

龍騰文化

# 115 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

## 數學 A 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

### 一作答注意事項

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有 • 侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

定價 20 元



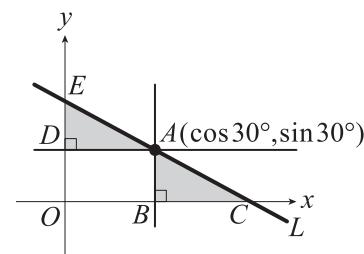
62001N11\_E/C/0

## 第壹部分、選擇（填）題（占85分）

### 一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 已知  $\vec{a} = (14, 21)$ ， $\vec{b} = (9, -18)$ ，下列哪個向量可以平分  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的夾角？
- (1)  $\vec{a} + \vec{b}$  (2)  $9\vec{a} + 7\vec{b}$  (3)  $\frac{\vec{a}}{\sqrt{13}} + \frac{\vec{b}}{\sqrt{5}}$  (4)  $\frac{7}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{9}{\sqrt{5}}\vec{b}$  (5)  $\frac{9}{\sqrt{13}}\vec{a} + \frac{7}{\sqrt{5}}\vec{b}$ 。
2. 在坐標平面上，試問圓  $\Gamma : x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  與二次函數  $f(x) = 2x^2 - 12x + 20$  的圖形有多少個交點？
- (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個。
3. 若實數  $\alpha$  是  $2^x = x^2$  的非整數解，則下列選項何者正確？
- (1)  $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$  (2)  $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$  (3)  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$  (5)  $1 < \alpha < 2$ 。
4. 右圖為示意圖。坐標平面上，過點  $A(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$  作直線  $L$ ，直線  $L$  的斜率小於 0，且與  $x$  軸、 $y$  軸分別相交於  $C$ 、 $E$  兩點。 $\overline{AB}$  垂直  $x$  軸於  $B$ ， $\overline{AD}$  垂直  $y$  軸於  $D$ 。若  $\triangle ABC$  的面積為  $S$ ， $\triangle ADE$  的面積為  $T$ ， $S+T$  的最小值為  $\Gamma$ ， $S \times T$  的最小值為  $\Lambda$ ，則數對  $(\Gamma, \Lambda)$  為下列哪一個選項？
- (1)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{16}\right)$  (2)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{64}\right)$  (3)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{16}\right)$  (4)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{64}\right)$  (5)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{64}\right)$ 。



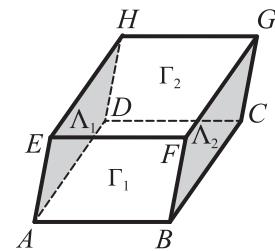
5. 愛迪生曾說：「我從未失敗，我只是找到了 10000 種行不通的方法。」這句話的數學意涵是：每多嘗試一次，成功的機率就會有所增加。搜尋網路我們也可以看到有些文章上面寫著「假設做某件事成功的機率只有 1%，那麼至少要連續嘗試 450 次後，成功機率就會超過 99%」，請檢驗這句話的真實性，找出至少要連續嘗試幾次（每次嘗試能否成功均為獨立事件），至少成功一次的機率才會超過 99%？

- (1) 448 (2) 450 (3) 455 (4) 459 (5) 460。

(資料來源：<http://www.facebook.com/292720887444437/posts/694553913927797/?d=n>)

6. 如圖。空間中，平面  $ABCD$  為  $\Gamma_1 : x = y + z$ 、平面  $EFGH$  為  $\Gamma_2$ 、平面  $ADHE$  為  $\Lambda_1 : y = x + z$ 、平面  $BCGF$  為  $\Lambda_2$ 、平面  $ABFE$  為  $\Omega_1 : z = x + y$ 、平面  $CDHG$  為  $\Omega_2$ 。上下兩平面  $\Gamma_2$ 、 $\Gamma_1$  互相平行且距離為 2，左右兩平面  $\Lambda_2$ 、 $\Lambda_1$  互相平行且距離為 4，前後兩平面  $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$  互相平行且距離為 6。而且，正四面體中，稜長與高的比為  $\sqrt{6} : 2$ ，利用以上資訊，可以推得此六個平面所圍成的平行六面體體積為下列哪一個選項？

- (1) 48 (2)  $36\sqrt{6}$  (3)  $36\sqrt{3}$  (4)  $36\sqrt{2}$  (5) 36。



## 二、多選題（占30分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 設二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數。若  $f(x)$  的圖形與  $x$  軸相切且通過點  $(0,1)$ ，則下列哪些選項正確？

- (1)  $a > 0$  (2)  $b > 0$  (3)  $c < 0$  (4)  $b^2 - 4ac = 0$  (5)  $4a + 2b + c \geq 0$ 。

8. 已知實數數列  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，實數數列  $\langle b_n \rangle$  為等比數列，則下列哪些選項正確？

