龍騰文化

113 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

【教用卷】

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有n個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有n個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯k個選項者，得該題$\frac{n-2k}{n}$的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有n個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測➔各科 word 資源區

龍騰文化
肯定自己 ➤ 肯定不同

學用卷定價 20 元

贈品禁止轉售 #1

62001N11_E2R/A

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 設 a、b、c 為非零常數，$f(x)=ax^6+bx^4+cx^2+2x+3$，若 $f(1)=-1$，則 $f(-1)$ 之值為何？
(1) -5　(2) -3　(3) -1　(4) 1　(5) 5
解題觀念：多項式函數的圖形
參考答案：(1)
試題解析：令 $g(x)=f(x)-2x$，
因為 $g(x)$ 為偶函數，所以 $g(-1)=g(1)$，
$f(-1)-2\times(-1)=g(-1)=g(1)=f(1)-2\times1=-3$
$\Rightarrow f(-1)=-5$。故選(1)。

2. 地球儀上，螞蟻 A 與螞蟻 B 均從 0 度經線出發，分別沿著赤道以及北緯 40 度線往西移動至西經 100 度線，若兩隻螞蟻同時到達西經 100 度線，則螞蟻 A 的速率為螞蟻 B 的幾倍？
(1) $\cos40^\circ$　(2) $\dfrac{1}{\cos40^\circ}$　(3) $\sin40^\circ$　(4) $\dfrac{1}{\sin40^\circ}$　(5) $\dfrac{\sin100^\circ}{\cos40^\circ}$
解題觀念：地球的經度與緯度
參考答案：(2)
試題解析：設螞蟻 A 速率為 v_1、螞蟻 B 速率為 v_2，地球半徑為 R，
因為兩隻螞蟻要同時到達，所以速率比等於移動路徑長比，
則 $\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{R\times\frac{5}{9}\pi}{R\times\cos40^\circ\times\frac{5}{9}\pi}=\dfrac{1}{\cos40^\circ}$。故選(2)。

3. 過年期間台灣彩券公司會舉辦大樂透春節大紅包的加碼遊戲，大樂透的遊戲方式為：玩家必須從 01~49 號中任選 6 個號碼進行投注，而春節大紅包的中獎規則如下：彩券公司會隨機開出 9 個獎號，只要玩家同一注中的 6 個選號對中 9 個獎號中的任意 6 個即為中獎(舉例：開獎號碼 01~09，玩家的號碼若為 01，03，05，06，08，09 即中獎)。小龍買了一注大樂透的號碼，試問小龍對中春節大紅包的機率為何？
(1) $\dfrac{C_6^9}{C_9^{49}}$　(2) $\dfrac{C_6^{49}}{C_6^9}$　(3) $\dfrac{C_6^9}{C_6^{49}}$　(4) $\dfrac{C_8^9}{C_7^{49}}$　(5) $\dfrac{C_6^{49}}{C_9^{49}}$
解題觀念：古典機率的定義
參考答案：(3)
試題解析：所有選號組合有 C_6^{49} 種，對中春節大紅包的組合有 C_6^9 種，所求機率 $=\dfrac{C_6^9}{C_6^{49}}$。
故選(3)。

4. 已知一正立方體的其中三個頂點為 $A(-6,-3,-2)$，$B(-6,0,-6)$，$C(-6,1,1)$，試問此正立方體的表面積為何？

(1)150　(2)180　(3)240　(4)300　(5)360

解題觀念：空間坐標系

參考答案：(1)

試題解析：$\overline{AB}=\overline{CA}=5$ 、 $\overline{BC}=5\sqrt{2}$ ，

由 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 的長度比可知正立方體的稜長為 5，

故表面積為 $6\times5^2=150$ 。故選(1)。

5. 已知矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ ， $B=\begin{bmatrix}k & 2\\3 & 1\end{bmatrix}$ 滿足 $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ ，則實數 $k=$ ？

(1) -4　(2) -2　(3)0　(4)2　(5)4

解題觀念：矩陣的乘法

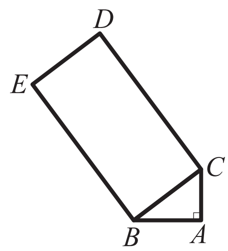
參考答案：(2)

