

龍騰文化

# 115 學年度學科能力測驗全真模擬試卷

## 數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

名師/柳宗佑老師

### 【教用卷】

#### —作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績並損及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
  - 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
  - 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利

版權所有・侵害者必究

如需試卷檔案，請登入龍騰線上題測→各科 word 資源區

龍騰文化

肯定自己 ▶ 肯定不同

學用卷定價 20 元

贈品禁止轉售

#1



62001N11\_E2R/C

## 第壹部分、選擇（填）題（占85分）

### 一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 下列哪一組不等式的解與滿足  $x^2 - x + 1 \leq 0$  的解相同？

(1)  $x^2 - x + 1 < 0$    (2)  $(x-2)^2 \leq 0$    (3)  $(x-2)^2 > 0$    (4)  $x^2 - 3x + 1 \leq 0$    (5)  $x^2 - 3x + 1 < 0$ 。

命題出處：龍騰跨版本數學 B 學測總複習測驗卷第 1 回單選題 6

解題觀念：二次不等式

參考答案：(1)

試題解析： $x^2 - x + 1 \leq 0 \Rightarrow \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} \leq 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \leq 0 \Rightarrow x$  無實數解。

另解：二次項係數 1 為正，且判別式  $(-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 < 0$

$\Rightarrow x^2 - x + 1$  恆正  $\Rightarrow x^2 - x + 1 \leq 0$  無實數解。

(1) ○： $x^2 - x + 1$  恆正  $\Rightarrow x^2 - x + 1 < 0$  無實數解。

(2) ×： $(x-2)^2 \leq 0$  的解為  $x=2$ 。

(3) ×： $(x-2)^2 > 0$  的解為所有實數， $x \neq 2 \Rightarrow x$  有解。

(4) ×： $x^2 - 3x + 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x$  有解。

(5) ×： $x^2 - 3x + 1 < 0 \Rightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x$  有解。

故選(1)。

2. 設  $60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ ，求  $y = 2\cos^2 \theta - 3\sin \theta + 3$  的最大值為  $M$ 、最小值為  $m$ ，則  $M + m =$

(1)  $\frac{9}{8}$    (2) 3   (3) 5   (4) 6   (5)  $\frac{49}{8}$ 。

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測全真模擬題本第 3 回單選題 2

解題觀念：三角比的基本關係式

參考答案：(2)

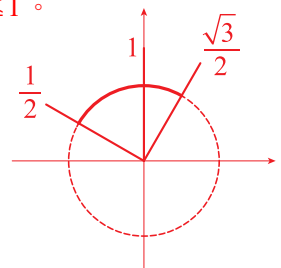
試題解析：① 配方： $y = 2(1 - \sin^2 \theta) - 3\sin \theta + 3 = -2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 5 = -2\left(\sin \theta + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{49}{8}$ 。

② 角度有範圍時，畫圖切斷：若  $60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq 1$ 。

③ 當  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  時， $y$  有最大值  $M = 3$ ；

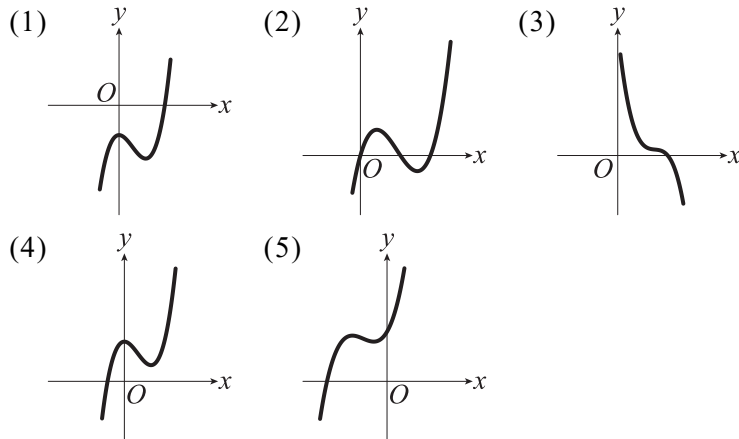
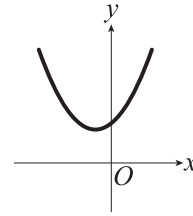
當  $\sin \theta = 1$  時， $y$  有最小值  $m = 0$ 。

