第2章 系统结构模型建模方法

（一）系统结构分析的概念和意义

- 概念：结构→结构模型→结构模型化→结构分析
- 结构：组成系统的诸要素之间相互关联的方式。
- 结构模型：定性表示系统构成要素以及它们之间存在着的本质上相互依赖、相互制约和关联情况的模型。
- 结构模型化：建立系统结构模型的过程。
- 结构分析：实现系统结构模型化并加以解释的过程。

系统结构分析

- 系统结构分析的具体内容：对系统目的—功能的认识；系统构成要素的选取；对要素间的联系及其层次关系的分析；系统整体结构的确定及其解释。
- 系统结构分析的意义：是系统分析的重要内容，是系统优化分析、设计与管理的基础。尤其是在分析与解决社会经济系统问题时，对系统结构的正确认识和描述更具有数学模型和定量分析所无法替代的作用。

结构模型

系统的结构分析与结构模型

- 结构模型是表明系统各要素之间相互关系的模型。

  基本概念：

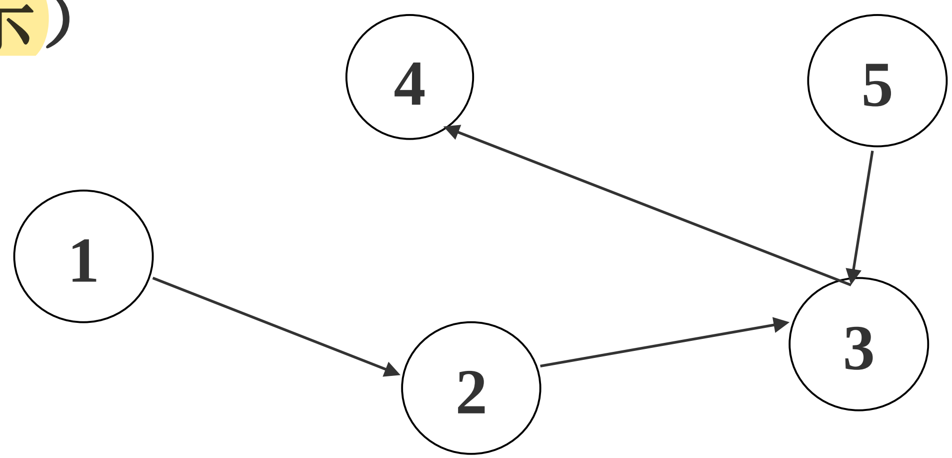
- 结构：集合$S=\{s_1, s_2, ……, s_n\}$以及定义在其元素上的关系——**该集合代表的系统的结构**
- 二元关系：$R=\{(x, y)|W(x, y)\}$
- **结构模型：{S, R}**

结构模型基础知识

1）结构模型的表达

- （1）结构图G(有向图)：

其中：结点表示S中元素，有向弧线表示R中的关系（如要素S_i对S_j有影响，则用从S_i到S_j的一条有向线段表示）

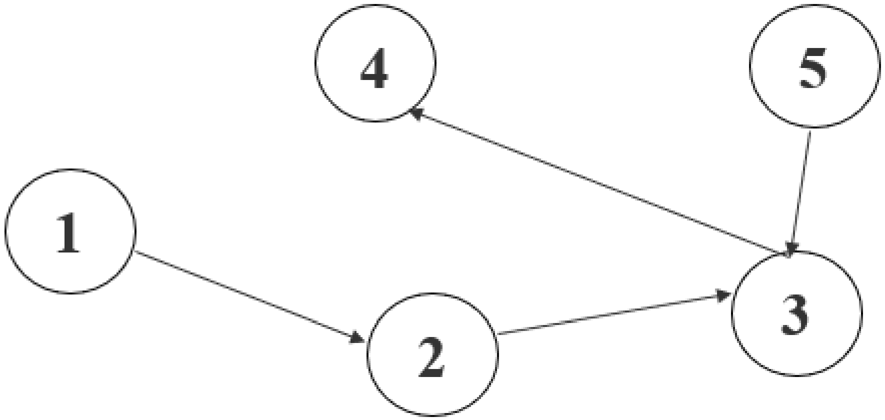


结构模型基础知识

- （2）邻接矩阵A = [a_{ij}]
- 邻接矩阵（A）是用来表示系统要素间基本二元关系或直接联系情况的**方阵**。
- 若邻接矩阵 $A=\left(a_{ij}\right)_{n\times n}$ ，则其定义为：

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & s_i R s_j \quad R\text{表示}s_i\text{与}s_j\text{有关系}\\ 0 & s_i \bar{R} s_j \quad \bar{R}\text{表示}s_i\text{与}s_j\text{没有关系}\end{cases}$$

结构模型



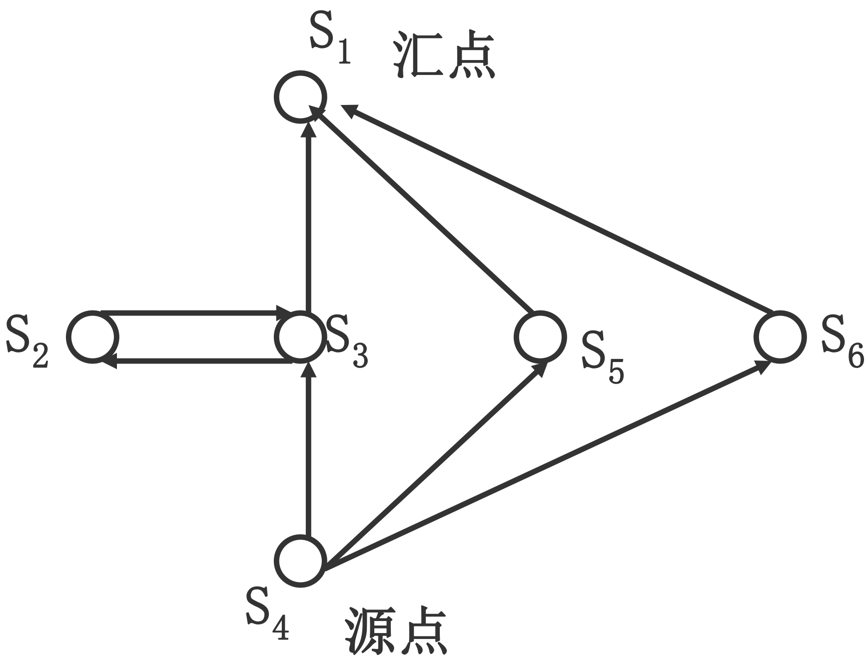
$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}$$

结构模型基础知识

邻接矩阵的基本特性：

- 邻接矩阵与结构图之间是一一对应关系；
- 全0的行对应的点为**汇点**，即无线段离开该点，为系统的**输出要素**
- 全0的列对应的点为**源点**，即无线段进入该点，为系统的**输入要素**
- 对应于每点的行中1的数目就是离开该点的线段数
- 对应于每点的列中1的数目就是进入该点的线段数

结构模型基础知识



$$A = a_{ij} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

结构模型基础知识

（3）可达矩阵（M）

——表示系统要素之间任意次传递性二元关系或有向图上两个节点之间通过任意长的路径可以到达情况的**方阵**。

- 用矩阵来描述有向连接图各节点之间，经过一定长度的通路后可以到达的程度。

结构模型基础知识

- 若可达矩阵 $M=\left(m_{ij}\right)_{n\times n}$，在无回路条件下最大路长或传递次数为$r$，即有$0<t<r$，则其定义为：

$$m_{ij}=\begin{cases}1 & S_i R^t S_j \quad \text{存在着i到j的路长最大为r的通路} \\ 0 & S_i \overline{R}^t S_j \quad \text{不存在i到j的通路}\end{cases}$$

结构模型基础知识

- 推移律特性（可达矩阵与邻接矩阵的关系）：

可达矩阵M可用邻接矩阵A加上单位阵I，经过演算后求得。

设 $A_1=(A+I)$

$A_2=(A+I)^2=A_1^2$

$\cdots$

$A_{r-1}=(A+I)^{r-1}=A_1^{r-1}$

若：$A_1\neq A_2\neq\cdots\neq A_{r-1}=A_r$ $(r<n-1)$

则：$A_{r-1}=R$ 称为可达矩阵，

表明各节点间经过长度不大于$(n-1)$的通路可以到达的程度，对于节点数为n的图，最长的通路其长度不超过$(n-1)$。

结构模型基础知识

说明：

- 邻接矩阵描述了各点间通过长度为1的通路相互可达的情况；
- A+I 可描述各点间通过长度不大于1的通路相互可达的情况；
- $(A+I)^2$ 可描述各点间通过长度不大于2的通路相互可达的情况；
- 如果A^k的$a_{ij}^k = 1$，则表示从s_i到s_j存在长度为k的通路
- $(A+I)^n = I + A + A^2 + \ldots + A^n$
- 注：A是布尔矩阵，遵守布尔运算规则

布尔代数运算规则：

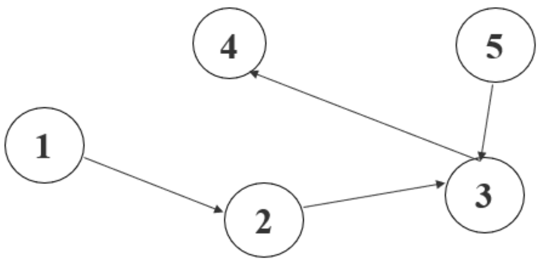
0＋0＝0，0＋1＝1，1＋0＝1，1＋1＝1，

0×0＝0，0×1＝0，1×0＝0，1×1＝1。

根据布尔代数运算规则，对于邻接矩阵A存在：

A＋A＝A

结构模型基础知识



$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}$$

$$(A+I)^2=\begin{bmatrix}1&1&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0\\0&1&1&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&1\end{bmatrix}$$

$$(A+I)^3=\begin{bmatrix}1&1&1&1&0\\0&1&1&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&1\end{bmatrix}=(A+I)^4$$

布尔代数运算规则

$$R=(A+I)^3$$

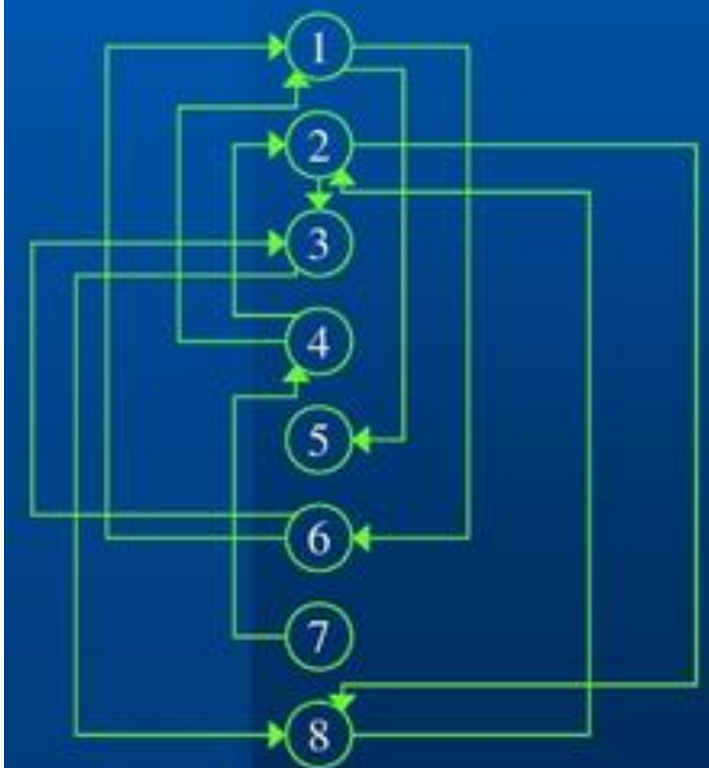
P1可达P2、P3、P4，P2可达P3、P4，P3可达P4，P5可达P3、P4

结构模型基础知识

可达矩阵的基本特性：

- 可达矩阵与结构图之间不存在一一对应关系；
- 如果可达矩阵的所有元素为1，则表示从图中任一节点出发，可达图中任一其他节点——强连接图；
- 可达矩阵中的行元素，如果只有对角元素为1，其余均为0，则该元素为汇点；
- 可达矩阵中的列元素，如果只有对角元素为1，其余均为0，则该元素为源点；
- 转移特性，即若P_i可达P_j，P_j可达P_k，则P_i可达P_K。

