

# 龍騰文化

## 113 學年度分科測驗全真模擬試卷

### 數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

龍騰數學科編輯小組

#### 一作答注意事項一

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化  
肯定自己 > 肯定不同

定價 20 元  
62001N12-E2 A

## 第壹部分、選擇（填）題（占 76 分）

### 一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。

1. 康輔社舉辦過關遊戲，每位參賽者要依序過三關，過關者才能繼續參加下一關挑戰，第一至三關被淘汰的機率分別是  $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{4}$ ，且每一關過關與否不互相影響。若已知小明被淘汰了，則他是在第一關就被淘汰的機率最接近下列哪一個選項？  
(1)0.1 (2)0.2 (3)0.3 (4)0.4 (5)0.5
2. 已知多項式  $f(x)$  次數大於四次，若  $f(x)$  除以  $x^2 - x + 1$  所得的餘式為  $x + 4$ ，又  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -3$ ，則  $f(x)$  除以  $x^3 + 1$  的餘式為  
(1)  $x^2 + 5x + 4$  (2)  $2x^2 + 3x - 2$  (3)  $-x^2 + 2x$  (4)  $-2x^2 + 2x - 2$  (5)  $-2x^2 + 3x + 2$
3. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{AD}$  為  $BC$  邊上的高。若  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ ，且  $\overline{CD} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ ，則數對  $(x, y)$  為何？  
(1)  $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$  (2)  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$  (3)  $\left(-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$  (4)  $\left(-\frac{4}{5}, \frac{4}{5}\right)$  (5)  $\left(\frac{4}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

### 二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題 8 分。

4. 袋中有大小相同的紅、白、黑球各二個，若每個球被取到的機會都相等，試問下列選項何者正確？
  - (1) 每次取一球，看完顏色後再放回原袋中，若此動作連續做了 12 次，則取到紅球個數的期望值為 4 個
  - (2) 每次取一球，取後不放回袋子，則紅球最後取完的機率為  $\frac{1}{3}$
  - (3) 若同時取出二球，則二球顏色相異的機率為  $\frac{4}{5}$
  - (4) 每次取一球，看完顏色後再放回原袋中，連續取 12 次，則第 12 次取到第 4 個紅球的機率為  $C_4^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^8$
  - (5) 若從袋子中隨意取出二球，已知此二球為異色的情況下，此二球為紅白兩球的機率為  $\frac{1}{3}$

5. 如圖，已知點  $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$  和  $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$  分別在角  $O$  的兩邊上，所有  $\overline{A_i B_i}$  互相平行，且所有梯形  $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$  的面積均相等。設  $\overline{OA_n} = a_n$ ， $\triangle OA_1 B_1$  的面積為  $R$ ，梯形  $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$  的面積為  $S$ 。若  $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ，選出正確的選項。

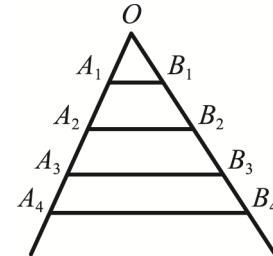
(1)  $S = 3R$

(2)  $\left(\frac{a_{100}}{a_{101}}\right)^2 = \frac{298}{301}$

(3)  $\left(\frac{a_1}{a_n}\right)^2 = \frac{2}{3n+1}$

(4) 數列  $\langle a_n \rangle$  為等比數列

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}} = 3$



6. 年終摸彩，經理在箱中放入 3 顆紅球，7 顆白球，讓該部門 10 名員工每人依序抽取一球，取後不放回，抽中紅球可得獎金 10 萬元，抽中白球則無獎金。若  $A$  表第一位抽中紅球的事件， $B$  表第五位抽中紅球的事件，則下列哪些選項正確？

(1)  $P(A) = P(B)$

(2)  $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$

(3)  $P(B|A) = \frac{2}{5}$

(4)  $A, B$  為獨立事件

(5) 最後一位抽球者，獎金的期望值為 3 萬元

7. 設有一組資料  $(x_i, y_i)$ ， $x$  的平均數  $\mu_x = 65$ ，標準差為  $\sigma_x$ ； $y$  的平均數  $\mu_y = 70$ ，標準差為  $\sigma_y$ ； $x$  與  $y$  的相關係數為  $r$ ； $y$  對  $x$  的迴歸直線通過點  $(67, 64)$ 。選出正確的選項。

