

龍騰文化

112 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 B 考科

名師/柳宗佑老師

【教用卷】

一作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 > 肯定不同

學用卷定價 20 元

贈品禁止轉售

#1



62001N1_E2R/C/

第壹部分、選擇(填)題(占85分)

一、單選題(占35分)

說明：第1題至第7題，每題5分。

1. 已知 k 為實數，若 $(3k+1)+\sqrt{10}=k\sqrt{10}-2$ ，則 $k=?$

(1)-1 (2)1 (3) $\sqrt{10}+3$ (4) $19+6\sqrt{10}$ (5) $23+8\sqrt{10}$

解題觀念：無理數與實數

參考答案：(4)

試題解析：原式 $\Rightarrow (\sqrt{10}-3)k=\sqrt{10}+3$

$$\Rightarrow k=\frac{\sqrt{10}+3}{\sqrt{10}-3}=(\sqrt{10}+3)^2=19+6\sqrt{10} \text{，故選(4)。}$$

2. 已知 a 為實數，若多項式 $f(x)$ 滿足 $\frac{f(x)}{(x+1)^3}=\frac{a}{(x+1)^3}+\frac{4}{(x+1)^2}+3$ ，且 $f(-3)+f(1)=10$ ，試求

$f(x)$ 除以 $x-1$ 之餘式為何？ (1)-2 (2)0 (3)10 (4)17 (5)37

解題觀念：三次函數的圖形

參考答案：(5)

試題解析： $f(x)=3(x+1)^3+4(x+1)+a \Rightarrow$ 圖形的對稱中心為 $(-1, a)$ ，

因為 $\frac{(-3)+1}{2}=-1$ ，所以由 $f(-3)+f(1)=10$ 可得 $a=\frac{f(-3)+f(1)}{2}=5$ ，

故 $f(x)=3(x+1)^3+4(x+1)+5$ ，

所求為 $f(1)=3\times 2^3+4\times 2+5=37$ ，故選(5)。

3. $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 上有一點 D 使得 $\overline{BD}:\overline{CD}=2:3$ ，若 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{BD} 上的正射影為 $(x^3-4, 17)$ 、

\overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{CD} 上的正射影為 $(4, 2^y+1)$ ，其中 x 、 y 為實數，則 $x+y=?$

(1)0 (2)2 (3)6 (4)8 (5)12

解題觀念：正射影

參考答案：(3)

試題解析：因為 $\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{CD}$ ，

所以 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{BD} 上的正射影等於 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{CD} 上的正射影

$\Rightarrow (x^3-4, 17)=(4, 2^y+1) \Rightarrow x=2, y=4 \Rightarrow x+y=6$ ，

故選(3)。

4. 因疫情肆虐，眾多保險公司都推出防疫險，其理賠項目可分成：

①保戶因與確診者接觸而須隔離。

②保戶本人確診。

以下為五家保險公司所推出的防疫險，小騰預測之後防疫策略的方向可能由清零轉為共存，他評估自己在一年內可能被隔離的機率有 20%，可能確診的機率為 5%，依照小騰這樣的評估，他該購買哪家的防疫險最有利？

保險公司	甲	乙	丙	丁	戊
保費（元）	500	666	800	888	1000
隔離理賠金（元）	20000	50000	40000	50000	60000
確診理賠金（元）	60000	50000	60000	60000	60000

註：保險期間為一年，各項目理賠次數均以一次為限。

(1)甲 (2)乙 (3)丙 (4)丁 (5)戊

解題觀念：數學期望值

參考答案：(5)