结构模型基础知识



$R=$

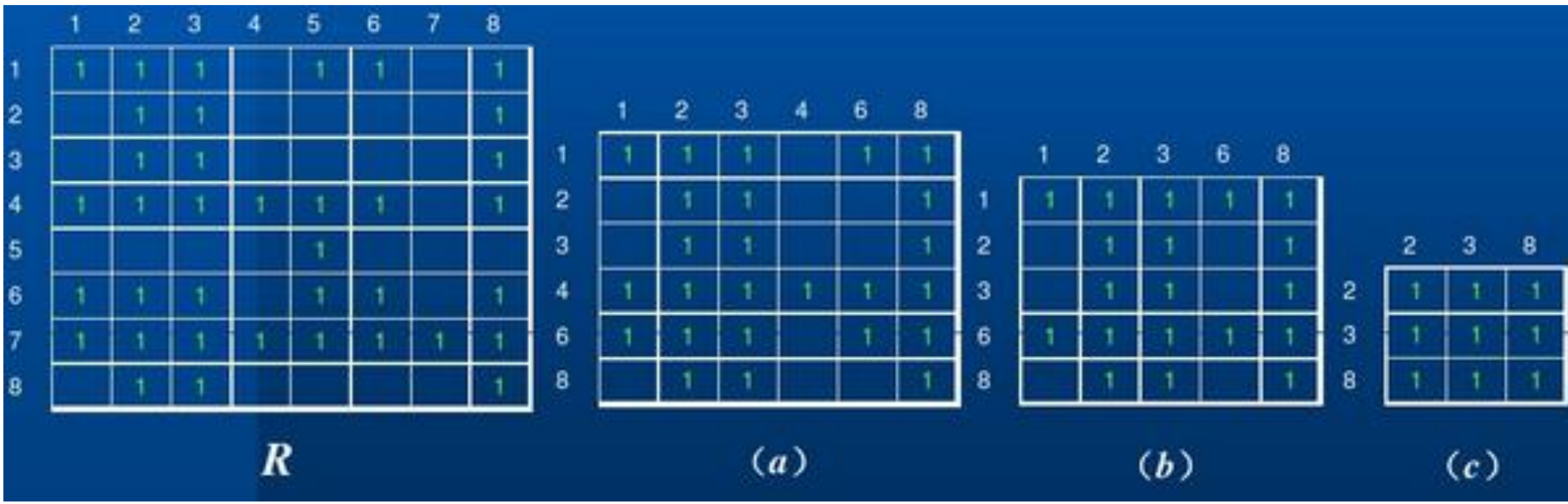
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1		1	1		1
2		1	1					1
3		1	1					1
4	1	1	1	1	1	1		1
5					1			
6	1	1	1		1	1		1
7	1	1	1	1	1	1	1	1
8		1	1					1

- 可达矩阵中的行元素，如果只有对角元素为1，其余均为0，则该元素为**汇点**；5
- 可达矩阵中的列元素，如果只有对角元素为1，其余均为0，则该元素为**源点**；7

结构模型基础知识

- **图的层次化：**

——将可达矩阵按照源点和汇点的顺序排列。



	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1		1	1		1
2		1	1					1
3		1	1					1
4	1	1	1	1	1	1		1
5					1			
6	1	1	1		1	1		1
7	1	1	1	1	1	1	1	1
8		1	1					1

R

	1	2	3	4	6	8
1	1	1	1		1	1
2		1	1			1
3		1	1			1
4	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1		1	1
8		1	1			1

(*a*)

	1	2	3	6	8
1	1	1	1	1	1
2		1	1		1
3		1	1		1
6	1	1	1	1	1
8		1	1		1

(*b*)

	2	3	8
2	1	1	1
3	1	1	1
8	1	1	1

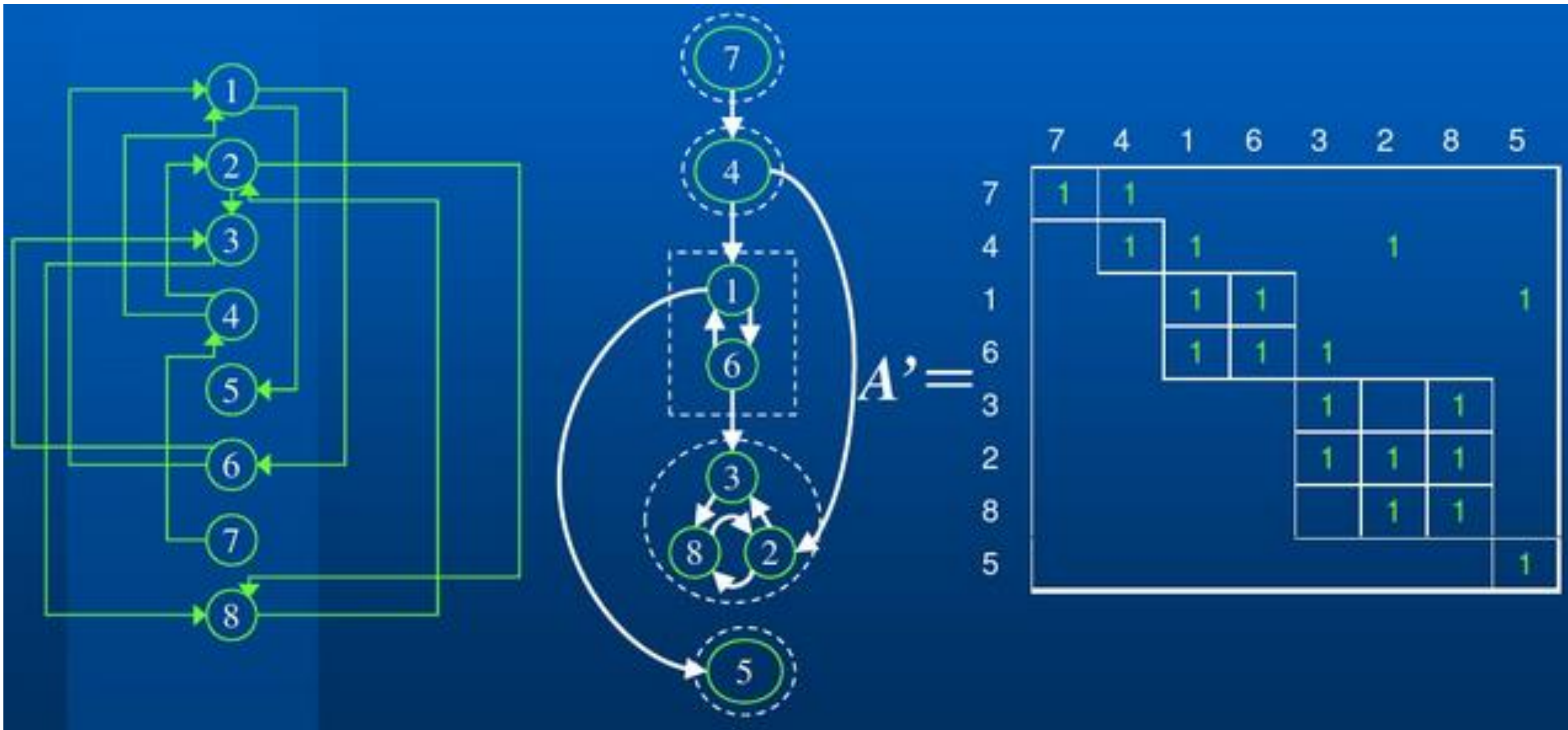
(*c*)

逐级去掉源点和汇点

结构模型基础知识

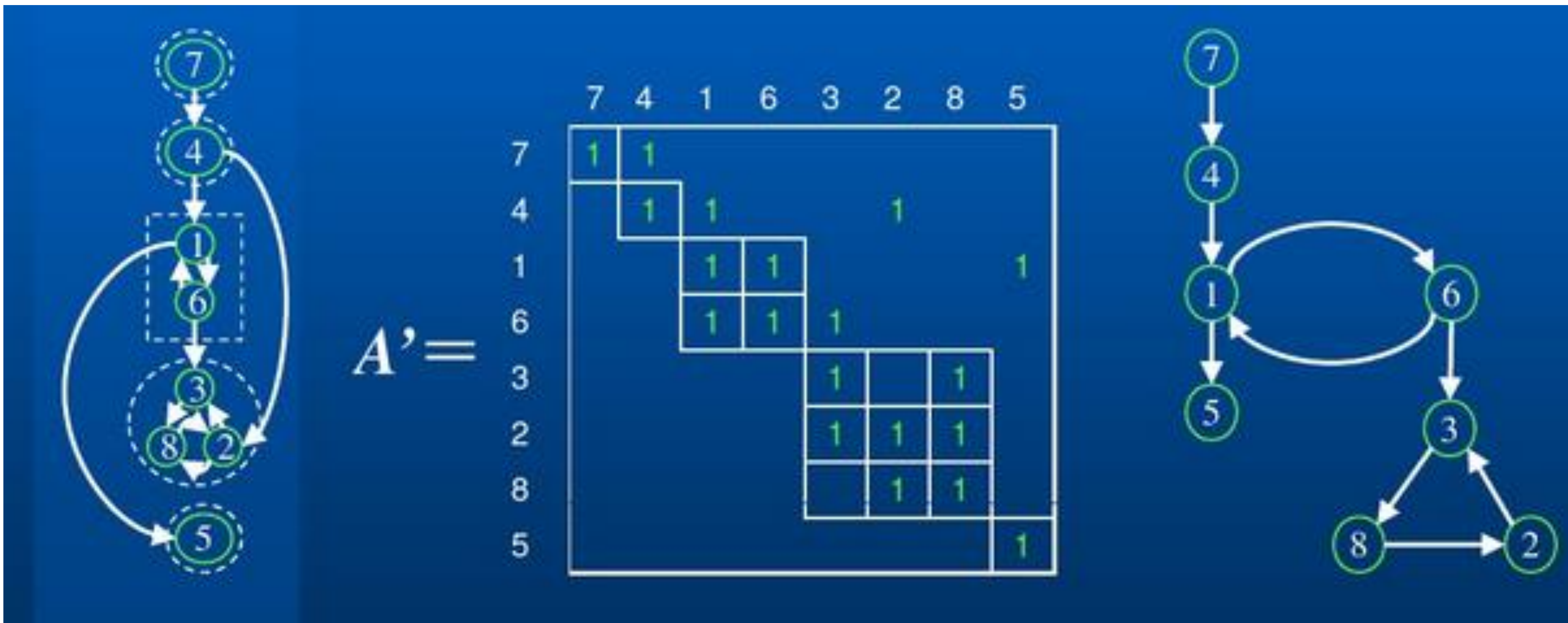
- **图的层次化**：

——将可达矩阵按照源点和汇点的顺序排列。



结构模型基础知识

- 图的层次化：将可达矩阵按照源点和汇点的顺序排列

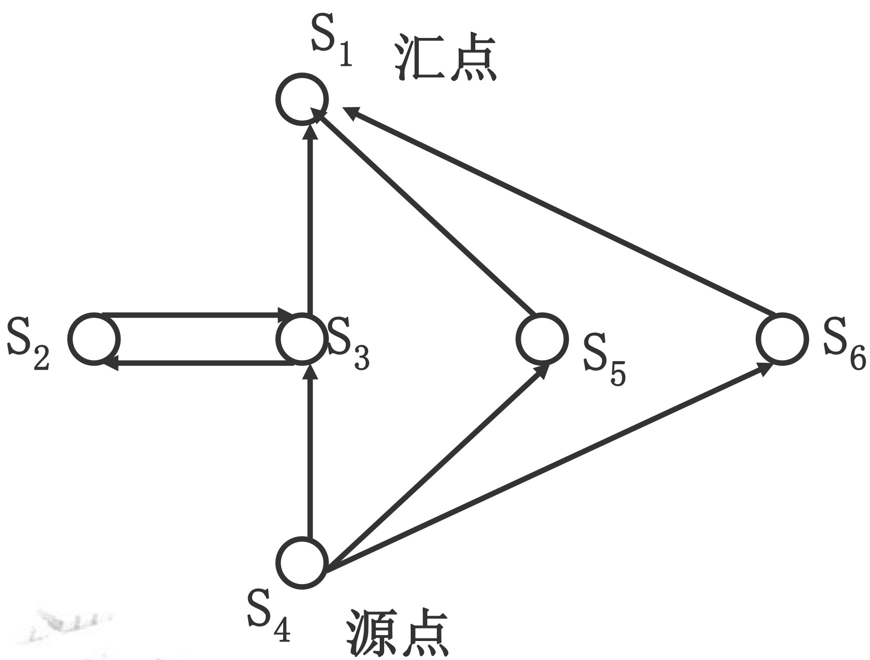


结构模型基础知识

缩减矩阵（可达矩阵）

在可达矩阵中存在两个节点相应的行、列元素值分别完全相同，则说明这两个节点构成**回路集**，只要选择其中的一个节点即可代表回路集中的其他节点，这样就可简化可达矩阵，称为**缩减可达矩阵**。

结构模型基础知识



$$
M=(m_{ij})=\begin{array}{c}
 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

结构模型基础知识

$$M=(m_{ij})=\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & S_1 & S_2 & \boxed{S_3} & S_4 & S_5 & S_6 \\ \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ \boxed{S_3} \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{array} & \multicolumn{6}{c}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \end{array}$$

$$M'=(m_{ij})=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

结构模型基础知识

骨架矩阵（邻接矩阵）

对于给定系统A的**可达矩阵M**是唯一的，但实现某一可达矩阵M的**邻接矩阵A**可以是多个的。把实现某一可达矩阵M、**具有最小二元关系个数**（“1”元素最少）**的邻接矩阵**叫做M的最小实现二元关系矩阵，或称之为**骨架矩阵**，记作A’。

2）系统结构模型化技术

- 结构模型化技术
  - 问题发掘技术
    - 脚本法
    - 发想法
    - 专家调查法
    - 集团启发法
  - 结构决定技术
    - 静态结构化技术
      - 关联树法
      - 解释结构模型（ISM）
      - 决策试验与评价实验室
      - 系统开发计划程序
    - 动态结构化技术
      - 工作设计
      - 交叉影响分析
      - 凯恩模型仿真
      - 快速仿真模型
      - 系统动力学

