

龍騰文化

114 學年度分科測驗全真模擬試卷

數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

龍騰數學科編輯小組

【教用卷】

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
 - 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
 - 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測→各科 word 資源區

龍騰文化
肯定自己 ▶ 肯定不同

學用卷定價 20 元

62001N12-E2R B

贈品禁止轉售

第壹部分、選擇（填）題（占 75 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 若實數 a 與 x 滿足 $\log_{\frac{1}{2}}(a-2^x)=2+x$ ，則 a 可能是下列哪一個值？



- (1) -2 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\log_3 2$ (5) $\sqrt[3]{3}$

參考答案：(5)

試題解析：由方程式，得 $a-2^x=\left(\frac{1}{2}\right)^{2+x}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2^x}\Rightarrow a=2^x+\frac{1}{4\times 2^x}$ 。

利用算幾不等式，得 $2^x+\frac{1}{4\times 2^x}\geq 2\sqrt{2^x\times\frac{1}{4\times 2^x}}=1$ ，即 $a\geq 1$ 。

在 5 個選項中，只有 $\sqrt[3]{3}$ 的值大於 1，
故選(5)。

2. 已知 $x^{13}+ax+13$ 除以 $(x+1)$ 的餘式為 5，則實數 a 的值為何？

- (1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11

參考答案：(3)

試題解析：令 $f(x)=x^{13}+ax+13$ ，

由餘式定理可得 $f(-1)=-1-a+13=5$ ，所以 $a=7$ 。

故選(3)。

3. 設二階方陣 A_n ($n=1, 2, 3, \dots$) 滿足 $A_1=\begin{bmatrix} -7 & -7 \\ 17 & 5 \end{bmatrix}$ ，且 $A_{n+1}=A_n+\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。在所有二階方陣 A_n 中，共有多少個二階方陣沒有反方陣？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 0 個 (5) 超過 3 個

參考答案：(2)

試題解析：依題意，得 $A_n=A_{n-1}+\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=A_{n-2}+2\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=A_1+(n-1)\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3n-10 & 2n-9 \\ n+16 & n+4 \end{bmatrix}$ ，

$$\text{令 } \det(A_n)=\begin{vmatrix} 3n-10 & 2n-9 \\ n+16 & n+4 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow (3n-10)(n+4)-(n+16)(2n-9)=0$$

$$\Rightarrow n^2-21n+104=0$$

$$\Rightarrow (n-8)(n-13)=0 \Rightarrow n=8, 13, \text{ 即 } A_8 \text{ 及 } A_{13} \text{ 沒有反方陣。}$$

故選(2)。

4. 坐標平面上有兩向量 $\vec{u} = (12, 5)$ ， $\vec{v} = (-4, 3)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？

(1) $5\vec{u}$ (2) $-3\vec{v}$ (3) $2\vec{u} + 5\vec{v}$ (4) $4\vec{u} + 5\vec{v}$ (5) $\vec{u} + 6\vec{v}$

參考答案：(1)

試題解析：(1) 因為 $5\vec{u} = (60, 25)$ ，所以 $|5\vec{u}| = \sqrt{60^2 + 25^2} = \sqrt{4225}$ 。

(2) 因為 $-3\vec{v} = (12, -9)$ ，所以 $|-3\vec{v}| = \sqrt{12^2 + (-9)^2} = \sqrt{225}$ 。

(3) 因為 $2\vec{u} + 5\vec{v} = (4, 25)$ ，所以 $|2\vec{u} + 5\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 25^2} = \sqrt{641}$ 。

(4) 因為 $4\vec{u} + 5\vec{v} = (28, 35)$ ，所以 $|4\vec{u} + 5\vec{v}| = \sqrt{28^2 + 35^2} = \sqrt{2009}$ 。

(5) 因為 $\vec{u} + 6\vec{v} = (-12, 23)$ ，所以 $|\vec{u} + 6\vec{v}| = \sqrt{(-12)^2 + 23^2} = \sqrt{673}$ 。

故選(1)。

5. 坐標平面上，直線 $y = 2x$ 與直線 $y = -3x + 5$ 將坐標平面分割成四個區域。試問下列哪一個選項中的點會和點 $(1, 1)$ 在同一個區域？

(1) $(20, -56)$ (2) $(13, -33)$ (3) $(-1, 1)$ (4) $(-15, -29)$ (5) $(-20, -29)$

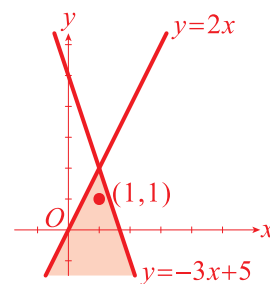
參考答案：(1)

