

龍騰文化

114 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

西苑高中/陳威旭

【教用卷】

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
 - 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
 - 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測→各科 word 資源區

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

學生卷定價 20 元

贈品禁止轉售

#1



62001N11_E2R/B

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 從一個正四面體的所有邊中任選 2 個邊，恰為歪斜的機率為？

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{5}$ (5) $\frac{1}{6}$

解題觀念：機率、空間概念

參考答案：(4)

試題解析：一個正四面體有 6 個邊，任選 2 個有 $C_2^6 = 15$ 種情形，恰為歪斜的有 3 種，

$$\text{所以機率為 } \frac{3}{15} = \frac{1}{5},$$

故選(4)。

2. 已知 a, b, c, d 四數成等比數列，且 $a+b=3$ ， $a+c=5$ ，試問 d 的值可能為下列哪一個選項？

(1) $-\frac{1}{3}$ (2) $-\frac{1}{6}$ (3) $-\frac{3}{2}$ (4) -8 (5) 9

解題觀念：等比數列

參考答案：(2)

試題解析：令公比為 r ，所以 $b=ar$ ， $c=ar^2$ ， $d=ar^3$

$$\begin{cases} a+b=3 \\ a+c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+ar=3 \\ a+ar^2=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1+r)=3 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a(1+r^2)=5 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} = \frac{a(1+r^2)}{a(1+r)} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{1+r^2}{1+r} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3r^2+3=5+5r,$$

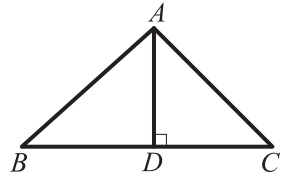
$$3r^2-5r-2=0 \Rightarrow (3r+1)(r-2)=0 \Rightarrow r=-\frac{1}{3}, 2.$$

$$\text{當 } r=-\frac{1}{3}, \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 可得 } \frac{2}{3}a=3 \Rightarrow a=\frac{9}{2}, \text{ 所以 } d=ar^3=\frac{9}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{6},$$

$$\text{當 } r=2, \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 可得 } 3a=3 \Rightarrow a=1, \text{ 所以 } d=ar^3=1 \times (2)^3 = 8.$$

故選(2)。

3. $\triangle ABC$ 中， D 在 \overline{BC} 邊上，且 \overline{AD} 垂直 \overline{BC} 於 D 點。已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則下列哪一個選項的比值為 $\frac{2}{3}$ ？



- (1) $\cos B : \sin C$
- (2) $\tan B : \cos C$
- (3) $\sin B : \tan C$
- (4) $\cos B : \tan C$
- (5) $\sin B : \sin C$

解題觀念：銳角三角比

參考答案：(3)

試題解析： $\overline{AD} = \overline{AB} \times \sin B = \overline{CD} \times \tan C$ ，

$$\Rightarrow 3 \sin B = 2 \tan C \Rightarrow \sin B : \tan C = 2 : 3，即 \sin B : \tan C 比值為 \frac{2}{3}。$$

故選(3)。

4. 機場安檢系統能夠以 99% 的機率檢測出攜帶違禁物品的乘客，但也會以 2% 的機率誤報（即無違禁物品的乘客被誤判為攜帶違禁物品）。根據過往的經驗得知乘客實際攜帶違禁物品的比例為 0.1%。如果一名乘客被檢測出攜帶違禁物品，則該名乘客實際上攜帶違禁物品的機率會介於下列哪個選項中的範圍？
- (1) 低於 10% (2) 介於 10% 與 20% 之間 (3) 介於 50% 與 60% 之間
 - (4) 介於 70% 與 80% 之間 (5) 介於 80% 與 90% 之間

解題觀念：貝式定理

參考答案：(1)