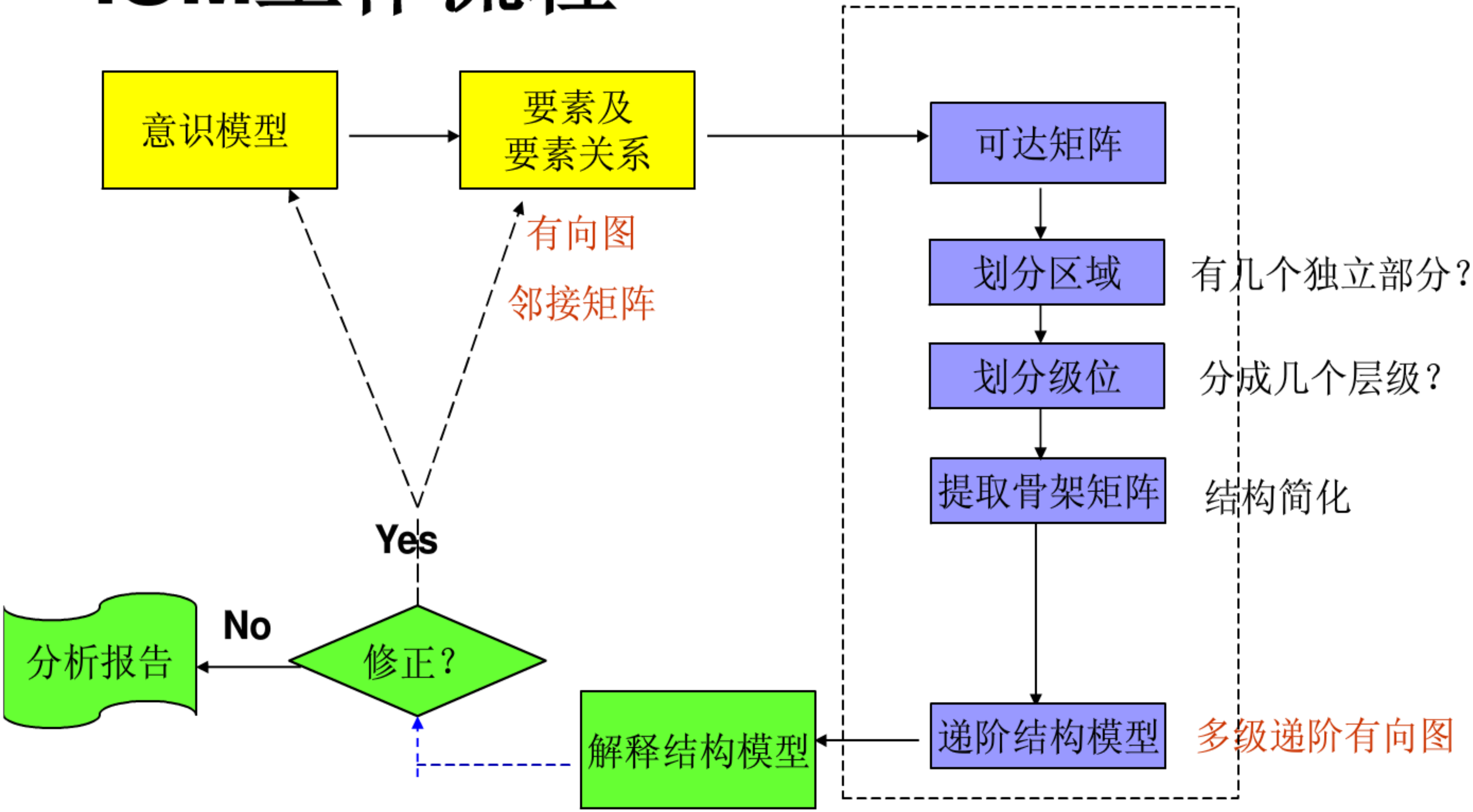
解释结构模型（ISM）

- ISM技术是美国J·N·沃菲尔德教授于1973年作为分析复杂的社会经济系统结构问题的一种方法而开发的。
- 其基本思想是：通过各种创造性技术，提取问题的构成要素，利用有向图、矩阵等工具和计算机技术，对要素及其相互关系等信息进行处理，最后用文字加以解释说明，明确问题的层次和整体结构，提高对问题的认识和理解程度。

该技术不需要高深的数学知识，模型直观有启发性。它不仅广泛用于工程技术方面，更应用于社会、经济因素的大系统。比如制定复杂的企业规划、研究决策政策方针、制定城市规划等方面。

ISM侧重于描述系统各单元及其相互关系。在描述中，需借助计算机，充分利用人的直觉来进行。

ISM工作流程



优势：可以求出利用其他方法无法找出的间接联系。这些间接联系对研究系统的整体特性具有重要意义。

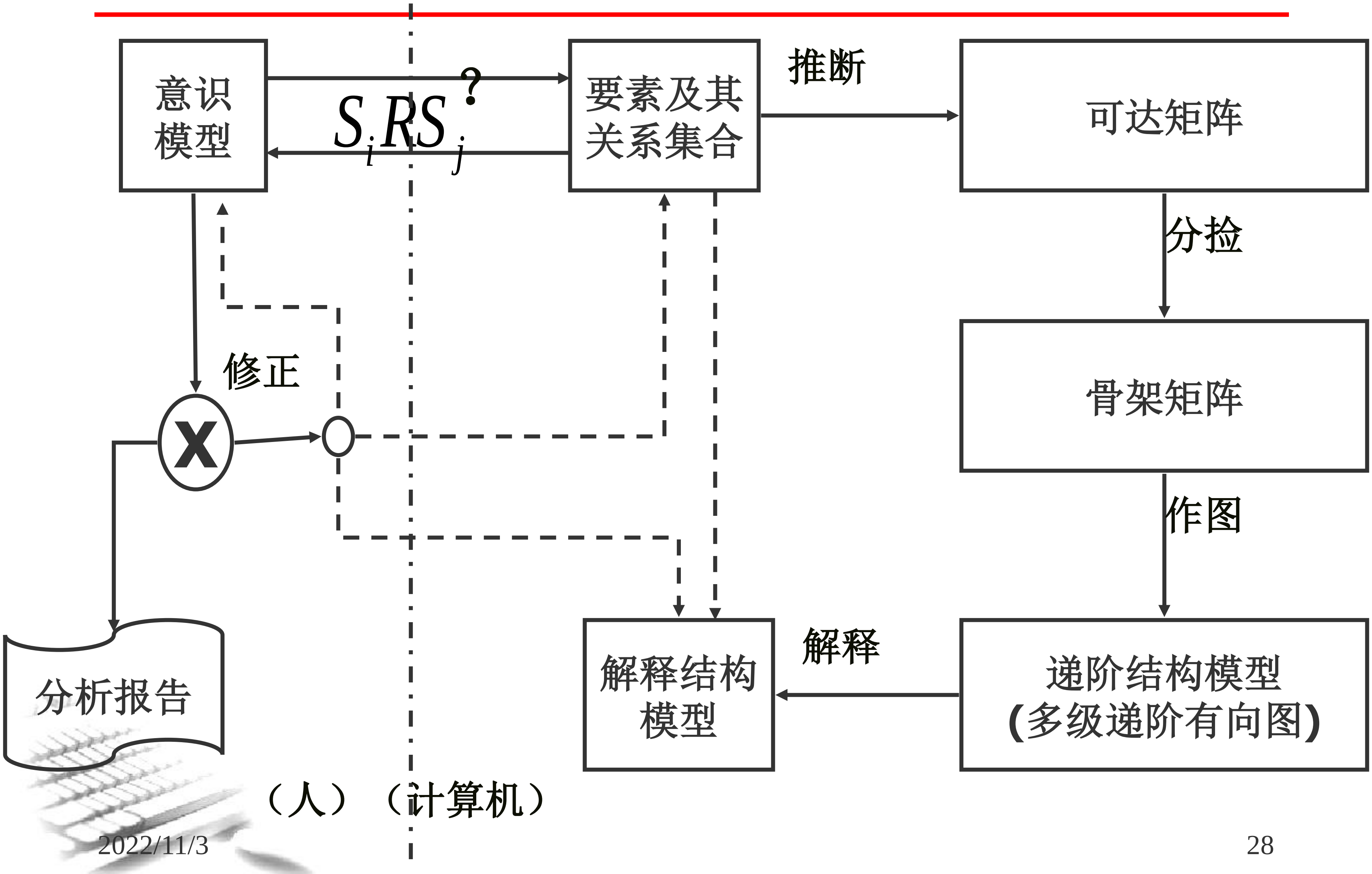
a. 提出问题，组建专家组，收集并初步整理问题，形成**初步的意识模型**。

b. **意识模型的具体化、规范化和系统化**。包括：

- 通过**人机对话**，确定系统要素及其二元关系；
- 利用**关系传递性**，推导系统可达矩阵；
- **可达矩阵分解、缩约和简化**，推导反映系统递阶结构的骨架矩阵，并进一步推导系统递阶结构模型。

c. 通过对要素解释说明，建立**系统解释结构模型**。

d. **将解释模型与意识模型对比分析，得出结果**。



意识模型
$S_i R S_j$?
要素及其关系集合
推断
可达矩阵
分捡
骨架矩阵
作图
递阶结构模型
(多级递阶有向图)
解释
解释结构模型
修正
X
分析报告
（人）（计算机）

解释结构模型

ISM技术的核心内容：

——通过对可达矩阵的处理，建立系统问题的递阶结构模型。

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分：有几个独立部分组成？

（二）级位划分：分成几个层级？

（三）提取骨架矩阵：结构简化

（四）多级递阶有向图绘制：递阶结构模型

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

系统的构成要素集合S，分割成关于给定二元关系R的相互独立的区域的过程。

首先以可达矩阵M为基础，

- 1）划分与要素S_i（$i=1，2，…，n$）相关联的**系统要素的类型**。
- 2）找出在整个系统（所有要素系统S）中**有明显特征的要素**。

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（1）可达集合*R*（S_i）。（Reachability Set ）

系统要素S_i的可达矩阵或有向图中<u>由S_i可到达的诸要素</u>所构成的集合。记为R（S_i）。其定义为：

$$R(S_i)=\{S_j \mid S_j \in S, m_{ij}=1, j=1,2\cdots,n\}, i=1,2,\cdots,n$$

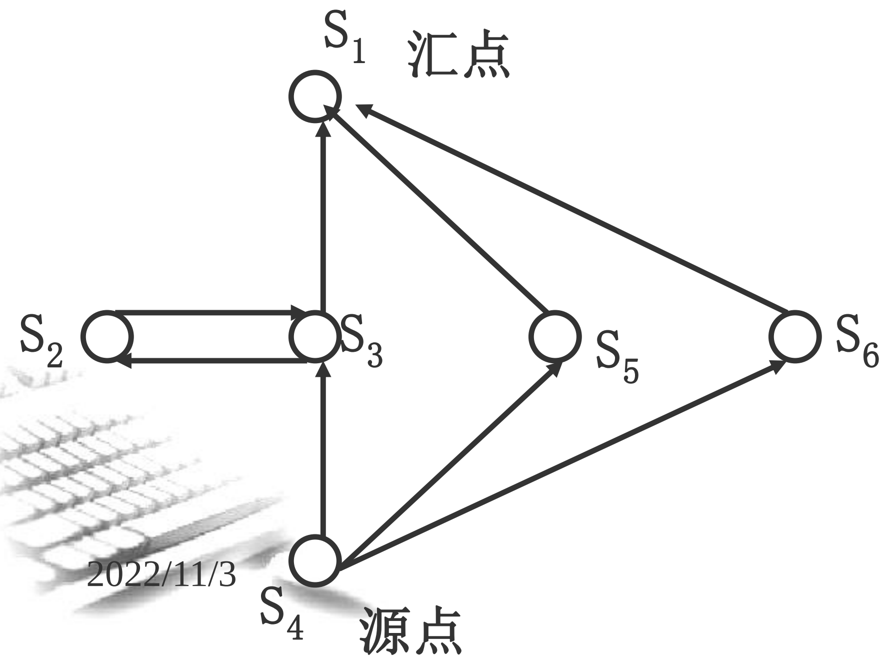
$$m_{ij}=\begin{cases}1 & S_i R^t S_j \quad \text{存在着i到j的路长最大为r的通路} \\ 0 & S_i \overline{R}^t S_j \quad \text{不存在i到j的通路}\end{cases}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（1）可达集合R（S_i）（Reachability Set ）



$$R(S_1)=\{S_1\}$$

$$R(S_2)=\{S_1,S_2,S_3\}$$

$$R(S_3)=\{S_1,S_2,S_3\}$$

$$R(S_4)=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$$

$$R(S_5)=\{S_1,S_5\}$$

$$R(S_6)=\{S_1,S_6\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（1）可达集合$R(S_i)$

由可达矩阵中第S_i行中所有矩阵元素为1的列所对应的要素集合。

$$M=(m_{ij})=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\1&1&1&1&1&1\\1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$R(S_1)=\{S_1\}$$
$$R(S_2)=\{S_1,S_2,S_3\}$$
$$R(S_3)=\{S_1,S_2,S_3\}$$
$$R(S_4)=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$$
$$R(S_5)=\{S_1,S_5\}$$
$$R(S_6)=\{S_1,S_6\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（2）先行集合A（S_i）（Antecedent Set）