試題解析：分別計算各家防疫險的獲利期望值：

$$\text{甲} : 20000 \times 20\% + 60000 \times 5\% - 500 = 6500 \text{ (元)},$$

$$\text{乙} : 50000 \times 20\% + 50000 \times 5\% - 666 = 11834 \text{ (元)},$$

$$\text{丙} : 40000 \times 20\% + 60000 \times 5\% - 800 = 10200 \text{ (元)},$$

$$\text{丁} : 50000 \times 20\% + 60000 \times 5\% - 888 = 12112 \text{ (元)},$$

$$\text{戊} : 60000 \times 20\% + 60000 \times 5\% - 1000 = 14000 \text{ (元)},$$

所以買戊公司的防疫險最有利，故選(5)。

5. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項之和 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2$ ，數列 $\langle b_n \rangle$ 的前 n 項積 $b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n = n^2$ ，

$$\text{則 } \frac{a_{11}}{b_{11}} = ? \quad (1) \frac{2100}{121} \quad (2) \frac{1539}{100} \quad (3) \frac{1088}{81} \quad (4) \frac{735}{64} \quad (5) \frac{468}{49}$$

解題觀念：數列

參考答案：(1)

試題解析： $a_1 = 1^2 = 1$ ，當 $n \geq 2$ 時，

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} = (n-1)^2 \dots \textcircled{1} , \quad a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2 \dots \textcircled{2} ,$$

$$\text{由 } \textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } a_n = n^2 - (n-1)^2 = 2n-1 \text{，則 } a_{11} = 2 \times 11 - 1 = 21 \text{。}$$

$$b_1 = 1^2 = 1 \text{，當 } n \geq 2 \text{ 時，}$$

$$b_1 \times b_2 \times \dots \times b_{n-1} = (n-1)^2 \dots \textcircled{3} , \quad b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n = n^2 \dots \textcircled{4} ,$$

$$\text{由 } \textcircled{4} \div \textcircled{3} \text{ 得 } b_n = \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 \text{，則 } b_{11} = \left(\frac{11}{10} \right)^2 = \frac{121}{100} \text{。}$$

$$\text{所求為 } \frac{a_{11}}{b_{11}} = 21 \times \frac{100}{121} = \frac{2100}{121} \text{，故選(1)。}$$

6. 地球儀上，螞蟻 A 沿著北緯 40 度線繞行一圈，螞蟻 B 沿著 0 度經線繞行一圈，若兩隻螞蟻繞行速度相同，則螞蟻 A 花費時間與螞蟻 B 花費時間的比值為何？

- (1) $\sin 40^\circ$ (2) $\frac{1}{\sin 40^\circ}$ (3) $\cos 40^\circ$ (4) $\frac{1}{\cos 40^\circ}$ (5) $\tan 40^\circ$

解題觀念：球面距離

參考答案：(3)

試題解析：設地球儀的半徑為 R ，

螞蟻 A 所繞行北緯 40 度線的小圓半徑為 $R \cos 40^\circ$

螞蟻 B 繞行 0 度經線的大圓半徑為 R

因為兩隻螞蟻繞行速度相同，所以花費時間的比值等於圓周長的比值，

所求為 $\frac{2\pi R \cos 40^\circ}{2\pi R} = \cos 40^\circ$ ，故選(3)。

7. 因疫情影響，各國的國際機場對於境外人士是否染疫會嚴加防範，某國在他們的國際機場海關準備了兩種快篩試劑，官方宣稱無論檢測對象是否確診，兩種快篩試劑檢測結果均有 9 成的準確率，境外人士在入關時都要分別使用兩種快篩試劑檢測，檢測結果均為陰性才可入境。已知境外人士染疫的機率為 5%，而兩種快篩試劑的檢測結果互為獨立事件，若現有一境外人士檢驗後可入境，則他是確診者的機率為何？

- (1) $\frac{1}{1450}$ (2) $\frac{1}{1540}$ (3) $\frac{1}{1680}$ (4) $\frac{1}{2250}$ (5) $\frac{1}{2700}$

解題觀念：條件機率

參考答案：(2)

試題解析： $P(\text{確診者} | \text{可入境})$

$$\begin{aligned} &= \frac{P(\text{確診者且兩次檢測均為陰性})}{P(\text{確診者且兩次檢測均為陰性}) + P(\text{非確診者且兩次檢測均為陰性})} \\ &= \frac{5\% \times 10\% \times 10\%}{5\% \times 10\% \times 10\% + 95\% \times 90\% \times 90\%} \\ &= \frac{1}{1540} \text{，故選(2)。} \end{aligned}$$