試題解析：由圖得知，

點 $(1, 1)$ 所在的區域為聯立不等式 $\begin{cases} y \leq -3x + 5 \\ y \leq 2x \end{cases}$ 的解，

而且選項中的 5 個點只有點 $(20, -56)$ 滿足此聯立不等式。

故選(1)。

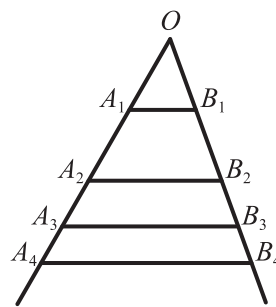


二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。



6. 如圖，已知點 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 和 $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$ 分別在角 O 的兩邊上，所有 $\overline{A_i B_i}$ 互相平行，且所有梯形 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ 的面積均相等。設 $\overline{OA_n} = a_n$ ， $\triangle OA_1 B_1$ 的面積為 R ，梯形 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ 的面積為 S 。若 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ，選出正確的選項。



- (1) $S = 3R$ (2) $\left(\frac{a_{100}}{a_{101}}\right)^2 = \frac{298}{301}$ (3) $\left(\frac{a_1}{a_n}\right)^2 = \frac{2}{3n+1}$
- (4) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列 (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}} = 3$

參考答案：(1)(2)

試題解析：(1) 因為 $\triangle OA_1 B_1$ 與 $\triangle OA_2 B_2$ 相似，所以其面積比為 $\frac{R}{S+R} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ，

得 $4R = S + R \Rightarrow S = 3R$ 。

(2) 因為 $\triangle OA_{100} B_{100}$ 與 $\triangle OA_{101} B_{101}$ 相似，

所以其面積比為 $\left(\frac{a_{100}}{a_{101}}\right)^2 = \frac{R+99S}{R+100S} = \frac{R+99 \times 3R}{R+100 \times 3R} = \frac{298}{301}$ 。

(3) 因為 $\triangle OA_1 B_1$ 與 $\triangle OA_n B_n$ 相似，

所以其面積比為 $\left(\frac{a_1}{a_n}\right)^2 = \frac{R}{R+(n-1)S} = \frac{R}{R+(n-1) \times 3R} = \frac{1}{3n-2}$ 。

(4) 因為 $a_1 = 1$ ，所以由(3)，得 $\left(\frac{1}{a_n}\right)^2 = \frac{1}{3n-2} \Rightarrow a_n = \sqrt{3n-2}$ ，

因此， $\langle a_n \rangle$ 不是等比數列。

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-2}}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 - \frac{2}{n}} = \sqrt{3}$ 。

故選(1)(2)。



7. 有一套形如六邊形的珠寶飾品，第一件是由 6 顆珠寶構成，如圖 1（圖中圈圈表示珠寶），第二件如圖 2，第三件如圖 3，第四件如圖 4，往後每件飾品都按照這種規律增加一定數量的珠寶，使它構成更大的六邊形。

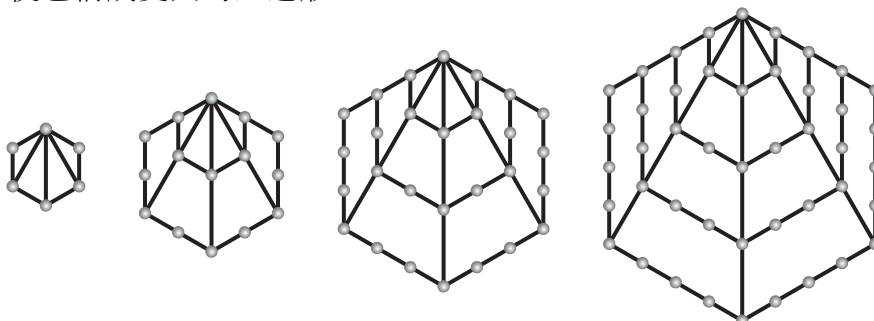


圖 1

圖 2

圖 3

圖 4

設 a_n 表示第 n 件飾品的珠寶數量，選出正確的選項。

- (1) a_5 為 11 的倍數 (2) $a_n - a_{n-1}$ 為奇數， $n \geq 2$ (3) $n+1$ 是 a_n 的因式
(4) 前 20 件飾品的珠寶總數量超過 6400 顆 (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = 1$

參考答案：(1)(2)(3)

