自动控制原理

第一章

概念

开环控制

闭环控制

控制方块图

三个性能

第二章 建模

1、传递函数：定义、性质（与脉冲响应之间的关系）

零初始条件下 $G(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$

传递函数与系统单位脉冲响应的关系

即讨论当初始条件为零，$r(t)=\delta(t)$ 时系统的输出$c(t)$。

此时将$c(t)$ 称为单位脉冲响应。

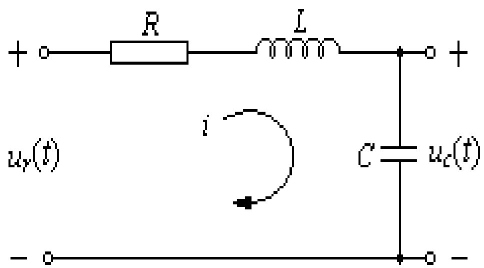
此时$R(s)=1$,那么

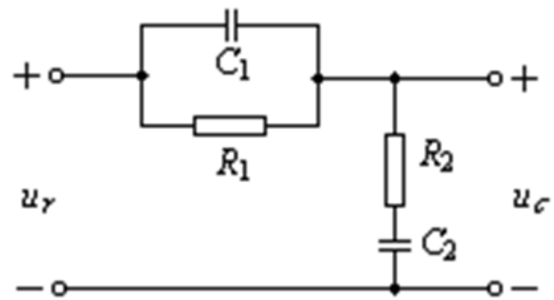
$$G(s)=C(s)$$

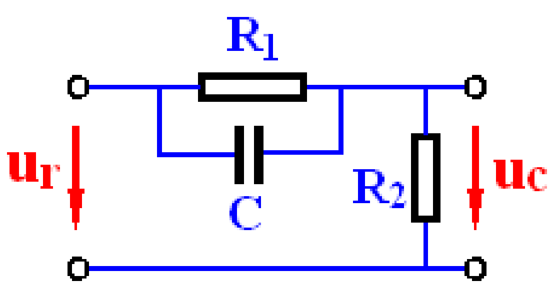
$$C(s)=L[c(t)]=G(s)$$

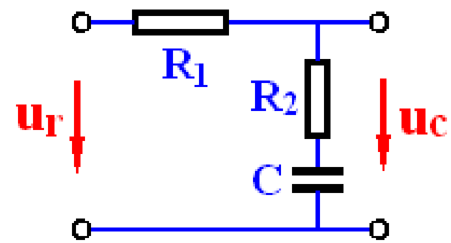
2、求传递函数（物理系统）

无源电系统：



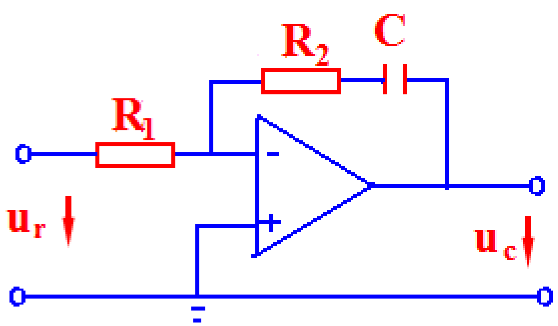


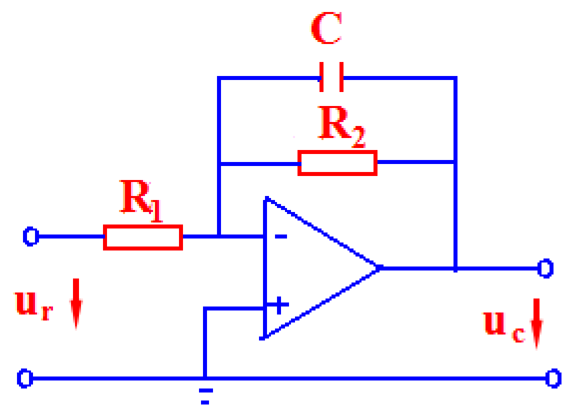




电阻、电容、电感两端电压和电流关系

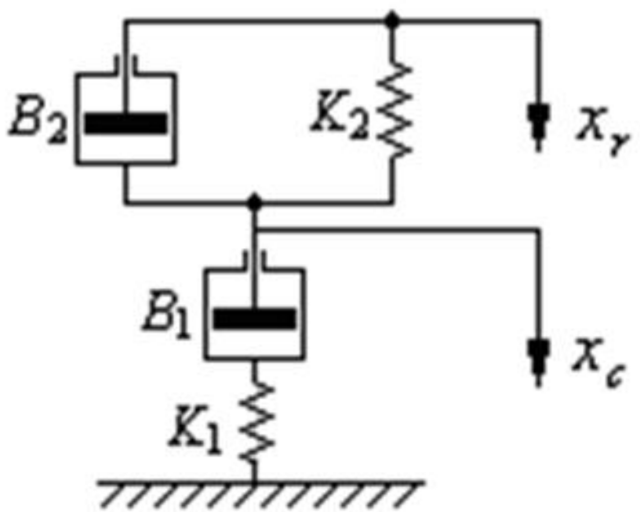
回路电压方程，节点电流方程

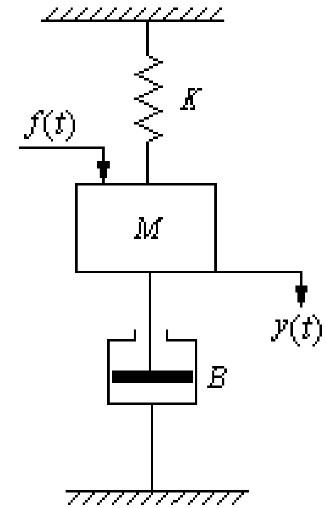




有源电路：Z_2是反馈通道的电抗，Z_1输入通道的电抗