二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 民間傳說：「三機救婚姻，當家務瑣事少了，人自然舒心，家人之間的相處也會好很多」，三機指的是洗碗機、掃地機器人與烘衣機，柳老師針對這個說法在班上進行調查，結果發現：「班上 40 位同學家中，有 60%的家庭有掃地機器人，40%的家庭有洗碗機，30%的家庭有烘衣機，而且有洗碗機的家庭都有掃地機器人。」由以上的調查，下列敘述何者正確？
- (1)家中有掃地機器人但沒有洗碗機的同學有 8 人
 - (2)家中同時有「三機」的同學最少有 0 人
 - (3)家中同時有「三機」的同學最多有 12 人
 - (4)家中完全沒有「三機」的同學最少有 4 人
 - (5)家中完全沒有「三機」的同學最多有 16 人

解題觀念：邏輯與集合

參考答案：(1)(2)(3)(4)(5)

試題解析：令 A 表示家中有洗碗機的同學之集合，

B 表示家中有掃地機器人的同學之集合，

C 表示家中有烘衣機的同學之集合。

- (1) $\bigcirc : n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 40 \times 60\% - 40 \times 40\% = 8$ (人)。
- (2) $\bigcirc : n(A \cap B) = 16$ 、 $n(C) = 12$ ，因為 $16 + 12 < 40$ ，故 $n(A \cap B \cap C) \geq 0$ (人)。
- (3) $\bigcirc : n(A \cap B) = 16$ 、 $n(C) = 12$ ，故 $n(A \cap B \cap C) \leq n(C) = 12$ (人)。
- (4) $\bigcirc : n(A \cup B \cup C) \leq n(B) + n(C) = 24 + 12 = 36$
 $\Rightarrow n(A' \cap B' \cap C') = 40 - n(A \cup B \cup C) \geq 40 - 36 = 4$ (人)。
- (5) $\bigcirc : n(A \cup B \cup C) \geq n(B) = 24$
 $\Rightarrow n(A' \cap B' \cap C') = 40 - n(A \cup B \cup C) \leq 40 - 24 = 16$ (人)。

故選(1)(2)(3)(4)(5)。

9. 自 104 年 6 月 1 日起，臺灣股票交易規定每個交易日的收盤價格必須在前一天收盤價格的正負 10% 內，比如某股票昨天的收盤價為 200 元，則今天的收盤價格必須介於 $200 \times 90\% = 180$ (元) 到 $200 \times 110\% = 220$ (元) 之間。收盤價格比前一天高 10% 稱為漲停；收盤價格比前一天低 10% 稱為跌停。下列敘述何者正確？

- (1) 以今天收盤價為基準，若未來兩天一天漲停、一天跌停，無論漲停跌停的先後順序，後天的收盤價都會比今天收盤價低
- (2) 以今天收盤價為基準，未來三天連續漲停的漲幅會比三天連續跌停的跌幅大
- (3) 若某股票的股價要翻倍，則至少需要 7 天的時間
- (4) 若要使某股票的股價減半，則至少需要 7 天的時間
- (5) 若某股票經歷六天連續跌停後，最終收盤價格為 25 元，則在六天連續跌停前的股價約為 47 元

解題觀念：對數函數在生活中的應用

參考答案：(1)(2)(4)(5)

試題解析：(1) ○： $0.9 \times 1.1 = 1.1 \times 0.9 = 0.99 = 99\%$ 。

(2) ○：連三天漲停： $1.1^3 - 1 = 0.331 = 33.1\%$ ，
連三天跌停： $1 - 0.9^3 = 0.271 = 27.1\%$ ，
故連三天漲停造成漲幅 33.1% 大於連三天跌停造成跌幅 27.1%。