在可达矩阵或有向图中可到达要素S_i 的要素集合定义为要素S_i的先行集，用$A(S_i)$表示。其定义为：

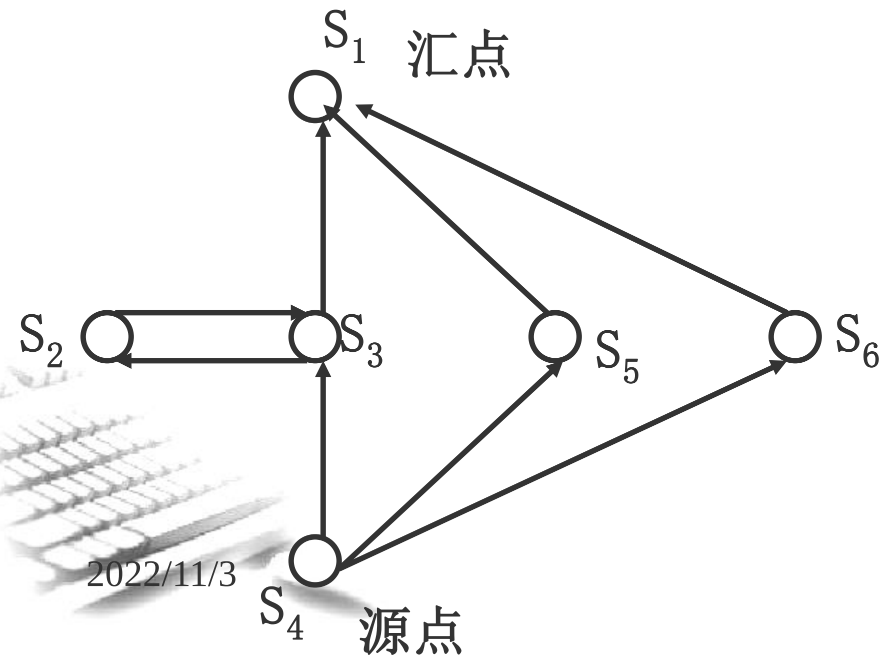
$$A(S_i)=\{S_j \mid S_j \in S, m_{ji}=1, j=1,2\cdots,n\}, i=1,2,\cdots,n$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（2）先行集合$A（S_i）$



$$A(S_1)=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$$
$$A(S_2)=\{S_2,S_3,S_4\}$$
$$A(S_3)=\{S_2,S_3,S_4\}$$
$$A(S_4)=\{S_4\}$$
$$A(S_5)=\{S_4,S_5\}$$
$$A(S_6)=\{S_4,S_6\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

由可达矩阵中第S_i列中的所有矩阵元素为1的行所对应的要素组成。

（2）先行集合$A(S_i)$

$$M=(m_{ij})=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\1&1&1&0&0&0\\1&1&1&1&1&1\\1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$A(S_1)=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$$
$$A(S_2)=\{S_2,S_3,S_4\}$$
$$A(S_3)=\{S_2,S_3,S_4\}$$
$$A(S_4)=\{S_4\}$$
$$A(S_5)=\{S_4,S_5\}$$
$$A(S_6)=\{S_4,S_6\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（3）共同集C（S_i）。（Common Set）

系统要素S_i的共同集是S_i在可达集和先行集的共同部分，即交集。用C（S_i）表示。其定义为：

$$C(S_i)=\{S_j \mid S_j \in S, m_{ij}=1, m_{ji}=1, j=1,2\cdots,n\}, i=1,2,\cdots,n$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类

（3）共同集C（S_i）

$$C(S_1)=\{S_1\} \quad C(S_4)=\{S_4\}$$
$$C(S_2)=\{S_2,S_3\} \quad C(S_5)=\{S_5\}$$
$$C(S_3)=\{S_2,S_3\} \quad C(S_6)=\{S_6\}$$

$$R(S_1)=\{S_1\}$$
$$R(S_2)=\{S_2,S_3,S_1\}$$
$$R(S_3)=\{S_1,S_2,S_3\}$$
$$R(S_4)=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$$
$$R(S_5)=\{S_1,S_5\}$$
$$R(S_6)=\{S_1,S_6\}$$

$$A(S_1)=\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6\}$$
$$A(S_2)=\{S_2,S_3,S_4\}$$
$$A(S_3)=\{S_2,S_3,S_4\}$$
$$A(S_4)=\{S_4\}$$
$$A(S_5)=\{S_4,S_5\}$$
$$A(S_6)=\{S_4,S_6\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

即有向图的源点

即有向图的汇点

1. 要素集合的分类

（4）起始集*B*（*S*）和终止集*E*（*S*）。

系统要素集合S的起始集是在S中只到达其他要素而不被其他要素到达的要素构成的集合，记为*B*（*S*）。

其定义为：

$$B(S)=\{S_i \mid S_i \in S, C(S_i)=A(S_i), i=1,2,\cdots,n\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

即有向图的源点

即有向图的汇点

1. 要素集合的分类

（4）起始集*B*（*S*）和终止集*E*（*S*）。

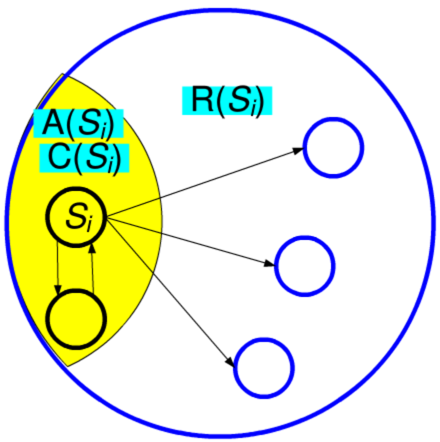
系统要素集合S的终止集是在S中只被其他要素到达的要素而不到达其他要素的要素构成的集合，记为*E*（*S*）。其定义为：

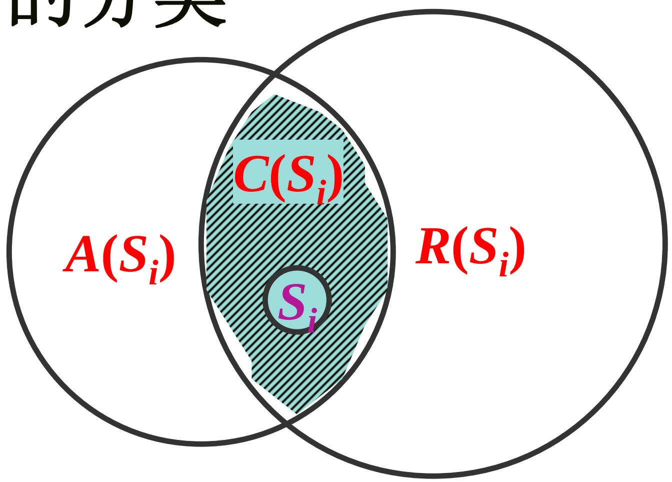
$$E(S)=\{S_i|S_i \in S,\ C(S_i)=R(S_i),\ i=1,2,\ldots,n\}$$

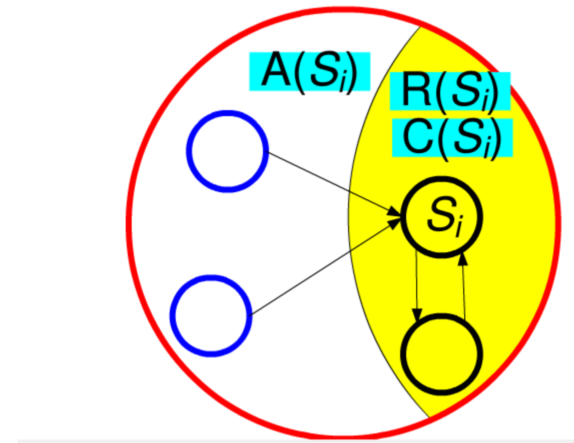
建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类





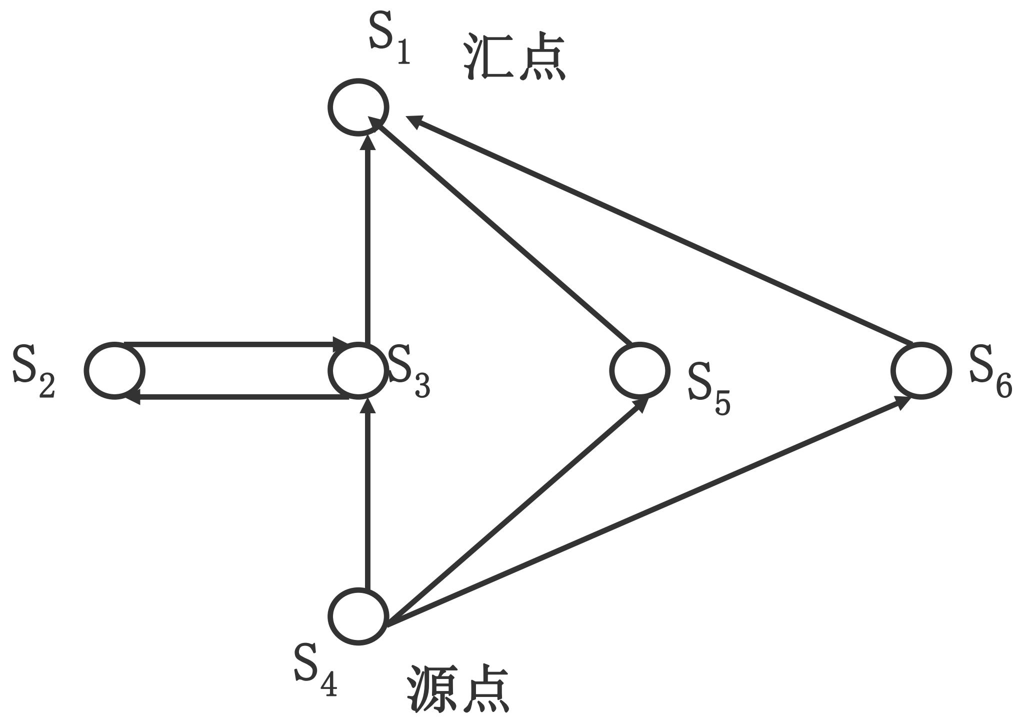


当S_i为S的起始集要素时，相当于阴影部分覆盖整个$A(S_i)$区域，即有$C(S_i)=A(S_i)$；

当S_i为S的终止集要素时，相当于阴影部分覆盖整个$R(S_i)$区域，即有$C(S_i)=R(S_i)$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分



建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

找到起始集

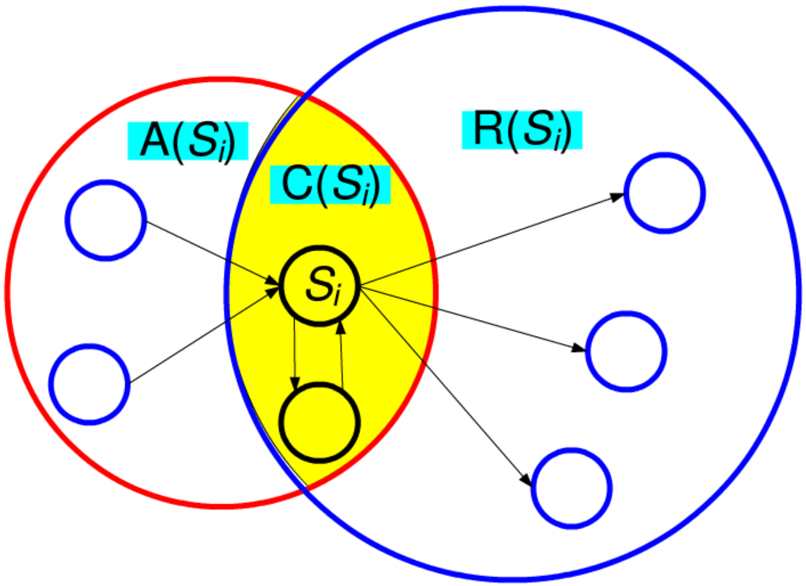
当S_i为S的起始集要素时，相当于阴影部分覆盖整个$A(S_i)$区域，即有$C(S_i)=A(S_i)$;

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$B(s)$
1	S_1	$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$	S_1	
2	S_1, S_2, S_3	S_2, S_3, S_4	S_2, S_3	
3	S_1, S_2, S_3	S_2, S_3, S_4	S_2, S_3	
4	$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$	S_4	S_4	S_4
5	S_1, S_5	S_4, S_5	S_5	
6	S_1, S_6	S_4, S_6	S_6	

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

1. 要素集合的分类



S_i本身一定在**C(S_i)** 中

与**S_i**强连接的要素一定在**C(S_i)** 中

除了S_i本身和与S_i有强连接的要素外，C(S_i) 中还有别的要素吗？

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

2. 区域划分的标准

（1）在起始集B（S）中任取两个要素b_u、b_v:

1）若 $R(b_u)\cap R(b_v)\neq\phi$ (ϕ空集)

则b_u、b_v及$R(b_u)$、$R(b_v)$中的要素属于同一区域。

若对所有要素均有此结果，则区域不可分。

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

2. 区域划分的标准

（1）在起始集B（S）中任取两个要素b_u、b_v:

2）若 $R(b_u)\cap R(b_v)=\phi$ (ϕ空集)

则b_u、b_v及$R(b_u)$、$R(b_v)$中的要素不属于同一区域，

系统要素集合S至少可分为两个相对独立的区域。

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

2. 区域划分的标准

（2）在终止集*E*（*S*）中任取两个要素e_u、e_v：

1）若 $A(e_u)\bigcap A(e_v)\neq\phi$ （ϕ空集)

则e_u、e_v及$E(b_u)$、$E(b_v)$中的要素属于同一区域。

若对所有要素均有此结果，则区域不可分。

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

2. 区域划分的标准

（2）在终止集*E*（*S*）中任取两个要素e_u、e_v：

2）若　$A(e_u)\cap A(e_v)=\phi$　(ϕ空集)

则e_u、e_v及$E(b_u)$、$E(b_v)$中的要素不属于同一区域，

系统要素集合S至少可分为两个相对独立的区域。

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

3. 区域划分的结果表示

区域划分的结果可记为：

$$\Pi(S)=P_1,P_2,\cdots,P_k,\cdots,P_m$$

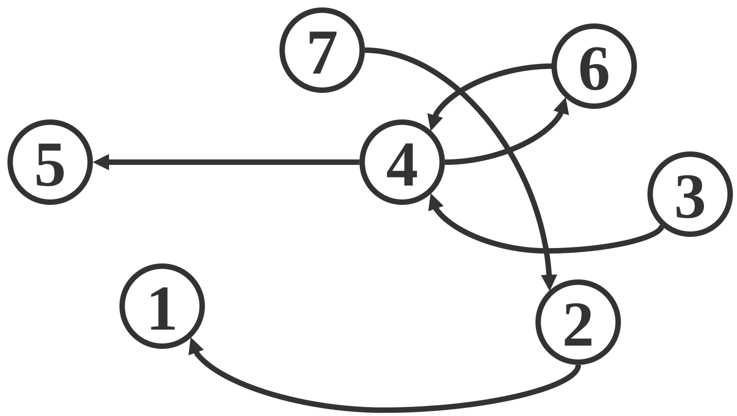
其中：P_k为第k个相对独立区域的要素集合。

经过区域划分后的可达矩阵成为<u>块对角矩阵</u>，记作$M(P)$.

