

龍騰文化

115 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

一作答注意事項一

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

• 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 > 肯定不同

定價 20 元



62001N11_E2/C/

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

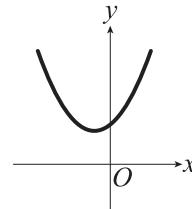
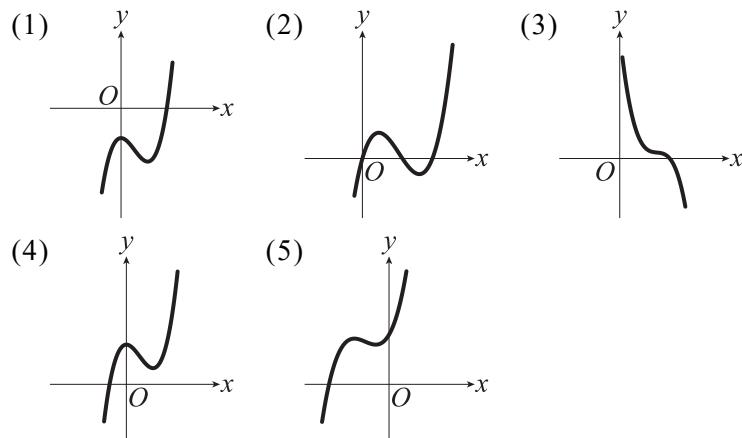
1. 下列哪一組不等式的解與滿足 $x^2 - x + 1 \leq 0$ 的解相同？
(1) $x^2 - x + 1 < 0$ (2) $(x-2)^2 \leq 0$ (3) $(x-2)^2 > 0$ (4) $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ (5) $x^2 - 3x + 1 < 0$ 。

2. 設 $60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ ，求 $y = 2\cos^2 \theta - 3\sin \theta + 3$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，則 $M + m =$

(1) $\frac{9}{8}$ (2) 3 (3) 5 (4) 6 (5) $\frac{49}{8}$ 。

3. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的部分圖形如右圖所示，

則 $g(x) = ax^3 + bx^2 + c$ 可能的部分圖形為何？



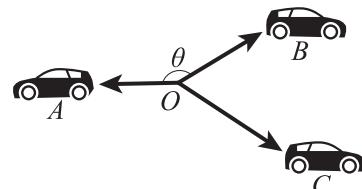
4. 假設有三臺車(A,B,C)在做拉力性能測試，其拉力大小及方向

分別以向量 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} 表示，因為測試的過程必須拉力平衡，即 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$ ，如圖所示。已知三個拉力大小分別

為 $|\overrightarrow{OA}| = 200$ (牛頓), $|\overrightarrow{OB}| = 400$ (牛頓), $|\overrightarrow{OC}| = 300$ (牛頓)，

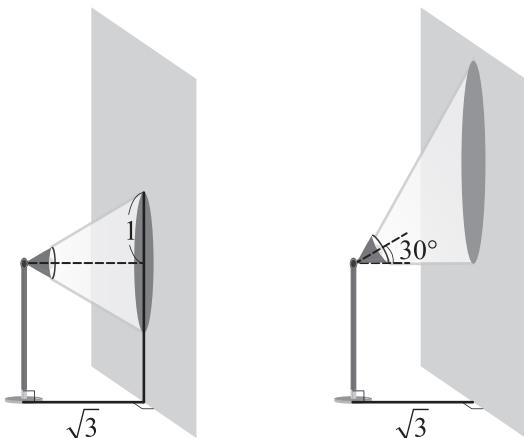
且令 $\angle AOB = \theta$ ，試求 $\cos \theta$ 的值為何。

(1) $-\frac{14}{16}$ (2) $-\frac{13}{16}$ (3) $-\frac{12}{16}$ (4) $-\frac{11}{16}$ (5) $-\frac{10}{16}$ 。



5. 當聲音的強度為 I (瓦特 / 平方公尺) 時，所產生噪音分貝數為 $d = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ，其中 I_0 為常數。設有三個音源，其分貝數分別為 $d_1 = 20$ ， $d_2 = 40$ ， $d_3 = 80$ 。若三個音源同時發聲，且不考慮聲音能量的逸散，則三個合起來產生的分貝數最接近下列哪一個選項？
 (1) 80 (2) 100 (3) 120 (4) 140 (5) 160。

6. 一投射燈離牆 $\sqrt{3}$ 公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且直圓錐的軸與牆垂直。照在牆上的區域形成半徑 1 公尺的圓，如左圖所示。