試題解析：(1) 因為圖 2 比圖 1 增加 5 個頂點及 4 個邊上的 1 個點，

所以 $a_2 = a_1 + 5 + 4 \times 1 = 6 + 9 = 15$ ；

因為圖 3 比圖 2 增加 5 個頂點及 4 個邊上的 2 個點，

所以 $a_3 = a_2 + 5 + 4 \times 2 = 15 + 13 = 28$ 。依此類推，

得 $a_4 = a_3 + 5 + 4 \times 3 = 28 + 17 = 45$ ； $a_5 = a_4 + 5 + 4 \times 4 = 45 + 21 = 66$ 為 11 的倍數。

(2) 由(1)的規律可推得 $a_n = a_{n-1} + 5 + 4(n-1) = a_{n-1} + 4n + 1$ ，其中 $n \geq 2$ 。

因此， $a_n - a_{n-1} = 4n + 1$ 為奇數。

(3) 由(2)，得 $a_2 - a_1 = 4 \times 2 + 1$

$$a_3 - a_2 = 4 \times 3 + 1$$

⋮

$$a_n - a_{n-1} = 4 \times n + 1$$

各式相加，

$$\text{得 } a_n - a_1 = 4(2 + 3 + \cdots + n) + 1 \times (n-1) = 4 \times \frac{(n-1)(2+n)}{2} + n-1 = 2n^2 + 3n - 5,$$

又因為 $a_1 = 6$ ，所以 $a_n = 2n^2 + 3n + 1$ 。

又因為 $2n^2 + 3n + 1 = (n+1)(2n+1)$ ，所以 $n+1$ 是 a_n 的因式。

$$\begin{aligned} (4) \quad a_1 + a_2 + \cdots + a_{20} &= \sum_{n=1}^{20} (2n^2 + 3n + 1) = 2 \sum_{n=1}^{20} n^2 + 3 \sum_{n=1}^{20} n + \sum_{n=1}^{20} 1 \\ &= 2 \times \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + 3 \times \frac{20 \times 21}{2} + 20 = 6390 < 6400. \end{aligned}$$

$$(5) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = 2.$$

故選(1)(2)(3)。

8. 已知 $T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 請問下列選項哪些正確？

(1) $T^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (2) $T^3 = I$ (3) $T^4 = -T$ (4) $T^{-1} = -T^2$ (5) $T^{2027} = -T^2$

參考答案：(3)(4)(5)

試題解析：(1) $T^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ 。

(2) $T^3 = T^2 T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$ 。

(3) $T^4 = T^3 T = -IT = -T$ 。

(4) $\det(T) = 1 \neq 0$, 所以 T^{-1} 存在, 故 $T^{-1} = -(-I)T^{-1} = -T^3 T^{-1} = -T^2$ 。

(5) $T^{2027} = (T^3)^{675} T^2 = (-I)^{675} T^2 = -T^2$ 。

故選(3)(4)(5)。



9. 年終摸彩, 經理在箱中放入 3 顆紅球, 7 顆白球, 讓該部門 10 名員工每人依序抽取一球, 取後不放回, 抽中紅球可得獎金 10 萬元, 抽中白球則無獎金。若 A 表第一位抽中紅球的事件, B 表第五位抽中紅球的事件, 則下列哪些選項正確？

(1) $P(A) = P(B)$ (2) $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ (3) $P(B|A) = \frac{2}{5}$

(4) A 、 B 為獨立事件 (5) 最後一位抽球者, 獎金的期望值為 3 萬元

參考答案：(1)(2)(5)

試題解析：(1) 每人抽中紅球的機率都是 $\frac{3}{10}$, 即 $P(A) = P(B) = \frac{3}{10}$ 。

(2) 因為不考慮第二、三、四位的情形, 所以 $P(A \cap B)$ 相當於是第一、二位都抽中紅球的機率,

即 $P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$ 。

(3) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{9}$ 。

(4) 因為 $P(A) = P(B) = \frac{3}{10}$ 且 $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$, 即 $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$,

所以 A 、 B 不為獨立事件。

(5) 設隨機變數 X 表最後一位抽球者的獎金, 則

X	100000	0
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$

得期望值 $E(X) = 100000 \times \frac{3}{10} + 0 \times \frac{7}{10} = 30000$ 元。

故選(1)(2)(5)。

三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。



10. 從 3 名骨科、4 名外科和 5 名內科醫生中選派 5 人組成一個救災醫療小組。若骨科、外科和內科醫生都至少選派一人，則選派方法共有 $\textcircled{10-1}$ $\textcircled{10-2}$ $\textcircled{10-3}$ 種。