(1)  $y$  對  $x$  的迴歸直線為  $y - 64 = -2(x - 67)$

(2)  $r < 0$

(3) 回歸直線的斜率小於相關係數為  $r$

(4)  $\sigma_x < \sigma_y$

(5) 若  $\sigma_y = 3\sigma_x$ ，且  $x_3 = 66$ ，則  $y_3$  必定是 67

8. 已知二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$  滿足  $f(-2) = -3$ ， $f(3) = -2$ ， $b^2 - 4ac < 0$ ，選出正確的選項。

(1)  $a < 0$

(2)  $c < 0$

(3)  $f(0) < f(1)$

(4)  $f(4) < f(5)$

(5)  $f(-3) < f(-2)$

### 三、選填題（占 18 分）

說明：第 9 題至第 11 題，每題 6 分。

9. 有一個駕駛員喝了 600 毫升的高粱酒後，血液中的酒精濃度上升到  $1.25 \text{ mg/ml}$ ，但停止喝酒後，該駕駛員血液中的酒精含量每小時減少  $\frac{1}{4}$ ，依據交通安全條例規定，駕駛員血液中的酒精含量不得超過  $0.25 \text{ mg/ml}$ ，問該駕駛員喝酒後至少 ⑨ 小時才能駕駛汽車。  
( $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，四捨五入取至整數位)

10. 坐標平面上，直線  $L : 12x - 5y + k = 0$ ，圓  $C : (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$ ，若圓  $C$  上的點與直線  $L$  的距離等於 2 的點恰有 3 點，則  $k$  值為  $-30$  或 10-1 10-2 10-3。

11. 在經濟學中，函數  $f(x)$  的邊際函數  $M_f(x)$  定義為  $M_f(x) = f(x+1) - f(x)$ 。假設某公司每月最多生產 100 台警報器，其生產  $x$  ( $1 \leq x \leq 100$ ,  $x \in \mathbb{N}$ ) 台警報器的收入函數為  $R(x) = 3000x - 20x^2$  (元)，成本函數為  $C(x) = 500x + 4000$  (元)。若利潤函數為  $P(x)$ ，則邊際利潤函數  $M_P(x)$  的最大值為 (11-1) (11-2) (11-3) (11-4) 元。(利潤 = 收入 - 成本)

## 第貳部分、混合題或非選擇題 (占24分)

說明：本部分共有 2 題組，選填題每題 2 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 12-14 題為題組

某農民計劃今年種植黃瓜與韭菜，種植面積不超過 50 公頃，投入資金不超過 54 萬元。假設種植黃瓜與韭菜的產量、成本與售價如下表：

	每公頃產量	每公頃種植成本	每公頃售價
黃瓜	4 公頃	1.2 萬元	0.55 萬元
韭菜	6 公頃	0.9 萬元	0.3 萬元

12. 設黃瓜種植  $x$  公頃，韭菜種植  $y$  公頃，若利潤函數  $P = ax + by$ ，

則數對  $(a, b) =$  (12-1), (12-2), (12-3)。(選填題，2 分)

13. 試列出  $x$ ,  $y$  必須滿足的聯立不等式並繪出此聯立不等式的圖示。(非選擇題，6 分)

14. 當  $x$ ,  $y$  的值各為多少時，可使種植的利潤最大？此時利潤為多少元？(非選擇題，4 分)

### 15-17 題為題組

超市想了解顧客的購物量及結帳時間，安排員工隨機收集 100 位顧客的數據，如下表所示：

一次購物量	1至3件	4至6件	7至9件	10至12件	13件及以上
顧客人數	$x$	30	25	$y$	10
結帳時間 (分鐘／人)	1	1.5	2	2.5	3

已知這 100 位顧客中一次購物量超過 6 件的顧客占 55%，且將出現頻率視為機率。

15. 若  $x, y$  為整數，則數對  $(x, y) = ?$  (非選擇題，4 分)

16. 若隨機變數  $X$  表示每位顧客的結帳時間，則  $X$  的期望值為何？(非選擇題，4 分)

17. 若某顧客到達收銀台時，前面恰有 2 位顧客須結帳，且各顧客結帳互相獨立，則該顧客結帳前的等候時間不超過 2.5 分鐘的機率為何？(非選擇題，4 分)

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. 一維數據  $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

4. 二維數據  $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線（迴歸直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

$\sin 23^\circ \approx 0.40, \sin 37^\circ \approx 0.60, \sin 53^\circ \approx 0.80, \cos 23^\circ \approx 0.92, \cos 37^\circ \approx 0.80, \cos 53^\circ \approx 0.60$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

7. 若  $X \sim B(n, p)$  為二項分布，則期望值  $E(X) = np$ ，變異數  $Var(X) = np(1-p)$ ；

若  $X \sim G(p)$  為幾何分布，則期望值  $E(X) = \frac{1}{p}$ ，變異數  $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$ 。