]$ 遞增

(5)在坐標平面上 $y=f(x)$ 的圖形與直線 $y=3$ 恰有兩個交點

參考答案：(3)(4)

試題解析：(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(n)}{f(n+5)}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^5+2n^4-n^3-5n^2+4}{n^5+an^4+bn^3+cn^2+dn+e}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{2}{n}-\frac{1}{n^2}-\frac{5}{n^3}+\frac{4}{n^5}}{1+\frac{a}{n}+\frac{b}{n^2}+\frac{c}{n^3}+\frac{d}{n^4}+\frac{e}{n^5}}=1$，

其中 a，b，c，d，e 為定數。

(2) 導函數 $f'(x)=5x^4+8x^3-3x^2-10x$，根據導數的定義，

得 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=f'(-1)=4$。

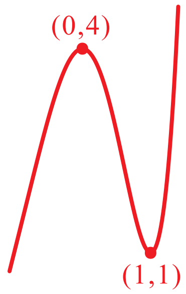
(3) $f'(1)=5\times 1^4+8\times 1^3-3\times 1^2-10\times 1=0$

(4) 由(3)知 $f'(1)=0$，所以 $x-1$ 為 $f'(x)$ 的因式

$\Rightarrow f'(x)=x(x-1)(5x^2+13x+10)$

將 $f'(x)$ 的正、負列表如下：

x		0		1	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	1	↗



因為在區間 $[1,2]$ 上 $f'(x)\ge 0$，所以 $f(x)$ 在區間 $[1,2]$ 遞增。

(5) 由 $f(x)$ 的略圖得知，直線 $y=3$ 與圖形有三個交點。

故選(3)(4)。

8. 已知複數 $z=\cos\dfrac{2\pi}{5}+i\sin\dfrac{2\pi}{5}$，$\bar{z}$ 為 z 的共軛複數，下列哪些選項為正實數？

(1) z^5　(2) $(\bar{z})^{10}$　(3) $z+\bar{z}$　(4) $z\times\bar{z}$　(5) $\dfrac{\bar{z}}{z}$

參考答案：(1)(2)(3)(4)

試題解析：(1) $z^5=\cos 2\pi+i\sin 2\pi=1$。

(2) 因為 $\bar{z}=\cos\dfrac{2\pi}{5}-i\sin\dfrac{2\pi}{5}=\cos\left(-\dfrac{2\pi}{5}\right)+i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{5}\right)$，

所以 $(\bar{z})^{10}=\cos(-4\pi)+i\sin(-4\pi)=\cos 0+i\sin 0=1$。

(3) $z+\bar{z}=\left(\cos\dfrac{2\pi}{5}+i\sin\dfrac{2\pi}{5}\right)+\left(\cos\dfrac{2\pi}{5}-i\sin\dfrac{2\pi}{5}\right)=2\cos\dfrac{2\pi}{5}$。

(4) $z\times\bar{z}=\left(\cos\dfrac{2\pi}{5}+i\sin\dfrac{2\pi}{5}\right)\times\left(\cos\dfrac{2\pi}{5}-i\sin\dfrac{2\pi}{5}\right)=\cos^2\dfrac{2\pi}{5}+\sin^2\dfrac{2\pi}{5}=1$。

(5) $\dfrac{\bar{z}}{z}=\dfrac{\cos\left(-\frac{2\pi}{5}\right)+i\sin\left(-\frac{2\pi}{5}\right)}{\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}}=\cos\left(-\dfrac{4\pi}{5}\right)+i\sin\left(-\dfrac{4\pi}{5}\right)=\cos\dfrac{4\pi}{5}-i\sin\dfrac{4\pi}{5}$。

故選(1)(2)(3)(4)。

三、選填題（占 18 分）

說明：第 9 題至第 11 題，每題 6 分。

9. 在空間中，C是平面E：$x+y+z=4$上的一個圓，圓心為$M(1,1,2)$，$P(2,0,2)$為圓C上一點，直線L：$\frac{x-2}{1}=\frac{y}{b}=\frac{z-2}{c}$是平面$E$上切圓$C$於$P$點的切線，求數對$(b,c)=$ (9−1 , 9−2 9−3) 。