$$\frac{U_c}{U_r} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$





机械系统：运动参数和力的关系

弹簧：位移与力成正比

阻尼器：速度与力成正比

质量块：加速度与力成正比（质点看作质量为0）

牛顿第二定律

传递函数

传递函数有两种比较常见的表示方式

零极点形式
$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=k^*\frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}\qquad k^*=\frac{b_m}{a_n}$$

$-z_1,\ldots,-z_m$称为传递函数的零点；

$-p_1,\ldots,-p_n$称为传递函数的极点。

k^*为根轨迹增益；

时间常数形式
$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=K\frac{(\tau_1 s+1)\cdots(\tau_p s+1)(\tau_{11}^2 s^2+2\tau_{11}\zeta s+1)\cdots(\tau_{1q}^2 s^2+2\tau_{1q}\zeta s+1)}{(T_1 s+1)\cdots(T_x s+1)(T_{11}^2 s^2+2T_{11}\zeta s+1)\cdots(T_{1y}^2 s^2+2T_{1y}\zeta s+1)}$$

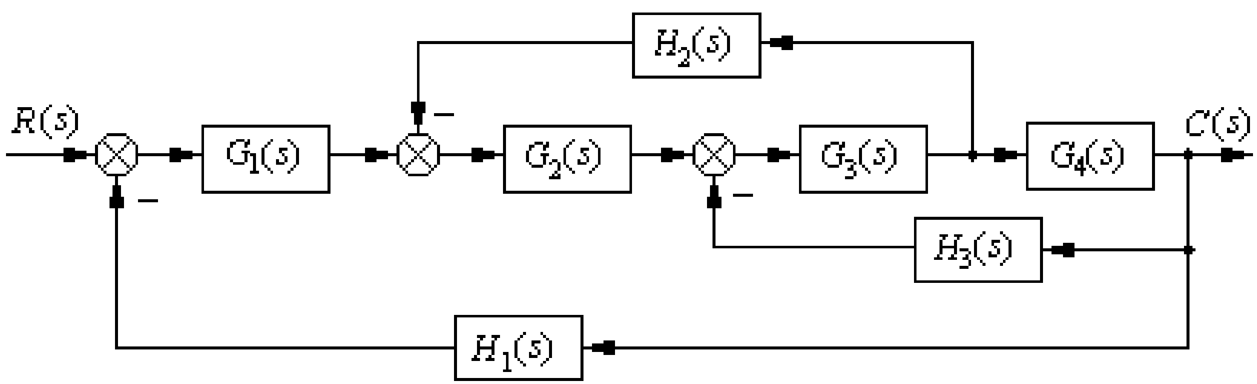
K为静态放大系数
$$K=k^*\frac{z_1 z_2\cdots z_m}{p_1 p_2\cdots p_n}$$

