

龍騰文化

113 學年度分科測驗全真模擬試卷

數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

龍騰數學科編輯小組

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
 - 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
 - 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

定價 20 元

62001N12-E2

A

第壹部分、選擇（填）題（占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分。

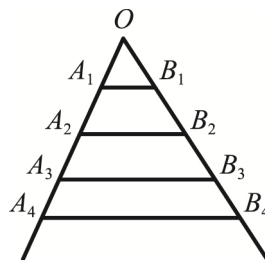
1. 康輔社舉辦過關遊戲，每位參賽者要依序過三關，過關者才能繼續參加下一關挑戰，第一至三關被淘汰的機率分別是 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{4}$ ，且每一關過關與否不互相影響。若已知小明被淘汰了，則他是在第一關就被淘汰的機率最接近下列哪一個選項？
(1)0.1 (2)0.2 (3)0.3 (4)0.4 (5)0.5
2. 已知多項式 $f(x)$ 次數大於四次，若 $f(x)$ 除以 $x^2 - x + 1$ 所得的餘式為 $x + 4$ ，又 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -3$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^3 + 1$ 的餘式為
(1) $x^2 + 5x + 4$ (2) $2x^2 + 3x - 2$ (3) $-x^2 + 2x$ (4) $-2x^2 + 2x - 2$ (5) $-2x^2 + 3x + 2$
3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{AC} = 2$ ， \overline{AD} 為 BC 邊上的高。若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ，且 $\overrightarrow{CD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 (x, y) 為何？
(1) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ (2) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (3) $\left(-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ (4) $\left(-\frac{4}{5}, \frac{4}{5}\right)$ (5) $\left(\frac{4}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題 8 分。

4. 袋中有大小相同的紅、白、黑球各二個，若每個球被取到的機會都相等，試問下列選項何者正確？
(1) 每次取一球，看完顏色後再放回原袋中，若此動作連續做了 12 次，則取到紅球個數的期望值為 4 個
(2) 每次取一球，取後不放回袋子，則紅球最後取完的機率為 $\frac{1}{3}$
(3) 若同時取出二球，則二球顏色相異的機率為 $\frac{4}{5}$
(4) 每次取一球，看完顏色後再放回原袋中，連續取 12 次，則第 12 次取到第 4 個紅球的機率為 $C_4^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^8$
(5) 若從袋子中隨意取出二球，已知此二球為異色的情況下，此二球為紅白兩球的機率為 $\frac{1}{3}$

5. 如圖，已知點 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 和 $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$ 分別在角 O 的兩邊上，所有 $\overline{A_i B_i}$ 互相平行，且所有梯形 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ 的面積均相等。設 $\overline{OA_n} = a_n$ ， $\triangle OA_1 B_1$ 的面積為 R ，梯形 $A_1 B_1 B_{i+1} A_{i+1}$ 的面積為 S 。若 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ，選出正確的選項。



- (1) $S = 3R$ (2) $\left(\frac{a_{100}}{a_{101}}\right)^2 = \frac{298}{301}$
 (3) $\left(\frac{a_1}{a_n}\right)^2 = \frac{2}{3n+1}$ (4) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列
 (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}} = 3$

6. 年終摸彩，經理在箱中放入 3 顆紅球，7 顆白球，讓該部門 10 名員工每人依序抽取一球，取後不放回，抽中紅球可得獎金 10 萬元，抽中白球則無獎金。若 A 表第一位抽中紅球的事件， B 表第五位抽中紅球的事件，則下列哪些選項正確？

- (1) $P(A) = P(B)$ (2) $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ (3) $P(B|A) = \frac{2}{5}$
 (4) A, B 為獨立事件 (5) 最後一位抽球者，獎金的期望值為 3 萬元

7. 設有一組資料 (x_i, y_i) ， x 的平均數 $\mu_x = 65$ ，標準差為 σ_x ； y 的平均數 $\mu_y = 70$ ，標準差為 σ_y ； x 與 y 的相關係數為 r ； y 對 x 的迴歸直線通過點 $(67, 64)$ 。選出正確的選項。

