

龍騰文化

# 114 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

## 數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

西苑高中/陳威旭

### —作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
  - 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
  - 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

定價 20 元



62001N11\_E2/B/

## 第壹部分、選擇（填）題（占85分）

### 一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 從一個正四面體的所有邊中任選 2 個邊，恰為歪斜的機率為？

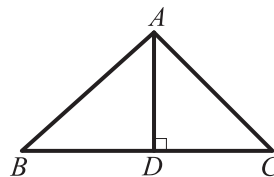
(1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{4}$  (4)  $\frac{1}{5}$  (5)  $\frac{1}{6}$

2. 已知  $a, b, c, d$  四數成等比數列，且  $a+b=3$ ， $a+c=5$ ，試問  $d$  的值可能為下列哪一個選項？

(1)  $-\frac{1}{3}$  (2)  $-\frac{1}{6}$  (3)  $-\frac{3}{2}$  (4)  $-8$  (5)  $9$

3.  $\triangle ABC$  中， $D$  在  $\overline{BC}$  邊上，且  $\overline{AD}$  垂直  $\overline{BC}$  於  $D$  點。已知  $\overline{AB}=3$ ， $\overline{CD}=2$ ，則下列哪一個選項的比值為  $\frac{2}{3}$ ？

(1)  $\cos B : \sin C$   
(2)  $\tan B : \cos C$   
(3)  $\sin B : \tan C$   
(4)  $\cos B : \tan C$   
(5)  $\sin B : \sin C$



4. 機場安檢系統能夠以 99% 的機率檢測出攜帶違禁物品的乘客，但也會以 2% 的機率誤報（即無違禁物品的乘客被誤判為攜帶違禁物品）。根據過往的經驗得知乘客實際攜帶違禁物品的比例為 0.1%。如果一名乘客被檢測出攜帶違禁物品，則該名乘客實際上攜帶違禁物品的機率會介於下列哪個選項中的範圍？
- (1) 低於 10% (2) 介於 10% 與 20% 之間 (3) 介於 50% 與 60% 之間  
(4) 介於 70% 與 80% 之間 (5) 介於 80% 與 90% 之間

5. 將地球經緯度轉換成空間坐標的方法如下：

將地球球心設為原點，赤道落在平面  $xy$  上， $z$  軸正向為球心往正北極方向，且  $0^\circ$  經線落在平面  $xz$  上，並規定：

- (I) 經度  $\alpha$  滿足  $-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ，其中東經為正，西經為負。  
(II) 緯度  $\beta$  滿足  $-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ ，其中北緯為正，南緯為負。

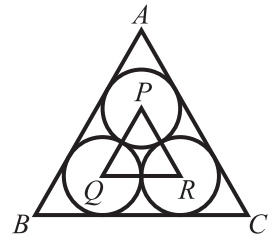
地球半徑為 6400 公里，而臺北 101 大樓位於「東經  $122^\circ$ ，北緯  $25^\circ$ 」，根據上述轉換空間坐標的方法，求臺北 101 大樓的空間坐標最接近下列哪一個選項？

(  $\sin 122^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 122^\circ \approx -0.53$ ， $\sin 25^\circ \approx 0.42$ ， $\cos 25^\circ \approx 0.91$  )。

- (1)  $(-2339, 3087, 2688)$  (2)  $(-1459, 2688, 4950)$  (3)  $(-3087, 4950, 2688)$   
(4)  $(2339, -3087, 1459)$  (5)  $(-3087, 1459, 4950)$

6. 如圖，正三角形  $ABC$  內有三個半徑都是 1 的圓，其圓心分別為  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 。已知三個圓兩兩外切，且每個圓也都與  $\triangle ABC$  的兩個邊相切，則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{QP}$  的值為下列哪一個選項？

- (1)  $-2$  (2)  $-2\sqrt{3}$  (3)  $-2-2\sqrt{3}$  (4)  $-1-\sqrt{3}$  (5)  $2+2\sqrt{3}$



7. 設正實數  $x$  的小數部分為  $y$ ，且  $x^2 + 2y^2 = 12$ ，則  $3x + y$  的值為下列哪一個選項？  
(1)  $1+2\sqrt{2}$  (2)  $3+2\sqrt{2}$  (3)  $5+3\sqrt{2}$  (4)  $5-\sqrt{2}$  (5)  $5+4\sqrt{2}$

## 二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 下列關於三角比的運算結果，有哪些選項為正數？

(1)  $\sin 100^\circ + \cos 100^\circ$     (2)  $\tan 160^\circ + \tan 20^\circ$     (3)  $1 + \cos 230^\circ$

(4)  $\tan 40^\circ - \sin 40^\circ$     (5)  $2\sin \frac{1}{2} - \tan 1$

9. 請利用  $\log 2$ 、 $\log 3$  與對數律，選出下列正確的選項。

(1)  $4^{\log 3} = 2^{\log 9}$     (2)  $10^{\log 2} + 10^{\log 3} = 5$     (3)  $\log 12 = 1 + \log 2$     (4)  $\log 0.2 = -\log 2$     (5)  $3^{\log 2} = 2^{\log 3}$

