

机器学习

Machine Learning

第八章：生成对抗网络（GAN）

目录 CONTENTS

01 GAN的结构与算法介绍

02 目标函数的构造

03 全局最优解

04 GAN的训练过程

05 GAN的改进

为人师表

1. 生成对抗网络

➤ 生成对抗网络 (Generative adversarial network) , 简称GAN, 2014年 Ian J. Goodfellow等人在《Generative Adversarial Nets》中提出的一个通过对抗过程估计生成模型的新框架。其应用包括:

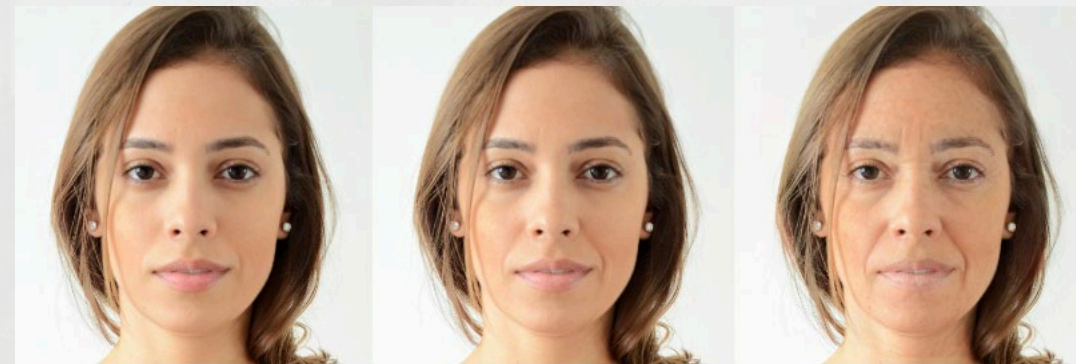
✓ 产生图像数据



✓ 卡通人物创作



✓ 模拟人脸老化

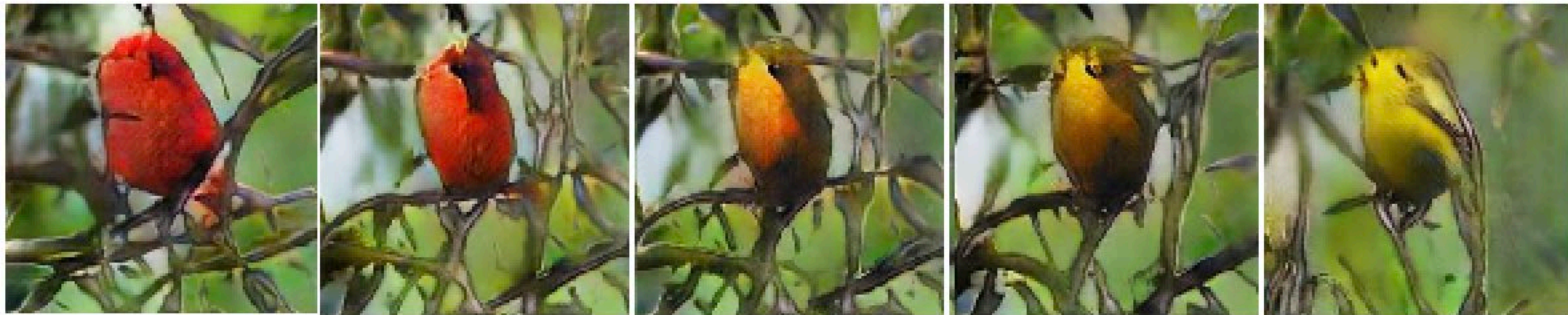


1. 生成对抗网络

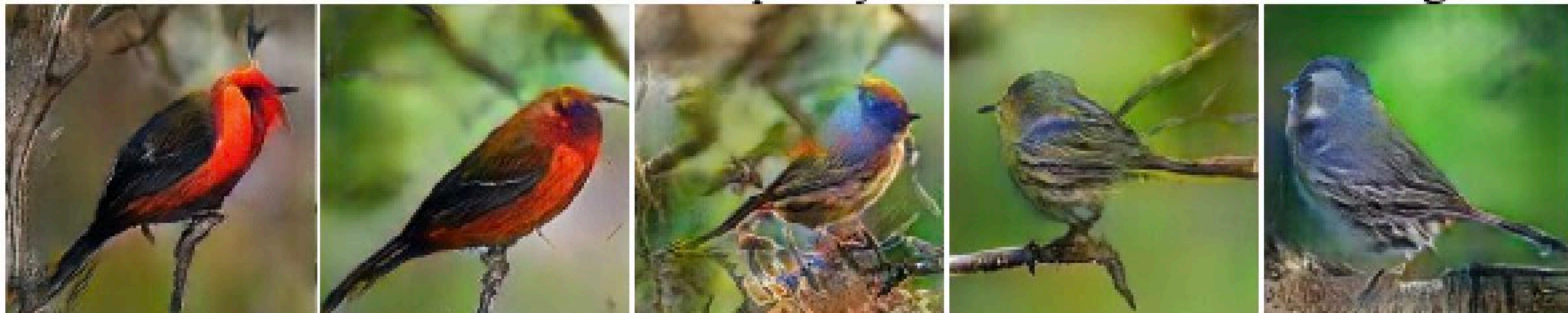
- 生成对抗网络 (Generative adversarial network) , 简称GAN, 2014年 Ian J. Goodfellow等人在《Generative Adversarial Nets》中提出的一个通过对抗过程估计生成模型的新框架。其应用包括:

- ✓ 根据文字生成图像

The bird is completely red → The bird is completely yellow



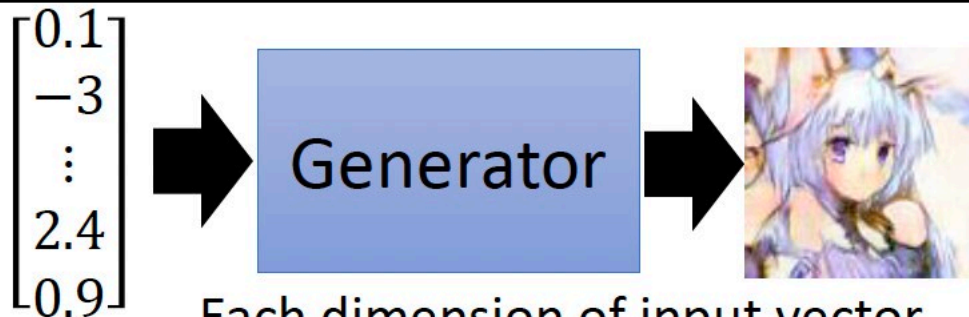
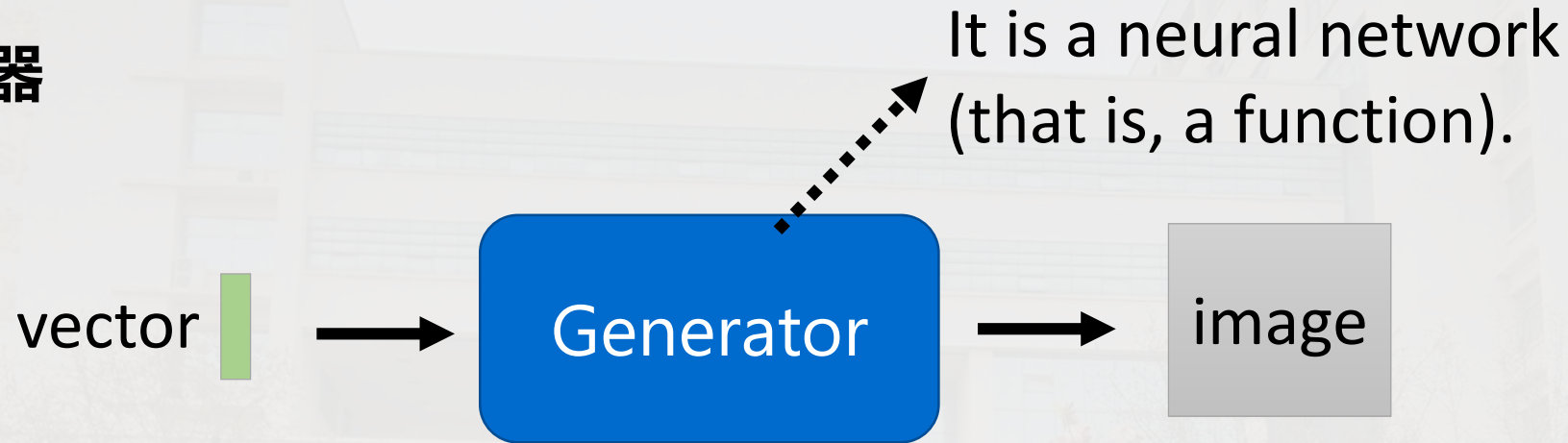
This bird is completely red with black wings and pointy beak →
this small blue bird has a short pointy beak and brown on its wings