- (1) y 對 x 的迴歸直線為 $y - 64 = -2(x - 67)$ (2) $r < 0$
 (3) 迴歸直線的斜率小於相關係數為 r (4) $\sigma_x < \sigma_y$
 (5) 若 $\sigma_y = 3\sigma_x$ ，且 $x_3 = 66$ ，則 y_3 必定是 67

8. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 滿足 $f(-2) = -3$ ， $f(3) = -2$ ， $b^2 - 4ac < 0$ ，選出正確的選項。

- (1) $a < 0$ (2) $c < 0$ (3) $f(0) < f(1)$
 (4) $f(4) < f(5)$ (5) $f(-3) < f(-2)$

三、選填題（占 18 分）

說明：第 9 題至第 11 題，每題 6 分。

9. 有一個駕駛員喝了 600 毫升的高粱酒後，血液中的酒精濃度上升到 1.25 mg/ml，但停止喝酒後，該駕駛員血液中的酒精含量每小時減少 $\frac{1}{4}$ ，依據交通安全條例規定，駕駛員血液中的酒精含量不得超過 0.25 mg/ml，問該駕駛員喝酒後至少 9 小時才能駕駛汽車。
 ($\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，四捨五入取至整數位)

10. 坐標平面上，直線 $L: 12x - 5y + k = 0$ ，圓 $C: (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$ ，若圓 C 上的點與直線 L 的距離等於 2 的點恰有 3 點，則 k 值為 -30 或 10-1 10-2 10-3。

11. 在經濟學中，函數 $f(x)$ 的邊際函數 $M_f(x)$ 定義為 $M_f(x) = f(x+1) - f(x)$ 。假設某公司每月最多生產 100 台警報器，其生產 x ($1 \leq x \leq 100$, $x \in \mathbb{N}$) 台警報器的收入函數為 $R(x) = 3000x - 20x^2$ (元)，成本函數為 $C(x) = 500x + 4000$ (元)。若利潤函數為 $P(x)$ ，則邊際利潤函數 $M_P(x)$ 的最大值為 11-1 11-2 11-3 11-4 元。(利潤 = 收入 - 成本)

第貳部分、混合題或非選擇題 (占24分)

說明：本部分共有 2 題組，選填題每題 2 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇 (填) 題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶 (液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

12-14 題為題組

某農民計劃今年種植黃瓜與韭菜，種植面積不超過 50 公頃，投入資金不超過 54 萬元。假設種植黃瓜與韭菜的產量、成本與售價如下表：

	每公頃產量	每公頃種植成本	每公噸售價
黃瓜	4 公噸	1.2 萬元	0.55 萬元
韭菜	6 公噸	0.9 萬元	0.3 萬元

12. 設黃瓜種植 x 公頃，韭菜種植 y 公頃，若利潤函數 $P = ax + by$ ，

則數對 $(a, b) = (\text{12-1}, \text{12-2}, \text{12-3})$ 。(選填題，2 分)

13. 試列出 x, y 必須滿足的聯立不等式並繪出此聯立不等式的圖示。(非選擇題，6 分)

14. 當 x, y 的值各為多少時，可使種植的利潤最大？此時利潤為多少元？(非選擇題，4 分)

15-17 題為題組

超市想了解顧客的購物量及結算時間，安排員工隨機收集 100 位顧客的數據，如下表所示：

一次購物量	1至3件	4至6件	7至9件	10至12件	13件及以上
顧客人數	x	30	25	y	10
結帳時間 (分鐘/人)	1	1.5	2	2.5	3

已知這 100 位顧客中一次購物量超過 6 件的顧客占 55%，且將出現頻率視為機率。

15. 若 x, y 為整數，則數對 $(x, y) = ?$ (非選擇題，4 分)

16. 若隨機變數 X 表示每位顧客的結帳時間，則 X 的期望值為何？(非選擇題，4 分)

17. 若某顧客到達收銀台時，前面恰有 2 位顧客須結帳，且各顧客結帳互相獨立，則該顧客結帳前的等候時間不超過 2.5 分鐘的機率為何？(非選擇題，4 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$

$\sin 23^\circ \approx 0.40$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 23^\circ \approx 0.92$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$

7. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$ ；

若 $X \sim G(p)$ 為幾何分布，則期望值 $E(X) = \frac{1}{p}$ ，變異數 $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$ 。