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

例：对下面的有向图进行区域划分。

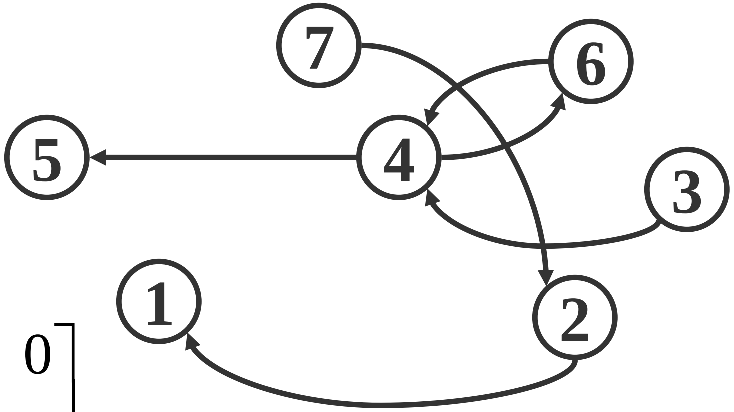


建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

解：

1. 写出可达矩阵$M(S_i)$



$$M(S_i)=(m_{ij})=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

2.根据可达矩阵$M(S_i)$

写出可达集$R(S_i)$

$$M(S_i)=(m_{ij})=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$B(s)$
1	*1*			
2	*1，2*			
3	*3，4，5，6*			
4	*4，5，6*			
5	*5*			
6	*4，5，6*			
7	*1，2，7*			

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

3.根据可达矩阵$M(S_i)$

写出先行集$A（S_i）$

$$M(S_i)=(m_{ij})=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$B(s)$
1	***1***	***1，2，7***		
2	***1，2***	***2，7***		
3	***3，4，5，6***	***3***		
4	***4，5，6***	***3，4，6***		
5	***5***	***3，4，5，6***		
6	***4，5，6***	***3，4，6***		
7	***1，2，7***	***7***		

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

4.根据$M(S_i)$和A（S_i）写出$C(S_i)$

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$B(s)$
1	1	1，2，7	1	
2	1，2	2，7	2	
3	3，4，5，6	3	3	
4	4，5，6	3，4，6	4，6	
5	5	3，4，5，6	5	
6	4，5，6	3，4，6	4，6	
7	1，2，7	7	7	

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

5. 写出起始集$B(s)$

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$B(s)$
1	1	1，2，7	1	
2	1，2	2，7	2	
3	3，4，5，6	3	3	3
4	4，5，6	3，4，6	4，6	
5	5	3，4，5，6	5	
6	4，5，6	3，4，6	4，6	
7	1，2，7	7	7	7

因此，$B(s)=\{S_3,S_7\}$

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

6.观察 $R(b_u)\cap R(b_v)$是否为空集

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$B(s)$
1	***1***	***1，2，7***	***1***	
2	***1，2***	***2，7***	***2***	
3	***3，4，5，6***	***3***	***3***	***3***
4	***4，5，6***	***3，4，6***	***4，6***	
5	***5***	***3，4，5，6***	***5***	
6	***4，5，6***	***3，4，6***	***4，6***	
7	***1，2，7***	***7***	***7***	***7***

因此，$R(S_3)\cap R(S_7)=\Phi$

即，$S_3S_4S_5S_6$和$S_1S_2S_7$分属两个独立区域

建立递阶结构模型的规范方法

（一）区域划分

7.写出划分区域后的可达矩阵 *M(P)*.

$$M(S_i)=(m_{ij})=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$M(P)=\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}3&4&5&6&1&2&7\end{array}\\ \left[\begin{array}{cccc|ccc}1&1&1&1&&&\\0&1&1&1&&0&\\0&0&1&0&&&\\0&1&1&1&&&\\ \hline &&&&1&0&0\\&0&&&1&1&0\\&&&&1&1&1\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{l}\\ \left.\begin{array}{c}3\\4\\5\\6\end{array}\right\}P_1\\ \left.\begin{array}{c}1\\2\\7\end{array}\right\}P_2\end{array}$$

块对角矩阵

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

1. 级位划分的定义

——确定某区域内各要素所处层次地位的过程。这是*建立多级递阶结构模型的关键工作*。

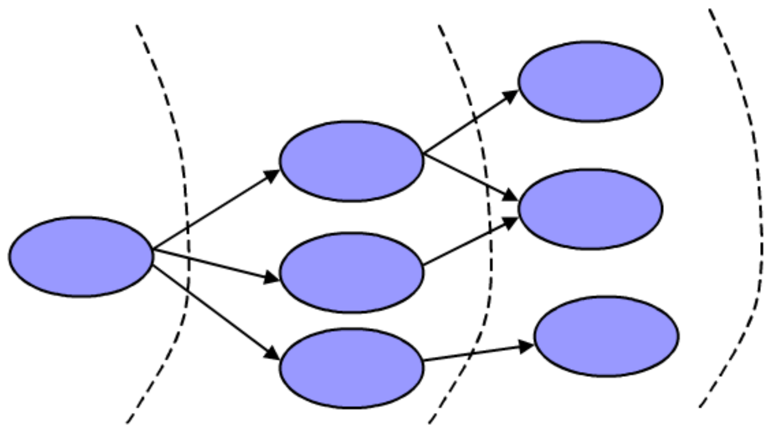
设**P**是由区域划分得到的某区域要素集合，若用$L_1, L_2, \ldots, L_l$表示从高到低的各级要素集合（其中l为最大级位数），则级位划分的结果可写成：

$\prod(P) = L_1, L_2, \ldots, L_l$。

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

- 级位划分的基本做法是：
  - 步骤1：找出整个系统要素集合的最高级要素（终止集要素）后，将它们去掉得到，剩余要素集合
  - 步骤2：再继续求剩余要素集合的最高级要素，
  - 步骤3：重复步骤2，直到找出最低层级的要素集合。



对于最高级要素S_i

$$C(S_i) = R(S_i) \cap A(S_i) = R(S_i)$$

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

- 对于最高层级的要素来说，它的可达集$R(S_i)$是和它的共同集$C(S_i)$相同的。
  - 在一个多层级结构中，最高层级的要素没有其他要素可以到达，所以它的可达集合$R(S_i)$中只能包括：
    - a) 它本身；
    - b) 与它有强连接的要素；
  - 共同集$C(S_i)$也只包括：a)它本身；b)与它同级的强连接要素。
- 因此，确定S_i是否为最高级要素的判断条件是：

$$R(S_i) \cap A(S_i) = R(S_i)$$

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

令$L_0=\boldsymbol{\psi}$（最高级要素集合为L_1，没有零级要素），则有：

$L_1=\{S_i | S_i \in P-L_0，C_0(S_i)= R_0(S_i)，i=1，2，\cdots，n\}$

$L_2=\{S_i | S_i \in P-L_0-L_1，C_1(S_i)= R_1(S_i)，i<n\}$

……

$L_k=\{S_i | S_i \in P-L_0-L_1-\cdots-L_{k-1}，C_{k-1}(S_i)= R_{k-1}(S_i)，i<n\}$

式中的$C_{k-1}(S_i)$和$R_{k-1}(S_i)$分别是根据集合 $P-L_0-L_1-\cdots-L_{k-1}$中的要素形成的子图（子矩阵）求得的共同集和可达集。

建立递阶结构模型的规范方法

级位划分总结：

找出整个系统要素集合的最高级要素（终止集要素）后，可将它们去掉，再求剩余集合（形成部分图）的最高级要素，依次类推，直到确定出最低一级要素集合（即L_l）。

$$L_1=\{S_i \mid S_i \in P-L_0, C_0(S_i)=R_0(S_i), i=1,2,\cdots,n\}$$

$$L_2=\{S_i \mid S_i \in P-L_0-L_1, C_1(S_i)=R_1(S_i), i<n\}$$

$$\ldots$$

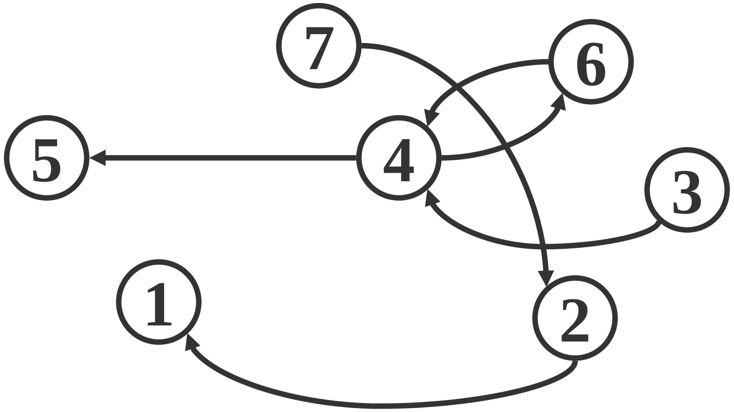
$$L_k=\{S_i \mid S_i \in P-L_0-L_1-\ldots-L_{k-1}, C_{k-1}(S_i)=R_{k-1}(S_i), i<n\}$$

经过级位划分后，可达矩阵变为区域三角矩阵，记为：$\boldsymbol{M(L)}$。

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

例：对下面的有向图的区域矩阵进行级位划分。



建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

当S_i为S的终止集要素时，相当于阴影部分覆盖整个$R(S_i)$区域，即有$C(S_i)= R(S_i)$

解：取第一区域P_1进行分级。

1. 写出终止集

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$E(s)$	$\prod(P_1)$
3	3，4，5，6	3	3		
4	4，5，6	3，4，6	4，6		
~~5~~	~~5~~	~~3，4，5，6~~	~~5~~	5	$L_1=\{S_5\}$
6	4，5，6	3，4，6	4，6		

因此，$L_1=\{S_5\}$

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

解：取第一区域P_1进行分级。

2. 去掉第一级要素

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$E(s)$	$\prod(P_1)$
3	3，4，$\cancel{5}$，6	3	3		
4	4，$\cancel{5}$，6	3，4，6	4，6		
~~5~~	~~5~~	~~3，4，5，6~~	~~5~~	~~5~~	$L_1=\{S_5\}$
6	4，$\cancel{5}$，6	3，4，6	4，6		

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

解：取第一区域P_1进行分级。

3. 继续寻找本子矩阵中的第一级要素，并去掉。

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$E(s)$	$\prod(P_1)$
3	3，~~4~~，~~6~~	3	3		
~~4~~	~~4，6~~	~~3，4，6~~	~~4，6~~	~~4~~	$L_2=\{S_4,S_6\}$
~~6~~	~~4，6~~	~~3，4，6~~	~~4，6~~	~~6~~	

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

解：取第一区域P_1进行分级。

4. 继续寻找本子矩阵中的第一级要素，并去掉。

S_i	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(S_i)\cap A(S_i)$	$E(s)$	$\prod(P_1)$
3	3	3	3	**3**	$L_3=\{S_3\}$

因此，对该区域进行级位划分的结果为：

$$\prod(P_1) = L_1, L_2, L_3 = \{S_5\}, \{S_4, S_6\}, \{S_3,\}$$

建立递阶结构模型的规范方法

（二）级位划分

解：取第一区域P_1进行分级。

$$M(S_i)=(m_{ij})=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&0\\0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&1&0\\1&1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

5.同理可得P_2的级位划分。

6.经过级位划分后的可达矩阵变为：

$$\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}\mathbf{5}&\mathbf{4}&\mathbf{6}&\mathbf{3}&\mathbf{1}&\mathbf{2}&\mathbf{7}\end{array}\\ M(L)=\left[\begin{array}{cccc|ccc}1&0&0&0&&&\\1&1&1&0&&0&\\1&1&1&0&&&\\1&1&1&1&&&\\\hline&&&&1&0&0\\&0&&&1&1&0\\&&&&1&1&1\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{ll}\mathbf{5}&L_1\\\mathbf{4}&\\&L_2\\\mathbf{6}&\\\mathbf{3}&L_3\\\mathbf{1}&L_1\\\mathbf{2}&L_2\\\mathbf{7}&L_3\end{array}$$

区域三角矩阵

建立递阶结构模型的规范方法

（三）提取骨架矩阵

- 骨架矩阵
  - 分层级后，求M（L）的最小实现矩阵。
  - 剔除冗余逻辑关系后，仍能反映原来矩阵所表示的要素间关系
  - 具有最少的二元关系个数

建立递阶结构模型的规范方法

（三）提取骨架矩阵

- 从影响（可达）关系角度，解释提取骨架矩阵的三个步骤:
  - 去掉强连接要素？两个有强连接关系的要素可以互相替代。
  - 去掉越级二元关系？间接影响（可达）关系可以通过直接影响关系推知。
  - 去掉自身到达关系？这类关系是不言自明的。

再回顾一下可达矩阵的计算：

- 在邻接矩阵上加上单位阵（自身到达的二元关系）
- 经过多次自乘，找到所有间接到达关系（越级二元关系）

建立递阶结构模型的规范方法

（三）提取骨架矩阵

——通过对可达矩阵$M(L)$的缩约和检出，建立起$M(L)$的最小实现矩阵，即骨架矩阵A'.