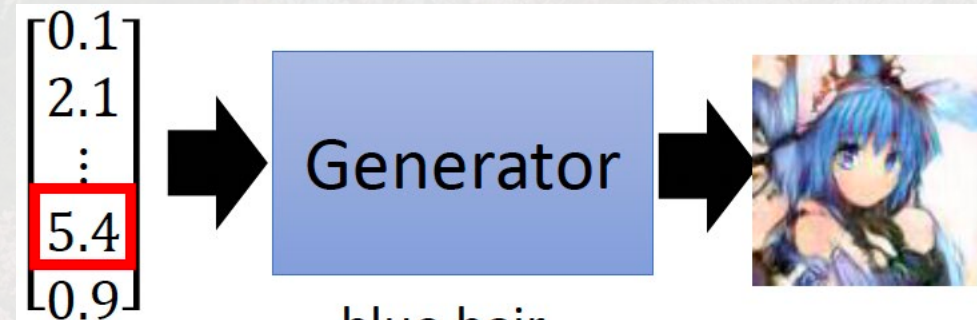
1. 生成对抗网络-结构

- GAN由两个主要网络构成：一个是Generator Network(生成器)，一个是Discriminator Network(判别器)

✓ 生成器



Each dimension of input vector represents some characteristics.

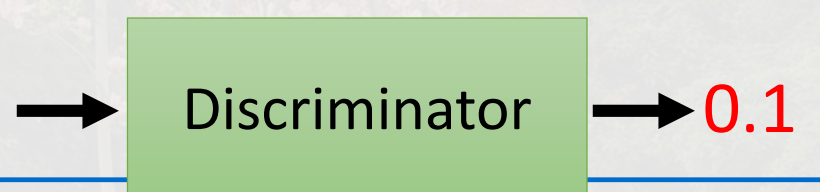
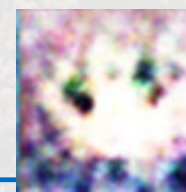
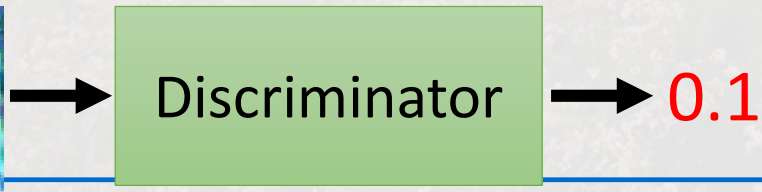
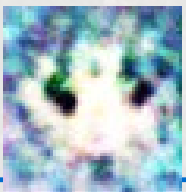
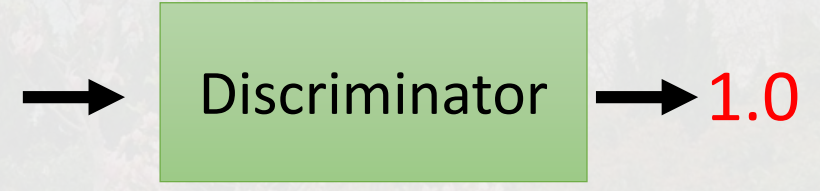
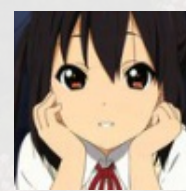
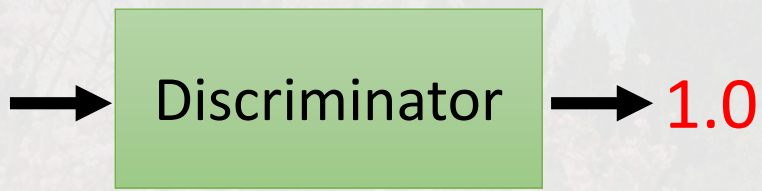
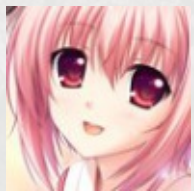
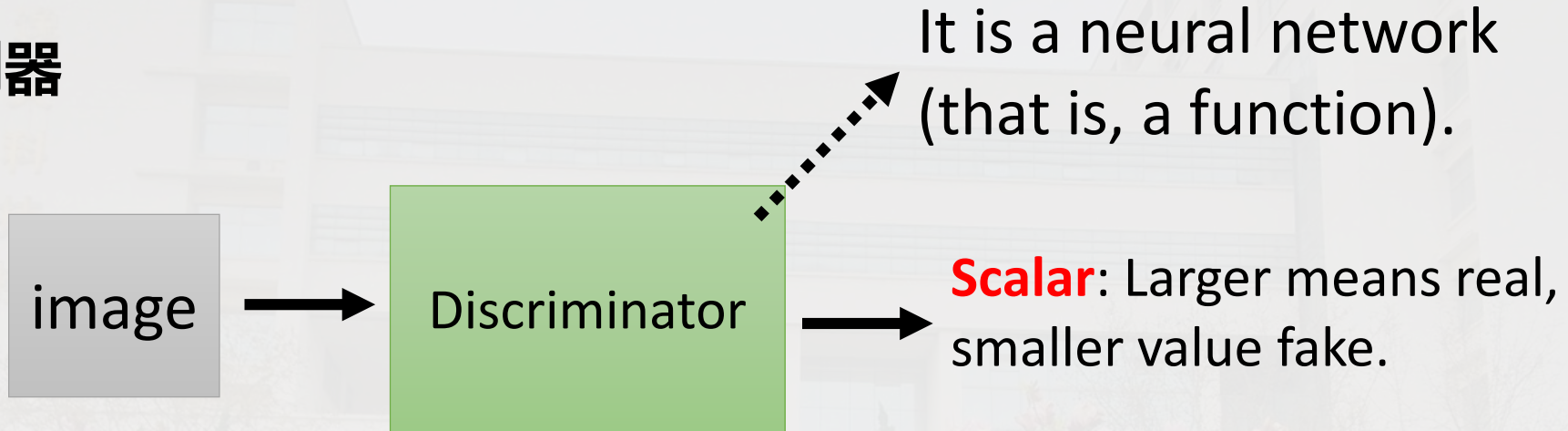


blue hair

1. 生成对抗网络-结构

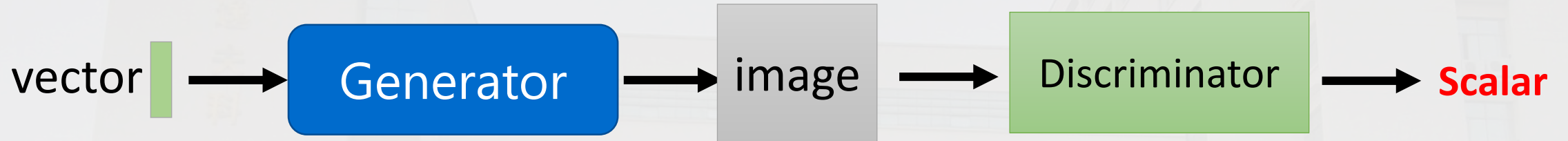
- GAN由两个主要网络构成：一个是Generator Network(生成器)，一个是Discriminator Network(判别器)