3、方块图化简

消除交叉回路——移动综合点和引出点（向同类移动）

对无交叉的多回路结构，可由内向外进行变换

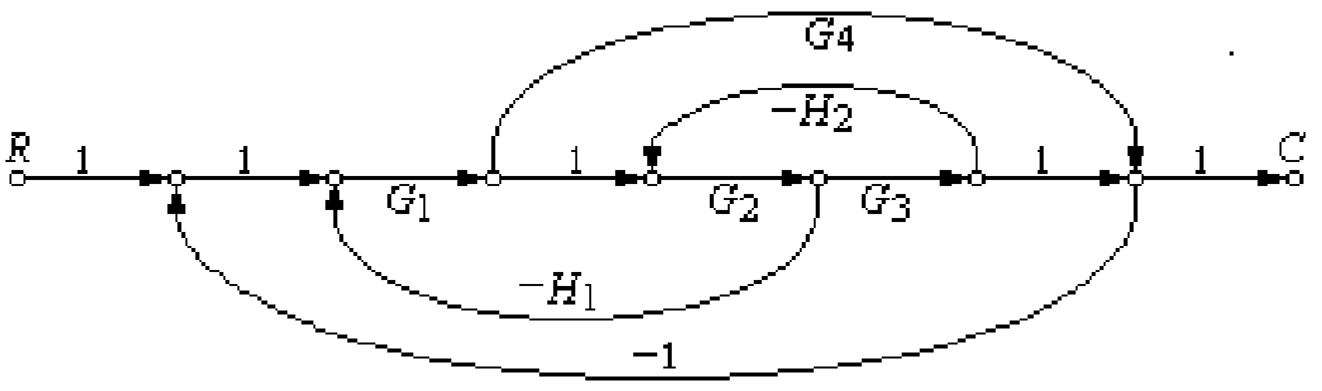
三个基本连接：串联、并联及反馈



4、信号流图：Mason 公式（注意应用范围）

只适用于输入节点和输出节点之间.

$$G(s)=\frac{\sum_{k=1}^{m}P_k\Delta_k}{\Delta}$$



$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{\Delta}(P_1\Delta_1+P_2\Delta_2)$$

$$=\frac{G_1G_2G_3+G_1G_4(1+G_2G_3H_2)}{1+G_1G_2H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3+G_1G_4+G_1G_2G_3G_4H_2}$$

第三章 时域分析

一、动态性能

通用方法：求出闭环传递函数$G_B(s)$,已知输入R(s)，求出

$$C(s)=G_B(s)R(s)$$ 反拉氏变换求出c(t)

1、一阶系统

$$G_B(s)=\frac{K_B}{Ts+1} \qquad c(t)=K_B(1-e^{-t/T})$$

t_s＝3T（95%） 或 t_s＝4T（98%）

t_r=2.2T，t_d=0.69T

2、二阶系统

$$G_B(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$\zeta < 1$

$$\sigma_p\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

$$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} \sim \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \qquad \beta = \arccos\zeta$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