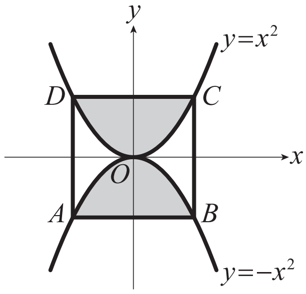
參考答案：$(1,-2)$

試題解析：平面E的法向量為$\overrightarrow{n}=(1,1,1)$，直線$L$的方向向量為$\overrightarrow{v}=(1,b,c)$。

依題意得$\begin{cases}\overrightarrow{v}\perp\overrightarrow{n}\\ \overrightarrow{v}\perp\overrightarrow{MP}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(1,b,c)\cdot(1,1,1)=0\\(1,b,c)\cdot(1,-1,0)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1+b+c=0\\1-b=0\end{cases}$，解得$b=1$，$c=-2$，

即數對$(b,c)=(1,-2)$。

10. 坐標平面上，正方形的四個頂點$A(-1,-1)$，$B(1,-1)$，$C(1,1)$，$D(-1,1)$分別在拋物線$y=x^2$與$y=-x^2$上，如圖所示。若鋪色區域的面積為S，正方形的面積為R，



則$\frac{S}{R}$的值為 $\frac{10-1}{10-2}$ （化為最簡分數）

參考答案：$\frac{2}{3}$

試題解析：鋪色區域可分成上下兩塊區域，且上下兩塊面積相等，

因為上塊區域面積$=\int_{-1}^{1}(1-x^2)dx=\left(x-\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_{-1}^{1}=\left(\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}$，

所以$S=\frac{4}{3}\times2=\frac{8}{3}$，得$\frac{S}{R}=\frac{\frac{8}{3}}{2^2}=\frac{2}{3}$。

11. 已知等比數列$\langle a_n\rangle$滿足$a_2=2$，$a_5=\frac{1}{4}$，且令$T_n=a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}$，

跨單元

求$\lim\limits_{n\to\infty}T_n=$ $\frac{11-1\ \ 11-2}{11-3}$ 。

參考答案：$\frac{32}{3}$

試題解析：設$\langle a_n\rangle$的公比為r，解$\begin{cases}a_2=a_1r=2\\a_5=a_1r^4=\frac{1}{4}\end{cases}$，得$a_1=4$，$r=\frac{1}{2}$，

又$T_n=a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=a_1\times a_1r+a_1r\times a_1r^2+\cdots+a_1r^{n-1}\times a_1r^n$

$=a_1^2r+a_1^2r^3+\cdots+a_1^2r^{2n-1}$，

即T_n是首項為$a_1^2r=4^2\times\frac{1}{2}=8$，公比為$r^2=\frac{1}{4}$的等比級數，

由無窮等比級數和的公式，得$\lim\limits_{n\to\infty}T_n=\frac{8}{1-\frac{1}{4}}=\frac{32}{3}$。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有 2 題組，選填題每題 2 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選填題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

12-14 為題組

已知滿足 $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ b \end{bmatrix}$ 的點 (x,y,z) 在空間中所成的圖形為一直線 L。

12. 求數對 $(a,b)=$ (12−1 12−2 , 12−3 12−4) （非選擇題，4 分）

參考答案： $(-7,-5)$

試題解析： $\begin{cases} 2x-y-z=1\cdots\cdots① \\ x+y+2z=2\cdots\cdots② \\ ax+2y+z=b\cdots\cdots③ \end{cases}$

由①＋②，得 $3x+z=3\cdots\cdots④$

由①×2＋③，得 $(a+4)x-z=b+2\cdots\cdots⑤$

因為所成圖形為一直線（無限多組解），

所以由④⑤得 $\dfrac{3}{a+4}=\dfrac{1}{-1}=\dfrac{3}{b+2}$，解得 $a=-7$， $b=-5$。

13. 若直線 L 的參數式為 $\begin{cases} x=ut \\ y=-4+vt \\ z=w-3t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$，求實數 u,v,w 之值。（非選擇題，3 分）

參考答案： $u=1, v=5, w=3$

試題解析： 承第 12 題，令 $x=t$ 代入④，得 $z=(3-3t)$。再代入①，得 $2t-y-(3-3t)=1$，即 $y=-4+5t$。

因此，直線 L 的參數式為 $\begin{cases} x=t \\ y=-4+5t \\ z=3-3t \end{cases}$（$t\in\mathbb{R}$）。

