

龍騰文化

114 學年度分科測驗全真模擬試卷

數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

龍騰數學科編輯小組

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
 - 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
 - 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測→各科 word 資源區

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

定價 20 元

62001N12-E2 B

第壹部分、選擇（填）題（占 75 分）

一、單選題（占 25 分）

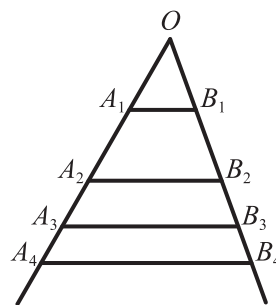
說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 若實數 a 與 x 滿足 $\log_{\frac{1}{2}}(a-2^x)=2+x$ ，則 a 可能是下列哪一個值？
(1) -2 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\log_3 2$ (5) $\sqrt[3]{3}$
2. 已知 $x^{13}+ax+13$ 除以 $(x+1)$ 的餘式為 5 ，則實數 a 的值為何？
(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11
3. 設二階方陣 A_n ($n=1, 2, 3, \dots$) 滿足 $A_1=\begin{bmatrix} -7 & -7 \\ 17 & 5 \end{bmatrix}$ ，且 $A_{n+1}=A_n+\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。在所有二階方陣 A_n 中，共有多少個二階方陣沒有反方陣？
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 0 個 (5) 超過 3 個
4. 坐標平面上有兩向量 $\vec{u}=(12,5)$ ， $\vec{v}=(-4,3)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？
(1) $5\vec{u}$ (2) $-3\vec{v}$ (3) $2\vec{u}+5\vec{v}$ (4) $4\vec{u}+5\vec{v}$ (5) $\vec{u}+6\vec{v}$
5. 坐標平面上，直線 $y=2x$ 與直線 $y=-3x+5$ 將坐標平面分割成四個區域。試問下列哪一個選項中的點會和點 $(1,1)$ 在同一個區域？
(1) $(20,-56)$ (2) $(13,-33)$ (3) $(-1,1)$ (4) $(-15,-29)$ (5) $(-20,-29)$

二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。

6. 如圖，已知點 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 和 $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$ 分別在角 O 的兩邊上，所有 $\overline{A_i B_i}$ 互相平行，且所有梯形 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ 的面積均相等。設 $\overline{OA_n} = a_n$ ， $\triangle OA_1 B_1$ 的面積為 R ，梯形 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ 的面積為 S 。若 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ，選出正確的選項。



- (1) $S = 3R$ (2) $\left(\frac{a_{100}}{a_{101}}\right)^2 = \frac{298}{301}$ (3) $\left(\frac{a_1}{a_n}\right)^2 = \frac{2}{3n+1}$
- (4) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列 (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}} = 3$

7. 有一套形如六邊形的珠寶飾品，第一件是由 6 顆珠寶構成，如圖 1（圖中圈圈表示珠寶），第二件如圖 2，第三件如圖 3，第四件如圖 4，往後每件飾品都按照這種規律增加一定數量的珠寶，使它構成更大的六邊形。

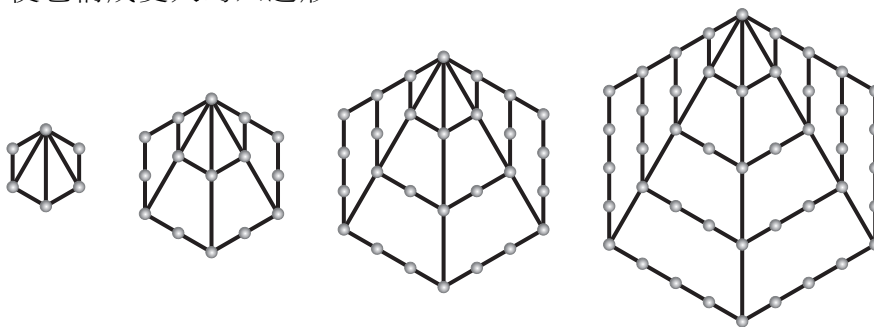


圖 1

圖 2

圖 3

圖 4

設 a_n 表示第 n 件飾品的珠寶數量，選出正確的選項。

- (1) a_5 為 11 的倍數 (2) $a_n - a_{n-1}$ 為奇數， $n \geq 2$ (3) $n+1$ 是 a_n 的因式
- (4) 前 20 件飾品的珠寶總數量超過 6400 顆 (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = 1$