高阶系统

主导极点和偶极子的概念；

主导极点以外的极点什么情况下可以忽略；

不能忽略的闭环极点对系统的影响：减少超调量

不能忽略的闭环零点对系统的影响：增大超调量

系统设计——根据给出的性能指标确定参数；（一般原则）

- ✓ 根据稳态误差或稳定性求出K的范围；
- ✓ 再根据动态指标给出主导极点后，确定二阶参数；

2、稳定性：

充要条件——所以特征根（闭环极点）在左半平面

劳斯判据

1）第一列元素为零的情况

2）全零行情况（建立辅助多项式，存在原点对称的根即为辅助方程的根）

3）可以判断相对稳定性

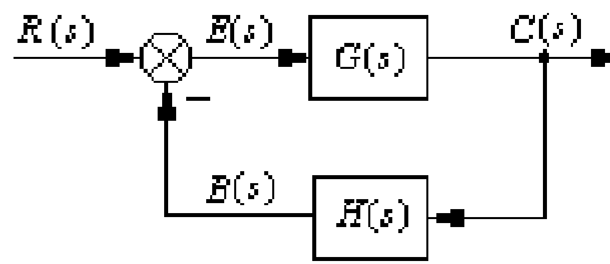
3、稳态性能：（稳定条件下，三阶及以上系统讨论稳定性）

通用方法：终值定理，求出系统误差的拉氏变换

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s)$$

当系统是如图所示的标准结构和标准误差定义

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$



参考输入引起的误差与系统型别及开环放大系数有关

	单位阶跃输入 $r(t)=1$	单位斜坡输入 $r(t)=t$	单位抛物线输入 $r(t)=0.5t^2$
	位置误差系数 $K_p=\lim\limits_{s\to 0}G(s)H(s)$	速度误差系数 $K_v=\lim\limits_{s\to 0}sG(s)H(s)$	加速度误差系数 $K_a=\lim\limits_{s\to 0}s^2G(s)H(s)$
0型系统	$e_{ss}=\dfrac{1}{1+K}$	$e_{ss}=\infty$	$e_{ss}=\infty$
1型系统	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=\dfrac{1}{K}$	$e_{ss}=\infty$
2型系统	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=\dfrac{1}{K}$

15

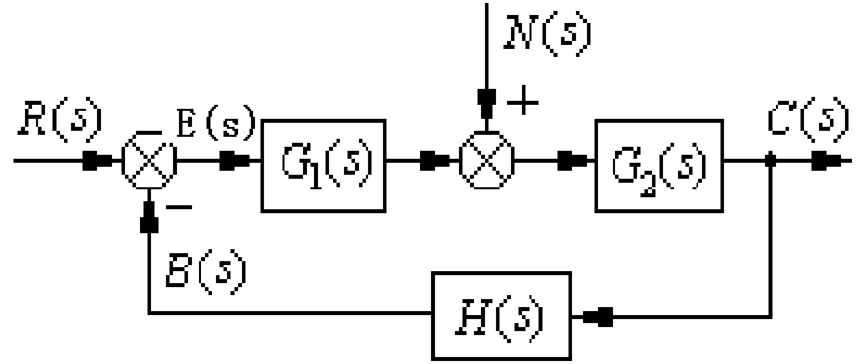
当输入为阶跃、斜坡和抛物线函数的组合时，抛物线函数分量要求系统型号最高 。

计算稳态误差应按最高阶输入形式计算。

扰动引起的稳态误差

不仅与积分环节有关；

而且还与积分环节所在位置有关。（K为$G_1(s)$的环节增益）



	单位阶跃输入 $n(t)=1$	单位斜坡输入 $n(t)=t$	单位抛物线输入 $n(t)=0.5t^2$
$G_1(s)$不含积分环节	$e_{ss}=-\frac{1}{1+K}$ 0型	$e_{ss}=\infty$	$e_{ss}=\infty$
$G_1(s)$不含积分环节	$e_{ss}=-\frac{1}{K}$ 非0型	$e_{ss}=\infty$	$e_{ss}=\infty$
$G_1(s)$ 含1个积分环节	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=-\frac{1}{K}$	$e_{ss}=\infty$
$G_1(s)$ 含2个积分环节	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=-\frac{1}{K}$

第四章 根轨迹

1、根轨迹的概念

1）根轨迹方程

2）幅值条件和相角条件

3）确认根轨迹上的点的充要条件是相角条件

2、根轨迹 的绘制

1）普通根轨迹(180度根轨迹)的绘制（七条规则）

2）正反馈根轨迹(0度根轨迹)的绘制（七条规则）

3）参数根轨迹的绘制（等效的开环传递函数）

3、根据根轨迹分析系统性能和校正系统

绘制普通根轨迹（180°)规则小结

规则 1 根轨迹的分支数，对称性和连续性

规则 2 根轨迹的起点和终点

规则 3 实轴上的根轨迹

规则 4 渐近线
$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{j=1}^{m} z_i}{n-m} \qquad \varphi_a = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}$$

规则 5 分离点
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d-p_i} = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{d-z_j}$$
没有零点时右边为0

规则 6 与虚轴交点
$$\mathrm{Re}\left[D(j\omega)\right] = \mathrm{Im}\left[D(j\omega)\right] = 0$$

规则 7 出射角
$$\theta_{pl} = (2k+1)180^\circ + \sum_{i=1}^{m} \angle(p_l - z_i) - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq l}}^{n} \angle(p_l - p_j)$$