第一步，检查各层次中的强连接要素，建立可达矩阵$M(L)$的缩减矩阵$M'(L)$.

$$
M(L)=\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} 5 & 4 & 6 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc|ccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{ll}
5 & L_1 \\
4 & \multirow{2}{*}{$\}L_2$} \\
6 & \\
3 & L_3 \\
1 & L_1 \\
2 & L_2 \\
7 & L_3
\end{array}
$$

建立递阶结构模型的规范方法

（三）提取骨架矩阵

第一步，检查各层次中的强连接要素，建立可达矩阵*M*(*L*)的缩减矩阵*M’*(*L*).

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{array} \\
M'(L)=\left[\begin{array}{ccc|ccc}
1 & 0 & 0 & & & \\
1 & 1 & 0 & & 0 & \\
1 & 1 & 1 & & & \\
\hline
 & & & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & & 1 & 1 & 0 \\
 & & & 1 & 1 & 1
\end{array}\right]
\begin{array}{cc}
5 & L_1 \\
4 & L_2 \\
3 & L_3 \\
1 & L_1 \\
2 & L_2 \\
7 & L_3
\end{array}
\end{array}
$$

建立递阶结构模型的规范方法

找出越级的二元关系的技巧：

•矩阵的某行，如L_3，看S_3能到达哪些要素？ $R(S_3)=\{S_3, S_4, S_5\}$

•继续分析$R(S_3)$中的S_4、S_5 （不需考虑自身S_3），看$R(S_3)$中的要素之间是否存在可达关系

•因为$S_4 \to S_5$，所以$S_3 \to S_5$是越级二元关系

第二步，去掉$M'(L)$中已具有邻接二元关系的要素间的越级二元关系，得到经过一步简化后的新矩阵$M''(L)$。

$$
M'(L)=\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc:ccc}
1 & 0 & 0 & & & \\
1 & 1 & 0 & & 0 & \\
1 & 1 & 1 & & & \\
\hdashline
 & & & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & & 1 & 1 & 0 \\
 & & & 1 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{cc}
5 & L_1 \\
4 & L_2 \\
3 & L_3 \\
1 & L_1 \\
2 & L_2 \\
7 & L_3
\end{array}
$$

$$
M''(L)=\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc:ccc}
1 & 0 & 0 & & & \\
1 & 1 & 0 & & 0 & \\
0 & 1 & 1 & & & \\
\hdashline
 & & & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & & 1 & 1 & 0 \\
 & & & 0 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{cc}
5 & L_1 \\
4 & L_2 \\
3 & L_3 \\
1 & L_1 \\
2 & L_2 \\
7 & L_3
\end{array}
$$

建立递阶结构模型的规范方法

（三）提取骨架矩阵

第三步，进一步去掉$M''(L)$中自身到达的二元关系，即减去单位矩阵，将$M''(L)$对角线上的“1”全变成“0”，得到经简化后具有最少二元关系个数的骨架矩阵A'。

$$
\begin{array}{c}
\\
M''(L)=
\end{array}
\begin{array}{cccccc}
5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7
\end{array}
$$

$$
M''(L)=\left[\begin{array}{ccc|ccc}
1 & 0 & 0 & & & \\
1 & 1 & 0 & & 0 & \\
0 & 1 & 1 & & & \\
\hline
 & & & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & & 1 & 1 & 0 \\
 & & & 0 & 1 & 1
\end{array}\right]
\begin{array}{c}
5\\4\\3\\1\\2\\7
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccc}
5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7
\end{array}
$$

$$
M''(L)=\left[\begin{array}{ccc|ccc}
0 & 0 & 0 & & & \\
1 & 0 & 0 & & 0 & \\
0 & 1 & 0 & & & \\
\hline
 & & & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & & 1 & 0 & 0 \\
 & & & 0 & 1 & 0
\end{array}\right]
\begin{array}{c}
5\\4\\3\\1\\2\\7
\end{array}
$$

A'

建立递阶结构模型的规范方法

（四）绘制多级递阶有向图*D*(*A'*)

根据骨架矩阵*A'*，绘制出多级递阶有向图***D*(*A'*)**，即建立系统要素的递阶结构模型。

第一步，分区域从上到下逐级排列系统构成要素。（终止集放在最上面）。

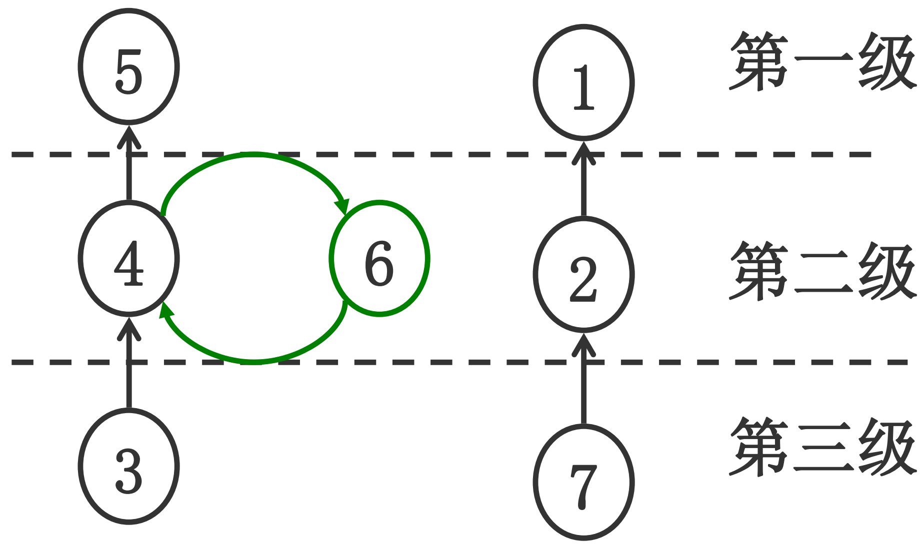
第二步，同级加入被删掉的与某要素有强连接关系的要素（如S_6），以及表征它们相互关系的有向弧。

第三步，按*A'*所示的邻接二元关系，用级间有向弧连接成有向图***D*(*A'*)**。

建立递阶结构模型的规范方法

（四）绘制多级递阶有向图$D(A')$

$$
M''(L)=\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc}
0 & 0 & 0 & & & \\
1 & 0 & 0 & & 0 & \\
0 & 1 & 0 & & & \\
\hline
 & & & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & & 1 & 0 & 0 \\
 & & & 0 & 1 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 7 \end{array}
$$

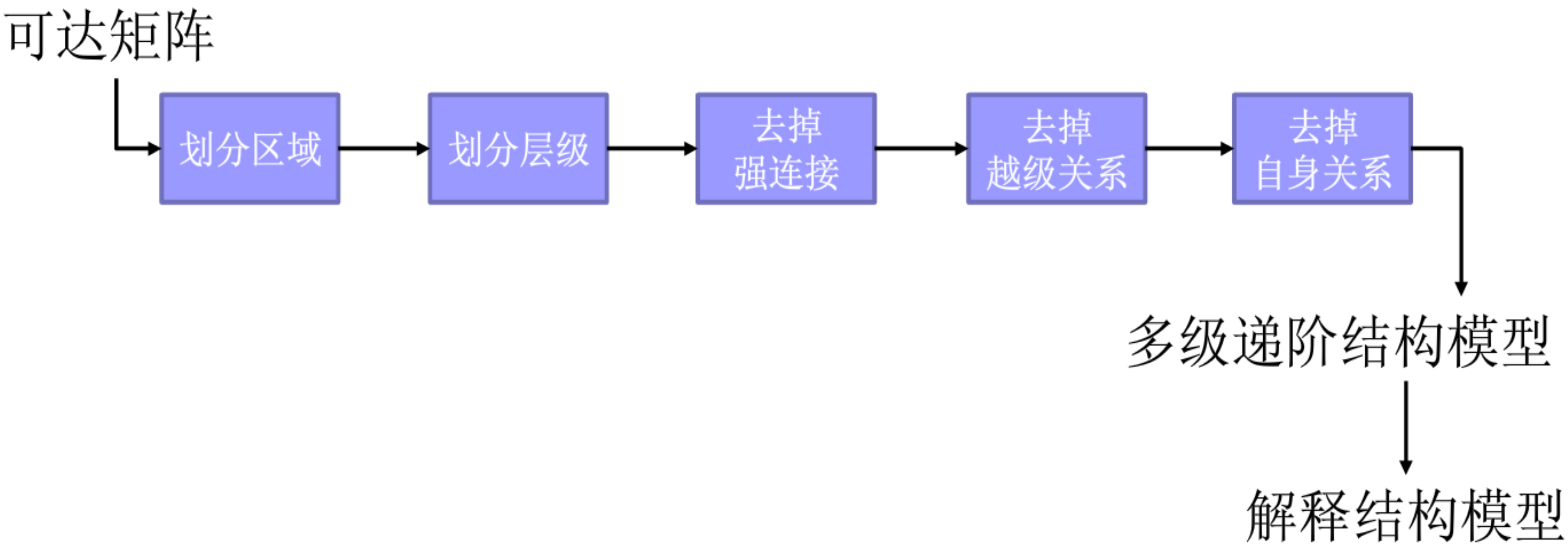


$D(A')$

建立递阶结构模型的规范方法

建立多级递阶结构模型的过程总结

以可达矩阵**M**为基础，以矩阵变换获得递阶结有向图：



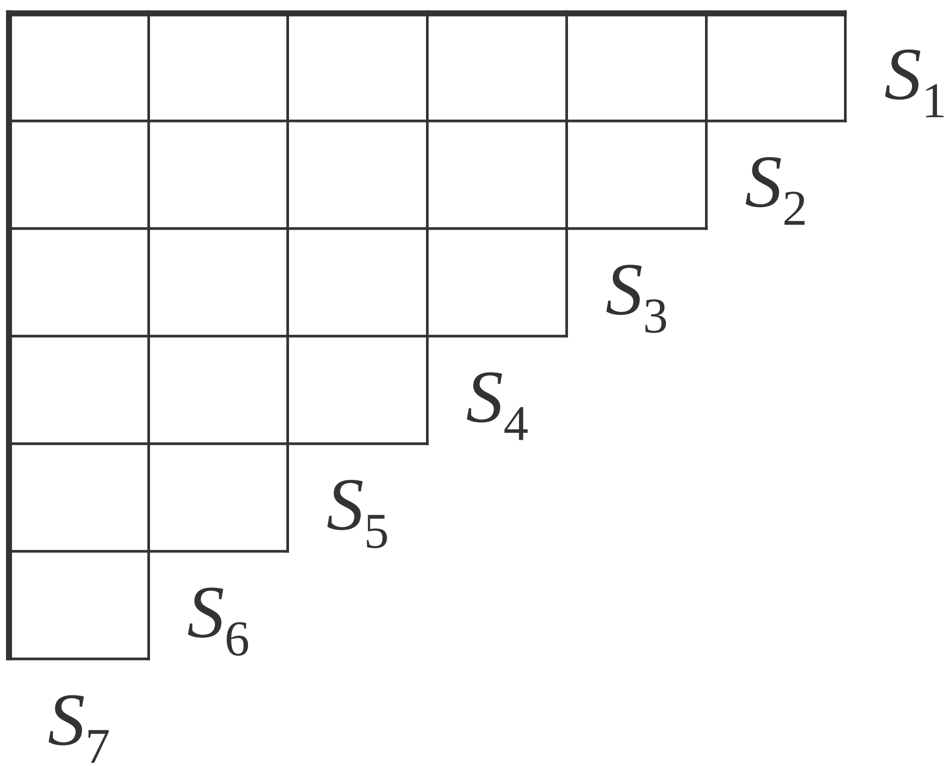
建立解释结构模型

- 将多级递阶有向图直接转化为解释结构模型。
  - 根据各符号所代表的实际要素，在递阶结构模型的要素符号上，填入实际要素名称，即为解释结构模型。
  - 根据问题背景，用文字对结构模型进行解释。