8. 已知 $T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，請問下列選項哪些正確？

- (1) $T^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (2) $T^3 = I$ (3) $T^4 = -T$ (4) $T^{-1} = -T^2$ (5) $T^{2027} = -T^2$

9. 年終摸彩，經理在箱中放入 3 顆紅球，7 顆白球，讓該部門 10 名員工每人依序抽取一球，取後不放回，抽中紅球可得獎金 10 萬元，抽中白球則無獎金。若 A 表第一位抽中紅球的事件， B 表第五位抽中紅球的事件，則下列哪些選項正確？

- (1) $P(A) = P(B)$ (2) $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ (3) $P(B|A) = \frac{2}{5}$
(4) A 、 B 為獨立事件 (5) 最後一位抽球者，獎金的期望值為 3 萬元

三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 從 3 名骨科、4 名外科和 5 名內科醫生中選派 5 人組成一個救災醫療小組。若骨科、外科和內科醫生都至少選派一人，則選派方法共有 $\textcircled{10-1}$ $\textcircled{10-2}$ $\textcircled{10-3}$ 種。

11. 單車公司有 A 、 B 兩座倉庫儲存單車， A 倉庫有 50 輛， B 倉庫有 60 輛。今公司接獲甲、乙兩地訂貨，分別需要 30 輛及 40 輛，而運費如右表（元／輛）。若從 A 倉庫運 x 輛到甲地，運 y 輛到乙地，可使運費最少，則數對 $(x, y) = ($ $\textcircled{11-1}$ $\textcircled{11-2}$ $\textcircled{11-3}$ $)$ 。

	甲地	乙地
A 倉庫	500 元	600 元
B 倉庫	400 元	550 元

12. 某國家現有人口 1000 萬人，但近年人口有減少的趨勢。假設每經過一年就減少前一年的 4%，依此速率減少下去，至少經 $\frac{(12-1)(12-2)}{1}$ （取整數）年後，全國人口數低於現在人口數的一半 500 萬人。

第貳部分：混合題或非選擇題（占 25 分）

說明：本部分共有 2 題組，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 為題組

袋中有 5 個球，分別寫上 1、2、3、4、5 號，每個球被取出的機率相同。每次取球都從中任取一球記下號碼後放回袋中，取球 n 次， P_n 表示這 n 個號碼的和為偶數的機率。

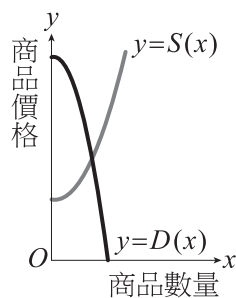
13. $P_2 = \frac{\frac{(13-1)(13-2)}{1}}{\frac{(13-3)(13-4)}{1}}$ （非選擇題，2 分）

14. 若 $P_n = \alpha + \beta P_{n-1}$ ， $n \geq 2$ ，請求出 α 、 β 之值。（非選擇題，4 分）

15. 證明數列 $\left\langle P_n - \frac{1}{2} \right\rangle$ 為一等比數列，並求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 之值。（非選擇題，6 分）

16-18 為題組

在消費市場上，已知某熱銷商品生產 x 件時的需求函數與供給函數分別為 $D(x) = -0.07x^2 + 0.3x + 200$ (元)， $S(x) = 0.03x^2 - 0.2x + 60$ (元)，其圖形如右圖，請回答下列問題：



16. 請問均衡價格為 16-1 16-2 16-3 元。(非選擇題，3 分)

17. 承 16，圖中哪一區域的面積代表均衡價格下的生產者剩餘，請標示出該區域以斜線塗滿並標上交點坐標。(非選擇題，5 分)

18. 請計算均衡價格下的生產者剩餘。(非選擇題，5 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ ；

最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

$\sin 23^\circ \approx 0.40$ ， $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\sin 53^\circ \approx 0.80$ ， $\cos 23^\circ \approx 0.92$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.60$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

7. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$ ；

若 $X \sim G(p)$ 為幾何分布，則期望值 $E(X) = \frac{1}{p}$ ，變異數 $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$ 。