

龍騰文化

113 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

數學 A 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

龍騰文化

肯定自己 > 肯定不同

定價 20 元



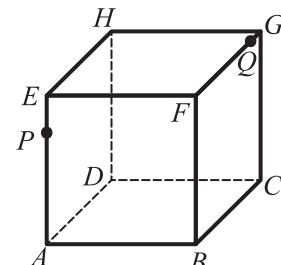
62001N11_E/A/0

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占35分）

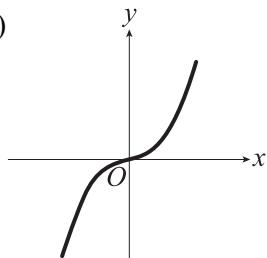
說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = n^2 - 2n + 4$ ，令數列 $\langle b_n \rangle = \langle a_{n+1} - a_n \rangle$ ，求 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{20} = ?$
(1) 30 (2) 32 (3) 34 (4) 36 (5) 38
2. 保險公司針對 10 歲以上的貓推出以下一年期寵物保險：「此一年期保費 1 萬元，投保的貓若在投保後一年內生重病（須進行手術）給付 2 萬元（只付一次），死亡給付 5 萬元；否則不予理賠。」保險公司根據過往的統計資料估計，一隻 10 歲以上的貓，在一年內死亡的機率為 5%，生重病（須進行手術）的機率為 20%。請問保險公司對於每份保單的利潤期望值為下列何者？
(1) 1500 元 (2) 3000 元 (3) 3500 元 (4) 6500 元 (5) 8700 元
3. 次數不小於 3 的多項式 $f(x)$ 以 $(x-a)(x-b)$, $(x-b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$ 除之，餘式分別得到 $x-2$, $2x+1$, $-2x+3$ ，則
(1) $a > b > c$ (2) $b > a > c$ (3) $c > a > b$ (4) $c > b > a$ (5) $a > c > b$
4. 搭乘飛機出國時，旅客須經一電子儀器檢查，如有金屬物品在身上儀器會發出聲音的機率是 98%，但有時即使身上無金屬物品儀器也有可能發出聲音，其機率是 5%，已知一般乘客身上帶有金屬物品的機率是 20%：若某旅客經過儀器檢查時發出聲音，則他身上有金屬物品的機率為？ (1) $\frac{49}{59}$ (2) $\frac{14}{15}$ (3) $\frac{28}{33}$ (4) $\frac{49}{50}$ (5) $\frac{98}{99}$
5. 右圖為一稜長為 8 的正立方體，若 P 在 \overline{AE} 上且 $\overline{AP} : \overline{PE} = 3 : 1$ ， Q 在 \overline{FG} 上且 $\overline{FQ} : \overline{QG} = 7 : 1$ ， R 在 \overline{BF} 上，則當 R 點坐標為哪個選項時，可使 $\triangle PQR$ 的面積有最小值？
(1) $(8,8,8)$ (2) $\left(8,8,\frac{806}{113}\right)$ (3) $\left(8,8,\frac{759}{113}\right)$ (4) $\left(8,8,\frac{106}{15}\right)$ (5) $\left(8,8,\frac{96}{15}\right)$
6. 設矩陣 $M(a,x) = \begin{bmatrix} a+3 & x-a \\ x+3 & -2 \end{bmatrix}$ ，其中 a 為整數， $M^{-1}(a,x)$ 為 $M(a,x)$ 的反矩陣，若對於任意的實數 x ， $M^{-1}(a,x)$ 恒存在，則這樣的 a 值共有幾個？
(1) 0 (2) 2 (3) 4 (4) 7 (5) 無限多個

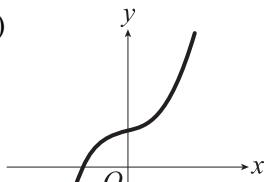


7. 謄謄在練習畫 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形時，不小心把係數 a 與 b 的「正負符號」看錯，在計算、列式與繪圖都沒有出錯的情況下，畫出右圖。試問下列哪一個圖形最有可能是三次函數 $y=ax^3+bx+c$ 的圖形？

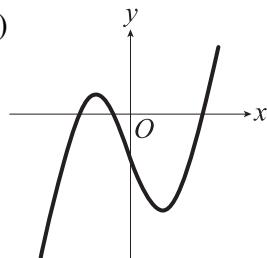
(1)



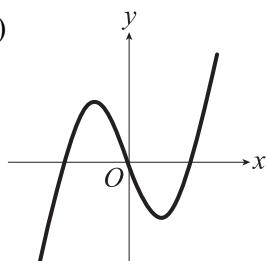
(2)



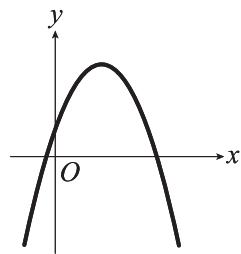
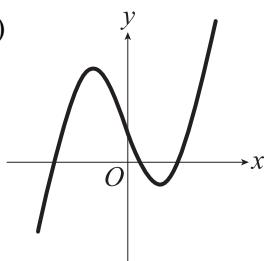
(3)