入射角
$$\theta_{zl} = (2k+1)180^\circ - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq l}}^{m} \angle(z_l - z_i) + \sum_{j=1}^{n} \angle(z_l - p_j)$$

绘制零度根轨迹的基本法则

规则 1 轨迹的支数对称性连续性

规则 2 根轨迹的起点和终点

规则 3 实轴上的根轨迹　　根轨迹右侧开环零极点数为偶数

规则 4 渐近线

$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{j=1}^{m} z_i}{n-m} \qquad \varphi_a = \frac{2k\pi}{n-m}$$

规则 5 分离点

规则 6 与虚轴交点

规则 7 出射角/入射角

$$\theta_{pl} = 2k*180^\circ + \sum_{i=1}^{m} \angle(p_l - z_i) - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq l}}^{n} \angle(p_l - p_j)$$

$$\theta_{zl} = 2k*180^\circ - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq l}}^{m} \angle(z_l - z_i) + \sum_{j=1}^{n} \angle(z_l - p_j)$$

绘制0°根轨迹的几种情况：

$$G(s)H(s)=\frac{K^*(s-z_1)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}=\frac{K^*\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s-p_j)}$$

- 要求绘制K=0→∞时最小相位系统的正反馈根轨迹
- 要求绘制K=-∞→0时最小相位系统的根轨迹
- 具有下列形式的非最小相位系统K=0→∞

$$G(s)H(s)=\frac{K(1-\tau s)}{s(1+Ts)}\qquad(\tau>0,\ T>0)$$

$$G(s)H(s)=\frac{-K(\tau s-1)}{s(1+Ts)}\qquad(\tau>0,\ T>0)$$

参数根轨迹

— 除 K* 之外其他参数变化时系统的根轨迹

单位反馈的系统开环传递函数 $G(s)H(s)=\dfrac{(s+a)/4}{s^2(s+1)}$

a=0→∞ 变化，绘制根轨迹

解：

$$D(s)=s^3+s^2+\frac{1}{4}s+\frac{1}{4}a=0 \quad \Rightarrow D(s)=(s^3+s^2+\frac{1}{4}s)+\frac{1}{4}a=0$$

构造 “ 等效开环传递函数 ”

$$D(s)=1+GH(s)=1+GH^*(s)=0$$

$$1+\frac{\frac{1}{4}a}{(s^3+s^2+\frac{1}{4}s)}=0$$

$$GH(s)=K^*\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s-p_j)}$$

$$GH^*(s)=\frac{a/4}{s^3+s^2+s/4}=\frac{a/4}{s(s+0.5)^2}$$

$$GH^*(s)=a\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z'_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s-p'_j)}$$

等效根轨迹增益是 $a^*=\dfrac{a}{4}$

第五章 频域分析

1、频率响应与频率特性的关系

2、幅相曲线和Bode图的绘制

3、奈氏判据

1）绘制幅相曲线（ω：0＋→∞）

2）关于实轴对称的绘制ω：－∞→0－的幅相曲线

3）从0－→0＋顺时针补画半径为无穷大的圆弧υπ（其中υ为系统型别）

用公式Z=P-N（注意P为开环传递函数在右半平面极点数，N逆时针包围为正）

4、由Bode图求传递函数

低频段确定型别和K值

转折频率确定环节参数

转折频率处斜率变化确定环节性质

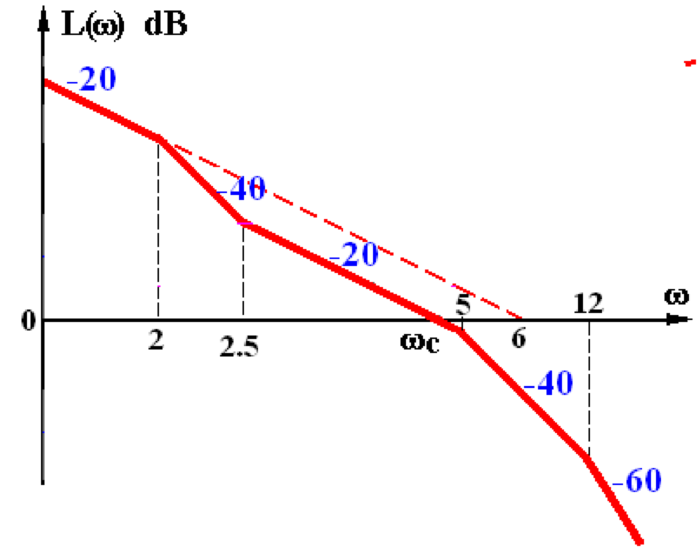
5、幅值裕度和相位裕度（定义、图解）

1) 公式计算（剪切频率和相位穿越频率）

2）图解法（从幅相曲线或bode图上可以求出）

例 $G(s)=\dfrac{6(\frac{s}{2.5}+1)}{s(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{5}+1)(\frac{s}{12.5}+1)}$ ，求 γ，K_g。