故  $M + m = 3$ ，故選(2)。



3. 已知二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$  的部分圖形如右圖所示，

則  $g(x) = ax^3 + bx^2 + c$  可能的部分圖形為何？



命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測全真模擬題本第 1 回單選題 7

解題觀念：三次函數的圖形

參考答案：(5)

試題解析：  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形開口朝上

$$\Rightarrow a > 0, \text{ } y \text{ 截距 } c > 0, \text{ 對稱軸 } x = -\frac{b}{2a} < 0$$

$$\Rightarrow b > 0,$$

$$\text{所以 } a > 0, \text{ } b > 0, \text{ } c > 0,$$

$$\text{因為 } a > 0,$$

所以  $y = g(x)$  趨勢向上，故(3)不合，

又  $c > 0$  且  $y = g(x)$  交  $y$  軸於  $(0, c)$ ，

故(1)(2)均不合，

$$\text{其中 } y = g(x) \text{ 對稱中心為 } (h, k), \text{ } h = -\frac{b}{3a} < 0,$$

故(4)不合，

由上可知，可能圖形為(5)，故選(5)。

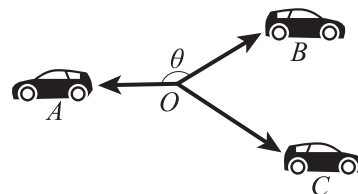
4. 假設有三臺車(A,B,C)在做拉力性能測試，其拉力大小及方向

分別以向量  $\vec{OA}$ ， $\vec{OB}$ ， $\vec{OC}$  表示，因為測試的過程必須拉力平衡，即  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ ，如圖所示。已知三個拉力大小分別

為  $|\vec{OA}| = 200$  (牛頓)， $|\vec{OB}| = 400$  (牛頓)， $|\vec{OC}| = 300$  (牛頓)，

且令  $\angle AOB = \theta$ ，試求  $\cos \theta$  的值為何。

- (1)  $-\frac{14}{16}$  (2)  $-\frac{13}{16}$  (3)  $-\frac{12}{16}$  (4)  $-\frac{11}{16}$  (5)  $-\frac{10}{16}$ 。



命題出處：龍騰跨版本數學B學測總複習測驗卷第3回單選題8

解題觀念：內積的應用

參考答案：(4)

試題解析：因為  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = -\vec{OC} \Rightarrow |\vec{OA} + \vec{OB}|^2 = |-\vec{OC}|^2$ ，

$$\Rightarrow |\vec{OA}|^2 + 2|\vec{OA}||\vec{OB}|\cos\theta + |\vec{OB}|^2 = |-\vec{OC}|^2 \Rightarrow 200^2 + 2 \times 200 \times 400 \times \cos\theta + 400^2 = 300^2$$

$$\Rightarrow 4 + 16 \times \cos\theta + 16 = 9, \text{ 所以 } \cos\theta = -\frac{11}{16}, \text{ 故選(4)。$$

5. 當聲音的強度為  $I$  (瓦特/平方公尺) 時，所產生噪音分貝數為  $d = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ，其中  $I_0$  為常數。設有三個音源，其分貝數分別為  $d_1 = 20$ ， $d_2 = 40$ ， $d_3 = 80$ 。若三個音源同時發聲，且不考慮聲音能量的逸散，則三個合起來產生的分貝數最接近下列哪一個選項？

- (1)80 (2)100 (3)120 (4)140 (5)160。

命題出處：龍騰〔超模〕數學B學測全真模擬題本第7回單選題6

解題觀念：對數函數的應用

參考答案：(1)

試題解析：設分貝數  $d_n$  對應到的聲音強度為  $I_n$ ，

$$d_n = 10 \log \frac{I_n}{I_0} \Rightarrow \frac{I_n}{I_0} = 10^{\frac{d_n}{10}} \Rightarrow I_n = I_0 \times 10^{\frac{d_n}{10}},$$

$$n=1,2,3, \quad I_1 = I_0 \times 10^2, \quad I_2 = I_0 \times 10^4, \quad I_3 = I_0 \times 10^8$$

$$\Rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = I_0 \times 10^2 + I_0 \times 10^4 + I_0 \times 10^8$$

