

模拟试题答案

一、1、由图， $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{di_f} \frac{di_f}{dt} = \frac{di_f}{dt}$

$$\text{有 } R_f i_f + \frac{di_f}{dt} = u_f$$

2、回路： $L_1 = -\frac{2.5}{s+1}$, $L_2 = -\frac{1}{s(s+1)}$, $L_3 = -\frac{0.5k}{s^2(s+1)}$

所以 $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) = \frac{s^3 + 3.5s^2 + s + 0.5k}{s^2(s+1)}$

$$P_1 = \frac{0.5k}{s^2(s+1)}, \quad \Delta_1 = 1$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0.5k}{s^3 + 3.5s^2 + s + 0.5k}$$

3、(-1, j0) 点在 B 点和原点之间，以及 A 点的左侧，系统是稳定的，

因为系统稳定，又 $P=0$ ，在上述区间内，奈氏曲线不包围 (-1, j0) 点，

$$Z = P - N = 0$$

4、 $G(j\omega) = \frac{1}{j2\omega + 1}$

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{4\omega^2 + 1}} \quad \angle G(j\omega) = -\arctan 2\omega$$

$$\therefore c(t) = \frac{R}{\sqrt{4\omega^2 + 1}} (\sin \omega t - \arctan 2\omega)$$

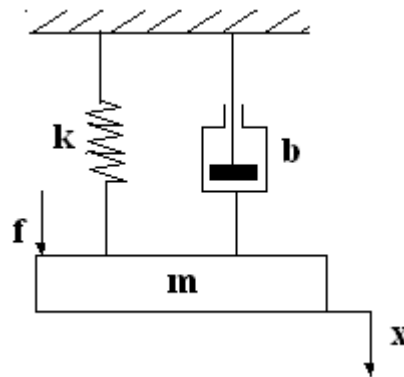
- 5 反馈校正除了与串联校正一样，可改善系统的性能以外，还可抑制反馈环内不利因素对系统的影响。通常选择反馈装置反并接在对系统性能有较大妨碍的环节两端，如 G_1 ，并使校正回路的开环传函 $G_1 H \gg 1$ ，在此前提下，校正后系统的闭环传递函数中，不出现 G_1 ，可消除 G_1 对系统的影响。

二、如题图 2 所示的系统中，已知 $m=1$ 千克， $b=2$ 牛顿秒/米和 $k=100$ 牛顿/米， f 为作用在质量块上的外力， x 为质量块的位移。（位移量 x 从平衡位置开始测量）

1、以 x 为输出， f 为输入，建立系统微分方程；

2、求 $\frac{X(s)}{F(s)}$

3、如果没有外力作用，现将质量块向下移动 0.05 米，然后将其释放且不带初速度，试求在振动中被观察到的频率以及 4 个周期后的振幅。



题图 2

解：1、 $f - kx - b\dot{x} = m\ddot{x}$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

$$2、 \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} = \frac{1}{s^2 + 2s + 100}$$

$$3、 \omega_n = 10, \zeta = 0.1, \omega_d = 10\sqrt{1 - \zeta^2} = 9.95 \text{ 弧度/秒}$$

没有外力作用，现将质量块向下移动 0.05 米，表示初始条件为

$$x(0) = 0.05, \dot{x}(0) = 0$$

$$x(t) = x(0)e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos\omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin\omega_d t \right)$$

当 $t = 4T, T = \frac{2\pi}{\omega_d}$ 带入上式

$$x(4T) = x(0)e^{-\zeta\omega_n 4T} = 0.05e^{-2.526} = 0.00$$

三、（12 分）3 个二阶系统的闭环传递函数的形式都是 $G_B(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

它们的单位阶跃响应曲线如题图 3 中的曲线①、②和③。其中 t_{s1} 、 t_{s2} 是系统①、②的调

整时间， t_{p1} 、 t_{p2} 和 t_{p3} 是峰值时间。在同一[s]平面上画出 3 个系统的闭环极点的相对位置，并说明理由。

解：三个系统均为欠阻尼。

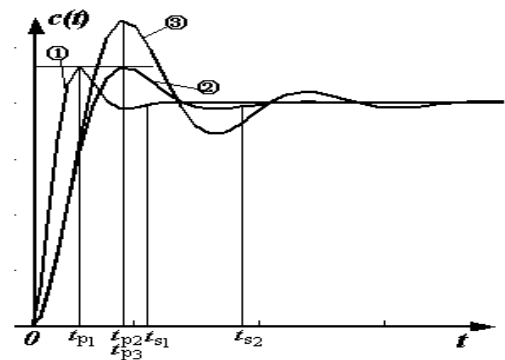
三个闭环极点表示为

$$s_1 = -\sigma_1 + j\omega_1$$

$$s_2 = -\sigma_2 + j\omega_2$$

$$s_3 = -\sigma_3 + j\omega_3$$

系统 1 和系统 2 超调量相同,所以阻尼比相同



$$\zeta_1 = \zeta_2 > \zeta_3$$

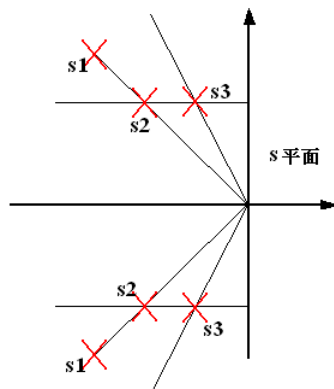
系统 1 的峰值时间比系统 2、3 小，系统 2 和系统 3 的峰值时间相同，所以