所以 $u=1, v=5, w=3$（一個答案 1 分）

14. 求點 $A(0,0,-2)$ 到直線 L 的距離（非選擇題，5 分）

參考答案： $\sqrt{6}$

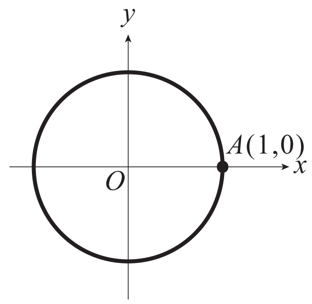
試題解析： 設點 $P(t,-4+5t,3-3t)$ 為直線 L 上一點（寫出此項得 1 分）

則 $\overline{AP}=\sqrt{t^2+(-4+5t)^2+(5-3t)^2}=\sqrt{35t^2-70t+41}=\sqrt{35(t-1)^2+6}$（寫出此項得 3 分）

故點 A 到直線 L 的距離為 $\sqrt{6}$（寫出此項得 1 分）

15-17 為題組 情境

有甲乙兩人一開始在複數平面上的點 $A(1,0)$ 處，甲乙兩人同時開始等速率的在單位圓的圓周上移動，如右圖所示。甲依逆時針的方向移動，在時間為 t 秒時移動到複數 $(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})^t$ 所代表的點；乙依順時針方向移動，在時間 t 秒時移動到 $(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6})^t$ 所代表的點，其中 t 為正整數，請回答下列問題。



15. 若甲在第 m 秒移動到 x 軸上，則 m 的最小值為下列何者？（單選題，2 分）

(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10

參考答案： (2)

試題解析： 因為 $\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^m=\cos\frac{m\pi}{4}+i\sin\frac{m\pi}{4}$ 在 x 軸上，所以 $\sin\frac{m\pi}{4}=0$，

$\Rightarrow \frac{m\pi}{4}=k\pi \Rightarrow m=4k$，$k\in\mathbb{N}$，故選(2)。

16. 從出發開始，甲乙兩人第一次相遇之位置會落在哪個象限？（非選擇題，4 分）

參考答案： 第三象限

試題解析： 設 t 秒後甲乙第一次相遇，則 $\frac{\pi}{4}\times t-\left(-\frac{\pi}{6}\times t\right)=2\pi$，（寫出此項得 1 分）

$\Rightarrow t=\frac{24}{5} \Rightarrow \left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{24}{5}}=\cos\frac{6}{5}\pi+i\sin\frac{6}{5}\pi$，（寫出此項得 2 分）

所以此時甲乙兩人位置落在第三象限。（寫出此項得 1 分）

17. 兩人是否可以在 x 軸上相遇？試說明理由？（非選擇題，6 分）

參考答案： 見解析

試題解析： 若甲乙二人可在 x 軸上相遇，則

① 甲在 x 軸正向上：此時 $t=8$、16、24、32、40、48、…（寫出此項得 1 分）
乙在 x 軸正向上：此時 $t=12$、24、36、48、60、…（寫出此項得 1 分）
（$8k_1=12k_2 \Rightarrow 2k_1=3k_2$，$k_1,k_2\in\mathbb{N}$，此時甲乙二人恰好在 x 軸正向上相遇）
當 t 為 24 之倍數時，甲乙二人恰好在 x 軸正向上相遇。（寫出此項得 1 分）

② 甲在 x 軸負向上：此時 $t=4$、12、20、28、36、…（寫出此項得 1 分）
乙在 x 軸負向上：此時 $t=6$、18、30、42、…（寫出此項得 1 分）
（$8k_1-4=12k_2-6 \Rightarrow 6k_2=4k_1+1$，$k_1,k_2\in\mathbb{N}$，並無正整數解滿足此條件）
所以甲乙二人不會在 x 軸負向上相遇。

由①②可知甲乙二人可以在 x 軸的正向上相遇。（寫出此項得 1 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 級數和：$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
2. 三角函數的和角公式：$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$
$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$
$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$
3. ΔABC 的正弦定理：$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$（ R 為 ΔABC 外接圓半徑）
ΔABC 的餘弦定理：$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \cdots, x_n$，
算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - n\mu_X^{\,2})}$
5. 二維數據 $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，
相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$
最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y}\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$
6. 參考數值：$\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$
7. 對數值：$\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$
8. 若 $X \sim B(n,p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$，變異數 $Var(X) = np(1-p)$；
若 $X \sim G(p)$ 為幾何分布，則期望值 $E(X) = \frac{1}{p}$，變異數 $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$。