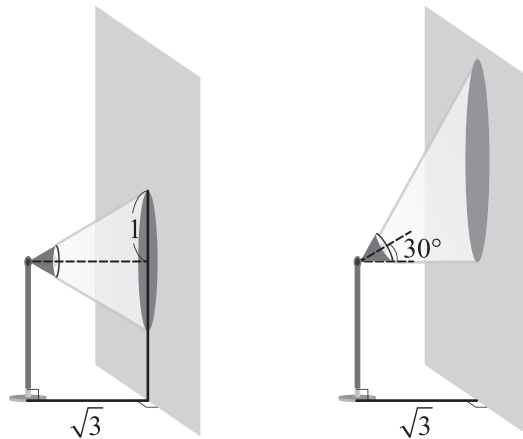
$$= I_0 \times 10^4 \times (0.01 + 1 + 10^4) = I_0 \times 10^4 \times (10001.01) \approx I_0 \times 10^4 \times 10^4 = I_0 \times 10^8,$$

三個音源同時發聲合起來產生的分貝數為

$$10 \log \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_0} \approx 10 \log \frac{10^8 \times I_0}{I_0} = 10 \times 8 = 80,$$

故選(1)。

6. 一投射燈離牆  $\sqrt{3}$  公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且直圓錐的軸與牆垂直。照在牆上的區域形成半徑 1 公尺的圓，如左圖所示。



如右圖所示，將燈旋轉  $30^\circ$ ，則在牆上照亮區域形成一橢圓，試問橢圓在牆上的最高點與最低點的距離為多少公尺？

- (1) 1   (2) 2   (3)  $2\sqrt{3}$    (4) 3   (5)  $2\sqrt{3}-1$ 。

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測全真模擬題本第 7 回單選題 7

解題觀念：圓錐截痕

參考答案：(4)

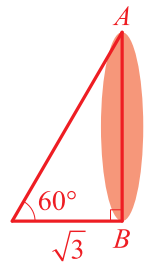
試題解析：因為  $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，

所以軸與母線的夾角為  $30^\circ$ ，

將燈旋轉  $30^\circ$  後，

下面的母線與牆會垂直，考慮右圖，

$\overline{AB} = \sqrt{3} \tan 60^\circ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ，故選(4)。



7. 棒球比賽是一種團體的球類運動，由人數各為 9 人的兩支隊伍在一個類似扇形的球場進行攻擊與守備。比賽攻方球員利用球棒將守方投擲的球擊出，隨即沿著四個壘包進行逆時針跑壘，當攻方成功跑一圈回到本壘就算得 1 分；兩隊輪流攻守，正規九局比賽完成得分較高的一隊即可獲勝。若正規九局打完後兩隊得分仍然平手，則進入延長賽，直到分出勝負為止。假設有一場大聯盟的明星對抗賽，美聯先攻、國聯後攻，如果最後比賽結果美聯以 2:0 擊敗國聯（如得分紀錄表所示），其中美聯的得分過程可能有 0 分、1 分或 2 分，而國聯則是一路以 0 分收尾。

得分紀錄表

隊名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
美聯										2
國聯										0

試求這場比賽過程中，得分紀錄表的所有得分情形有幾種？

(1) 81 (2) 72 (3) 64 (4) 54 (5) 45。

命題出處：龍騰跨版本數學 B 學測總複習測驗卷第 2 回單選題 5

解題觀念：組合

參考答案：(5)

試題解析：因為比賽結果美聯以 2:0 擊敗國聯，得分過程可能有 0 分、1 分或 2 分，

① 美聯的得分過程在 9 局中任選兩局各得 1 分，其餘皆 0 分： $C_2^9=36$

隊名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
美聯	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2
國聯	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

② 美聯的得分過程在 9 局中任選一局得 2 分，其餘皆 0 分： $C_1^9=9$

隊名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
美聯	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2
國聯	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

所以由①、②可得  $36+9=45$ ，故選(5)。

## 二、多選題（占25分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 原本定價為 100 元的商品，若商家以 75 元賣出，我們稱為把該商品打 75 折。在黃昏市場中有三家服飾店都賣潮 T，每件 200 元，因為這幾天買氣很差，他們決定降價拍賣。三家的方案如下：

甲：3 件 500 元，但不足 3 件，每件以原價 200 元賣出

乙：買 2 件送 1 件，但只買 2 件時，每件仍以 200 元賣出

丙：每件 150 元

下列哪些選項正確？

(1)甲商家打 83 折 (2)乙商家打 67 折 (3)丙商家打 75 折

(4)若阿悟要買 5 件，到丙商家最便宜 (5)若阿悟要買 50 件，到乙商家最便宜。

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 7 數據分析

解題觀念：算術平均數與加權平均數

參考答案：(3)(4)(5)