✓ 判别器



1. 生成对抗网络-结构

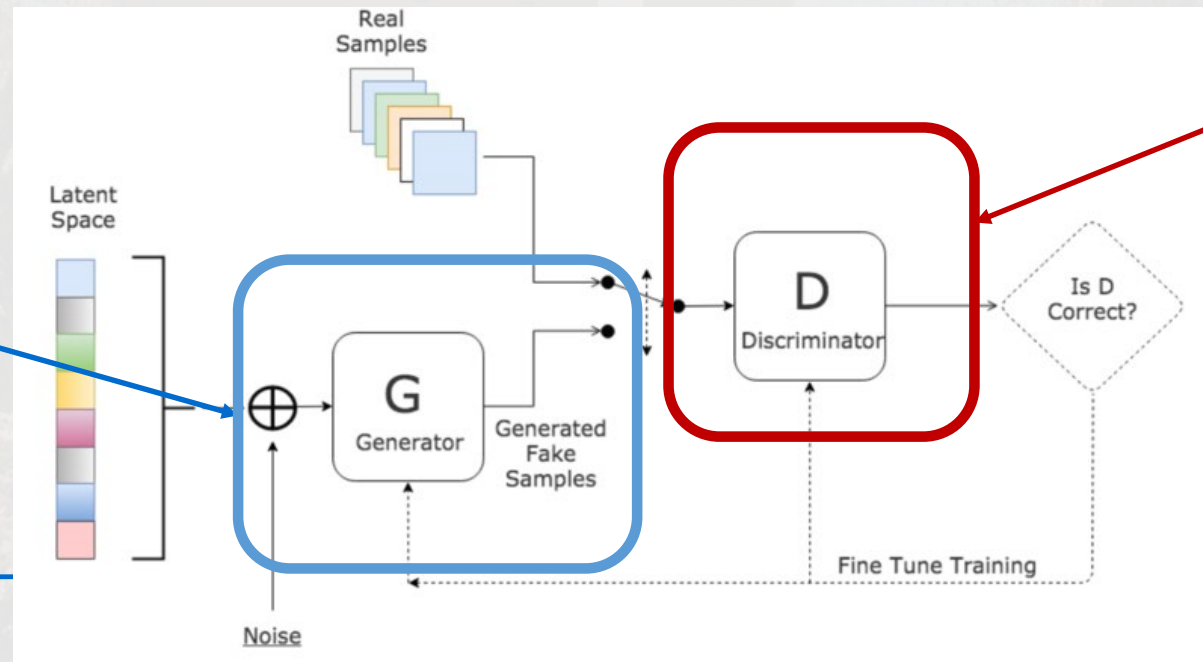
- GAN由两个主要网络构成：一个是Generator Network(生成器)，一个是Discriminator Network(判别器)



- GAN网络的核心逻辑是生成器和判别器相互对抗、相互博弈

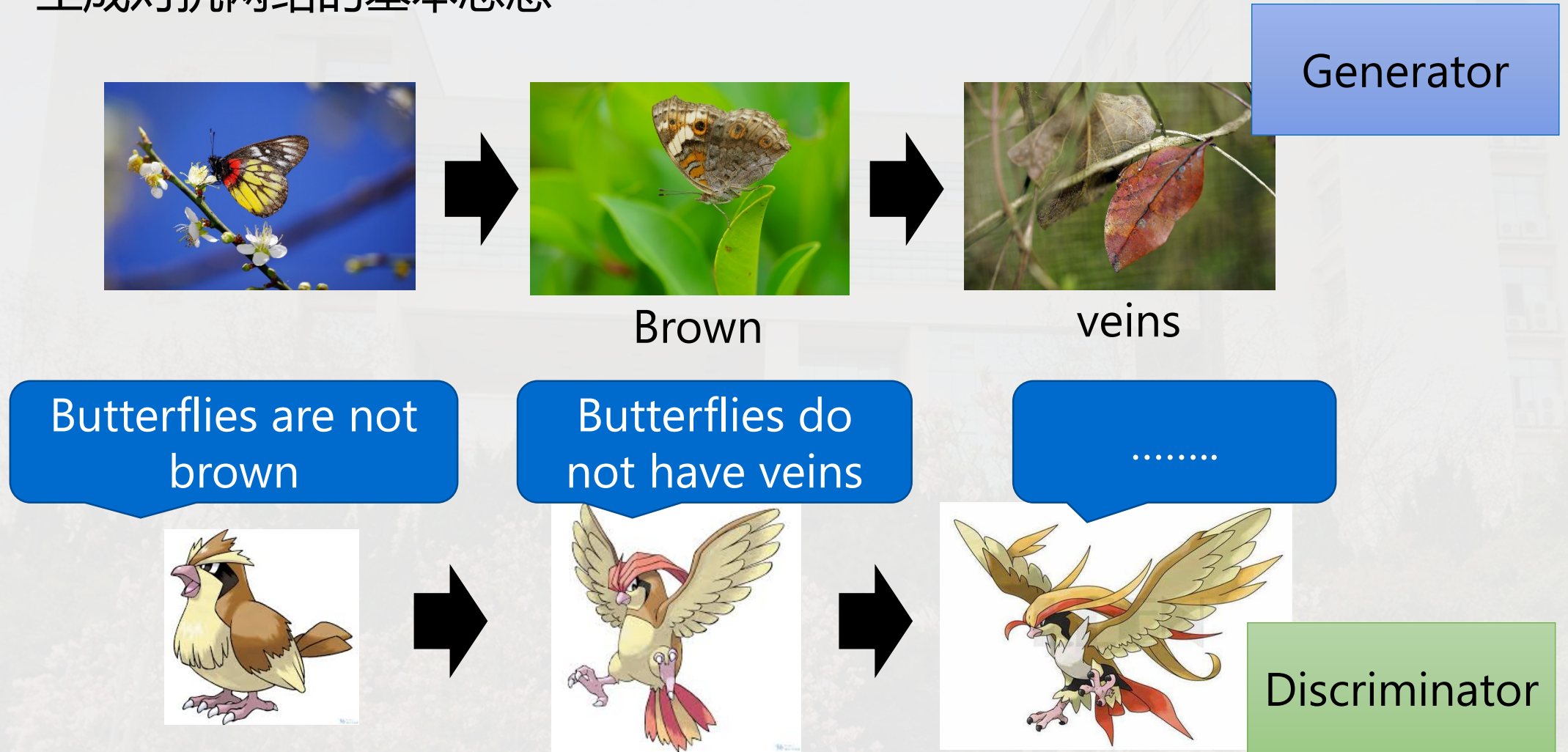
生成器 (Generator)