試題解析：此乘客攜帶違禁物品且被檢測出攜帶的機率為 0.001×0.99 ，

此乘客未攜帶違禁物品卻被檢測出攜帶的機率為 0.999×0.02 ，

此乘客被檢測出攜帶違禁物品，這名乘客實際上攜帶違禁物品的機率是

$$\frac{0.001 \times 0.99}{0.999 \times 0.02 + 0.001 \times 0.99} \approx \frac{0.001}{0.02 + 0.001} = \frac{1}{21} < 5\%，故選(1)。$$

5. 將地球經緯度轉換成空間坐標的方法如下：

將地球球心設為原點，赤道落在平面 xy 上， z 軸正向為球心往正北極方向，且 0° 經線落在平面 xz 上，並規定：

(I) 經度 α 滿足 $-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ，其中東經為正，西經為負。

(II) 緯度 β 滿足 $-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ ，其中北緯為正，南緯為負。

地球半徑為 6400 公里，而臺北 101 大樓位於「東經 122° ，北緯 25° 」，根據上述轉換空間坐標的方法，求臺北 101 大樓的空間坐標最接近下列哪一個選項？

($\sin 122^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 122^\circ \approx -0.53$ ， $\sin 25^\circ \approx 0.42$ ， $\cos 25^\circ \approx 0.91$)。

(1) $(-2339, 3087, 2688)$ (2) $(-1459, 2688, 4950)$ (3) $(-3087, 4950, 2688)$

(4) $(2339, -3087, 1459)$ (5) $(-3087, 1459, 4950)$

解題觀念：球面距離

參考答案：(3)

試題解析： $x = (6400 \times \cos 25^\circ) \times \cos 122^\circ \approx 6400 \times 0.91 \times (-0.53) \approx -3087$ ，

$y = (6400 \times \cos 25^\circ) \times \sin 122^\circ \approx 6400 \times 0.91 \times 0.85 \approx 4950$ ，

$z = 6400 \times \sin 25^\circ \approx 6400 \times 0.42 = 2688$ ，

故選(3)。

6. 如圖，正三角形 ABC 內有三個半徑都是 1 的圓，其圓心分別為 P 、 Q 、 R 。已知三個圓兩兩外切，且每個圓也都與 $\triangle ABC$ 的兩個邊相切，則

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{QP}$ 的值為下列哪一個選項？

(1) -2 (2) $-2\sqrt{3}$ (3) $-2-2\sqrt{3}$ (4) $-1-\sqrt{3}$ (5) $2+2\sqrt{3}$

解題觀念：平面向量內積、平面上的比例

參考答案：(3)

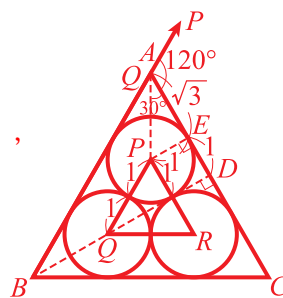
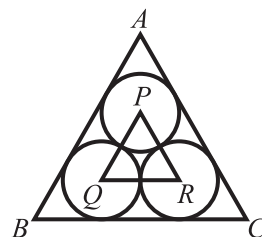
試題解析：由圖知， $|\overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3} + 2$ ， $|\overrightarrow{QP}| = 2$ ，

將 \overrightarrow{QP} 的起點 Q 移至 A 點處，可知 \overrightarrow{AC} 與 \overrightarrow{QP} 的夾角為 120° ，

則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{QP} = (2+2\sqrt{3}) \times 2 \times \cos 120^\circ$

$= (2+2\sqrt{3}) \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2-2\sqrt{3}$ ，

故選(3)。



7. 設正實數 x 的小數部分為 y ，且 $x^2 + 2y^2 = 12$ ，則 $3x + y$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) $1 + 2\sqrt{2}$ (2) $3 + 2\sqrt{2}$ (3) $5 + 3\sqrt{2}$ (4) $5 - \sqrt{2}$ (5) $5 + 4\sqrt{2}$

命題出處：龍騰〔新關鍵〕數學 1-2 冊總複習講義 單元 1 實數與指對數

解題觀念：無理數的運算

參考答案：(5)