試題解析：(1) ×：買 3 件時才是打 83 折 ( $\frac{500}{600} \approx 0.83$ )。

(2) ×：買 2 送 1 才是打 67 折 ( $\frac{400}{600} \approx 0.67$ )。

(3) ○：每件都打 75 折 ( $\frac{150}{200} = 0.75$ )。

(4) ○：買 5 件到甲商家共花  $500 + 200 \times 2 = 900$  元，

買 5 件到乙商家共花  $400 + 400 = 800$  元，

買 5 件到丙商家共花  $150 \times 5 = 750$  元，所以丙最便宜。

(5) ○：買 50 件到甲商家共花  $500 \times 16 + 200 \times 2 = 8400$  元，

買 50 件到乙商家共花  $\underbrace{32 \times 200}_{\text{買 32 件}} + \underbrace{2 \times 200}_{\text{再買 2 件}} = 6800$  元，

送 16 件

買 50 件到丙商家共花  $150 \times 50 = 7500$  元，所以乙最便宜。

故選(3)(4)(5)。

9. 已知某籤筒有 10 支籤，其中只有 3 支為中獎籤。設每支籤被抽中的機率均等，今甲、乙、丙三人依序從中各抽 1 支籤，且抽出的籤不再放回，則下列哪些選項是正確的？

(1)甲中獎的機率為  $\frac{3}{10}$  (2)甲中獎的機率大於乙中獎的機率

(3)丙中獎的機率最小 (4)甲、乙恰有一人中獎的機率為  $\frac{7}{10}$

(5)在甲、乙都中獎的條件下，丙中獎的機率只剩  $\frac{1}{8}$ 。

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 6 機率

解題觀念：條件機率

參考答案：(1)(5)

試題解析：(1) ○：甲中獎機率  $P(\text{甲}) = \frac{3}{10}$ 。

(2) ×：乙中獎機率  $P(\text{乙}) = \frac{3}{10}$ 。

(3) ×：丙中獎機率  $P(\text{丙}) = \frac{3}{10}$ 。

(4) ×：  $P(\text{甲} \cap \text{乙}') + P(\text{甲}' \cap \text{乙}) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$ 。

(5) ○：設  $A$  表示甲、乙都中獎的事件，所以  $P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$ 。

$B$  表示丙中獎的事件，所以  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8}}{\frac{6}{90}} = \frac{1}{8}$ 。

故選(1)(5)。



10. 某公司新人面試有 80 位應徵者參加，第一關甄選有「專業能力」與「溝通能力」兩項。「專業能力」的代號為  $X$ ，滿分 60；「溝通能力」的代號為  $Y$ ，滿分 40，兩項合計分之滿分為 100。經統計， $X$  最高為 56， $Y$  最高為 34。試選出正確的選項。

- (1)  $X$  與  $Y$  相差最多為 22
- (2)  $X$  的全距會高於  $Y$  的全距
- (3) 若  $X$  的平均為 40， $Y$  的平均為 30，則合計分的平均為 70
- (4) 若  $X$  的標準差為 4， $Y$  的標準差為 5，則合計分的標準差為 9
- (5) 若  $X$  與  $Y$  的相關係數大於 0，則  $Y$  對  $X$  的迴歸直線斜率大於 0。

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測全真模擬題本第 8 回多選題 12

解題觀念：平均數，變異數與標準差，相關係數

參考答案：(3)(5)

試題解析：(1)  $\times$ ：若某人的  $X$  得最高分，但  $Y$  不是最高分，則  $X$  與  $Y$  相差會多於 22 分。

(2)  $\times$ ：舉一反例說明錯誤：

若  $X$  最高 56，最低 46，則  $X$  全距為 10；

$Y$  最高 34，最低 14，則  $Y$  全距為 20，

此時  $Y$  的全距會高於  $X$  的全距。

(3)  $\bigcirc$ ：
$$\frac{40 \times 80 + 30 \times 80}{80} = 70。$$

(4)  $\times$ ：若所有人的合計分都相去不遠，則合計分的標準差可能會小於 4。

(5)  $\bigcirc$ ：迴歸直線斜率為相關係數乘以標準差的比值。

因為標準差與相關係數皆大於 0，

所以迴歸直線斜率大於 0。

故選(3)(5)。

11. 由於疫情衝擊，有業者反映水產價格波動頗大，尤其是出現商品價格大幅下跌異常情況，表是兩個月前三種水產商品分別在兩間水產公司的單價（單位：元/公斤），此表可以單價