如右圖所示，將燈旋轉 30° ，則在牆上照亮區域形成一橢圓，試問橢圓在牆上的最高點與最低點的距離為多少公尺？

- (1) 1 (2) 2 (3) $2\sqrt{3}$ (4) 3 (5) $2\sqrt{3} - 1$ 。

7. 棒球比賽是一種團體的球類運動，由人數各為 9 人的兩支隊伍在一個類似扇形的球場進行攻擊與守備。比賽攻方球員利用球棒將守方投擲的球擊出，隨即沿著四個壘包進行逆時針跑壘，當攻方成功跑一圈回到本壘就算得 1 分；兩隊輪流攻守，正規九局比賽完成得分較高的一隊即可獲勝。若正規九局打完後兩隊得分仍然平手，則進入延長賽，直到分出勝負為止。假設有一場大聯盟的明星對抗賽，美聯先攻、國聯後攻，如果最後比賽結果美聯以 2:0 擊敗國聯（如得分紀錄表所示），其中美聯的得分過程可能有 0 分、1 分或 2 分，而國聯則是一路以 0 分收尾。

得分紀錄表

隊名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
美聯										2
國聯										0

試求這場比賽過程中，得分紀錄表的所有得分情形有幾種？

- (1) 81 (2) 72 (3) 64 (4) 54 (5) 45。

二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 原本定價為 100 元的商品，若商家以 75 元賣出，我們稱為把該商品打 75 折。在黃昏市場中有三家服飾店都賣潮 T，每件 200 元，因為這幾天買氣很差，他們決定降價拍賣。三家的方案如下：

- 甲：3 件 500 元，但不足 3 件，每件以原價 200 元賣出
乙：買 2 件送 1 件，但只買 2 件時，每件仍以 200 元賣出
丙：每件 150 元

下列哪些選項正確？

- (1) 甲商家打 83 折 (2) 乙商家打 67 折 (3) 丙商家打 75 折
(4) 若阿悟要買 5 件，到丙商家最便宜 (5) 若阿悟要買 50 件，到乙商家最便宜。

9. 已知某籤筒有 10 支籤，其中只有 3 支為中獎籤。設每支籤被抽中的機率均等，今甲、乙、丙三人依序從中各抽 1 支籤，且抽出的籤不再放回，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 甲中獎的機率為 $\frac{3}{10}$ (2) 甲中獎的機率大於乙中獎的機率
(3) 丙中獎的機率最小 (4) 甲、乙恰有一人中獎的機率為 $\frac{7}{10}$
(5) 在甲、乙都中獎的條件下，丙中獎的機率只剩 $\frac{1}{8}$ 。

10. 某公司新人面試有 80 位應徵者參加，第一關甄選有「專業能力」與「溝通能力」兩項。「專業能力」的代號為 X ，滿分 60；「溝通能力」的代號為 Y ，滿分 40，兩項合計分之滿分為 100。經統計， X 最高為 56， Y 最高為 34。試選出正確的選項。

- (1) X 與 Y 相差最多為 22
(2) X 的全距會高於 Y 的全距
(3) 若 X 的平均為 40， Y 的平均為 30，則合計分的平均為 70
(4) 若 X 的標準差為 4， Y 的標準差為 5，則合計分的標準差為 9
(5) 若 X 與 Y 的相關係數大於 0，則 Y 對 X 的迴歸直線斜率大於 0。

11. 由於疫情衝擊，有業者反映水產價格波動頗大，尤其是出現商品價格大幅下跌異常情況，表是兩個月前三種水產商品分別在兩間水產公司的單價（單位：元/公斤），此表可以單價

矩陣 $\begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$ 表示。如果這兩間水產公司都以每個月 17% 的比例調降商品的價格，

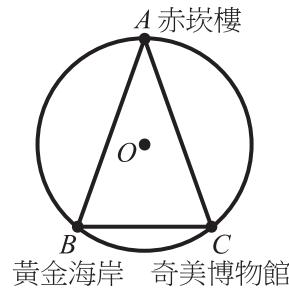
試選出可以代表現在這些水產商品在這兩間水產公司的單價矩陣。

元/公斤	水產公司 A	水產公司 B
龍蝦	1300	1200
螃蟹	700	600
明蝦	400	300

$$(1) (0.83)^2 \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \quad (2) 2(0.83) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \quad (3) (0.66) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 2 \times 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \quad (5) \begin{bmatrix} 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.83 & 0 \\ 0 & 0.83 \end{bmatrix}.$$

12. 臺南是一個文化古都，其中赤崁樓 (A 點) 的文物與建築歷經荷蘭、明鄭及滿清時代，而黃金海岸 (B 點) 是當地人平日休閒好去處，有著傳說中臺南最美的夕陽餘暉；另外，奇美博物館 (C 點) 也是臺南必去景點之一。某旅遊公司規劃一日遊景點，發現 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7.5$ 公里， $\overline{BC} = 5$ 公里，其中 O 為 $\triangle ABC$ 外接圓的圓心，如圖所示。根據上述資訊，試選出正確的選項。

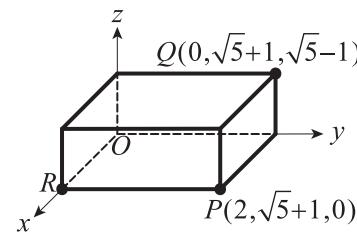


- (1) 點 A 到 \overline{BC} 的最近距離為 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 公里 (2) $\tan \angle ABC = \frac{1}{3}$
 (3) $\cos \angle BAC = \frac{7}{9}$ (4) $\triangle ABC$ 面積 = $\frac{25\sqrt{2}}{2}$ 平方公里
 (5) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ 公里。