試題解析：因為 $0 < y < 1 \Rightarrow 0 < y^2 < 1 \Rightarrow 0 < 2y^2 < 2$ ，

所以 x 的整數部分為 3，令 $x = 3 + y$ ，

$$\Rightarrow x^2 + 2y^2 = (3 + y)^2 + 2y^2 = 12 \Rightarrow 3y^2 + 6y - 3 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 1 = 0，$$

$$\text{得 } y = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2} \text{ (負不合)，}$$

$$\text{則 } y = -1 + \sqrt{2}，x = 3 + y = 2 + \sqrt{2}，$$

$$\text{即 } 3x + y = 6 + 3\sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} = 5 + 4\sqrt{2}，$$

故選(5)。

二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 下列關於三角比的運算結果，有哪些選項為正數？

- (1) $\sin 100^\circ + \cos 100^\circ$ (2) $\tan 160^\circ + \tan 20^\circ$ (3) $1 + \cos 230^\circ$

- (4) $\tan 40^\circ - \sin 40^\circ$ (5) $2\sin \frac{1}{2} - \tan 1$

解題觀念：廣義角的三角比

參考答案：(1)(3)(4)

試題解析：(1) ○： $\sin 100^\circ + \cos 100^\circ = \sin 80^\circ - \cos 80^\circ = \sin 80^\circ - \sin 10^\circ > 0$ 。

(2) ✕： $\tan 160^\circ + \tan 20^\circ = -\tan 20^\circ + \tan 20^\circ = 0$ 。

(3) ○：因為 $-1 < \cos 230^\circ < 0$ ，所以 $0 < 1 + \cos 230^\circ < 1$ 。

(4) ○：因為 $0 < \cos 40^\circ < 1$ ，所以 $\tan 40^\circ = \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} > \sin 40^\circ \Rightarrow \tan 40^\circ - \sin 40^\circ > 0$ 。

(5) ✕： $\frac{1}{2} < \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin \frac{1}{2} < \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin \frac{1}{2} < 1$ ，

$$\text{又 } \frac{\pi}{2} > 1 > \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan 1 > \tan \frac{\pi}{4} = 1，$$

$$\text{即 } 2\sin \frac{1}{2} < \tan 1，\text{所以 } 2\sin \frac{1}{2} - \tan 1 < 0。$$

故選(1)(3)(4)。

9. 請利用 $\log 2$ 、 $\log 3$ 與對數律，選出下列正確的選項。

(1) $4^{\log 3} = 2^{\log 9}$ (2) $10^{\log 2} + 10^{\log 3} = 5$ (3) $\log 12 = 1 + \log 2$ (4) $\log 0.2 = -\log 2$ (5) $3^{\log 2} = 2^{\log 3}$

解題觀念：指數律、對數律

參考答案：(1)(2)(5)

試題解析：(1) ○： $4^{\log 3} = (2^2)^{\log 3} = 2^{2\log 3} = 2^{\log 3^2} = 2^{\log 9}$ 。

(2) ○： $10^{\log 2} + 10^{\log 3} = 2 + 3 = 5$ 。

(3) ✕： $\log 12 = \log(2^2 \times 3) = \log 2^2 + \log 3$
 $= 2\log 2 + \log 3 \approx 2 \times 0.3010 + 0.4771 = 1.0791$ 。

(4) ✕： $\log 0.2 = \log \frac{1}{5} = \log \frac{2}{10} = \log 2 - \log 10 \approx 0.3010 - 1 = -0.6990$ 。

(5) ○： $3^{\log 2} = 10^{(\log 3^{\log 2})} = 10^{\log 2 \times \log 3} = (10^{\log 2})^{\log 3} = 2^{\log 3}$ 。

故選(1)(2)(5)。

10. 已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1)=f(2)=f(6)=0$ ，且 $f(0)=-12$ ，請選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 6