矩陣  $\begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  表示。如果這兩間水產公司都以每個月 17% 的比例調降商品的價格，試

選出可以代表現在這些水產商品在這兩間水產公司的單價矩陣。

元/公斤	水產公司 A	水產公司 B
龍蝦	1300	1200
螃蟹	700	600
明蝦	400	300

(1)  $(0.83)^2 \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  (2)  $2(0.83) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  (3)  $(0.66) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$

(4)  $\begin{bmatrix} 2 \times 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.83 & 0 \\ 0 & 0.83 \end{bmatrix}。$

命題出處：龍騰跨版本數學 B 學測總複習測驗卷第 7 回多選題 11

解題觀念：矩陣的乘法

參考答案：(1)(5)

試題解析：設兩個月前單價矩陣  $M = \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$ ，且物價每個月下跌 17%，

即單價剩原來的  $1 - 17\% = 83\% = 0.83$ ，

所以現在的單價矩陣  $N = (0.83)^2 \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix}$ 。

(1) ○： $(0.83)^2 \times \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} = \text{單價矩陣 } N。$

(2) ✕： $2 \times (0.83) \times \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \neq \text{單價矩陣 } N。$

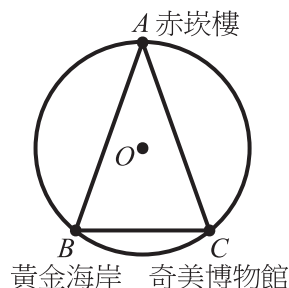
(3) ✕： $(0.66) \times \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \neq \text{單價矩陣 } N。$

$$\begin{aligned}(4) \times : & \begin{bmatrix} 2 \times 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \\ &= 2 \times 0.83 \times \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \neq \text{單價矩陣 } N \text{。}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \bigcirc : & \begin{bmatrix} 0.83 & 0 & 0 \\ 0 & 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 0.83 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.83 & 0 \\ 0 & 0.83 \end{bmatrix} \\ &= \left( 0.83 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} \left( 0.83 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= (0.83)^2 \begin{bmatrix} 1300 & 1200 \\ 700 & 600 \\ 400 & 300 \end{bmatrix} = \text{單價矩陣 } N \text{。}\end{aligned}$$

故選(1)(5)。

12. 臺南是一個文化古都，其中赤崁樓（ $A$  點）的文物與建築歷經荷蘭、明鄭及滿清時代，而黃金海岸（ $B$  點）是當地人平日休閒好去處，有著傳說中臺南最美的夕陽餘暉；另外，奇美博物館（ $C$  點）也是臺南必去景點之一。某旅遊公司規劃一日遊景點，發現  $\overline{AB} = \overline{AC} = 7.5$  公里， $\overline{BC} = 5$  公里，其中  $O$  為  $\triangle ABC$  外接圓的圓心，如圖所示。根據上述資訊，試選出正確的選項。



(1) 點  $A$  到  $\overline{BC}$  的最近距離為  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  公里 (2)  $\tan \angle ABC = \frac{1}{3}$

(3)  $\cos \angle BAC = \frac{7}{9}$  (4)  $\triangle ABC$  面積 =  $\frac{25\sqrt{2}}{2}$  平方公里

(5)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $\frac{15\sqrt{2}}{2}$  公里。

命題出處：龍騰跨版本數學 B 學測總複習測驗卷第 4 回多選題 12

解題觀念：三角形的面積公式與應用

參考答案：(3)(4)

試題解析：因為  $\overline{AB} = \overline{AC} = 7.5$  公里，所以  $\triangle ABC$  為等腰三角形。

(1)  $\times$ ：作  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\Rightarrow A$  點到  $\overline{BC}$  的最近距離為  $\overline{AD} = \sqrt{7.5^2 - 2.5^2} = 2.5\sqrt{9-1} = 5\sqrt{2}$ 。

(2)  $\times$ ： $\tan \angle ABC = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{5\sqrt{2}}{\frac{5}{2}} = 2\sqrt{2}$ 。