試題解析：由題意可知 $AB=BA$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k & 2\\3 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k & 2\\3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}k+6 & 4\\3k+12 & 10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k+6 & 2k+8\\6 & 10\end{bmatrix}$$，解得 $k=-2$ 。故選(2)。

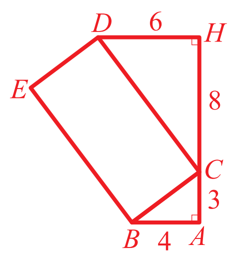
6. 如圖，$\triangle ABC$ 為直角三角形、 $BCDE$ 為矩形，其中 $\overline{AB}=4$ 、 $\overline{BC}=5$ 、 $\overline{CD}=10$ ，若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(x,y)=$ ？



(1) $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$　(2) $\left(\frac{5}{4},\frac{7}{3}\right)$　(3) $\left(\frac{5}{3},3\right)$　(4) $\left(\frac{3}{2},\frac{11}{3}\right)$　(5) $\left(\frac{8}{5},\frac{5}{2}\right)$

解題觀念：向量的線性組合

參考答案：(4)



試題解析：因為 $\triangle ABC$ 為直角三角形，所以 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，

過 D 作 $\overline{DH}\perp\overleftrightarrow{AC}$ 交 $\overleftrightarrow{AC}$ 於 H ，

因為 $\angle ABC=90^\circ-\angle ACB=\angle DCH$ ，又 $\angle A=\angle H=90^\circ$ ，

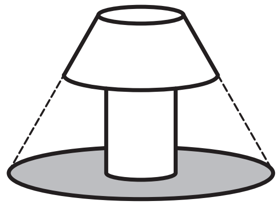
所以 $\triangle ABC\sim\triangle HCD(\mathrm{AA})$

$$\Rightarrow\frac{\overline{AB}}{\overline{HC}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{HD}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}}\Rightarrow\frac{4}{\overline{HC}}=\frac{3}{\overline{HD}}=\frac{5}{10}\Rightarrow\overline{HC}=8 、 \overline{HD}=6$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HD}=\frac{11}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{6}{4}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{11}{3}\overrightarrow{AC}$$

$\Rightarrow(x,y)=\left(\frac{3}{2},\frac{11}{3}\right)$ 。故選(4)。

7. 停電時，黃老師拿出露營燈來照明，如圖，露營燈的構造是個圓柱形物體，頂端裝有燈罩可使光聚集在露營燈周圍，當露營燈放在地上時，可在燈的周圍形成一圓形亮區，若將此露營燈放置在牆邊地上，則在牆面上的亮區邊緣為下列哪種曲線？



(1)圓　(2)拋物線　(3)橢圓　(4)雙曲線　(5)雙曲線的一支

解題觀念：圓錐截痕

參考答案：(5)

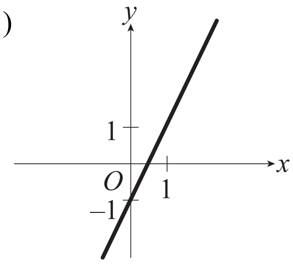
試題解析：因為牆面不與任一母線平行，
所以光打在牆面上的圖形應為雙曲線的一支。故選(5)。

二、多選題（占25分）

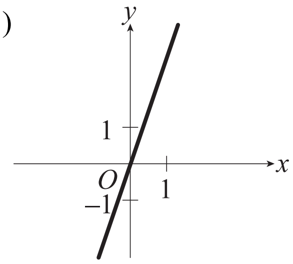
說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 設 n 筆二維數據資料 $(x_1,y_1),\cdots,(x_n,y_n)$，$n>1$，若標準化後的數據為 $(x_1',y_1'),\cdots,(x_n',y_n')$，則 y' 對 x' 的迴歸直線有可能為下列哪些選項中的直線？

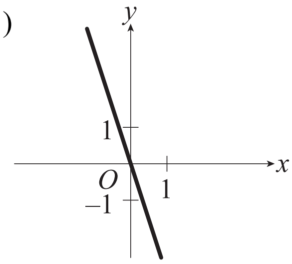
(1)