解：作 $L(\omega)$ 求 ω_c



$$G(j\omega_c)=1=\frac{6\times\frac{\omega_c}{2.5}}{\omega_c\cdot\frac{\omega_c}{2}\cdot 1\cdot 1}=\frac{6\times 2}{2.5\omega_c}$$

$$\omega_c=\frac{6\times 2}{2.5}=4.8$$

$$\gamma=180^\circ+\angle G(j\omega_c)$$

$$=180^\circ+arctg\frac{4.8}{2.5}-90^\circ-arctg\frac{4.8}{2}-arctg\frac{4.8}{5}-arctg\frac{4.8}{12.5}$$

$$=180^\circ+62.5^\circ-90^\circ-67.4^\circ-43.8^\circ-21^\circ=20.3^\circ$$

第六章 校正

1、串联校正、反馈校正结构、特点

PID： P——比例基本，

I——积分，改善静态特性；

D——微分，改善动态性能；

2、按照校正装置（超前、滞后）进行设计

装置的电路、传递函数

设计原理及特点

设计步骤（验算结果）

3、期望频率特性法（串联校正）

4、没有标准答案（没有指定方法），通过验算表明正确与否

超前校正步骤 (设给定指标 e_{ss}^{*}, ω_c^{*}, γ^{*})

1) 根据稳态性能决定低频段斜率和K值 $e_{ss}^{*} \longrightarrow K$

2) 由原系统 $G_0(s) \longrightarrow L_0(\omega) \longrightarrow \omega_c \longrightarrow \gamma$ 若 ω_c、γ 不满足

3) 确定 $\varphi_m = \gamma^{*} - \gamma + (5^\circ \sim 20^\circ)$

若 $\varphi_m < 60^\circ$ 可以考虑用超前校正

$$a = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}$$ 确定参数 a

4) 将原系统 $-10\lg a$ 处定为超前校正网络 w_m 处，即校正后系统的剪切频率处

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$ 确定参数T

5) 作校正装置的Bode图

6) $G_K(s) = G_c(s) \cdot G_0(s)$ 验算 ω_c 和 γ 是否满足要求

超前校正同时给出ω_c和γ的要求时，

前面的方法根据相位裕度要求设计超前校正，此时剪切频率随之确定，如果不符合要求，需有重新设计。

还有一种方法，首先根据剪切频率的要求来设计超前网络，然后验证相位裕度。

先选择确定校正后剪切频率ω_c'

那么原系统在ω_c'处的对数幅值应该等于$-10\lg a$ 确定a

再令 $\omega_c' = \omega_m = \dfrac{1}{T\sqrt{a}}$ 确定T

最后验算γ

滞后校正步骤 (设给定指标 e_{ss}^*, ω_c^*, γ^*)

1) 根据稳态性能决定低频段斜率和K值 $e_{ss}^* \longrightarrow K$

2) 由原系统 $G_0(s) \longrightarrow L_0(\omega) \longrightarrow \omega_c \longrightarrow \gamma$ 若 ω_c、γ 不满足

3) 在原系统相位为 $\phi_m = \gamma^* + (6^\circ \sim 10^\circ) - 180^\circ$ 处作为 ω_c'

4) 将原系统对应 ω_c' 处的幅值作为-20lg*b*，确定参数b

$$20\lg\left|G(j\omega_c')\right| = -20\lg b$$

5) 将校正后系统剪切频率 ω_c' 定于滞后校正的后一个转折频率10倍频远，确定参数T。

$$\omega_c' = 10\frac{1}{bT}$$

6) 作校正装置的Bode图

7) $G_K(s) = G_c(s)\cdot G_0(s)$ 验算 ω_c 和 γ 是否满足要求