判别器 (Discriminator)



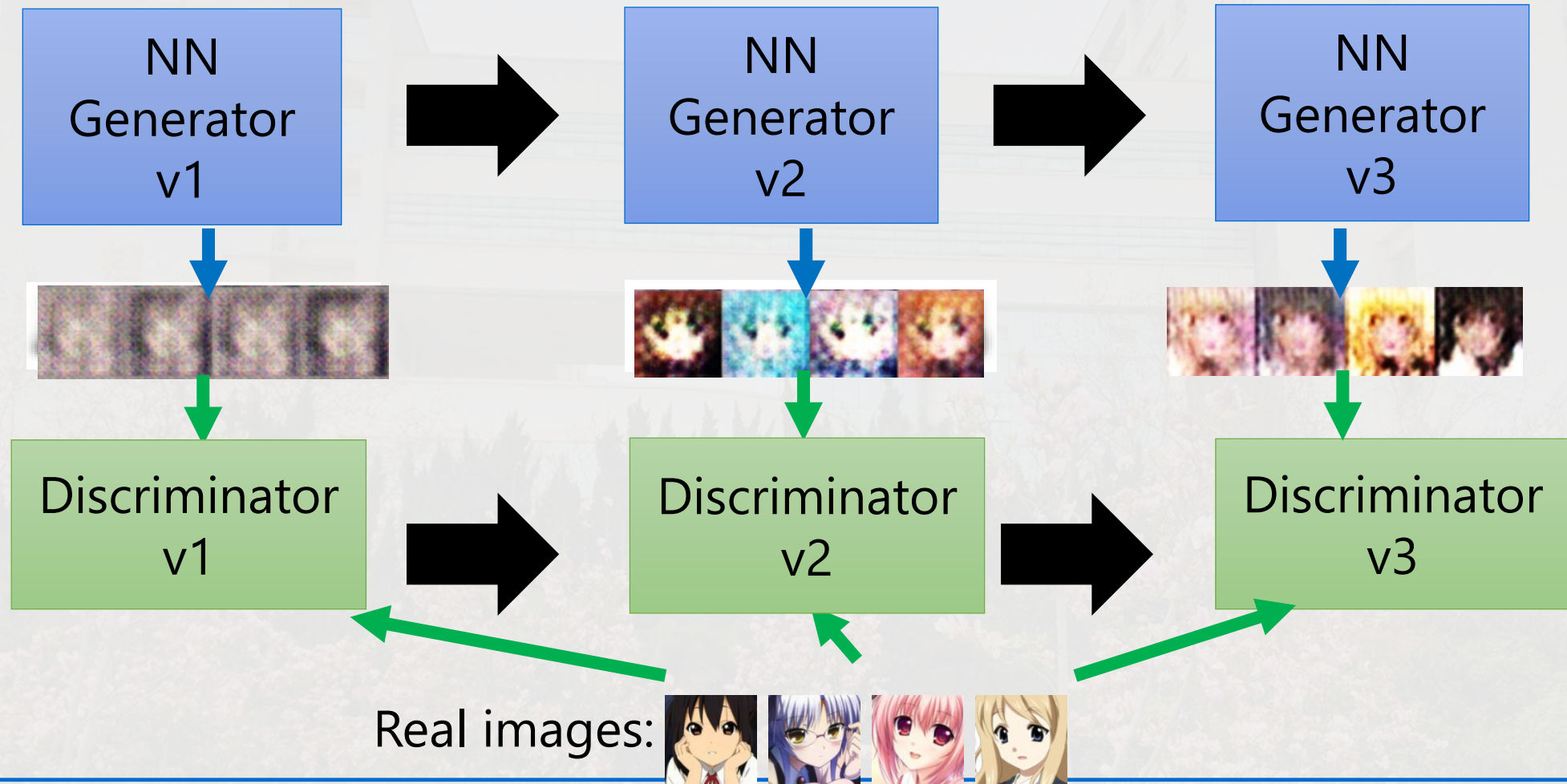
1. 生成对抗网络-结构

➤ 生成对抗网络的基本思想



1. 生成对抗网络-结构

➤ 生成对抗网络的基本思想

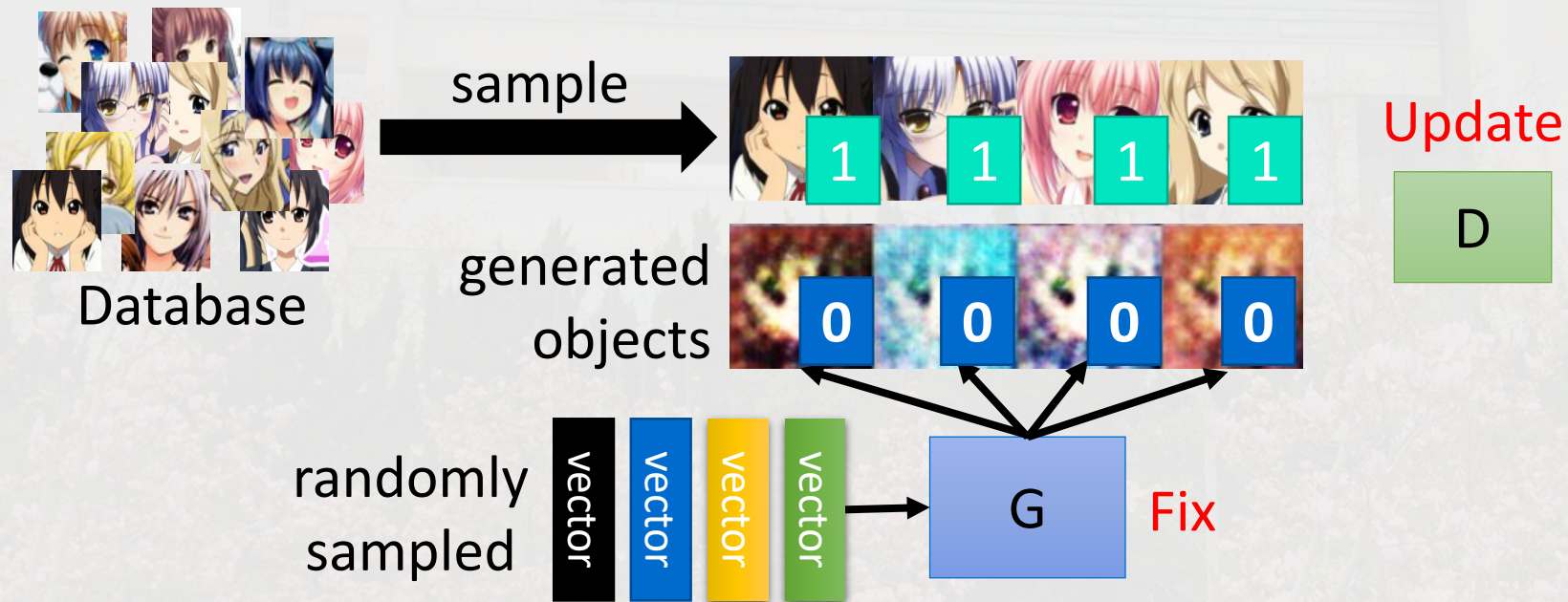


1. 生成对抗网络-算法

- 初始化生成器和判别器
- 在每一轮迭代中:



Step 1: 训练判别器。固定生成器的参数，真实样本输入判别器后输出的结果标签为1，随机噪声 z 输入生成器得到 $G(z)$ ，再输入判别器后得到的输出结果标签为0，训练判别器到收敛

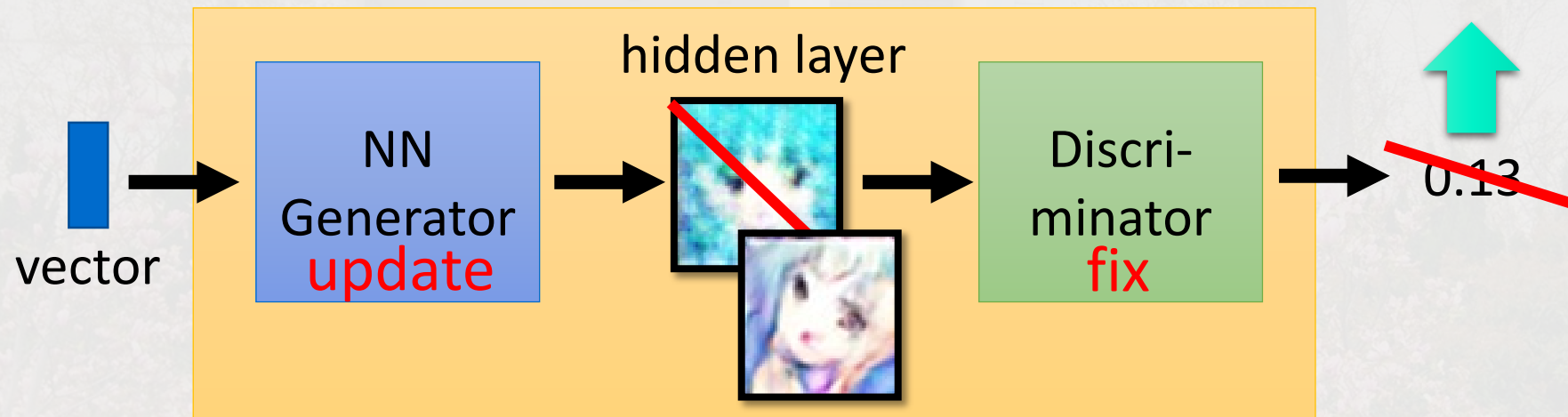


1. 生成对抗网络-算法

- 初始化生成器和判别器
- 在每一轮迭代中:



Step 2: 训练生成器: 固定判别器的参数, 随机噪声输入生成器, 得到假图, 输入判别器, 得到一个概率值, 生成器更新参数来使判别器对生成图的输出尽可能地给高分



large network

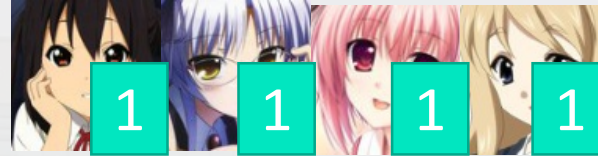
1. 生成对抗网络-算法

- 初始化生成器和判别器
- 在每一轮迭代中:



Learning
D

Sample some
real objects:



Generate some
fake objects:

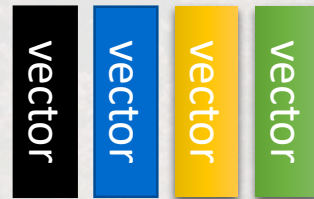


Update

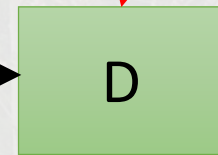


fix

Learning
G



update



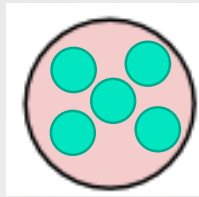
fix

1

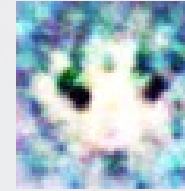
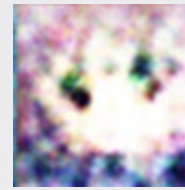
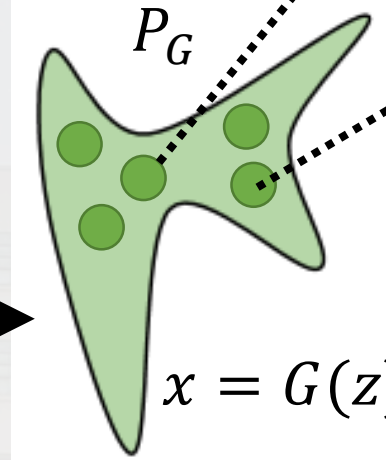
2. 目标函数的构造

➤ 生成对抗网络的输入与输出

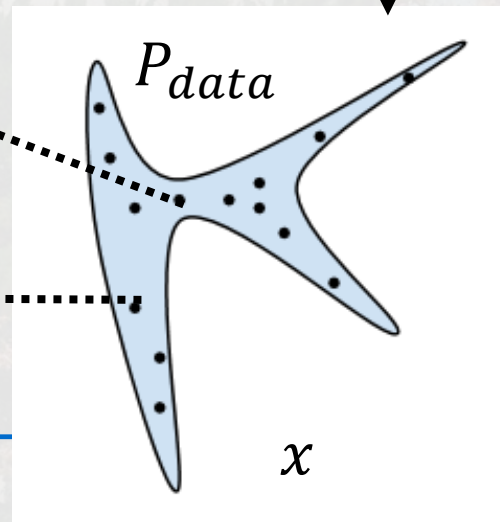
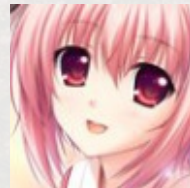
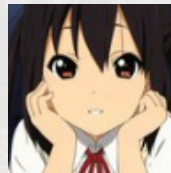
Normal
Distribution



z



G: as close as possible



Scalar

$D(G(z))$

$D(x)$

$$D^* = \arg \max_D V(D, G)$$

这个值与两分布的散度有关

$$G^* = \arg \min_G \text{Div}(P_G, P_{data})$$

2. 目标函数的构造

- 1) 从数据库中抽取真实样本 $\{x_i\}_{i=1}^N: P_{data}$
- 2) 生成器的生成数据服从分布 P_g , 在生成对抗网络中, 不直接对 P_g 进行建模, 而是通过一个神经网络去逼近这个分布, 输入 z 表示噪声数据, 服从分布 $z \sim P_z(z)$

- 从判别器角度来讲: 若输入来自于 P_{data} , 判别器的输出应该较大。反之, 其输出应该较小 (等价于 $1 - D(G(z))$ 较大), 判别器的目标函数可写为:

$$\max_D E_{x \sim P_{data}(x)} [\log D(x)] + E_{z \sim P_z(z)} [\log(1 - D(G(z)))]$$

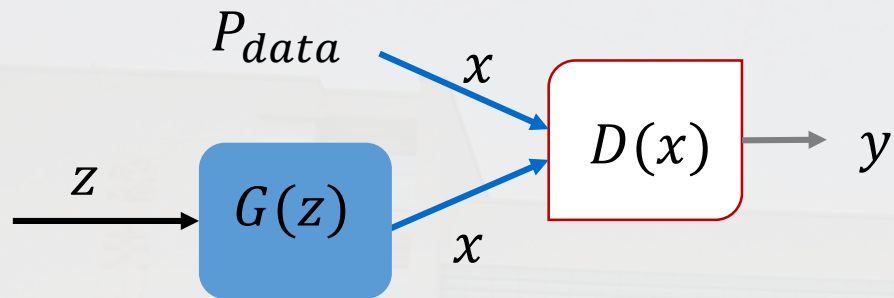
- 从生成器角度来讲: 若输入来自于 P_z , 希望判别器的输出应该较大 (等价于 $1 - D(G(z))$ 较小), 生成器的目标函数可写为:

$$\min_G E_{z \sim P_z(z)} [\log(1 - D(G(z)))]$$

- 总目标函数可写为:

$$\min_G \max_D V(D, G) = \min_G \max_D E_{x \sim P_{data}(x)} [\log D(x)] + E_{z \sim P_z(z)} [\log(1 - D(G(z)))]$$