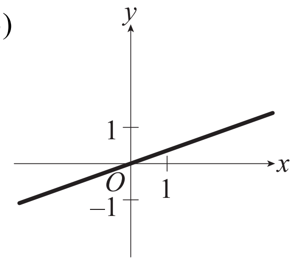
(2)



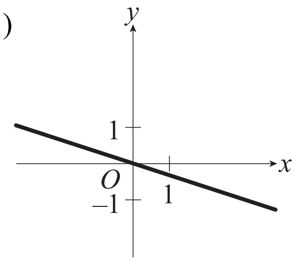
(3)



(4)



(5)



解題觀念：最小平方法與迴歸直線

參考答案：(4)(5)

試題解析：標準化後平均為 0，標準差為 1，且迴歸直線斜率即為原本的相關係數，
故斜率需介於 $-1\sim1$ 間且必過 $(0,0)$。故選(4)(5)。

9. 調查某校全校學生的政黨傾向，統計如下表：

政黨／性別	A 黨	B 黨	C 黨	合計（人）
男生（人）	250	350	400	1000
女生（人）	200	160	240	600
合計（人）	450	510	640	1600

則下列哪些選項是正確的？

(1)若從該校的男學生中隨機挑選一人，則他的政黨傾向為 A 黨的機率為 $\frac{1}{4}$

(2)若從該校政黨傾向為 B 黨的人中隨機挑選一人，則此人為女學生的機率為 $\frac{16}{51}$

(3)若從該校隨機挑選一人，已知此人政黨傾向為 A 黨，則此人為男學生的機率為 $\frac{4}{9}$

(4)政黨傾向為 C 黨與性別兩者關係為獨立

(5)若要使政黨傾向為 A 黨與性別獨立，則需要鼓吹 50 名傾向 A 黨的女學生改變其政黨傾向，偏向其他政黨

解題觀念：條件機率與獨立事件

參考答案：(1)(2)(4)(5)

試題解析：(1) ○：$\frac{250}{1000}=\frac{1}{4}$。

(2) ○：$\frac{160}{510}=\frac{16}{51}$。

(3) ╳：$P(\text{男學生}\mid\text{政黨傾向為 A 黨})=\dfrac{\frac{250}{1600}}{\frac{450}{1600}}=\frac{250}{450}=\frac{5}{9}$。

(4) ○：因為 $n(\text{C 黨且男生}):n(\text{C 黨且女生})$

$=400:240=1000:600=n(\text{男生}):n(\text{女生})$，

所以政黨傾向為 C 黨與性別兩者關係為獨立。

(5) ○：設需要使 x 名傾向 A 黨的女學生改變其政黨傾向，

$250:(200-x)=1000:600\Rightarrow x=50$。

故選(1)(2)(4)(5)。

10. 我們在日常中使用的數字為十進位制，也就是任意正整數皆可用10^0、10^1、10^2、…來表示，比如$1234=1\times10^3+2\times10^2+3\times10^1+4\times10^0$，而在電腦系統中所用的數字則是二進位制，也就是任意正整數皆可用2^0、2^1、2^2、…來表示，比如$29=1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$，故 29 的二進位表示法為 $11101_{(2)}$，其中右下角的 2 代表這個數字的表示法為二進位，其他進位制的表示法也相同，比如$123_{(8)}=1\times8^2+2\times8^1+3\times8^0=83_{(10)}$。已知在電腦系統中，二進位數字的每個位數皆須使用 1 個位元來儲存，而每 1 個位元組等於 8 個位元，則下列敘述何者正確？

(1)$63_{(10)}=111111_{(2)}$

(2)在電腦系統中，若要儲存 0 到 127 之間的所有正整數，則至少需要 6 個位元

(3)$123_{(8)}=1010010_{(2)}$

(4)1 個位元組可儲存 256 個相異整數

(5)某知名線上遊戲中有「正義值」的設定，其值為整數且範圍為$-32768\sim32767$，則要儲存一個角色的正義值至少需要使用到 2 個位元組

解題觀念：正整數指數與指數律

參考答案：(1)(4)(5)