$$\omega_1 > \omega_2 = \omega_3$$

系统 1 调节时间小于系统 2 调节时间小于系统 3 的调节时间，所以

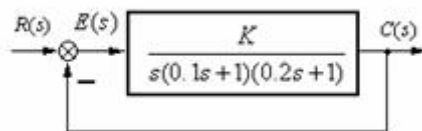
题图 3

$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 如图所示



四、(16 分) 系统结构图如题图 4 所示。

- (1) 为确保系统稳定，如何取 K 值？
- (2) 为使系统特征根全部位于 s 平面 $s = -1$ 的左侧， K 应取何值？
- (3) 若 $r(t) = 2t + 2$ 时，要求系统稳态误差 $e_{ss} \leq 0.25$ ， K 应取何值？



题图 4

解：1) 特征方程为

$$0.02s^3 + 0.3s^2 + s + K = 0$$

$$s^3 + 15s^2 + 50s + 50K = 0$$

| | | |
|----|----------------------|-----|
| s3 | 1 | 50 |
| s2 | 15 | 50K |
| s1 | $15 \times 50 - 50K$ | |
| s0 | 50K | |

$$15 \times 50 - 50K > 0$$

$$50K > 0$$

$$\text{得} \quad 0 < K < 15$$

2) $s = z - 1$ 带入上面特征方程

$$(z-1)^3 + 15(z-1)^2 + 50(z-1) + 50K = 0$$

$$z^3 + 12z^2 + 23z + 50K - 36 = 0$$

| | | |
|----|---------------------------|--------|
| z3 | 1 | 23 |
| z2 | 12 | 50K-36 |
| z1 | $12 \times 23 - 50K + 36$ | |
| z0 | 50K-36 | |

$$12 \times 23 - 50K + 36 > 0$$

$$50K-36>0$$

$$\text{得 } 0.72 < K < 6.24$$

$$3) \quad e_{ss} = \frac{R}{K} = \frac{2}{K} \leq 0.25 \quad \text{得 } K \geq 8$$

五、传递函数的形式为

$$G(s) = \frac{\omega_1}{s(\frac{1}{\omega_2}s + 1)}$$

闭环特征方程为：

$$s^2 + \omega_2 s + \omega_1 \omega_2 = 0$$

$$2\zeta\omega_n = \omega_2$$

$$\omega_n = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

由图，

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_1 \omega_2},$$

有

$$\zeta = \frac{\sqrt{\omega_2}}{2\sqrt{\omega_1}} = \frac{\omega_2}{2\omega_3}$$

六、解：根轨迹如图 a 所示，有两支根轨迹在右半 s 平面，说明原系统不稳定。

增加零点后，渐近线由 3 条变为 2 条，

$$\theta = \pm 90^\circ, \quad \sigma = \frac{-2+a}{2} \quad (0 \leq a \leq 2),$$

增加零点后系统的根轨迹如图 b，

说明适当增加开环零点可改善系统的稳定性。

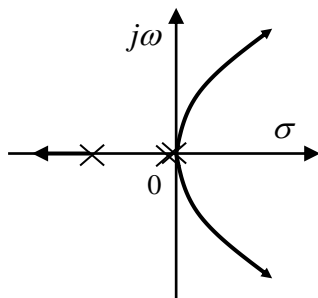


图 a

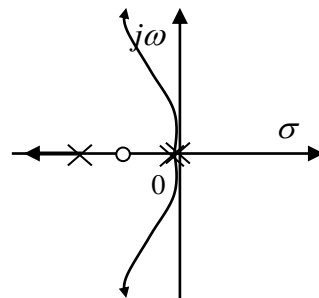


图 b

七、解：（1）由图可得校正后开环传递函数为 $G_K(s) = \frac{9(s+1)}{s^2(0.05s+1)^2}$

，那么校正装置的传递函数为 $G_c(s) = \frac{G_K(s)}{G_0(s)} = \frac{(s+1)}{(0.05s+1)}$

（2）系统相频特性曲线如图所示，红线为校正后系统的相频特性，相角裕度在图中标出

（3）校正前，系统不稳定，相角裕度小于 0，幅值裕度为 0；

校正后，令 $\angle G(j\omega) = -180^\circ$ ，有 $\omega_g = 18.9$ ，

$|G(j\omega)|_{\omega=18.9} \approx 0.25$ ，幅值裕度为 $k_g = \frac{1}{|G(j\omega)|} = \frac{1}{0.25} = 4$