(3) ✗：設至少需要 x 天， $1.1^x > 2 \Rightarrow \log 1.1^x > \log 2 \Rightarrow 0.041x > 0.3010 \Rightarrow x > 7.34$ ，
故至少需要 8 天。

(4) ○：設至少需要 y 天，

$0.9^y < \frac{1}{2} \Rightarrow \log 0.9^y < \log \frac{1}{2} \Rightarrow y \times (-0.041) < -0.3010 \Rightarrow y > 7.34$ ，
故至少需要 8 天。

(5) ○：設六天連續跌停前股價為 z 元，

$z \times 0.9^6 = 25 \Rightarrow \log z + 6 \log \frac{9}{10} = 2 \log 5 \Rightarrow \log z - 0.2748 = 1.398$
 $\Rightarrow \log z = 1.6728 \Rightarrow z \approx 47$ 。

故選(1)(2)(4)(5)。

10. 美國華盛頓州西雅圖的 57 號碼頭設有一座摩天輪，中心軸的高度為 60 公尺，車輪直徑為 54 公尺，乘坐一次時間為 12 分鐘、旋轉圈數為 3 圈。若以函數 $f(t)$ 表示從摩天輪最低處搭乘後 t 分鐘，該車廂所在的高度（單位：公尺），則 $f(t)$ 可以正弦函數表示，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $f(t)$ 的振幅為 54 公尺
- (2) $f(t)$ 的週期為 12 分鐘
- (3) $f(0)=6$
- (4) $f(6)$ 為 $f(t)$ 的最大值
- (5) $f(t)$ 可以 $27 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) + 33$ 表示

解題觀念：正弦函數的平移

參考答案：(3)(4)(5)

試題解析：(1) \times ：振幅為 27 公尺。

(2) \times ：週期為 4 分鐘。

(3) \circ ： $f(0)=60-54=6$ 。

(4) \circ ：因為週期為 4 分鐘，故 $f(2)=f(6)=f(10)$ 均為 $f(t)$ 的最大值。

(5) \circ ：設 $f(t)=a \sin(bt+c)+d$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ，

由振幅為 27 公尺知 $a=27$ ，

由週期為 4 分鐘知 $\frac{2\pi}{b}=4 \Rightarrow b=\frac{\pi}{2}$ ，

由 $f(t)$ 的最小值為 $f(0)=6$ 知 $-27+d=6 \Rightarrow d=33$ ，

由 $f(t)$ 的最大值為 $f(6)$ 知 $\frac{\pi}{2} \times 6 + c = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ，其中 k 為整數

$\Rightarrow c=2k\pi-\frac{5}{2}\pi$ ，令 $k=1$ 可得 $c=-\frac{\pi}{2}$ ，

故 $f(t)$ 可以 $27 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) + 33$ 表示。

故選(3)(4)(5)。

11. 中央疫情指揮中心公布的新冠肺炎密切接觸者匡列原則：

「校內班上確診者座位九宮格內的同學採隔離停止到校。」

已知龍龍的班上有 25 位同學，座位採 5×5 的方格排列，如圖所示。

某日老師告知班上有 2 位同學確診，在確診者非龍龍且其餘同學確診機率皆相同的情況下，請選出正確的敘述。

(1) 若龍龍的座位為角落的 4 個位子之一，則龍龍沒被匡列的機率為 $\frac{C_2^{21}}{C_2^{24}}$

(2) 若龍龍的座位為側邊（非角落）的 12 個位子之一，則龍龍沒被匡列的機率為 $\frac{C_2^{20}}{C_2^{24}}$

(3) 若龍龍的座位在中央的 9 個位子之一，則龍龍沒被匡列的機率為 $\frac{C_2^{16}}{C_2^{24}}$

(4) 若龍龍的座位為角落的 4 個位子之一，則 2 位確診同學座位相鄰（左右相鄰或前後相鄰）的機率為 $\frac{2 \times C_1^5 C_1^4}{C_2^{24}}$