建立递阶结构模型的实用方法

1. 判断二元关系，建立可达矩阵及其缩减矩阵。

(1) 由分析小组或分析人员个人寻找与问题有某种关系的要素，绘制方格图。



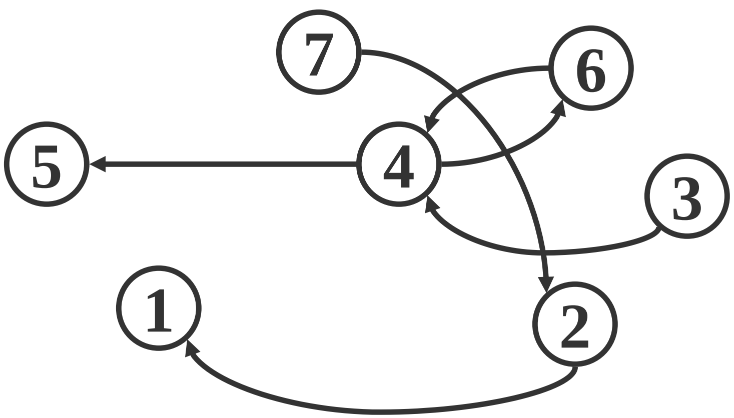
建立递阶结构模型的实用方法

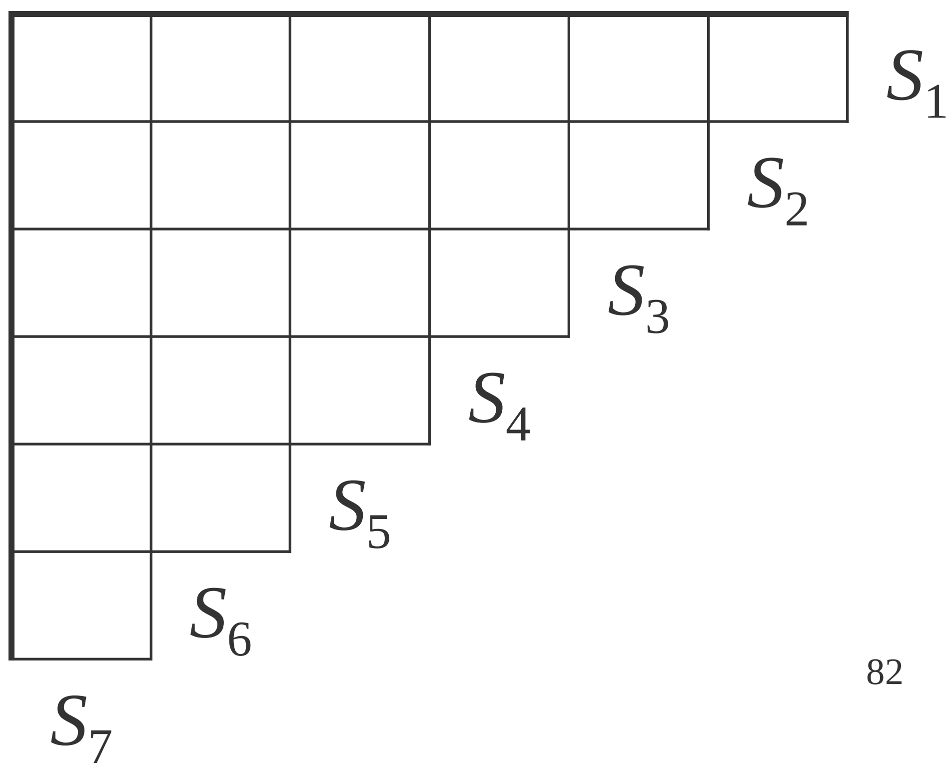
(2)系统要素两两比较，确定各要素之间的二元关系。

- V表示行元素直接影响列元素；
- A表示列元素直接影响行元素；
- X表示行列元素强连接。

建立递阶结构模型的实用方法

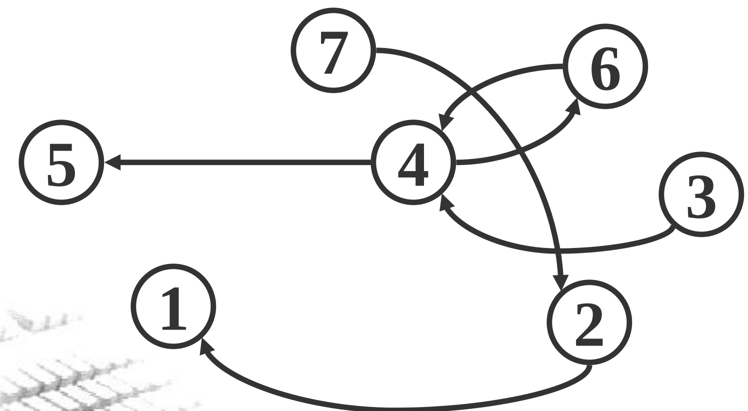
(2-1)系统要素两两比较，确定各要素之间的二元关系。

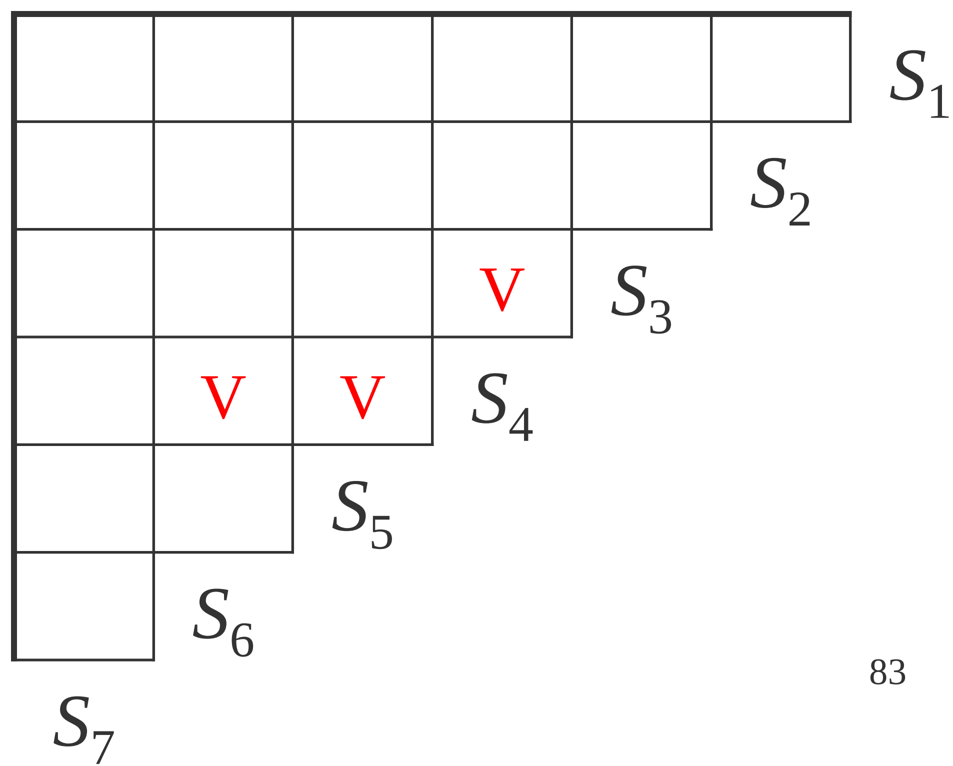




建立递阶结构模型的实用方法

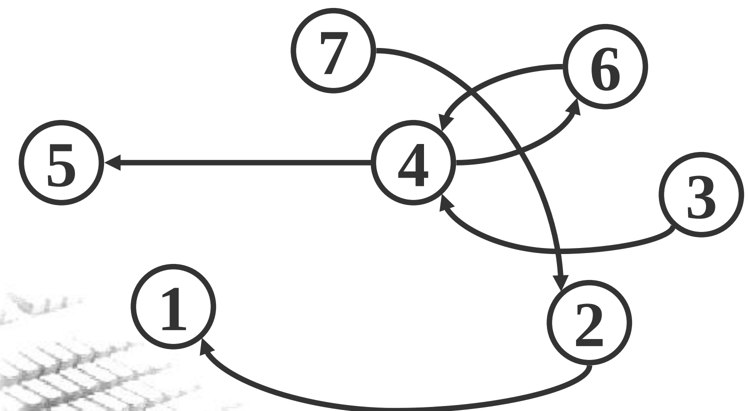
(2-2)系统要素两两比较，确定各要素之间的二元关系。V表示行元素直接影响列元素。A表示列元素直接影响行元素。X表示行列元素强连接。





建立递阶结构模型的实用方法

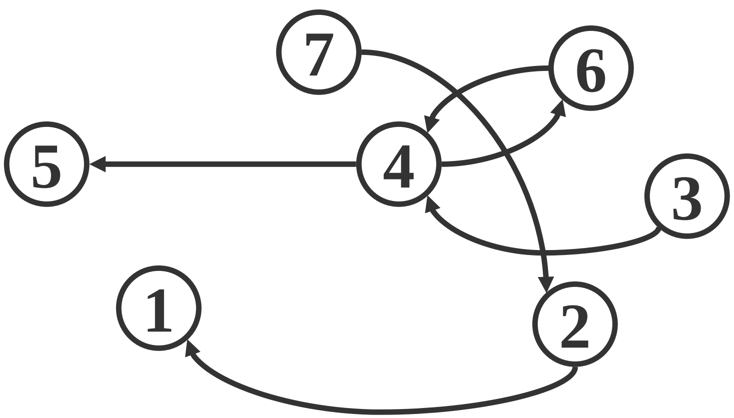
(2-2)系统要素两两比较，确定各要素之间的二元关系。V表示行元素直接影响列元素。A表示列元素直接影响行元素。X表示行列元素强连接。



					A	S_1
A					S_2	
			V	S_3		
	X	V	S_4			
		S_5				
	S_6					
S_7						

建立递阶结构模型的实用方法

（2-3）根据要素之间二元关系**传递性**，推断要素间各次**递推关系**。用加括号的标识符表示。



(A)					A	S_1
A					S_2	
	(V)	(V)	V	S_3		
	X	V	S_4			
	(A)	S_5				
	S_6					
S_7						

建立递阶结构模型的实用方法

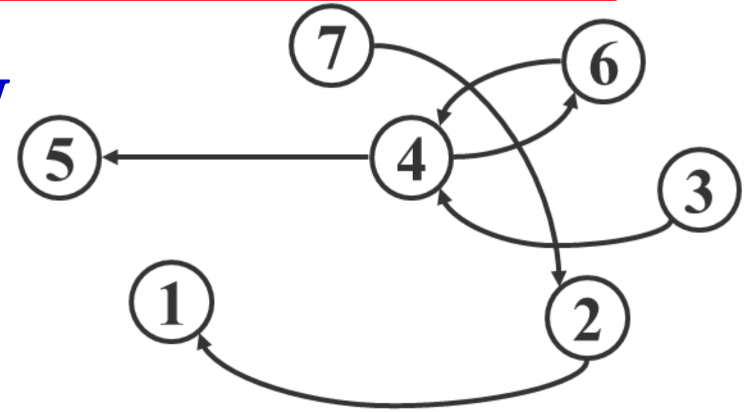
(2-4)根据方格图，绘制可达矩阵M

(A)					A	S_1
A					S_2	
	(V)	(V)	V	S_3		
	X	V	S_4			
	(A)	S_5				
	S_6					
S_7						

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
S_1							
S_2							
S_3							
S_4							
S_5							
S_6							
S_7							

建立递阶结构模型的实用方法

(2-4)根据方格图，绘制可达矩阵M



(A)					A	S_1
A					S_2	
	(V)	(V)	V	S_3		
	X	V	S_4			
	(A)	S_5				
	S_6					
S_7						

$$M(S_i)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

建立递阶结构模型的实用方法

2. 对可达矩阵的缩减矩阵进行层次化处理。

（1）化简可达矩阵为缩减矩阵*M’*。

$$
M(S_i)=\begin{array}{c}
\\ 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc}1&2&3&4&5&6&7\end{array}\\
\begin{bmatrix}
1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0\\
0&0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&1&1&1&0\\
1&1&0&0&0&0&1
\end{bmatrix}
\end{array}
\qquad
M'(S_i)=\begin{array}{c}
\\ 1\\2\\3\\4\\5\\7
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&7\end{array}\\
\begin{bmatrix}
1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0\\
1&1&0&0&0&1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

建立递阶结构模型的实用方法

（2）在缩减矩阵*M'*中按每行“1”元素的多少，由少到多顺次排列，调整*M'*中的行和列。

$$M'(S_i)=\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$M'(L)=\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

建立递阶结构模型的实用方法

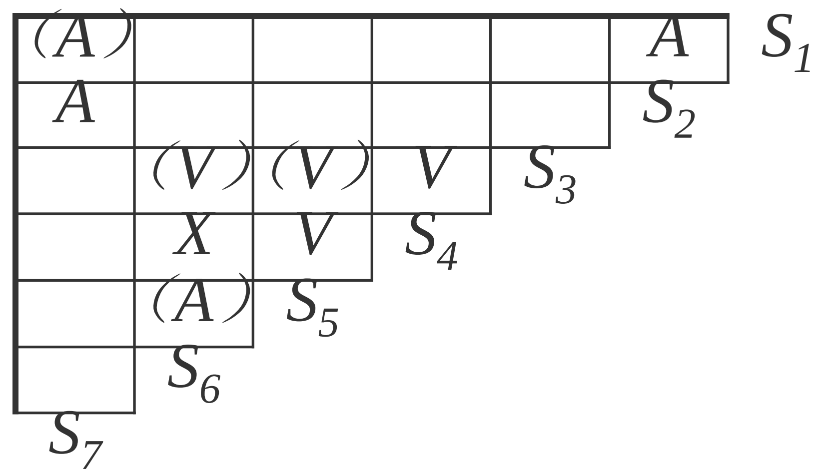
（3）在*M’*中,从左上角到右下角，依次分解出<u>最大阶数的单位矩阵</u>，并加注方框，<u>每个方框表示一个层次</u>。