(2) $f(x)$ 除以 x^2 的餘式為 -12

(3) $y=f(x)$ 圖形恆在 $y=6$ 的下方

(4) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心在直線 $y=-6$ 上

(5) $f(2.99)$ 的近似值若四捨五入取至小數點以下第一位為 -5.9

解題觀念：三次函數的特性

參考答案：(4)(5)

試題解析： $f(1)=f(2)=f(6)=0$ ，可令 $f(x)=a(x-1)(x-2)(x-6)$ 。

因為 $f(0)=-12$ ，所以 $f(0)=a(0-1)(0-2)(0-6)=-12a=-12 \Rightarrow a=1$ ，

得 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-6)=x^3-9x^2+20x-12$ 。

(1) ✕： $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 $f(3)=(3-1)(3-2)(3-6)=2 \times 1 \times (-3)=-6$ 。

(2) ✕： $f(x)=x^3-9x^2+20x-12$ ，所以 $f(x)$ 除以 x^2 的餘式為 $20x-12$ 。

(3) ✕： $f(10)=288 > 6$ ， $(10, f(10))$ 在 $y=6$ 的上方。

(4) ○： $x^3-9x^2+20x-12=(x^3-9x^2+27x-27)-7x+15=(x-3)^3-7(x-3)-6$

所以對稱中心為 $(3, -6)$ ，而直線 $y=-6$ 會通過點 $(3, -6)$ 。

(5) ○： $f(2.99)=(2.99-3)^3-7(2.99-3)-6$
 $=-0.000001+0.07-6 \approx 0.07-6=-5.93 \approx -5.9$ 。

故選(4)(5)。

11. 在 $\triangle OAB$ 中， $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OB}$ ， $\overrightarrow{OQ} = x\overrightarrow{OP} + y\overrightarrow{OB}$ ，若 Q 為 \overline{AP} 線段上一點，則數對 (x, y) 可為下列哪些選項？

(1) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (2) $\left(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ (3) $(2, -1)$ (4) $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (5) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$

解題觀念：平面向量的三點共線性質、線性組合

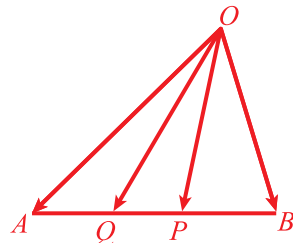
參考答案：(1)(3)

試題解析：由 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OB}$ 知 P 、 A 、 B 三點共線，

且 P 在 A 、 B 之間依題意可畫出右圖，

知 Q 、 P 、 B 三點共線，

故 $x + y = 1$ ，且 $x > 0$ ， $y < 0$ ，故選(1)(3)。



12. 設右圖是函數 $y = f(x) = a \sin(bx + c)$ 在一個週期內的圖形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ，且 $-\pi \leq c \leq \pi$ ，則下列選項哪些正確？

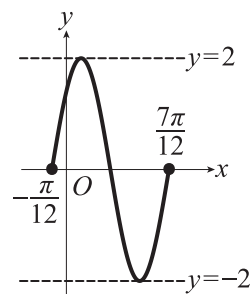
(1) $a = 2$

(2) $b = 3$

(3) $c = \frac{\pi}{12}$

(4) $f(x)$ 的圖形可由 $y = 2 \sin 3x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 而得

(5) $f(x)$ 的圖形對稱於鉛直線 $x = \frac{\pi}{4}$



命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 總複習講義 單元 10 三角函數

解題觀念：週期性數學模型

參考答案：(1)(2)(4)

試題解析：(1) ○：因為 $-2 \leq f(x) \leq 2$ ，所以 $f(x)$ 的振幅為 2，且 $a > 0$ ，所以 $a = 2$ 。

(2) ○：因為 $f(x)$ 的週期為 $\frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$ 且 $b > 0$ ，所以 $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$ ，所以 $b = 3$ 。