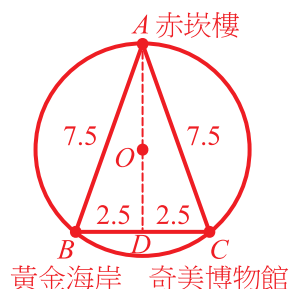
(3)  $\circ$ ： $\cos \angle BAC = \frac{7.5^2 + 7.5^2 - 5^2}{2 \times 7.5 \times 7.5} = \frac{3^2 + 3^2 - 2^2}{2 \times 3 \times 3} = \frac{7}{9}$ 。

(4)  $\circ$ ： $\triangle ABC$  面積 =  $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2}$ 。

(5)  $\times$ ：因為  $\tan \angle ABC = \frac{2\sqrt{2}}{1}$ ，可得  $\sin \angle ABC = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，

故  $\frac{\overline{AC}}{\sin \angle ABC} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = 2R \Rightarrow$  外接圓半徑  $R = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{4\sqrt{2}}{3}} = \frac{45}{8\sqrt{2}} = \frac{45\sqrt{2}}{16}$ 。

故選(3)(4)。



### 三、選填題（占25分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 某電商舉辦網路促銷活動，業者宣稱：「只要客戶收到幸運簡訊，恰好在 2 分鐘時將簡訊傳給另 2 位親朋好友，就有機會參加抽獎，總獎金為 100 萬元。」但是在傳送簡訊時，每通簡訊業者可以獲利 0.1 元。設活動開始後，每位客戶再傳出 2 通簡訊的時間都恰好是 2 分鐘，且從電商發出一通簡訊給第一位幸運客戶起，第 2 分鐘傳出 2 通，第 4 分鐘傳出 4 通，…，第  $2n$  分鐘傳出  $2^n$  通簡訊，以此類推，則至少經過  $\frac{(13-1)(13-2)}{2}$  分鐘之後，電商便可透過簡訊的獲利來支付 100 萬元獎金。（無條件進位至整數部分）

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 4 數列與級數

解題觀念：等比級數

參考答案：46

試題解析：設經過  $2n$  分鐘，則簡訊的獲利  $S = 2 \times 0.1 + 2^2 \times 0.1 + \cdots + 2^n \times 0.1 \geq 1000000$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} \times (2 + 2^2 + \cdots + 2^n) \geq 1000000 \Rightarrow \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} \geq 10000000,$$

所以  $n$  至少為 23 ( $2^{23} = 8388608$ )，即至少經過 46 分鐘。

14. 5 個人圍坐一圈玩真心話大冒險的遊戲，遊戲的規則如下：每個人面前各有一枚公正硬幣，遊戲開始時，所有人同時投擲面前的硬幣一次，若硬幣正面朝上，則此人站起來並說一段真心話；若反面朝上，則此人坐下且不必說真心話。試問每個人投擲硬幣一次，沒有相鄰的兩人同時站起來的機率為  $\frac{(14-1)(14-2)}{(14-3)(14-4)}$ 。

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 6 機率

解題觀念：古典機率

參考答案： $\frac{11}{32}$

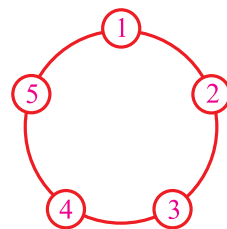
試題解析：沒有相鄰的兩人同時站起來的情形：

① 都沒有人站起來：1（種）。

② 只有 1 個人站起來：5（種）。

③ 位置 (1,3)、(1,4)、(2,4)、(2,5)、(3,5) 的人站起來：5（種）。

$$\text{所以所求} = \frac{11}{2^5} = \frac{11}{32}。$$



15. 已知甲、乙兩班第一次段考數學科最多有 20 位同學不及格，而且甲班不及格的人數不超過乙班不及格人數的 3 倍。若甲班最少有 10 位同學不及格，乙班最少有 6 位同學不及格，則滿足上述的可能情形有  $\textcircled{15-1}\textcircled{15-2}$  種。

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 3 直線與圓

解題觀念：二元一次不等式的圖形

參考答案：15

試題解析：若甲班有  $x$  人不及格，乙班有  $y$  人不及格，

$$\text{則 } \begin{cases} x + y \leq 20 \\ x \leq 3y \\ x \geq 10, y \geq 6 \end{cases}, x, y \text{ 為正整數,}$$