(4)



(5)



二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(x)$ 三點，已知 $a < b$ 且 $\overline{PA} : \overline{PB} = 5 : 3$ ，試問下列哪些選項正確？

(1) $5|x-a|=3|x-b|$

(2) P 必在 \overline{AB} 上

(3) 若 $a=8$ 且 $x=13$ ，則 $b=16$

(4) 若 $x=12$ 且 $b=24$ ，則 $a=-8$

(5) $x \geq \frac{a+b}{2}$

9. 在平面坐標上，已知 $\vec{u}=(1,-1)$ ， $\vec{v}=(1,2)+k(4,3)$ ，其中 $0 \leq k \leq 5$ ，下列哪些選項正確？

(1) 找得到 k 值，滿足 $\vec{u} \parallel \vec{v}$

(2) 找得到 k 值，滿足 $\vec{u} \perp \vec{v}$

(3) 找得到 k 值，滿足內積 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$

(4) 找得到 k 值，滿足內積 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3\sqrt{3}$

(5) 找得到 k 值，滿足 \vec{v} 對 \vec{u} 的正射影為 $(3,-3)$

10. 分科測驗成績公布後，柳老師想了解班上同學有考分科測驗數學甲的成績與學測數學 A 成績的相關性，因此調查了班上幾位同學的學測數學 A 成績與分科測驗數學甲成績，如下表。請選出正確的選項。

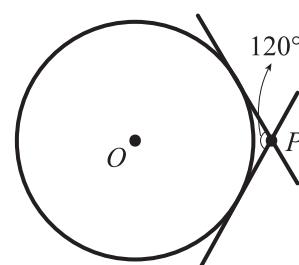
學測數學 A x (級分)	9	11	12	13	15
分科數學甲 y (級分)	42	40	44	43	46

- (1) 五位同學的學測數學 A 成績平均為 12 級分
- (2) 五位同學的分科測驗數學甲成績平均為 43 級分
- (3) x, y 的相關係數 r 為 $\frac{3}{5}$
- (4) y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{3}{5}x + \frac{179}{5}$
- (5) 柳老師的班上有另一位同學也有考分科測驗的數學甲，但無論怎麼問他都不願意告知成績，已知他的學測數學 A 成績為 8 級分，則由其他同學的成績表現來推估，這位不願告知成績的同學他的數學甲成績應該為 40 級分
11. 已知兩函數： $f(x) = \sin x + \cos x$ ， $g(x) = \sin x \cos x$ ，其中 $x \in R$ ，若 $h(x) = f(x) + g(x)$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $f(x)$ 的週期為 π
- (2) $g(x)$ 的週期為 π
- (3) $f(x)$ 的最小值為 $-\sqrt{2}$
- (4) $g(x)$ 的最小值為 -1
- (5) $h(x)$ 的最小值為 $-\sqrt{2} - 1$

12. 如圖，過圓 $C : x^2 + y^2 = 3$ 外一點 P ，可以向圓 C 作出兩條鈍交角為 120° 的切線，令原點為 O ， P 對圓 C 作兩切線的切點為 Q 、 R ，則下列敘述中，正確選項為何？

- (1) P 點坐標可能是 $(-2, 0)$
- (2) 依題意過 P 點向圓 C 作出之切線段長必定為 $\sqrt{3}$
- (3) 符合題意之 P 點都在圓 $x^2 + y^2 = 4$ 上
- (4) 符合題意之 P 點中，與直線 $L : 3x + 4y = 24$ 之最近距離為 $\frac{4}{5}$
- (5) 四邊形 $OQPR$ 的面積為 $\sqrt{3}$



三、選填題（占25分）

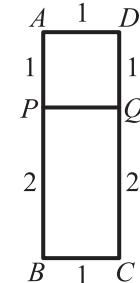
說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 某一班共有 40 人，問卷調查家裡有養貓或狗的人數，從統計資料顯示此班有 34 人有養貓，18 人有養狗。已知同時有養貓與狗的有 A 人；有養貓但沒有養狗的有 B 人；沒有養貓但有養狗的有 C 人，若 A,B,C 的最大值分別為 x,y,z ，求序組

$$(x,y,z) = \underline{(\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}, \textcircled{13-3} \textcircled{13-4}, \textcircled{13-5})}.$$

14. 如圖，有一長寬分別為 3 和 1 的長方形 $ABCD$ ，現在沿著 \overline{PQ} 對折使得平面

$$APQD \text{ 與平面 } PBCQ \text{ 的二面角為 } 60^\circ, \text{ 則 } \cos \angle AQC = \frac{\sqrt{\textcircled{14-1}}}{\textcircled{14-2}}.$$