(3) ✕：承(1)(2)， $f(x) = 2 \sin(3x + c)$ ，

$$\text{由圖形坐標得 } f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{4} + c\right) = 0，$$

$$\text{又 } -\pi \leq c \leq \pi，\text{ 所以 } c = \frac{\pi}{4} \text{ 或 } -\frac{3\pi}{4} \dots\dots \textcircled{1}。$$

$$\text{因為 } f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 \Rightarrow 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + c\right) = 2 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} + c\right) = 1，$$

$$\text{將 } \textcircled{1} \text{ 代入，只有 } \frac{\pi}{4} \text{ 符合，故 } c = \frac{\pi}{4}。$$

(4) ○：承(1)(2)(3)， $f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin 3\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ ，

所以 $f(x)$ 的圖形可由 $y = 2\sin 3x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 而得。

(5) ✕：令 $x = \frac{\pi}{4}$ ，所以 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin \pi = 0$ 不是最大值或最小值，

所以 $f(x)$ 的圖形沒有對稱於鉛直線 $x = \frac{\pi}{4}$ 。

故選(1)(2)(4)。

三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 已知 a, b, c 為實數，且 $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+b & c-5 \\ c+5 & a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49 & -22 \\ 29 & -13 \end{bmatrix}$ ，則 c 的值為 13。

解題觀念：矩陣乘法、反矩陣、矩陣相等

參考答案：4

試題解析： $\begin{bmatrix} a+b & c-5 \\ c+5 & a-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 49 & -22 \\ 29 & -13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 49 & -22 \\ 29 & -13 \end{bmatrix}$
 $\Rightarrow c-5 = 3 \times (-22) + (-5) \times (-13) = -1 \Rightarrow c = 4$ 。

14. 已知一圓通過 $A(3,2)$ 、 $B(5,0)$ 兩點，且其圓心在直線 $x-3y=-3$ 上，則此圓面積為 14-1 14-2 π 。

解題觀念：直線與圓

參考答案：10

試題解析：利用 \overline{AB} 的中點 $(4,1)$ 與 \overline{AB} 垂直的斜率 1，可知 \overline{AB} 的中垂線為 $x-y=3$ ，

圓心會是直線 $x-y=3$ 與 $x-3y=-3$ 的交點，

得 $\begin{cases} x-y=3 \\ x-3y=-3 \end{cases} \Rightarrow (x,y) = (6,3)$ ，此為圓心 O 。

又半徑為 $\overline{OA} = \sqrt{(6-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10}$ 。

所以圓面積為 $(\sqrt{10})^2 \pi = 10\pi$ 。

15. 已知一個團體中有 n 個男生和 2 個女生，若從此 $n+2$ 人中選出 3 個男生的情形有 x 種，選出 2 個男生和 1 個女生的情形有 y 種，選出 1 個男生和 2 個女生的情形有 z 種，若 $x+y+z=35$ ，則 $n = \underline{\quad 15 \quad}$ 。

解題觀念：組合

參考答案：5

試題解析： $C_3^{n+2} = 35 \Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)n}{3 \times 2 \times 1} = 35 \Rightarrow n(n+1)(n+2) = 5 \times 6 \times 7 \Rightarrow n = 5$ 。

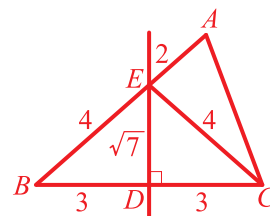
16. 等腰三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$ ， \overline{BC} 的中垂線與 \overline{AB} 交於 E 點，且 $\overline{EC} = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{\textcircled{16-1}}{\textcircled{16-2}} \sqrt{\textcircled{16-3}}$ 。

解題觀念：中垂線性質、三角形面積公式

參考答案： $\frac{9}{2}\sqrt{7}$

試題解析：如圖， $\overline{BE} = \overline{EC} = 4$ ， $\overline{DE} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ ，所以 $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ，

$$\triangle ABC \text{ 面積為 } \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{9}{2}\sqrt{7}。$$