- (1) 若  $a_1 + a_4 > 0$ ，則  $a_2 + a_3 > 0$     (2) 若  $a_1 a_2 < 0$ ，則  $a_3 a_4 > 0$     (3) 若  $a_1 a_2 > 0$ ，則  $a_3 a_4 > 0$   
(4) 若  $b_1 + b_2 < 0$ ，則  $b_3 + b_4 < 0$     (5) 若  $b_1 b_2 < 0$ ，則  $b_3 b_4 > 0$ 。

9. 在坐標空間中，若將兩直線  $L_1 : \frac{x+4}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$  與  $L_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{5}$  投影在某一平面上，

則可能得到下列哪些圖形？



10. 設  $a$ 、 $b$  為實數，下列有關線性方程組  $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ x+3y-2z=0 \\ x+ay+bz=-1 \end{cases}$  的敘述哪些正確？

- (1) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解  
(2) 若此線性方程組有解，則  $a-b=5$   
(3) 存在不只一組數對  $(a,b)$  使得此線性方程組有無限多組解  
(4) 存在不只一組數對  $(a,b)$  使得此線性方程組無解  
(5) 若此線性方程組有無限多組解，則  $a^3+b^3=63$ 。

11. 已知一組二維數據  $(X, Y)$  共有 10 筆  $(x_i, y_i)$  的資料，其中  $i=1, 2, 3, \dots, 10$ 。若  $\mu_x = 5$ 、 $\mu_y = 3$ ，相關係數  $r = 0.8$ ，且  $Y$  對  $X$  的迴歸直線通過點  $(0, 2)$ ，則下列哪些選項正確？

- (1)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線會通過點  $(5, 3)$   
(2)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線斜率為  $\frac{3}{5}$   
(3) 若  $(x_1, y_1) = (10, k)$ ，則  $k = 4$   
(4) 數據  $X$  的標準差大於數據  $Y$  的標準差  
(5) 若另有 10 筆  $(4x_i + 3, -5y_i + 7)$  的資料，其中  $i=1, 2, 3, \dots, 10$ ，則此 10 筆資料的相關係數為  $-0.8$ 。

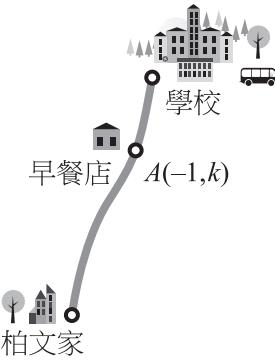
12. 關於函數  $y = f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2\cos^2 x$  的圖形，下列敘述哪些是正確的？

- (1)  $y = f(x)$  的週期為  $\pi$
- (2)  $y = f(x)$  的振幅為  $\sqrt{2}$
- (3)  $y = f(x)$  的圖形與  $y$  軸的交點為  $(0,2)$
- (4)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸有無限多個交點
- (5)  $y = f(x)$  的圖形對稱於  $x = \frac{\pi}{8}$ 。

### 三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

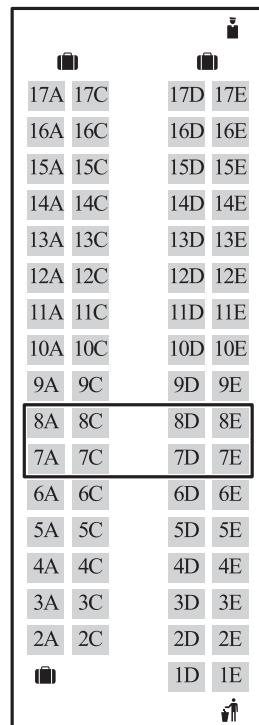
13. 柏文為了參加學校的新生訓練，利用網路坐標地圖的自動導航功能，設定起點為住家，目的地為學校，得到右圖的規劃路徑，且此路徑位於一個三次函數  $f(x) = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$  的圖形上。因為柏文想在去學校的途中，順便買早餐，於是在此規劃路徑上，找到一間早餐店位於點  $A(-1, k)$ ，並將  $A$  點附近的地圖拉近看，發現該處的路徑像是一直線  $L : y = 6x + 5$ （即  $f(x)$  的圖形在  $x = -1$  附近的局部特徵近似於直線  $L$ ）。若  $f(x)$  圖形的對稱中心為點  $(-2, -5)$ ，則序組  $(a, b, c) = \underline{(13-1), (13-2), (13-3) (13-4)}$ 。



14. 歷史科線上測驗有一題「連連看」的題目，畫面左側有甲、乙、丙、丁四位不同朝代的歷史人物，右側有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五個歷史事件，每位歷史人物各自都恰有一個可對應的不同歷史事件。此題配分為 8 分，連對一個得 2 分，連錯不會倒扣，且有兩次作答機會。小光沒讀書亂猜，第一次作答完他得到 2 分（只有分數，並未提示對錯），在第二次作答時，小光決定先猜哪一條連線正確，再將剩下三條連到和原本不同的事件，請問他第二次