試題解析：(1) ○：$63_{(10)}=1\times2^5+1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=111111_{(2)}$。

(2) ╳：由題意可知，n 個位元最多可儲存2^n個數字，
故要儲存$0\sim127$之間的所有正整數共 128 個數字至少需要 7 個位元。

(3) ╳：$123_{(8)}=1\times8^2+2\times8^1+3\times8^0=83_{(10)}$，
$1010010_{(2)}=1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+0\times2^0=82_{(10)}$。

(4) ○：1 個位元組有 8 個位元，故可儲存$2^8=256$個相異整數。

(5) ○：-32768至 32767 之間的整數共有 65536 個，又$65536=2^{16}$，
所以要儲存正義值至少需要 16 個位元，相當於 2 個位元組。

故選(1)(4)(5)。

11. 交流電是種電流方向會隨時間改變而有週期性變化的電，已知交流電的電壓與時間的圖形為一正弦函數，現在觀察一電路的電壓與時間的變化，得知其頻率為 60 赫茲，當時間 $t=3$ 秒時，電壓有最大值為 110 伏特，且電壓的最小值為 -110 伏特，若將此電路的電壓（$V(t)$ 伏特）與時間（t 秒）的關係表示為 $V(t)=a\sin(bt+c)+d$，其中 $a>0$、$b>0$、$-\frac{\pi}{2}\le c\le\frac{\pi}{2}$、$d>0$，請選出正確的選項。

(1) $a=110$

(2) $b=\frac{1}{60}$

(3) $d=0$

(4) $c=\frac{\pi}{2}$

(5)若該電路現在電壓為 55 伏特，則下次觀測電壓為 55 伏特最快要經過 $\frac{1}{60}$ 秒

解題觀念：正弦函數的圖形

參考答案：(1)(3)(4)

試題解析：(1)(3)○：由電壓最大值為 110 伏特、最小值 -110 伏特可得 $\begin{cases} a+d=110 \\ -a+d=-110 \end{cases}$，

推得 $a=110$，$d=0$。

(2) ╳：由頻率 60 赫茲可知週期為 $\frac{1}{60}$ 秒，則 $\frac{2\pi}{b}=\frac{1}{60}\Rightarrow b=120\pi$。

(4) ○：$V(3)=110\sin(120\pi\times 3+c)=110\Rightarrow \sin(c+360\pi)=\sin c=1\Rightarrow c=\frac{\pi}{2}$。

(5) ╳：因為 55 伏特不為最大電壓，

所以在一個週期內會有兩個時間點的電壓為 55 伏特。

故選(1)(3)(4)。

12. 設 m 為任意實數，圓 $C: x^2+y^2=10$，直線 $L: y-3=m(x+1)$。請選出正確的選項。

(1)直線 L 和圓 C 必有兩個交點

(2)若直線 L 將圓 C 面積平分，則 $m=-3$

(3)圓 C 的圓心到直線 L 的距離最大值為 $\sqrt{10}$

(4)當 $m=\frac{1}{3}$ 時，圓 C 的圓心到直線 L 的距離為最大值

(5)若直線 L 與圓 C 相交相異兩點且兩交點均在第二象限，則 $\sqrt{10}-3<m<\frac{\sqrt{10}+1}{3}$

解題觀念：圓與直線關係的判定

參考答案：(2)(3)(4)

試題解析：(1) ╳：L 必過 $(-1,3)$ 且 $(-1,3)$ 為圓 C 上一點，則 L 可能為圓 C 的切線或割線。

(2) ○：若要平分圓面積則必過圓心，故 $m=\frac{0-3}{0-(-1)}=-3$。

(3) ○：當 L 為圓 C 的切線時，圓心到直線 L 的距離有最大值為圓半徑 $=\sqrt{10}$。

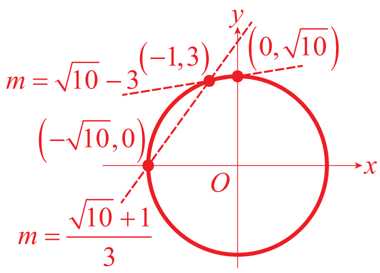
(4) ○：承(3)，令圓心為 O、$P(-1,3)$，因為 $m_{\overline{OP}}=-3$ 且直線 L 與 $\overline{OP}$ 垂直，