10. 已知三次多項式  $f(x)$  滿足  $f(1) = f(2) = f(6) = 0$ ，且  $f(0) = -12$ ，請選出正確的選項。

(1)  $f(x)$  除以  $x-3$  的餘式為 6

(2)  $f(x)$  除以  $x^2$  的餘式為  $-12$

(3)  $y = f(x)$  圖形恆在  $y = 6$  的下方

(4)  $y = f(x)$  圖形的對稱中心在直線  $y = -6$  上

(5)  $f(2.99)$  的近似值若四捨五入取至小數點以下第一位為  $-5.9$

11. 在  $\triangle OAB$  中， $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OB}$ ， $\overrightarrow{OQ} = x\overrightarrow{OP} + y\overrightarrow{OB}$ ，若  $Q$  為  $\overline{AP}$  線段上一點，則數對  $(x, y)$  可為下列哪些選項？

(1)  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  (2)  $\left(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right)$  (3)  $(2, -1)$  (4)  $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$  (5)  $\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$

12. 設右圖是函數  $y = f(x) = a \sin(bx + c)$  在一個週期內的圖形，其中  $a > 0$ ， $b > 0$ ，且  $-\pi \leq c \leq \pi$ ，則下列選項哪些正確？

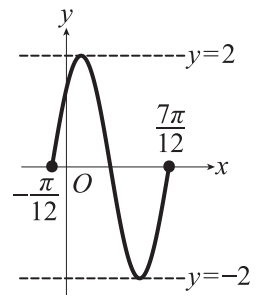
(1)  $a = 2$

(2)  $b = 3$

(3)  $c = \frac{\pi}{12}$

(4)  $f(x)$  的圖形可由  $y = 2 \sin 3x$  的圖形向左平移  $\frac{\pi}{12}$  而得

(5)  $f(x)$  的圖形對稱於鉛直線  $x = \frac{\pi}{4}$



### 三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 已知  $a, b, c$  為實數，且  $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+b & c-5 \\ c+5 & a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49 & -22 \\ 29 & -13 \end{bmatrix}$ ，則  $c$  的值為 13。
14. 已知一圓通過  $A(3,2)$ 、 $B(5,0)$  兩點，且其圓心在直線  $x-3y=-3$  上，則此圓面積為 14-1 14-2  $\pi$ 。
15. 已知一個團體中有  $n$  個男生和 2 個女生，若從此  $n+2$  人中選出 3 個男生的情形有  $x$  種，選出 2 個男生和 1 個女生的情形有  $y$  種，選出 1 個男生和 2 個女生的情形有  $z$  種，若  $x+y+z=35$ ，則  $n =$  15。
16. 等腰三角形  $ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$ ， $\overline{BC}$  的中垂線與  $\overline{AB}$  交於  $E$  點，且  $\overline{EC} = 4$ ，則  $\triangle ABC$  面積為  $\frac{16-1}{16-2} \sqrt{16-3}$ 。
17. 已知  $k$  為整數， $f(x) = x^2 + 4x + k$ 。若  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸交於相異兩點，且此兩點介於  $\left(-5\frac{1}{2}, 0\right)$  和  $\left(3\frac{1}{2}, 0\right)$  之間，則  $k$  有 17-1 17-2 個。

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。  
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 18-20 題為題組

龍騰高中「數學素養探究」課程共有 10 位同學，座號分別是 1 至 10 號。某天老師舉行了一次平時測驗，題數有 10 題，題號分別是 1 至 10。各題答對得 1 分，答錯或未作答得 0 分，滿分 10 分。考完後馬上讀卡，作答情形與分數結果顯示如下表：

題號 座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	分數
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	8
2	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	6
3	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	5
4	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	7
5	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	5
6	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	7
7	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	5
8	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	6
9	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	6
10	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5

18. 請問下列哪兩題的答題狀況不是獨立的？（單選題，3 分）

- (1)第 4 題與第 6 題    (2)第 5 題與第 6 題    (3)第 6 題與第 7 題  
(4)第 6 題與第 8 題    (5)第 6 題與第 9 題

19. 請求出 9 號同學與 10 號同學作答情形的相關係數。（非選擇題，4 分）

20. 從 10 位同學中任選 3 位，請求出這 3 位同學分數的中位數為 6 的機率。（非選擇題，8 分）

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ，

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為外接圓半徑)，

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

標準差  $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$   
 $= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2] - n\mu_x^2}$ 。

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$ ，

最適合直線 (迴歸直線) 方程式為  $y - \mu_y = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$ ， $10^{0.6728} \approx 4.7$ ，

$10^{0.1232} \approx 1.33$ ， $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ 。

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 1.1 \approx 0.041$ 。