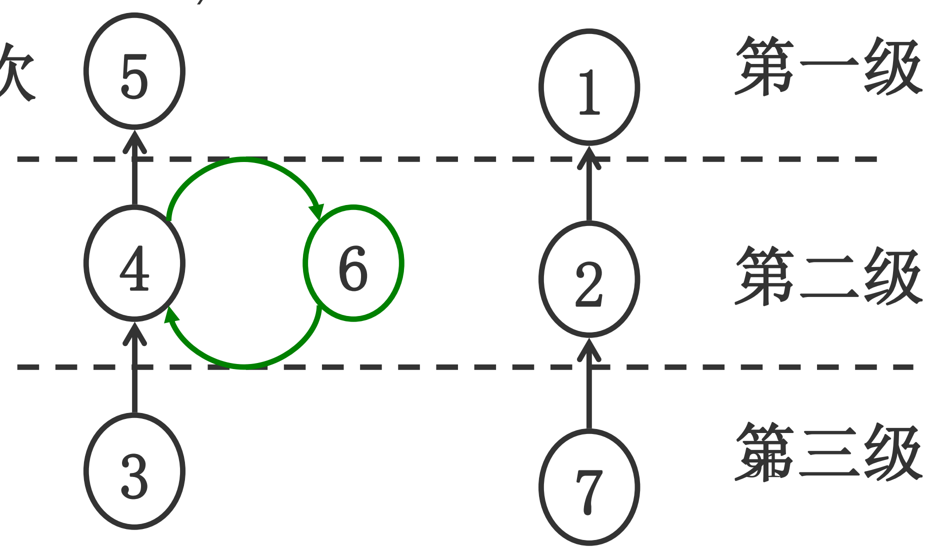
$$M'(L)=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc}1&5&2&4&7&3\end{array}\\ \begin{array}{c}1\\5\\2\\4\\7\\3\end{array} & \left[\begin{array}{cccccc}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\1&0&1&0&0&0\\0&1&0&1&0&0\\1&0&1&0&1&0\\0&1&0&1&0&1\end{array}\right]\end{array}\begin{array}{l}\left.\begin{matrix}\\ \\ \end{matrix}\right\}\text{第一层次}\\ \left.\begin{matrix}\\ \\ \end{matrix}\right\}\text{第二层次}\\ \left.\begin{matrix}\\ \\ \end{matrix}\right\}\text{第三层次}\end{array}$$

建立递阶结构模型的实用方法

3. 根据*M'*（*L*）绘制多级递阶有向图。

$$
M'(L)=\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 \\
\hline
1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 1 & 0 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & 0 \\
4 & 0 & 1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & 0 \\
7 & 1 & 0 & 1 & 0 & \boxed{1} & \boxed{0} \\
3 & 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} & \boxed{1}
\end{array}
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{c}\\ \\ \end{array}\right\}\text{第1层次}\\
\left.\begin{array}{c}\\ \\ \end{array}\right\}\text{第2层次}\\
\left.\begin{array}{c}\\ \\ \end{array}\right\}\text{第3层次}
\end{array}
$$





案例：结构模型的建立与应用

- **人口系统影响总人口增长的问题**

  对人口增长的各种因素进行分析，建立相关的结构模型，为今后制定有关人口政策、控制人口增长等相关决策提供参考。

- 分析：

1）找到影响人口增长的因素：

期望寿命；医疗保健水平；国民生育能力；计划生育政策；国民思想风俗；食物营养；环境污染程度；国民收入；国民素质；出生率；死亡率

2）分析这些因素之间的相关关系（注意直接相关和间接相关）

例：期望寿命：死亡率，总人口

医疗保健水平：期望寿命，国民生育能力；

死亡率、总人口

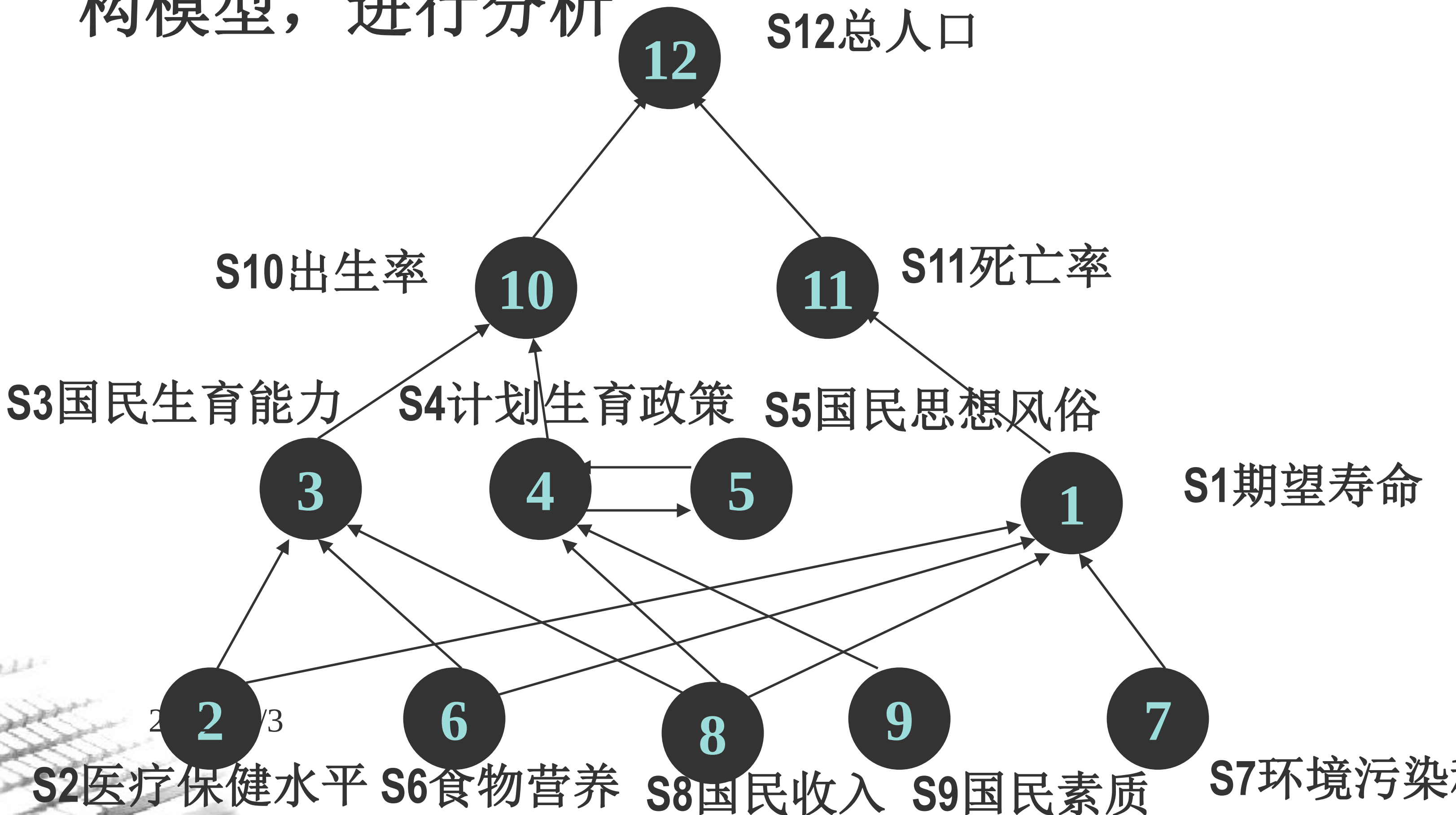
3）由相关关系归纳建立可达矩阵

4）由可达矩阵推导系统结构模型

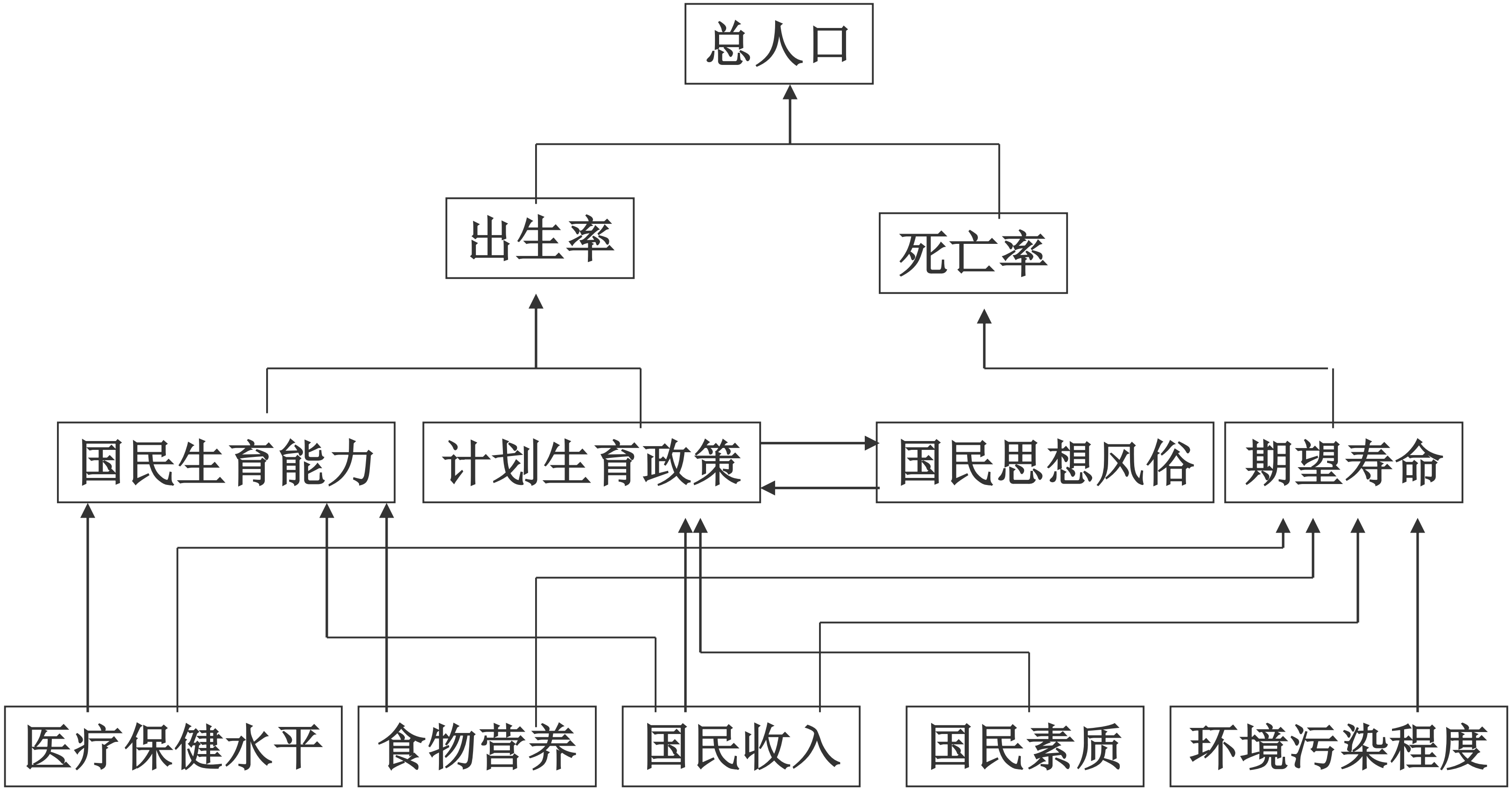
案例

V	V			A	A	A				A	S_1期望寿命
V	V								V	S_2医疗保健水平	
V		V		A		A			S_3国民生育能力		
V		V	A	A			A / V	S_4计划生育政策			
V		V	A	A			S_5国民思想风俗				
V	V	V				S_6食物营养					
V	V				S_7环境污染程度						
V	V	V		S_8国民收入							
V		V	S_9国民素质								
V		S_{10}出生率									
V	S_{11}死亡率										
S_{12}总人口											

5）向系统结构模型中代入各具体指标，建立解释结构模型，进行分析



系统结构模型



总人口系统解释结构模型

以可达矩阵M为基础，以矩阵变换为主线的递阶结构模型的建立过程

$$M \xrightarrow{\text{区域划分}} M(P) \xrightarrow{\text{级位划分}} M(L) \xrightarrow{\text{强连接要素缩减}} M'(L) \xrightarrow{\text{剔除超级关系}} M''(L) \xrightarrow{\text{去掉自身关系}} A' \xrightarrow{\text{绘图}} D(A')$$

M(P)：（块对角）

M(L)：（区域块三角）

M′(L)：（区域下三角）

可达矩阵	分区可达矩阵	分阶可达矩阵	缩减矩阵	骨架矩阵	递阶结构模型

对系统要素间的关系（尤其是因果关系）进行层次化处理，最终形成具有多级递阶关系和解释功能的结构模型（图）

✓ *Step1:* 找出影响系统问题的主要因素，并寻求要素间的直接二元关系，给出系统的邻接矩阵;

✓ *Step2:* 考虑二元关系的传递性，建立反映诸要素间关系的可达矩阵;

✓ *Step3:* 依据可达矩阵，找到特殊要素，进行区域划分;

✓ *Step4:* 在区域划分基础上继续层次划分;

✓ *Step5:* 提取骨架矩阵，分为三步： ①去强连接要素得缩减矩阵；②去越级二元关系；③去单位阵得骨架矩阵;

✓ *Step6:* 作出多级递阶有向图。作图过程为：①分区域逐级排列系统要素；②将缩减掉的要素随其代表要素同级补入，并标明其间的相互作用关系；③用从下到上的有向弧来显示逐级要素间的关系；④补充必要的越级关系。

✓ *Step7:* 经直接转换，建立解释结构模型。