3 全局最优解



$$V(D, G) = E_{x \sim P_{data}} [\log D(x)] + E_{z \sim P_z} [\log(1 - D(G(z)))]$$

等价于

$$V(D, G) = E_{x \sim P_{data}} [\log D(x)] + E_{x \sim P_g} [\log(1 - D(x))]$$

第一步希望判别器输出最大，那么此时固定 G 的参数，只训练 D ，将判别器的目标函数变换成积分形式：

$$\max_D V(D, G) = \int [P_{data}(x) \log D(x) + P_g(x) \log(1 - D(x))] dx$$

3 全局最优解



$$\max_D V(D, G) = \int [P_{data}(x) \log D(x) + P_g(x) \log(1 - D(x))] dx$$

要找到一个 D 使得 $V(D, G)$ 最大, 对其求偏导:

$$\frac{\partial V(D, G)}{\partial D} = \int \frac{\partial}{\partial D} [P_{data}(x) \log D(x) + P_g(x) \log(1 - D(x))] dx = 0$$

$$\int [P_{data}(x) \frac{1}{D(x)} + P_g(x) \frac{-1}{1 - D(x)}] dx = 0$$

将上式进行变化可得:

$$D^* = \frac{P_{data}(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)}$$

3 全局最优解



$$D^* = \frac{P_{data}(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)}$$

将推导出的公式代入目标函数中：

$$\begin{aligned}\min_G \max_D V(D, G) &= \min_G V(D^*, G) \\&= \min_G E_{x \sim P_{data}} [\log D^*(x)] + E_{x \sim P_g} [\log(1 - D^*(x))] \\&= \min_G E_{x \sim P_{data}} \left[\log \frac{P_{data}(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)} \right] + E_{x \sim P_g} \left[\log \frac{P_g(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)} \right]\end{aligned}$$

作一些简单的变换：

$$\begin{aligned}&= \min_G E_{x \sim P_{data}} \left[\log \frac{\frac{1}{2} P_{data}(x)}{\frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}} \right] + E_{x \sim P_g} \left[\log \frac{\frac{1}{2} P_g(x)}{\frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}} \right] \\&= \min_G -2 \log 2 + E_{x \sim P_{data}} \left[\log \frac{P_{data}(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)} \right] + E_{x \sim P_g} \left[\log \frac{P_g(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)} \right]\end{aligned}$$

3 全局最优解

KL散度 (相对熵) : $KL(P||Q) = \int P(x) \log \frac{P(x)}{Q(x)} dx$

$$\min_G \max_D V(D, G) = \min_G V(D^*, G)$$

$$\begin{aligned} &= \min_G -2\log 2 + E_{x \sim P_{data}} \left[\log \frac{P_{data}(x)}{\frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}} \right] + E_{x \sim P_g} \left[\log \frac{P_g(x)}{\frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}} \right] \\ &= \min_G -\log 4 + KL(P_{data} \parallel \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}) + KL(P_g \parallel \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}) \\ &\geq -\log 4 \end{aligned}$$

当 $P_{data} = \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2} = P_g$ 时成立:

$$\text{最优 } P_g^* = P_{data}, \text{ 此时 } D^* = \frac{P_{data}(x)}{P_{data}(x) + P_g(x)} = \frac{1}{2}$$

3 全局最优解

KL散度（相对熵）： $KL(P||Q) = \int P(x) \log \frac{P(x)}{Q(x)} dx$

$$\min_G \max_D V(D, G) = \min_G V(D^*, G)$$

$$= \min_G -\log 4 + KL(P_{data} || \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2}) + KL(P_g || \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2})]$$

JS散度： $JS(P||Q) = \frac{1}{2} KL(P_1 || \frac{P_1 + P_2}{2}) + \frac{1}{2} KL(P_2 || \frac{P_1 + P_2}{2})$

$$= \min_G -\log 4 + 2JS(P_{data} || \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2})$$

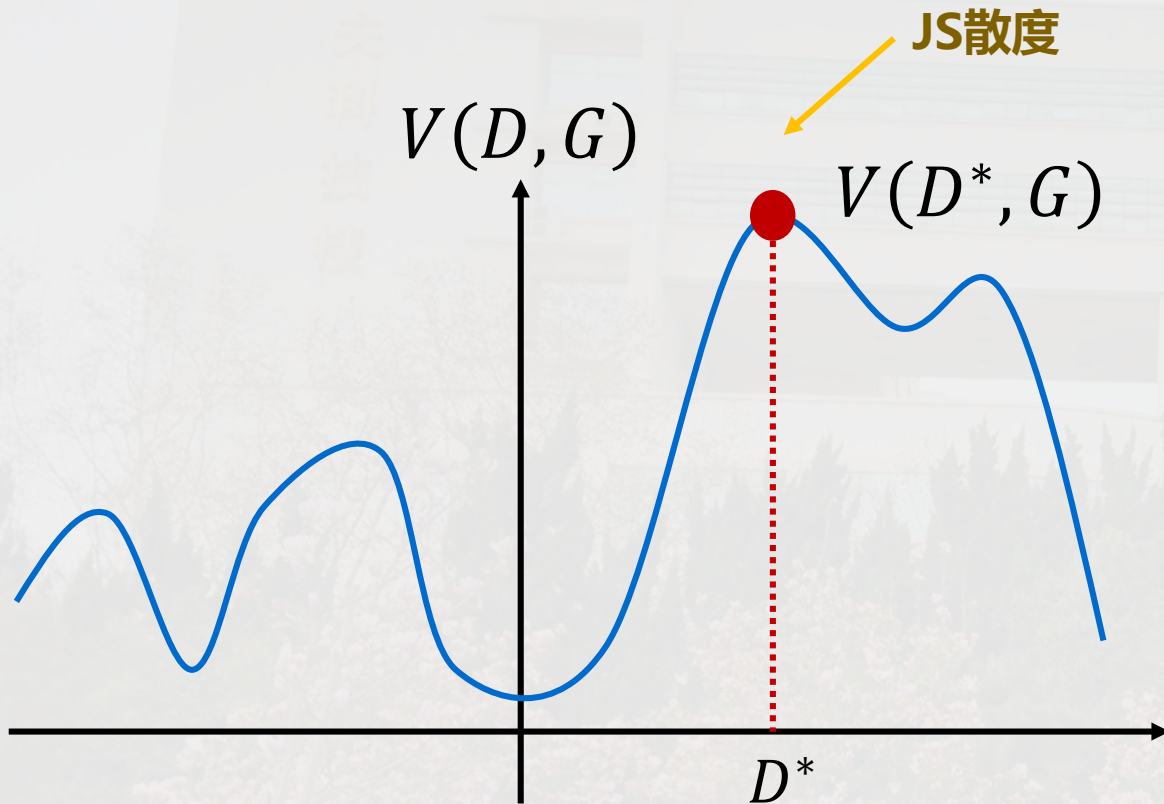
- 生成器最小化GAN的目标函数就是**最小化真实分布与生成分布之间的JS散度**，即最小化两个分布的相对熵。