(5) 若龍龍的座位為角落的 4 個位子之一，則班上有 15 位同學被匡列的機率為 $\frac{C_1^2}{C_2^{24}}$

解題觀念：古典機率的定義

參考答案：(1)(3)(5)

試題解析：確診同學的位子為扣除龍龍的位子，從其餘 24 個位子中任選 2 個，共有 C_2^{24} 種。

(1) ○：龍龍周圍的 3 位同學皆非確診者，

故確診者的位子有 C_2^{21} 種，故機率為 $\frac{C_2^{21}}{C_2^{24}}$ 。

(2) ✗：龍龍周圍的 5 位同學皆非確診者，

故確診者的位子有 C_2^{19} 種，故機率為 $\frac{C_2^{19}}{C_2^{24}}$ 。

(3) ○：龍龍周圍的 8 位同學皆非確診者，

故確診者的位子有 C_2^{16} 種，故機率為 $\frac{C_2^{16}}{C_2^{24}}$ 。

(4) ✗：①確診者左右相鄰且與龍龍在同一列時，有 3 種。

②確診者左右相鄰且與龍龍不在同一列時，有 $C_1^4 C_1^4$ 種。

知確診者左右相鄰的有 $C_1^4 C_1^4 + 3$ 種，

同理，確診者前後相鄰的組合也有 $C_1^4 C_1^4 + 3$ 種，故機率為 $\frac{2 \times (C_1^4 C_1^4 + 3)}{C_2^{24}}$ 。

(5) ○：確診者的座位為 (7,19)、(17,9) 時，

被匡列的同學才會有 15 位，故機率為 $\frac{C_2^2}{C_2^{24}}$ 。

故選(1)(3)(5)。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

12. 108 課綱的分科測驗於 2022/7/11 登場，成績計算採 60 級分制，方式如下：

- ① 該科到考考生排名前 1% 的人數（無條件進位至整數位）之平均成績為 A （四捨五入至小數第二位）
- ② 級距 $I = \frac{A}{60}$ （四捨五入至小數第五位）
- ③ 分數介於 $n \times I$ （不含）與 $(n+1) \times I$ （含）的級分為 $n+1$ 級分（ n 為介於 0~58 之間的整數）
- ④ 分數大於 $59 \times I$ 者之級分為 60
- ⑤ 缺考或零分者為 0 級分

大考中心曾經研議各科級距要取該科考生排名前 1% 的平均或排名前 0.1% 的平均成績為基準，最終決定取排名前 1% 的平均成績為基準。請選出正確的敘述。

- (1) 已知數甲的選考人數為 18548 人，若無人缺考，則計算數甲的級距時，應採排名前 185 名的平均成績為基準
- (2) 已知數甲的級距為 1.437 分，可推論排名前 1% 的平均成績為 86.22 分
- (3) 承(2)，若某生的數甲成績為 30 級分，其原始成績會介於 43.11 分至 44.547 分之間
- (4) 計算級距時，若改取排名前 0.1% 的平均為基準，則級距會變小
- (5) 無論取排名前 1% 的平均或排名前 0.1% 的人數之平均成績為基準，得到的級距會約略相同，所以各級分對應原始分數的區間也會約略相同（若區間範圍端點的整數位相同，即視為約略相同）

解題觀念：中位數與百分位數

參考答案：(2)

試題解析：(1) ✗： $18548 \times 1\% = 185.48$ ，無條件進位至整數位後為 186 名。

(2) ○： $1.437 \times 60 = 86.22$ （分）。

(3) ✗： $29 \times 1.437 = 41.673$ （分）， $30 \times 1.437 = 43.11$ （分），
故該生成績應介於 41.673 分至 43.11 分之間。

(4) ✗：取排名前 0.1% 的平均會大於等於排名前 1% 的人數之平均成績，
故除以 60 後可得級距會變大。

(5) ✗：若排名前 1% 的人數之平均成績為 96 分，則級距為 1.6 分，此時 60 級分對應的原始分數區間為 94.4~100 分，若排名前 0.1% 的平均為 97 分，則級距為 1.61667 分，此時 60 級分對應的原始分數區間為 95.38353~100 分，故兩者對應的原始分數區間是有落差的。