17. 已知 k 為整數， $f(x) = x^2 + 4x + k$ 。若 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於相異兩點，且此兩點介於 $\left(-5\frac{1}{2}, 0\right)$ 和 $\left(3\frac{1}{2}, 0\right)$ 之間，則 k 有 $\underline{\textcircled{17-1} \textcircled{17-2}}$ 個。

解題觀念：多項式函數圖形

參考答案：12

試題解析：如右圖，拋物線圖形開口向上，

對稱軸 $x = \frac{-4}{2} = -2$ 確實在中間，

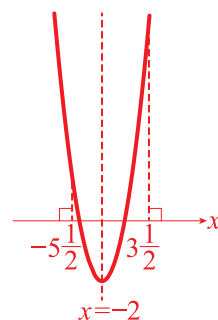
$$f(-2) < 0 \Rightarrow 4 - 8 + k < 0 \Rightarrow k < 4 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f\left(3\frac{1}{2}\right) > 0 \Rightarrow \frac{49}{9} + 14 + k > 0 \Rightarrow k > -26\frac{1}{4} \dots\dots \textcircled{2}，$$

$$f\left(-5\frac{1}{2}\right) > 0 \Rightarrow \frac{121}{4} - 22 + k > 0 \Rightarrow k > -8\frac{1}{4} \dots\dots \textcircled{3}，$$

取 $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$ 的交集知 $-8\frac{1}{4} < k < 4$ ，

$\Rightarrow -8 \leq k \leq 3 \Rightarrow k = -8, -7, \dots, 3$ 共 12 個。



第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

龍騰高中「數學素養探究」課程共有 10 位同學，座號分別是 1 至 10 號。某天老師舉行了一次平時測驗，題數有 10 題，題號分別是 1 至 10。各題答對得 1 分，答錯或未作答得 0 分，滿分 10 分。考完後馬上讀卡，作答情形與分數結果顯示如下表：

| 題號 座號 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 分數 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 8 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 5 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 5 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| 9 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 6 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 5 |

18. 請問下列哪兩題的答題狀況不是獨立的？（單選題，3 分）

- (1)第 4 題與第 6 題 (2)第 5 題與第 6 題 (3)第 6 題與第 7 題
(4)第 6 題與第 8 題 (5)第 6 題與第 9 題

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測模擬題本

解題觀念：獨立事件

參考答案：(3)

試題解析：令任選 1 人答對第 n 題的機率為 $P(n)$ ，同時答對第 m 、 n 兩題的機率為 $P(m \cap n)$ ，

若第 m 、 n 兩題的答題狀況是獨立的，則 $P(m \cap n) = P(m)P(n)$ ，

答對第 6 題的有 5 人，任選 1 人答對第 6 題的機率為 0.5，即 $P(6) = 0.5$ 。

$$(1) P(4) = 0.6, P(4 \cap 6) = 0.3, P(4)P(6) = 0.6 \times 0.5 = 0.3 \Rightarrow P(4)P(6) = P(4 \cap 6),$$

故第 4、6 兩題的答題狀況是獨立的。

$$(2) P(5) = 0.6, P(5 \cap 6) = 0.3, P(5)P(6) = 0.6 \times 0.5 = 0.3 \Rightarrow P(5)P(6) = P(5 \cap 6),$$

故第 5、6 兩題的答題狀況是獨立的。

$$(3) P(7) = 0.8, P(7 \cap 6) = 0.3, P(7)P(6) = 0.8 \times 0.5 = 0.4 \Rightarrow P(7)P(6) \neq P(7 \cap 6),$$

故第 7、6 兩題的答題狀況不是獨立的。

$$(4) P(8) = 0.8, P(8 \cap 6) = 0.4, P(8)P(6) = 0.8 \times 0.5 = 0.4 \Rightarrow P(8)P(6) = P(8 \cap 6),$$