$x$	10、11、12、13、14	10、11、12、13	10、11、12	10、11	10
$y$	6	7	8	9	10

共有  $5+4+3+2+1=15$ （種）情形。

16. 萊克多巴胺是瘦肉精的一種，畜禽動物使用萊克多巴胺後，會刺激肌肉細胞，增加 5~10% 的蛋白質合成，並減少脂肪合成，達到增加瘦肉的效果，而人體若攝食過量則會造成心悸、噁心、嘔吐、頭暈、手顫抖及血壓升高等症狀，但萊克多巴胺在人體內的代謝很快，大約 6 小時就代謝掉 7 成 5。若某人在一次用餐中吃入了 20 微克的萊克多巴胺，則大約要經過  $\textcircled{16-1}\textcircled{16-2}$  小時的代謝，體內的殘留量才會低於 0.01 微克。

命題出處：龍騰〔超模〕數學 B 學測全真模擬題本第 3 回選填題 14

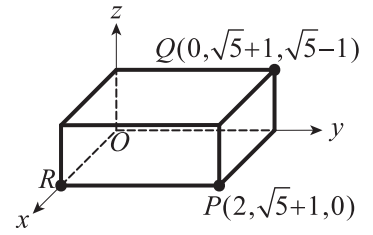
解題觀念：指數函數在生活的應用

參考答案：33

試題解析：設需要  $t$  小時，

$$\begin{aligned} 20 \times (1 - 0.75)^{\frac{t}{6}} &< 0.01 \\ \Rightarrow 20 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{t}{6}} &< \frac{1}{100} \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{t}{6}} &< \frac{1}{2000} \\ \Rightarrow \log \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{t}{6}} &< \log \frac{1}{2000} \\ \Rightarrow -\frac{t}{6} \times \log 4 &< -4 + \log 5 \\ \Rightarrow t &> \frac{6 \times (-4 + \log 5)}{-\log 4} \approx 32.9, \text{ 取 } t = 33. \end{aligned}$$

17. 已知黃金長方體是一個三邊長呈特殊比例關係的長方體，長、寬、高的比是  $r:1:\frac{1}{r}$ ，其中  $r = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ，且黃金長方體的六個面中，有四個面是黃金長方形。假設有一黃金長方體落在空間坐標軸上，其中  $P(2, \sqrt{5}+1, 0)$ ， $Q(0, \sqrt{5}+1, \sqrt{5}-1)$  及  $R$  為長方體的三頂點，如圖所示。若此長方體對角線  $\overline{QR}$  的長度為  $m$ ，長方體的體積為  $n$ ，試求數對  $(m, n) = \underline{\quad((17-1), (17-2))\quad}$ 。



命題出處：龍騰跨版本數學 B 學測總複習測驗卷第 5 回選填題 14

解題觀念：空間坐標

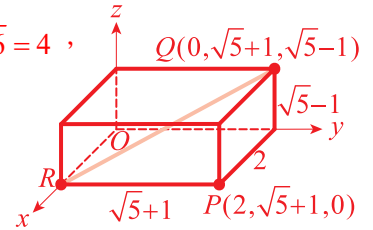
參考答案：(4, 8)

試題解析：令長  $= \sqrt{5}+1$ ，寬  $= 2$ ，高  $= \sqrt{5}-1$ ，

對角線  $\overline{QR}$  的長度為  $m = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 + 2^2 + (\sqrt{5}-1)^2} = \sqrt{16} = 4$ ，

長方體的體積為  $n = (\sqrt{5}+1) \times 2 \times (\sqrt{5}-1) = 8$ ，

故數對  $(m, n) = (4, 8)$ 。



## 第貳部分、混合題或非選擇題（占15分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。  
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 18-20 題為題組

聲學理論指出，物體的振動會導致介質週期性地振動，從而引起周圍空氣的疏密變化，進而產生聲音。當介質在某一點的振動量  $y$  隨時間  $x$  呈現週期性變化時，這種週期性函數被稱為聲波函數。在這個聲波函數中，「頻率」定義為「週期」的倒數。例如，如果聲波函數的週期是  $\frac{1}{100}$  秒，則其頻率為 100 赫茲（Hz）。試回答下列問題：