故選(2)。

三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 國防部於 2020 年提出免役修正草案，使得未來免役標準更嚴格，其中關於身體質量指數 (BMI) 的標準為： $BMI < 16.5$ 或 $BMI > 35$ 得以免役。設身體質量指數公式為

$$\text{身體質量指數} = \frac{\text{體重 (公斤)}}{[\text{身高 (公尺)}]^2}.$$

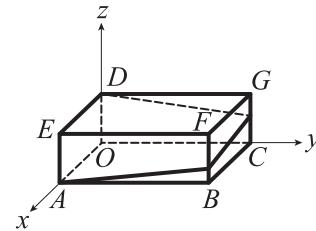
已知胖胖的身高為 180 公分，但由於他的 BMI 為 36，所以達免役標準，若他想減重使得 BMI 降至 32 可入伍當兵報效國家，則他需減重 (13-1)(13-2) 公斤（四捨五入至整數位）。

解題觀念：有理數

參考答案：13

試題解析： $1.8^2 \times (36 - 32) = 12.96 \approx 13$ (公斤)。

14. 坐標空間的第一卦限中有一長方體 $OABC - DEFG$ ，其中 \overline{OA} 、 \overline{OC} 、 \overline{OD} 分別在 x 軸、 y 軸、 z 軸上，頂點 F 坐標為 $(3, 4, 2)$ ，現有一隻螞蟻從 A 點出發沿著長方體表面爬行至 D 點，路途中會經過 \overline{BF} 與 \overline{CG} ，若採取最短爬行路徑，則途中會經過點 $(3, 4, h)$ 與 $(0, 4, k)$ ，



其中 h 、 k 為實數，則 $3h - k = \frac{(14-1)(14-2)}{(14-3)(14-4)}$ 。

解題觀念：空間坐標系

參考答案： $\frac{10}{11}$

試題解析：

如圖，將矩形 $ABFE$ 、 $BCGF$ 、 $CODG$ 展開至同一平面，
則螞蟻的最短爬行路徑即為 \overline{AD} ，

由相似形知 $\begin{cases} \frac{4}{h} = \frac{11}{2} \\ \frac{7}{k} = \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{8}{11} \\ k = \frac{14}{11} \end{cases} \Rightarrow 3h - k = \frac{10}{11}$ 。

15. 已知二階方陣 A 滿足 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \\ x & y \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 66 & 18 \\ 62 & 22 \end{bmatrix}$ ，其中 x 、 y 為實數，則 $x+y = \underline{\textcircled{15-1}\textcircled{15-2}}$ 。

解題觀念：矩陣的乘法

參考答案：12

試題解析：由 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \\ x & y \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 66 & 18 \\ 62 & 22 \end{bmatrix}$ 得 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \\ x & y \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 66 & 18 \end{bmatrix}$ ，

則 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 66 & 18 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 66 & 18 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 12 & 9 \\ 18 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ ，

知 $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62 & 22 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = -\frac{1}{14} \begin{bmatrix} 62 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = -\frac{1}{14} \begin{bmatrix} -70 & -98 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \end{bmatrix}$ ，

故 $x+y=5+7=12$ 。

16. 如右圖，直角三角形 ABC 中，分別以三邊邊長往外做一正方形，已知 $\overline{AB}=3$ 、 $\overline{AC}=4$ 、 $\overline{BC}=5$ ，求三角形 EFH 面積 = $\textcircled{16-1}\textcircled{16-2}$ 。

解題觀念：三角比的性質

參考答案：34

試題解析：設 $\angle ACB = \theta$ ，

由三角比的定義知 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，

$\sin \angle ECH = \sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta = \frac{4}{5}$ ，