參考答案：590

試題解析：依每科人數分成兩類：

(1) 3 人，1 人，1 人的選派法有

$$C_3^3 C_1^4 C_1^5 + C_1^3 C_3^4 C_1^5 + C_1^3 C_1^4 C_3^5 = 20 + 60 + 120 = 200 \text{ (種)}。$$

(2) 2 人，2 人，1 人的選派法有

$$C_2^3 C_2^4 C_1^5 + C_2^3 C_1^4 C_2^5 + C_1^3 C_2^4 C_2^5 = 90 + 120 + 180 = 390 \text{ (種)}。$$

故共有 $200 + 390 = 590$ 種。



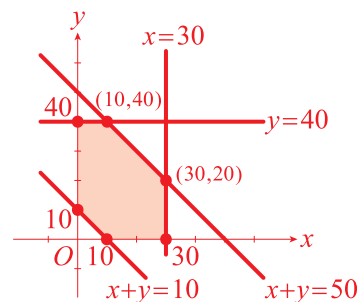
11. 單車公司有 A、B 兩座倉庫儲存單車，A 倉庫有 50 輛，B 倉庫有 60 輛。今公司接獲甲、乙兩地訂貨，分別需要 30 輛及 40 輛，而運費如右表（元／輛）。若從 A 倉庫運 x 輛到甲地，運 y 輛到乙地，可使運費最少，則數對 $(x, y) = (\textcircled{11-1}, \textcircled{11-2} \textcircled{11-3})$ 。

	甲地	乙地
A 倉庫	500 元	600 元
B 倉庫	400 元	550 元

參考答案：(0,10)

試題解析：依題意，B 倉庫要運 $30-x$ 輛到甲地，運 $40-y$ 輛到乙地。

$$\begin{cases} x \geq 0, x \in \mathbb{Z} \\ 30-x \geq 0 \\ y \geq 0, y \in \mathbb{Z} \\ 40-y \geq 0 \\ x+y \leq 50 \\ (30-x) + (40-y) \leq 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 30, x \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq y \leq 40, y \in \mathbb{Z} \\ x+y \leq 50 \\ x+y \geq 10 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{求運費 } & 500x + 600y + 400(30-x) + 550(40-y) \\ & = 34000 + 100x + 50y = 34000 + 50(2x+y) \text{ 的最小值。} \end{aligned}$$

利用頂點法：

(x, y)	(10,0)	(30,0)	(30,20)	(10,40)	(0,40)	(0,10)
$2x+y$	20	60	80	60	40	10

↓
最小

故 $(x, y) = (0, 10)$ 時，運費最少。



12. 某國家現有人口 1000 萬人，但近年人口有減少的趨勢。假設每經過一年就減少前一年的 4%，依此速率減少下去，至少經 $\frac{(12-1)(12-2)}{2}$ (取整數) 年後，全國人口數低於現在人口數的一半 500 萬人。

參考答案：17

試題解析：設經 n 年後，人口數低於 500 萬，

$$\text{即 } 10000000 \left(\frac{96}{100} \right)^n < 5000000 \Rightarrow \left(\frac{96}{100} \right)^n < \frac{1}{2} \Rightarrow n \log \frac{96}{100} < \log \frac{1}{2},$$

$$\text{因為 } \log \frac{96}{100} = \log 96 - \log 100 = \log (2^5 \times 3) - 2 = 5 \log 2 + \log 3 - 2$$

$$\approx 5 \times 0.3010 + 0.4771 - 2 = -0.0179,$$

$$\text{又 } \log \frac{1}{2} = -\log 2 \approx -0.3010,$$

$$\text{所以 } n \times (-0.0179) < -0.3010 \Rightarrow n > \frac{0.3010}{0.0179} = 16.8 \dots,$$

故至少經 17 年後，全國人口數低於現在人口數的一半。

第貳部分：混合題或非選擇題（占 25 分）

說明：本部分共有 2 題組，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 為題組

袋中有 5 個球，分別寫上 1、2、3、4、5 號，每個球被取出的機率相同。每次取球都從中任取一球記下號碼後放回袋中，取球 n 次， P_n 表示這 n 個號碼的和為偶數的機率。

$$13. P_2 = \frac{\frac{(13-1)(13-2)}{2}}{\frac{(13-3)(13-4)}{2}} \quad (\text{非選擇題，2 分})$$

參考答案： $\frac{13}{25}$

試題解析：因為每次取出號碼是偶數的機率為 $\frac{2}{5}$ ，奇數的機率為 $\frac{3}{5}$ 。

$$\text{所以 } P_2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{13}{25}。$$

14. 若 $P_n = \alpha + \beta P_{n-1}$ ， $n \geq 2$ ，請求出 α 、 β 之值。(非選擇題，4 分)