連完後得到 8 分的機率為  $\frac{(14-1)}{(14-2)(14-3)}$ 。

15. 有 8 位好友搭乘高鐵商務艙出遊，車艙的中間是走道，分隔左右各兩行相鄰（註： $C$ 、 $D$ 兩行不算相鄰）的座位。這 8 人被安排在第 7 排的四個位置與第 8 排的四個位置，如圖所示。出發前，甲和乙起了口角，不願意相鄰；而丙和丁正在熱戀，想相鄰而坐；至於其他 4 人則沒有意見。如果這 8 個座位可以讓這群好友們自行更換，在滿足個人的需求下，請問共有 15-1 15-2 15-3 15-4 種乘坐方式。

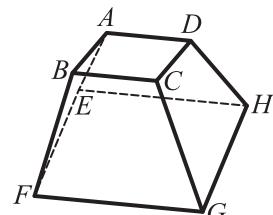


16. 防疫期間數學老師對班上同學視訊教學完後，要求同學馬上做一份線上測驗，測驗結束後得知：班上女生占 40%，參與視訊的有 90%，而參與視訊的女生中通過測驗的比率為 50%；班上男生參與視訊的有 80%，而參與視訊的男生中通過測驗的比率為 62.5%。今有一位班上同學通過測驗，則此同學是男生的機率為  $\frac{16-1}{16-2}$  %。

(四捨五入取到整數位)

17. 某露營工具公司設計一個新型帳篷，其結構如下： $ABCD-EFGH$  為一正四角稜台型態的帳篷，已知正方形  $ABCD$  的邊長為 5 公尺，正方形  $EFGH$  的邊長為 11 公尺，側稜的長為 5 公尺，則側平面  $BCGF$  與底

平面  $EFGH$  的二面角之餘弦值為  $\frac{(17-1)}{(17-2)}$ 。

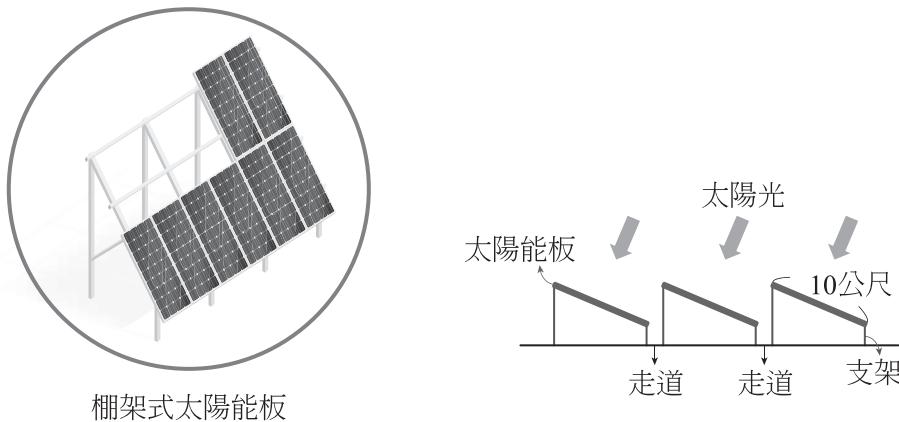


## 第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 第 18 至 20 題為題組

為因應「2050 淨零碳排」的願景，政府大力發展綠電建設。臺灣中南部因日照充足，適合發展太陽能發電。太陽能板的安裝須選擇合適的方位角與傾斜角（註：傾斜角指物體和水平面所夾銳角），理論上在北半球，方位角朝向正南，傾斜角則與所在緯度相同為最佳。小龍在臺南市有一塊三角形的畸零農地欲建置太陽能發電，廠商建議採棚架式的建置方式，如圖所示。



18. 已知臺南市的地理位置約在北緯 23 度，若太陽能板長 10 公尺且棚架的低支架高 2 公尺，則理論上高支架應為多少公尺為最佳？（四捨五入至小數點第一位）（單選題，3 分）  
(1) 3.9 (2) 4.2 (3) 5.9 (4) 6.2 (5) 9.2。
19. 為使光照量達最大，當太陽能板與太陽光成 90 度時，前一個太陽能棚架陰影必須不會蓋住後一個棚架。依此原則，兩個相鄰太陽能棚架之間的走道至少須間隔多少公尺？（四捨五入至小數點第二位）（非選擇題，6 分）
20. 若小龍的農地三邊長為 50 公尺、70 公尺、80 公尺，依法規，可設置綠能設施總面積不得超過所坐落土地面積 40%，試問小龍最多可申請建置太陽能光電設施多少平方公尺？（非選擇題，6 分）

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和  $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

2. 三角比的和角公式：

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為外接圓半徑)

$$\triangle ABC \text{ 的餘弦定理： } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

4. 一維數據  $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

$$\text{標準差 } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_x^2]}$$

5. 二維數據  $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

$$\text{相關係數 } r_{xy} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$$

最適直線（迴歸直線）方程式為  $y - \mu_y = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ ，

$$\sin 23^\circ \approx 0.3907$$

$$\cos 23^\circ \approx 0.9205$$

$$\tan 23^\circ \approx 0.4245$$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 0.99 \approx -0.00436$