則 $m=\frac{1}{3}$。

(5) ╳：如圖，m 應介於 $\sqrt{10}-3$ 與 $\frac{\sqrt{10}+1}{3}$ 之間，

但當 $m=\frac{1}{3}$ 時，直線 L 與圓 C 相切，

所以 $\sqrt{10}-3<m<\frac{\sqrt{10}+1}{3}$，但 $m\neq\frac{1}{3}$。



故選(2)(3)(4)。

三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 設 a 為實數，$f(x)$ 為二次函數，已知 $f(x)<0$ 的解為 $a-2<x<a+10$，且 $f(x)<3$ 的解為 $a-5<x<3a+1$，則 $a=$ ⑬ 。

解題觀念：多項式不等式

參考答案：6

試題解析：$f(x)$ 圖形的對稱軸方程式為

$$x=\frac{(a-2)+(a+10)}{2}=\frac{(a-5)+(3a+1)}{2}，$$

解得 $a=6$。

14. 已知三實數 $\log_3 a$、$\log_9 b$、$\log_{27} c$ 成等差數列，若將 a、b、c 的關係式表示為 $b=a^x\times c^y$，則數對 $(x,y)=$ $\left(⑭\text{-}1,\frac{⑭\text{-}2}{⑭\text{-}3}\right)$ 。

解題觀念：數列

參考答案：$\left(1,\frac{1}{3}\right)$

試題解析：因為 $\log_3 a$、$\log_9 b$、$\log_{27} c$ 成等差數列，

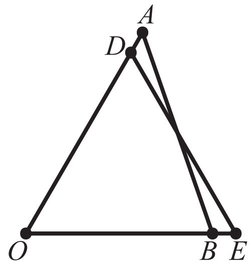
所以 $2\log_9 b=\log_3 a+\log_{27} c$

$$\Rightarrow \log_3 b=\log_3 a+\frac{1}{3}\log_3 c$$

$$\Rightarrow \log_3 b=\log_3\left(a\times c^{\frac{1}{3}}\right)$$

$\Rightarrow b=a\times c^{\frac{1}{3}}$。故數對 $(x,y)=\left(1,\frac{1}{3}\right)$。

15. 如圖，小龍與小騰兩人分別於 A， B 兩點，小龍沿著 $\overrightarrow{AO}$ 方向朝 O 點前進，小騰沿著 $\overrightarrow{OB}$ 方向遠離 O 點前進，兩人均以時速 1 公里的速度等速前進。已知 $\overline{AO}=5$ 公里，$\overline{BO}=4$ 公里，$\overline{AB}=\sqrt{21}$ 公里，設經過 t 小時後，兩人的距離 $\overline{DE}$ 最近，則 $t=\dfrac{\text{15-1}}{\text{15-2}}$ ______。



解題觀念：餘弦定理

參考答案：$\dfrac{1}{2}$

試題解析：因為 $\overline{AO}=5$， $\overline{BO}=4$， $\overline{AB}=\sqrt{21}$，

所以 $\cos\angle AOB=\dfrac{5^2+4^2-21}{2\times5\times4}=\dfrac{1}{2}$，

即 $\angle AOB=60^\circ$。

經過 t 小時後，$\overline{OD}=5-t$，$\overline{OE}=4+t$，

$$\overline{DE}=\sqrt{(5-t)^2+(4+t)^2-2\times(5-t)(4+t)\times\cos60^\circ}$$

$$=\sqrt{3t^2-3t+21}=\sqrt{3\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{81}{4}},$$

當 $t=\dfrac{1}{2}$，得 $\overline{DE}$ 有最小值 $\sqrt{\dfrac{81}{4}}=\dfrac{9}{2}$（公里）。