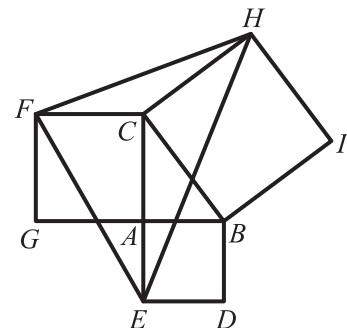
$\sin \angle FCH = \sin(360^\circ - 180^\circ - \theta) = \sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta = \frac{3}{5}$ ，

$\triangle EFH$ 的面積

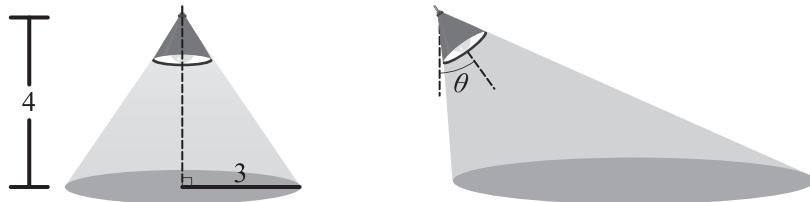
= $\triangle ECF$ 的面積 + $\triangle ECH$ 的面積 + $\triangle FCH$ 的面積

= $\frac{1}{2} \times 7 \times 4 + \frac{1}{2} \times 7 \times 5 \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{3}{5}$

= 34。



17. 學校禮堂上的一盞聚光燈離地 4 公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且當直圓錐的軸與地板垂直時，照在地板上的區域形成半徑為 3 公尺的圓，示意圖如下。



若將燈旋轉 θ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)，地面上的照亮區域形狀會隨之改變。為了讓觀眾聚焦在表演者身上，欲使聚光燈在地板上照亮區域形成圓或橢圓並使表演者站在直圓錐的軸與地面的交點處，若以聚光燈投影在地面上的位置為基準點，則表演者可站立的位置與基準點的最遠距離約為 (17-1) 公尺。(無條件捨去至整數位)

解題觀念：圓錐截痕

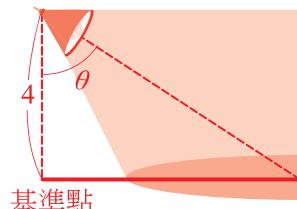
參考答案：5

試題解析：依題意，直圓錐的軸和燈罩夾角約為 37° ，
若直圓錐的軸由垂直地面轉動至燈光上緣與
地面平行前，

地板上亮區會形成圓或橢圓，此時 θ 需小於 $90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ ，

當 $\theta = 53^\circ$ 時，直圓錐的軸與地面交點位置距離基準點 $4 \times \tan 53^\circ \approx \frac{16}{3}$ 公尺，

故表演者所站位置與基準點的最遠距離約為 5 公尺。



第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

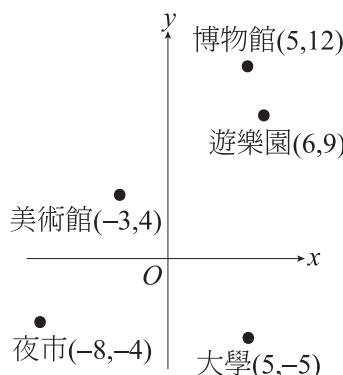
說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

騰騰是一位 youtuber，外出遊玩時，他都會帶著無人機用來拍攝影片。某日他外出遊玩時，在入住的民宿頂樓使用無人機來拍攝附近的景色。如右圖，以騰騰所住民宿為原點 $O(0,0)$ 建立直角坐標系，坐標平面上所標示的是民宿周圍且為騰騰有興趣拍攝的幾個地點，已知騰騰的無人機可操控的距離最遠為 10 單位，試回答下列問題。

18. 若騰騰就在民宿屋頂站著不動操作無人機，則無人機可到達的地點有哪些？（多選題，3 分）

- (1)夜市 (2)美術館 (3)博物館 (4)大學 (5)遊樂園



解題觀念：點與圓的關係

參考答案：(1)(2)(4)