故第 8、6 兩題的答題狀況是獨立的。

$$(5) P(9) = 0.8, P(9 \cap 6) = 0.4, P(9)P(6) = 0.8 \times 0.5 = 0.4 \Rightarrow P(9)P(6) = P(9 \cap 6),$$

故第 9、6 兩題的答題狀況是獨立的。

故選(3)。

19. 請求出 9 號同學與 10 號同學作答情形的相關係數。(非選擇題，4 分)

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測模擬題本

解題觀念：相關係數

參考答案：0

試題解析： $S_{9,10} = 0 \times 0 + 1 \times 1 + 1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 0 + 0 \times 0 - 10 \times 0.6 \times 0.5$

$$= 3 - 3 = 0,$$

$$S_{9,9} = 0^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 - 10 \times 0.6^2 = 6 - 3.6 = 2.4 \neq 0,$$

$$S_{10,10} = 0^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 - 10 \times 0.5^2 = 5 - 2.5 = 2.5 \neq 0,$$

所以 9 號同學與 10 號同學作答情形的相關係數

$$r_{9,10} = \frac{S_{9,10}}{\sqrt{S_{9,9}} \sqrt{S_{10,10}}} = \frac{0}{\sqrt{S_{9,9}} \sqrt{S_{10,10}}} = 0。$$

評分標準：

| 解題過程 | 得分 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 步驟一：寫出重要條件 寫出 $S_{9,10} = 0$ ， $S_{9,9} \neq 0$ ， $S_{10,10} \neq 0$ 。 | 2 分 |
| 步驟二：計算過程、答案正確 寫出 $r_{9,10} = \frac{S_{9,10}}{\sqrt{S_{9,9}} \sqrt{S_{10,10}}} = \frac{0}{\sqrt{S_{9,9}} \sqrt{S_{10,10}}} = 0$ 。 | 2 分 |

20. 從 10 位同學中任選 3 位，請求出這 3 位同學分數的中位數為 6 的機率。(非選擇題，8 分)

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測模擬題本

解題觀念：古典機率的定義，中位數與百分位數

參考答案： $\frac{29}{60}$

試題解析：將分數由低至高排列：5，5，5，5，6，6，6，7，7，8，

所有的情形有 $C_3^{10} = 120$ ，中位數是 6 的有以下 6 種情形，

(1) 6，6，6 \Rightarrow 1 種情形。

(2) 5，6，6 \Rightarrow 有 $C_1^4 C_2^3 = 12$ 種情形。

(3) 6，6，7 \Rightarrow 有 $C_2^3 C_1^2 = 6$ 種情形。

(4) 6，6，8 \Rightarrow 有 $C_2^3 C_1^1 = 3$ 種情形。

(5) 5，6，7 \Rightarrow 有 $C_1^4 C_1^3 C_1^2 = 24$ 種情形。

(6) 5，6，8 \Rightarrow 有 $C_1^4 C_1^3 C_1^1 = 12$ 種情形。

共有 $1 + 12 + 6 + 3 + 24 + 12 = 58$ 種情形，

所以 3 位同學分數的中位數為 6 的機率為 $\frac{58}{120} = \frac{29}{60}$ 。

評分標準：

| 解題過程 | 得分 |
|-------------------------------|-----|
| 步驟一：寫出重要條件 寫出中位數為 6 的所有分類。 | 2 分 |
| 步驟二：計算過程、答案正確 算出各類情形的數量。 | 4 分 |
| 寫出所有情形的數量 C_3^{10} 。 | 1 分 |
| 寫出機率。 | 1 分 |

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ，

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)，

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$
 $= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2] - n\mu_x^2}$ 。

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$ ，

最適合直線 (迴歸直線) 方程式為 $y - \mu_y = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$ ， $10^{0.6728} \approx 4.7$ ，

$10^{0.1232} \approx 1.33$ ， $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ 。

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 1.1 \approx 0.041$ 。