18. 假設有一聲波函數  $y = f(x) = 5 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$ ，此函數的最大值  $M$ ，最小值  $m$ ，且週期  $T$ ，

則下列選項哪些正確？（多選題，3 分）

(1)  $M = 5$    (2)  $m = 3$    (3)  $\frac{M+m}{2} = 3$    (4)  $T = 2\pi$    (5)  $T = \pi$ 。

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 10 三角函數

解題觀念：正弦函數的圖形

參考答案：(3)(5)

試題解析：由題意知，因為  $-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$ ，

所以  $M = 5 + 3 = 8$ ， $m = -5 + 3 = -2$ （因為  $\frac{M+m}{2} = 3$ ），

且週期  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ，故選(3)(5)。



19. 已知聲音每提高一個 8 度音，頻率恰好增為 2 倍。假設今有 8 個聲音  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ ，它們的頻率恰好是一個等比數列，且最高音  $a_8$  比最低音  $a_1$  提高一個 8 度。若  $a_1$  的聲音函數為  $y = \sin(t_1 x)$ ， $a_6$  的聲音函數為  $y = \sin(t_6 x)$ ，其中  $t_1, t_6 > 0$ ，則  $\frac{t_6}{t_1} = ?$ （非選擇題，6 分）

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 10 三角函數

解題觀念：等比數列

參考答案： $2^{\frac{5}{7}}$

試題解析：設此 8 個聲音的頻率為  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_8$ ，

其中  $f_8 = 2f_1$ ，且此數列為等比數列（令公比  $r$ ），

所以  $2f_1 = f_1 \times r^7 \Rightarrow r = 2^{\frac{1}{7}}$ ，

故  $f_6 = f_1 \times r^5 = f_1 \times 2^{\frac{5}{7}}$ 。

又第 1 個聲音的週期  $\frac{2\pi}{t_1} \Rightarrow$  頻率  $\frac{t_1}{2\pi} = f_1 \Rightarrow t_1 = 2\pi \times f_1$ ，

第 6 個聲音的週期  $\frac{2\pi}{t_6} \Rightarrow$  頻率  $\frac{t_6}{2\pi} = f_6 \Rightarrow t_6 = 2\pi \times f_6$ ，

故  $\frac{t_6}{t_1} = \frac{f_6}{f_1} = 2^{\frac{5}{7}}$ 。

評分原則：

解題過程	得分
步驟一： 正確計算出數列 $\langle f_n \rangle$ 的公比為 $2^{\frac{1}{7}}$ 。	2 分
步驟二： 寫出第一個與第六個聲音的頻率關係式 $f_6 = f_1 \times 2^{\frac{5}{7}}$ 。	2 分
步驟三： 正確計算出 $\frac{t_6}{t_1} = 2^{\frac{5}{7}}$ 。	2 分

20. 若甲聲音的聲波函數為  $y = 440\sin(cx + 1000)$ ，乙聲音的聲波函數為  $y = 4.40 \times 10^3 \cdot$

$\sin(dx + 10000)$ ，其中  $c$ 、 $d > 0$ ，且甲聲音比乙聲音提高 60 個 8 度，則  $\frac{c}{d}$  的整數部分是幾

位數？（非選擇題，6 分）

命題出處：龍騰〔好好學〕數學 B 學測總複習講義 單元 10 三角函數

解題觀念：科學記號與位數判斷

參考答案：19 位數

試題解析：承 19.：  $\frac{c}{d} = 2^{60} = (10^{\log 2})^{60} \approx 10^{0.3010 \times 60} = 10^{18.06} = 10^{0.06} \times 10^{18}$ ，

因為  $1 < 10^{0.06} < 10$ ，所以  $\frac{c}{d}$  的整數部分是 19 位數。

評分原則：

解題過程	得分
步驟一： 求出 $\frac{c}{d} = 2^{60}$ 。	2 分
步驟二： 計算出 $2^{60} \approx 10^{0.06} \times 10^{18}$ 。	2 分
步驟三： 正確求得答案為 19 位數。	2 分

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ；

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為外接圓半徑)。

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

$$\begin{aligned}\text{標準差 } \sigma_X &= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n}[x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 - n\mu_X^2]}.\end{aligned}$$

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

$$\text{相關係數 } r_{XY} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y},$$

最適合直線 (迴歸直線) 方程式為  $y - \mu_Y = r_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$ 。

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 。