試題解析：無人機可操控的範圍為圓 $x^2 + y^2 = 100$ 的圓周及其內部，

分別將五個地點坐標代入：

夜市 $(-8, -4)$ ： $(-8)^2 + (-4)^2 < 100 \Rightarrow$ 夜市在可操控範圍內，

美術館 $(-3, 4)$ ： $(-3)^2 + 4^2 < 100 \Rightarrow$ 美術館在可操控範圍內，

博物館 $(5, 12)$ ： $5^2 + 12^2 > 100 \Rightarrow$ 博物館不在可操控範圍內，

大學 $(5, -5)$ ： $5^2 + (-5)^2 < 100 \Rightarrow$ 大學在可操控範圍內，

遊樂園 $(6, 9)$ ： $6^2 + 9^2 > 100 \Rightarrow$ 遊樂園不在可操控範圍內，

故選(1)(2)(4)。

19. 騰騰從民宿出發，沿著直線 $3x - 4y = 0$ 自由移動並操控無人機維持在自己的正上方，若無人機可拍攝的範圍為自身周圍 3 單位的圓周及其內部，則隨著騰騰移動的路徑，請以二元一次不等式來表示無人機可拍攝的範圍。(非選擇題，6 分)

解題觀念：二元一次不等式

參考答案： $\begin{cases} 3x - 4y + 15 \geq 0 \\ 3x - 4y - 15 \leq 0 \end{cases}$

試題解析：依題意，無人機可拍攝的範圍在與直線 $3x - 4y = 0$ 相距 3 單位的兩條平行線之間的區域，設此兩平行線方程式為 $3x - 4y + k = 0$ ，

則 $\frac{|k - 0|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 \Rightarrow |k| = 15 \Rightarrow k = \pm 15$ ，

得兩平行線的方程式分別為 $3x - 4y + 15 = 0$ 與 $3x - 4y - 15 = 0$ ，

故二元一次不等式組為 $\begin{cases} 3x - 4y + 15 \geq 0 \\ 3x - 4y - 15 \leq 0 \end{cases}$ 。

評分標準：①利用文字或畫圖說明所求範圍在兩平行線間的區域，得 1 分。

②正確解出兩平行線的方程式，得 3 分。

③正確列出二元一次不等式組，得 2 分。

20. 承上題，若騰騰在民宿屋頂操控無人機在直線 $3x - 4y = 0$ 上自由移動，則無人機在可操控的範圍內，可拍攝的區域最大面積為多少？（非選擇題，6 分）

解題觀念：圓的切線

參考答案： $120 + 9\pi$

試題解析：無人機可拍攝的最大區域如右圖，

其面積可分解成一長寬分別為

20 單位與 6 單位的長方形

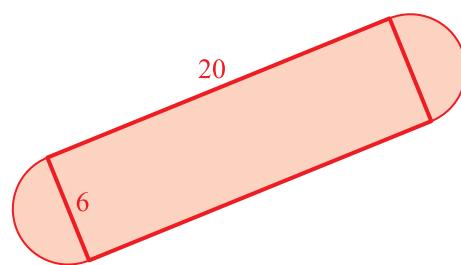
以及一半徑為 3 單位的圓，

故最大面積為 $6 \times 20 + \pi \times 3^2 = 120 + 9\pi$ 。

評分標準：① 畫出所求區域的略圖或詳細圖形，得 2 分。

② 說明或列式將所求區域分成一長方形與一圓（或兩半圓），得 2 分。

③ 正確計算所求區域面積，得 2 分。



以下為參考公式：

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ，

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和 $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ 。

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)，

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

$$\text{標準差 } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_x^2]} \circ$$

4. 二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$ ，

最適合直線（迴歸直線）方程式為 $y - \mu_Y = r_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ， $\pi \approx 3.142$ ， $10^{0.6728} \approx 4.7$ ，

$$10^{0.1232} \approx 1.33, \sin 37^\circ \approx \frac{3}{5} \circ$$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 1.1 \approx 0.041$ 。