參考答案： $\alpha = \frac{3}{5}$ ， $\beta = -\frac{1}{5}$

試題解析：這 n 個號碼的和為偶數的情形，可分兩類：

①前 $(n-1)$ 個號碼的和為偶數且第 n 個號碼為偶數。

②前 $(n-1)$ 個號碼的和為奇數且第 n 個號碼為奇數。(寫至此處得 2 分)

$$\text{則 } P_n = P_{n-1} \times \frac{2}{5} + (1 - P_{n-1}) \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} P_{n-1}, \quad n \geq 2$$

所以 $\alpha = \frac{3}{5}$ ， $\beta = -\frac{1}{5}$ 。(寫出 α 、 β 之值各 1 分)

15. 證明數列 $\left\langle P_n - \frac{1}{2} \right\rangle$ 為一等比數列，並求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 之值。(非選擇題，6 分)

參考答案： $\frac{1}{2}$

試題解析：由 14. 可得 $P_n - \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5} P_{n-1} \right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} P_{n-1} = -\frac{1}{5} \left(P_{n-1} - \frac{1}{2} \right)$ ，即 $\frac{P_n - \frac{1}{2}}{P_{n-1} - \frac{1}{2}} = -\frac{1}{5}$ 。

因此 $\left\langle P_n - \frac{1}{2} \right\rangle$ 為公比為 $-\frac{1}{5}$ 的等比數列。(寫至此處得 3 分)

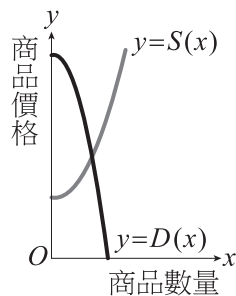
因為 $\left\langle P_n - \frac{1}{2} \right\rangle$ 為首項 $P_1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{10}$ ，公比 $-\frac{1}{5}$ 的等比數列，

所以 $P_n - \frac{1}{2} = \left(-\frac{1}{10} \right) \times \left(-\frac{1}{5} \right)^{n-1}$ ，即 $P_n = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{10} \right) \times \left(-\frac{1}{5} \right)^{n-1}$ 。

因此， $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$ 。(求出極限得 3 分)

16-18 為題組 

在消費市場上，已知某熱銷商品生產 x 件時的需求函數與供給函數分別為 $D(x) = -0.07x^2 + 0.3x + 200$ (元)， $S(x) = 0.03x^2 - 0.2x + 60$ (元)，其圖形如右圖，請回答下列問題：



16. 請問均衡價格為 16-1 16-2 16-3 元。(非選擇題，3 分)

參考答案：100

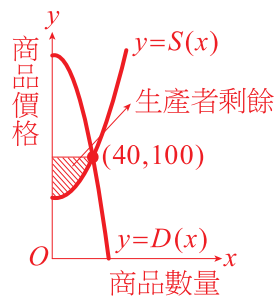
試題解析：令 $-0.07x^2 + 0.3x + 200 = 0.03x^2 - 0.2x + 60 \Rightarrow 0.1x^2 - 0.5x - 140 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 5x - 1400 = 0 \Rightarrow (x + 35)(x - 40) = 0 \Rightarrow x = 40$ 或 -35 (不合)
 代回 $y = S(x)$ 得 $S(40) = 0.03 \times 40^2 - 0.2 \times 40 + 60 = 100$ (元)。

17. 承 16，圖中哪一區域的面積代表均衡價格下的生產者剩餘，請標示出該區域以斜線塗滿並標上交點坐標。(非選擇題，5 分)

參考答案：見解析

試題解析：如圖所示：

(畫出正確圖形得 3 分，標出交點坐標得 2 分)



18. 請計算均衡價格下的生產者剩餘。(非選擇題，5 分)

參考答案：1120 元

試題解析： $100 \times 40 - \int_0^{40} (0.03x^2 - 0.2x + 60) dx$ (寫出此式得 2 分)
 $= 4000 - (0.01x^3 - 0.1x^2 + 60x) \Big|_0^{40}$ (寫出此式得 2 分)
 $= 1120$ (元)。(算出正確結果得 1 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ ；

最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

$\sin 23^\circ \approx 0.40$ ， $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\sin 53^\circ \approx 0.80$ ， $\cos 23^\circ \approx 0.92$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.60$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

7. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$ ；

若 $X \sim G(p)$ 為幾何分布，則期望值 $E(X) = \frac{1}{p}$ ，變異數 $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$ 。