16. 柳老師在安排京都行的行程時，列出以下想參訪的九個古蹟：

清水寺、八坂神社、平安神宮、上賀茂神社、北野天滿宮、金閣寺、松尾大社、城南宮、伏見稻荷大社。

因為清水寺、八坂神社與平安神宮位置較為接近，所以安排行程時會採「清水寺⇒八坂神社⇒平安神宮」或「平安神宮⇒八坂神社⇒清水寺」的順序，而北野天滿宮與金閣寺的位置也相近，所以安排行程時也會將此兩景點排在一起。按照上述要求，若柳老師打算安排兩天的時間參訪上述古蹟，每天安排四或五個景點參訪，則行程安排上有 16-1 16-2 16-3 16-4 種組合。

解題觀念：直線排列

參考答案：3648

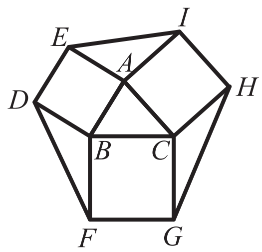
試題解析：① 「清水寺、八坂神社、平安神宮」與「北野天滿宮、金閣寺」安排在同一天，則行程有 $\left(2!\times 2!\times C_1^2\right)\times 4!\times 2!=384$ 種組合。

② 「清水寺、八坂神社、平安神宮」+一個古蹟安排在一天、另一天為「北野天滿宮、金閣寺」+三個古蹟，則行程有 $\left(C_1^4\times 2!\times C_1^2\right)\times\left(C_3^3\times 4!\times 2!\right)\times 2!=1536$ 種組合。

③ 「清水寺、八坂神社、平安神宮」+兩個古蹟安排在一天、另一天為「北野天滿宮、金閣寺」+兩個古蹟，則行程有 $\left(C_2^4\times 3!\times C_1^2\right)\times\left(C_2^2\times 3!\times 2!\right)\times 2!=1728$ 種組合。

由①②③得：共有 $384+1536+1728=3648$ 種組合。

17. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=9$，$\overline{AC}=8$，沿著三邊分別向外作正方形，則 $\triangle AEI$ 面積 $+\triangle BDF$ 面積 $+\triangle CGH$ 面積 $=$ 17-1 17-2 $\sqrt{\text{17-3}}$ 。



解題觀念：三角比的應用

參考答案：$36\sqrt{5}$

試題解析：$\triangle AEI$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\times 7\times 8\times\sin\angle EAI=\dfrac{1}{2}\times 7\times 8\times\sin\angle BAC=\triangle ABC$ 面積，

同理 $\triangle BDF$ 面積 $=\triangle CGH$ 面積 $=\triangle ABC$ 面積。

又 $\triangle ABC$ 面積 $=\sqrt{12\times(12-7)\times(12-8)\times(12-9)}=12\sqrt{5}$，

所求 $=3\triangle ABC$ 面積 $=36\sqrt{5}$。

第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

柳老師在京都行的某一天來到宇治，他在某家茶葉專賣店中購買了玉露茶的茶葉，茶葉包裝上寫到泡茶的說明：「取 4 公克的茶葉放至茶壺或茶杯中，注入 250~350 毫升的熱水，水溫建議在 60~70°C」。

18. 根據茶葉包裝的說明，如果要泡一杯 750 毫升的玉露茶，則茶葉須取幾公克較為合適？（多選題，3 分）

(1)6　(2)8　(3)9　(4)12　(5)14

解題觀念：有理數

參考答案：(3)(4)

試題解析：$4\times\frac{750}{250}=12$、$4\times\frac{750}{350}\approx 8.57$，

所以茶葉的重量合適的範圍應在 8.57 公克至 12 公克之間。故選(3)(4)。

19. 根據牛頓冷卻定律，若水溫 x°C，放置在 25°C 的室溫下經過 t 分鐘後的溫度為 H °C，其關係式為 $H=25+(x-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t}$。現今剛煮沸一壺水，水溫為 100°C，則在室溫 25°C 下至少須放置__(19-1)(19-2)(19-3)__秒後，才適合用來泡茶。（答案取至整數位）（非選擇題，6 分）