3 全局最优解



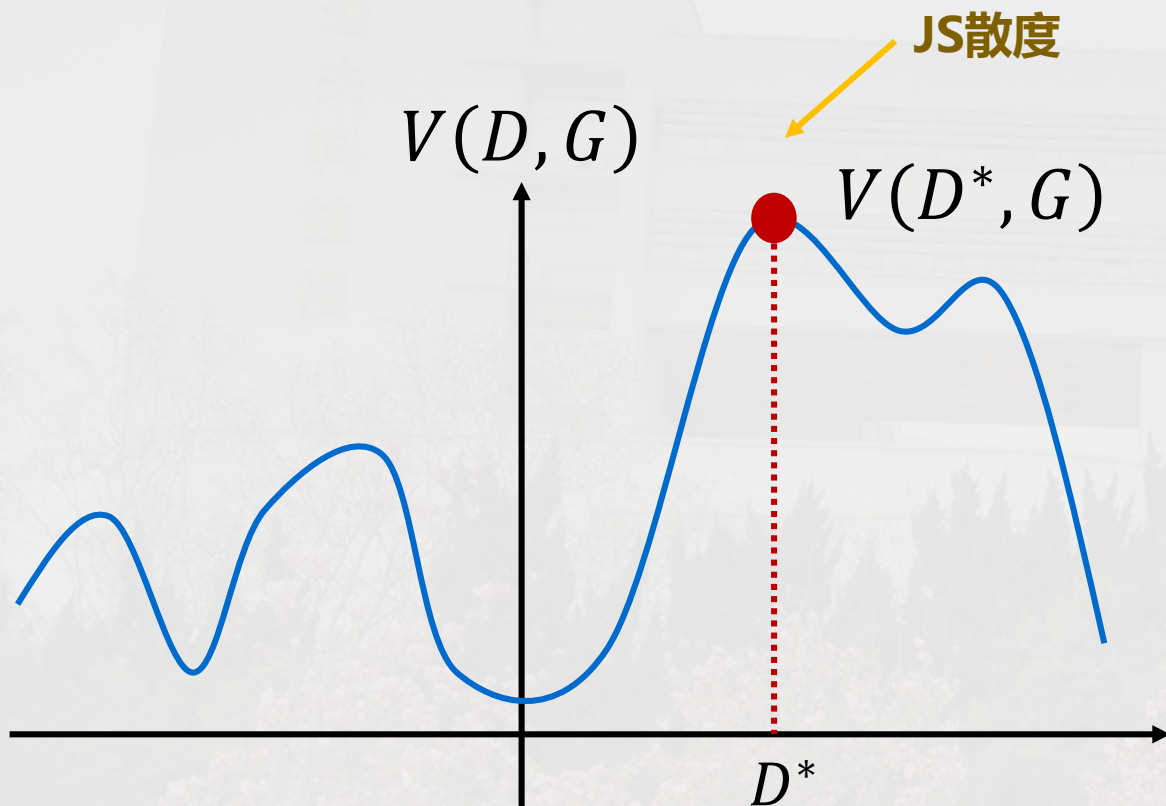
$$\min_G \max_D V(D, G) = \min_G \max_D E_{x \sim P_{data}(x)} [\log D(x)] + E_{z \sim P_Z(z)} [\log(1 - D(G(z)))]$$

图像化理解刚才的结果：



- 对判别器而言，目标函数是最大化 $V(D, G)$ ，找到左图函数的最高点，对应的判别器为 D^* 。
- 代入生成器目标函数，得到此时的高度 $V(D^*, G)$ 。
- 该高度表示生成分布与真实分布的JS散度
- 对生成器而言，目标就是训练 G 最小化这个JS散度。

4 GAN的训练过程



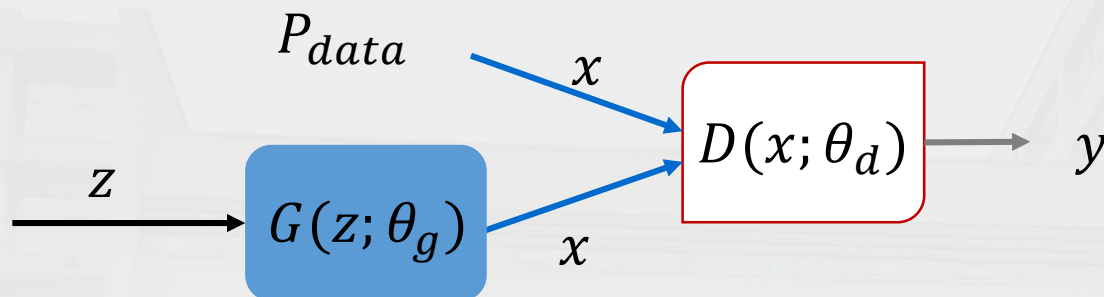
通过判别器找到当前分布与
真实分布的JS散度

通过生成器生成数据构成新
的生成分布

减小生成分布与真实分布之
间的JS散度

怎么求解？ 梯度下降法

4 GAN的训练过程



$$\min_G \max_D E_{x \sim P_{data}(x)} [\log D(x; \theta_d)] + E_{z \sim P_z(z)} [\log(1 - D(G(z; \theta_g); \theta_d))]$$

- 对于生成器 G ，目标是最小化 $\max_D V(D, G)$ ，将 $\max_D V(D, G)$ 记为 $\mathcal{L}(G)$ ，可以采用梯度下降法求解参数：

$$\theta_g = \theta_g - \eta \frac{\partial \mathcal{L}(G)}{\partial \theta_g}$$

训练过程可总结如下：

- 1) 固定生成器 G ，训练判别器 D ，获得 $\max_D V(D, G)$ 。
- 2) 固定判别器 D ，训练生成器 G ，通过梯度下降求解更新参数：

$$\theta_g = \theta_g - \eta \frac{\partial \mathcal{L}(G)}{\partial \theta_g} = \theta_g - \eta \nabla \mathcal{L}(\theta_g)$$