三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 某電商舉辦網路促銷活動，業者宣稱：「只要客戶收到幸運簡訊，恰好在 2 分鐘時將簡訊傳給另 2 位親朋好友，就有機會參加抽獎，總獎金為 100 萬元。」但是在傳送簡訊時，每通簡訊業者可以獲利 0.1 元。設活動開始後，每位客戶再傳出 2 通簡訊的時間都恰好是 2 分鐘，且從電商發出一通簡訊給第一位幸運客戶起，第 2 分鐘傳出 2 通，第 4 分鐘傳出 4 通，…，第 $2n$ 分鐘傳出 2^n 通簡訊，以此類推，則至少經過 (13-1)(13-2) 分鐘之後，電商便可透過簡訊的獲利來支付 100 萬元獎金。（無條件進位至整數部分）
14. 5 個人圍坐一圈玩真心話大冒險的遊戲，遊戲的規則如下：每個人面前各有一枚公正硬幣，遊戲開始時，所有人同時投擲面前的硬幣一次，若硬幣正面朝上，則此人站起來並說一段真心話；若反面朝上，則此人坐下且不必說真心話。試問每個人投擲硬幣一次，沒有相鄰的兩人同時站起來的機率為 $\frac{(14-1)(14-2)}{(14-3)(14-4)}$ 。
15. 已知甲、乙兩班第一次段考數學科最多有 20 位同學不及格，而且甲班不及格的人數不超過乙班不及格人數的 3 倍。若甲班最少有 10 位同學不及格，乙班最少有 6 位同學不及格，則滿足上述的可能情形有 (15-1)(15-2) 種。
16. 萊克多巴胺是瘦肉精的一種，畜禽動物使用萊克多巴胺後，會刺激肌肉細胞，增加 5~10% 的蛋白質合成，並減少脂肪合成，達到增加瘦肉的效果，而人體若攝食過量則會造成心悸、噁心、嘔吐、頭暈、手顫抖及血壓升高等症狀，但萊克多巴胺在人體內的代謝很快，大約 6 小時就代謝掉 7 成 5。若某人在一次用餐中吃入了 20 微克的萊克多巴胺，則大約要經過 (16-1)(16-2) 小時的代謝，體內的殘留量才會低於 0.01 微克。
17. 已知黃金長方體是一個三邊長呈特殊比例關係的長方體，長、寬、高的比是 $r:1:\frac{1}{r}$ ，其中 $r=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ，且黃金長方體的六個面中，有四個面是黃金長方形。假設有一黃金長方體落在空間坐標軸上，其中 $P(2, \sqrt{5}+1, 0)$ ， $Q(0, \sqrt{5}+1, \sqrt{5}-1)$ 及 R 為長方體的三頂點，如圖所示。若此長方體對角線 \overline{QR} 的長度為 m ，長方體的體積為 n ，試求數對 $(m, n) = \underline{((17-1), (17-2))}$ 。



第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

聲學理論指出，物體的振動會導致介質週期性地振動，從而引起周圍空氣的疏密變化，進而產生聲音。當介質在某一點的振動量 y 隨時間 x 呈現週期性變化時，這種週期性函數被稱為聲波函數。在這個聲波函數中，「頻率」定義為「週期」的倒數。例如，如果聲波函數的週期是 $\frac{1}{100}$ 秒，則其頻率為 100 赫茲 (Hz)。試回答下列問題：

18. 假設有一聲波函數 $y = f(x) = 5\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$ ，此函數的最大值 M ，最小值 m ，且週期 T ，

則下列選項哪些正確？（多選題，3 分）

- (1) $M = 5$ (2) $m = 3$ (3) $\frac{M+m}{2} = 3$ (4) $T = 2\pi$ (5) $T = \pi$ 。

19. 已知聲音每提高一個 8 度音，頻率恰好增為 2 倍。假設今有 8 個聲音 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ ，它們的頻率恰好是一個等比數列，且最高音 a_8 比最低音 a_1 提高一個 8 度。若 a_1 的聲音函數為 $y = \sin(t_1 x)$ ， a_6 的聲音函數為 $y = \sin(t_6 x)$ ，其中 $t_1, t_6 > 0$ ，則 $\frac{t_6}{t_1} = ?$ （非選擇題，6 分）

20. 若甲聲音的聲波函數為 $y = 440\sin(cx + 1000)$ ，乙聲音的聲波函數為 $y = 4.40 \times 10^3 \cdot \sin(dx + 10000)$ ，其中 $c, d > 0$ ，且甲聲音比乙聲音提高 60 個 8 度，則 $\frac{c}{d}$ 的整數部分是幾位數？（非選擇題，6 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ；

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和 $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ 。

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)。

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]} \text{。}$$

4. 二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ ，

最適合直線（迴歸直線）方程式為 $y - \mu_Y = r_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 。