解題觀念：常用對數的對數律與換底公式

參考答案：138 秒

試題解析：依題意，將 $H=70$、$x=100$ 代入，得 $70\geq 25+(100-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t}$

$$\Rightarrow\left(\frac{5}{4}\right)^{-t}\leq\frac{3}{5}\Rightarrow -t\log\frac{5}{4}\leq\log\frac{3}{5}\Rightarrow -t(\log 5-\log 4)\leq\log 3-\log 5$$

$$\Rightarrow t\geq\frac{\log 5-\log 3}{\log 5-\log 4}\approx\frac{0.699-0.4771}{0.699-0.602}\approx 2.288\text{ 分}=137.28\text{ 秒}，$$

故至少須放置 138 秒後才適合泡茶。

評分標準：① 將 $H=70$、$x=100$ 代入 $H\geq 25+(x-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t}$，得 2 分。

② 計算得 $t\approx 2.288$ 分，得 3 分。

③ 計算得至少須放置 138 秒，得 1 分。

20. 承上題，若熱水水溫剛達到可以泡茶的溫度，則應該在幾秒內注水至茶壺（杯）中較為合適？（答案取至整數位）（非選擇題，6 分）

解題觀念：常用對數的對數律與換底公式

參考答案：67 秒

試題解析：設經過 t_1 分鐘後，水溫達 70°C、經過 t_2 分鐘後，水溫達 60°C，

$$\begin{cases} 70=25+(100-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t_1} \\ 60=25+(100-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{4}\right)^{-t_1}=\frac{3}{5} \\ \left(\frac{5}{4}\right)^{-t_2}=\frac{7}{15} \end{cases},$$

兩式相除得：$\left(\frac{5}{4}\right)^{-(t_1-t_2)}=\frac{9}{7}$

$\Rightarrow (t_2-t_1)\log\frac{5}{4}=\log\frac{9}{7}$

$\Rightarrow t_2-t_1=\frac{\log 9-\log 7}{\log 5-\log 4}\approx\frac{0.9542-0.8451}{0.699-0.602}\approx 1.125$（分），

所求為 $t_2-t_1\approx 1.125$ 分 $=67.5$ 秒，

故應該在 67 秒內注水至茶壺（杯）中較為合適。

評分標準：① 列出 $\begin{cases} 70=25+(100-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t_1} \\ 60=25+(100-25)\times\left(\frac{5}{4}\right)^{-t_2} \end{cases}$，得 2 分。

② 解得 $t_2-t_1\approx 1.125$ 分，得 3 分。

③ 計算得應該在 67 秒內注水至茶壺（杯），得 1 分。

以下為參考公式：

1. 首項為 a，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S=\dfrac{n\left(2a+(n-1)d\right)}{2}$，

   首項為 a，公比為 r（$r\neq 1$）的等比數列前 n 項之和 $S=\dfrac{a\left(1-r^n\right)}{1-r}$。

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$（$R$ 為外接圓半徑），

   $\triangle ABC$ 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$。

3. 一維數據 X：$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$，

   算術平均數 $\mu_x=\dfrac{1}{n}\left(x_1+x_2+\cdots+x_n\right)$，

   標準差 $\sigma_x=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left[\left(x_1-\mu_x\right)^2+\left(x_2-\mu_x\right)^2+\cdots+\left(x_n-\mu_x\right)^2\right]}$

   $=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left[\left({x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_n}^2\right)-n{\mu_x}^2\right]}$。

4. 二維數據 (X,Y)：$(x_1,y_1),\ (x_2,y_2),\ \cdots,\ (x_n,y_n)$，

   相關係數 $r_{XY}=\dfrac{\left(x_1-\mu_x\right)\left(y_1-\mu_y\right)+\left(x_2-\mu_x\right)\left(y_2-\mu_y\right)+\cdots+\left(x_n-\mu_x\right)\left(y_n-\mu_y\right)}{n\sigma_x\sigma_y}$，

   最適合直線（迴歸直線）方程式為 $y-\mu_y=r_{xy}\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x-\mu_x\right)$。

5. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$，$\sqrt{7}\approx 2.646$，$\pi\approx 3.142$，$10^{0.6728}\approx 4.7$，

   $10^{0.1232}\approx 1.33$，$\sin 37^\circ\approx\dfrac{3}{5}$。

6. 對數值：$\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$，$\log 5\approx 0.6990$，$\log 7\approx 0.8451$，$\log 1.1\approx 0.041$。