15. 若觀察電腦硬碟的容量會發現，硬碟外包裝上標榜的容量比在電腦中我們所看到的實際容量來得大，這是因為在外包裝的容量上製造商採用十進位計算方式，與電腦系統用的二進位不同，所以才會造成這樣的誤差。已知在電腦系統中最小的單位是位元組(Byte)，每 1024Byte 為 1KiB，每 1024KB 為 1MiB，每 1024MB 為 1GiB；而硬碟廠商使用一般常用的十進位表示法，每 1000Byte 為 1KB，每 1000KB 為 1MB，每 1000MB 為 1GB。以 120GB 的硬碟為例，硬碟廠商容量計算方法：

$$120\text{GB} = 120000\text{MB} = 120000000\text{KB} = 120000000000 \text{ 位元組}$$

換算成電腦系統計算方法：

$$120000000000 \text{ 位元組} / 1024 = 117187500\text{KiB} / 1024 \approx 114440.9\text{MiB} / 1024 \approx 111.8\text{GiB}$$

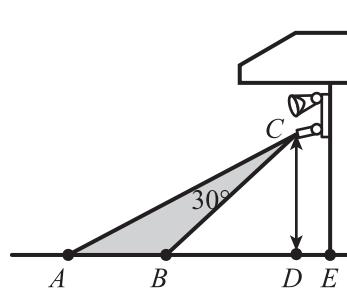
現有一支外包裝上標註 256GB 的隨身碟，它的實際容量約為 $\textcircled{15-1} \textcircled{15-2} \textcircled{15-3}$ GiB

(四捨五入至整數位) ($\log 4.09 \approx 0.612$ 、 $\log 4.19 \approx 0.622$ 、 $\log 4.29 \approx 0.632$ 、 $\log 4.39 \approx 0.642$)

16. 遊戲「猜數字」的玩法為：一個人設定一組四個號碼皆相異的數字為謎底，給另一個人猜。對方每猜一組數字，出題者要依據對方的答案給提示，提示以「 $xAyB$ 」呈現，其中 x 表數字正確且位置正確的個數， y 表數字正確但位置錯誤的個數，對方再依據出題者給的提示做下一次的回答。小龍與小騰玩猜數字的遊戲，一開始由小龍出題，當小騰回答「0827」時，小龍回覆「0A2B」，則小騰從所有可能的答案中，一次就猜到正確答案的機率為

$$\frac{\textcircled{16-1}}{\textcircled{16-2} \textcircled{16-3} \textcircled{16-4} \textcircled{16-5}}.$$

17. 龍龍在他家門口安裝了感應燈，感應燈位於 D 點正上方的 C 點處。感應區域為三角形 ABC 的內部及邊界(如圖陰影處)。已知 A 到 B 的距離是 4 公尺， B 到 C 的距離是 $4\sqrt{2}$ 公尺， $\angle ACB = 30^\circ$ 。地面上的 B 點距離門口處的 E 點 5 公尺。龍龍身高 175 公分，由門口處的 E 點沿著直線 AE 走向 B 點，則龍龍走了 (17-1) . (17-2) (17-3) 公尺後感應燈就會發亮。(四捨五入至小數點後第二位， $\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$)



第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

新聞報導：「某公司長期在深夜時於某河川排放有毒物質，造成河川周圍土地嚴重汙染，經專家指出，此有毒物質每 3 年僅能衰減 10%，須經過非常長的時間才能讓土地回復健康。」

18. 10 年後，河川周圍土地的有毒物質含量比例可表示為下列哪個選項？(單選題，3 分)

(1) $\frac{2}{3}$ (2) 66% (3) $0.9^{\frac{2}{3}}$ (4) $0.9^{\frac{10}{3}}$ (5) 0.9^{10}

19. 假設目前土地中此有毒物質的含量為 A ，經 x 年後此有毒物質的含量以指數函數 $Q(x)$ 表示，求指數函數 $Q(x)$ (非選擇題，6 分)

20. 經植物學專家勘查後指出：「河川周圍土地必須在有毒物質含量衰減至目前的 10% 時，才有機會使植物得以生存」則至少要經過多少年 (取整數)，河川周圍的土地才能使植物得以生存？(非選擇題，6 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ，

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和 $S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ 。

2. 一維數據 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

$$\text{標準差 } \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_x^2]} \circ$$

3. 二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{n\sigma_x\sigma_y}$ ，

最適合直線（迴歸直線）方程式為 $y - \mu_y = r_{XY} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$ 。

4. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)，

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

5. 三角比的和角公式：

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \circ$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \circ$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \circ$$

6. 正、餘弦函數的疊合公式：設 a 、 b 是不全為 0 的實數，則

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \theta) \text{，其中 } \theta \text{ 滿足 } \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{， } \sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \circ$$

7. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{7} \approx 2.646$, $\pi \approx 3.142$ 。

8. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$ 。

9. 角錐體積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$ 。