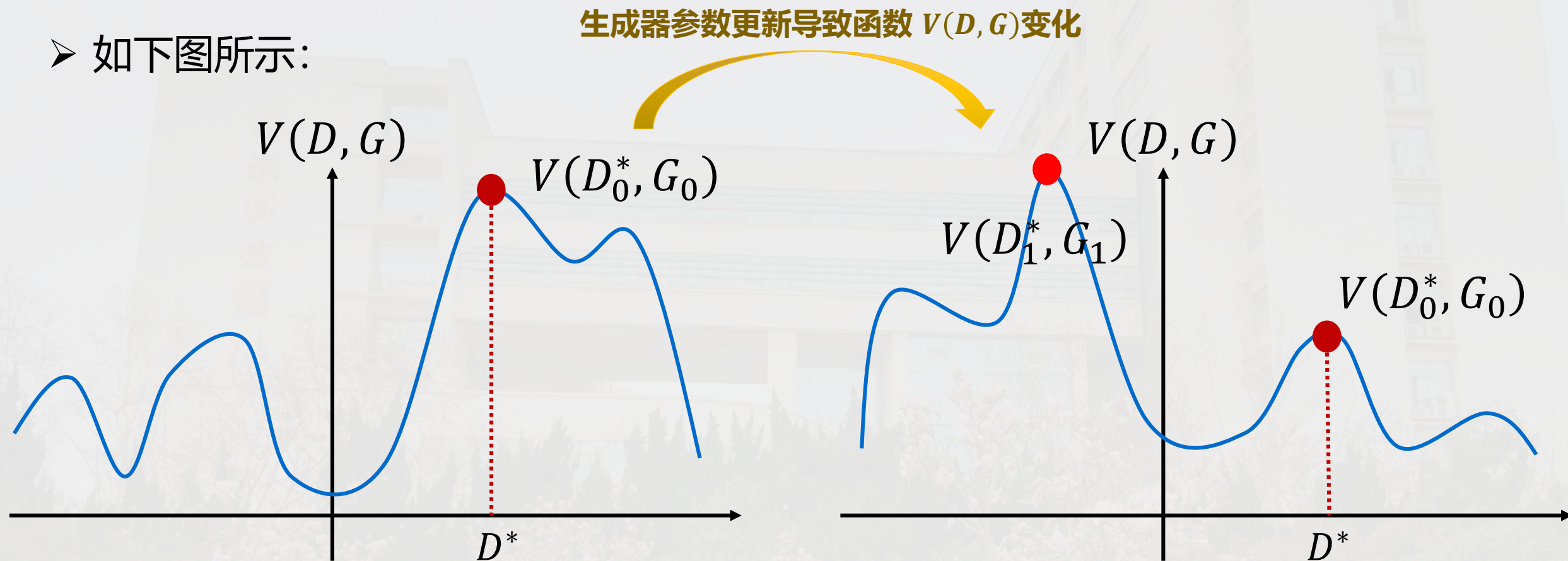
- 3) 重复循环上面两步直到模型收敛。

思考：

如2)中方法，如果固定判别器 D 后训练很多次，生成器 G 的参数会更新多次，导致函数 $V(D, G)$ 本身发生变化，而此时判别器参数是固定的，对于判别器而言，变化后函数 $V(D, G)$ 所在的点就不是之前图中最大值所在的点。

4 GAN的训练过程

➤ 如下图所示:



解决方法: 训练时减少生成器 G 的训练次数, 相当于减小函数 $V(D, G)$ 的变化, 近似的将 D_0^* 看成变动后 $V(D, G)$ 最大值的近似值。

➤ GAN的训练过程可进一步总结如下:

1) 通过抽样方式获得样本, 真实样本 $x_1, x_2, \dots, x_N \in P_{data}(x)$, 噪声样本 $z_1, z_2, \dots, z_N \in P_z(z)$, 生成样本 $x'_1, x'_2, \dots, x'_N \in P_g(x)$

2) 固定生成器 G , 训练判别器, 以样本分布来近似表示真实分布与生成分布:

$$\max_D V'(D, G) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log D(x_i) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log(1 - D(x'_i))$$

更新参数: $\theta_d = \theta_d + \eta \nabla V'(\theta_d)$

3) 固定判别器 D , 训练生成器 G :

$$\min_G V'(D^*, G) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log(1 - D(G(z_i)))$$

更新参数: $\theta_g = \theta_g - \eta \nabla V'(\theta_g)$

4) 重复循环上面两步直到模型收敛。

Note: 训练多次判别器后才会训练一个生成器

- 统一框架F-GAN, 使用 f 散度 (包含JS散度) 的形式来一般化表示GAN的目标函数, f 散度函数:

$$D_f(P \parallel Q) = \int_x q(x) f\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) dx$$

当 f 散度函数满足下面两个条件时, 可以使用 $D_f(P \parallel Q)$ 衡量两种概率分布之间的差异:

- f 函数是一个凸函数;
- $f(1)=0$ 。

4 GAN的训练过程

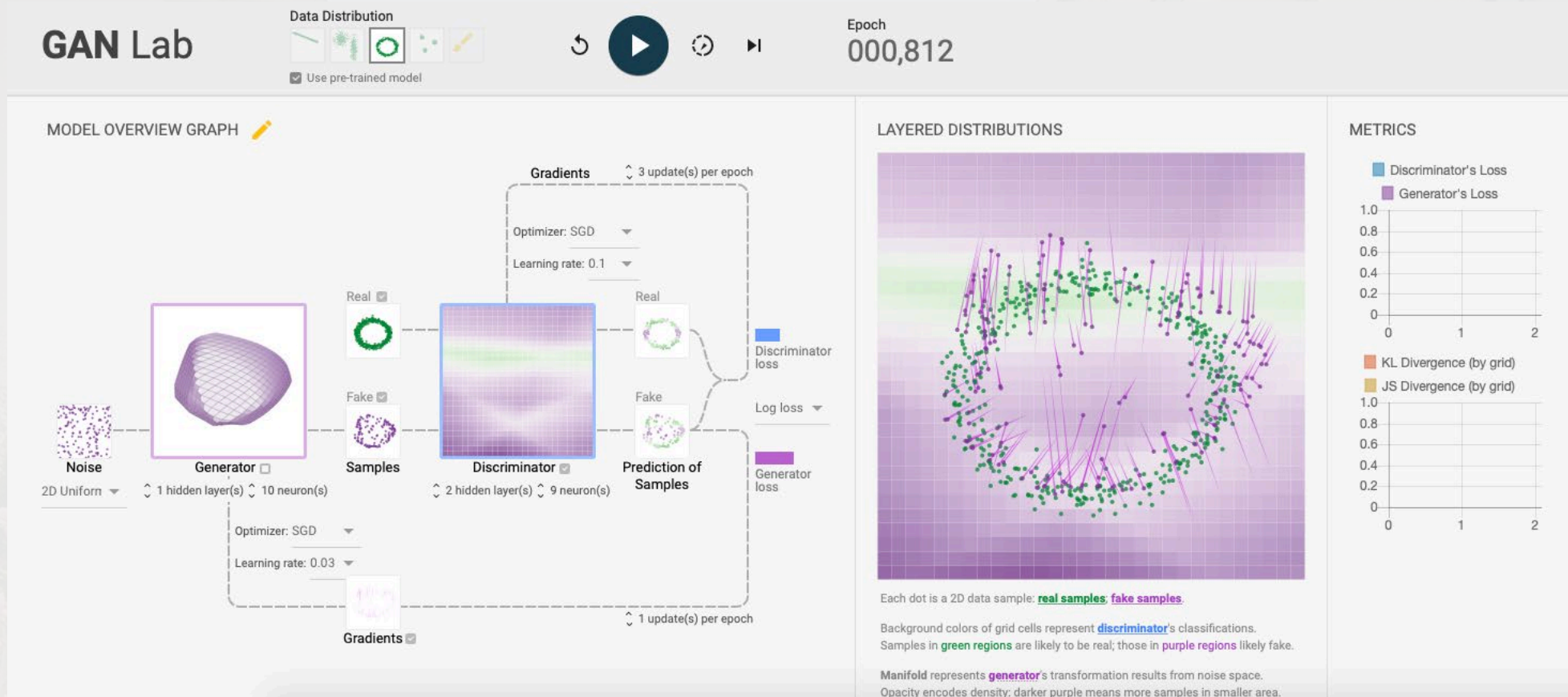


➤ 统一框架F-GAN, 使用f散度（包含JS散度）的形式来一般化表示GAN的目标函数

度量	表达式	f(u)
总变差	$\frac{1}{2} \int_x p_{data}(x) - p_g(x) dx$	$\frac{1}{2} u - 1 $
KL散度	$\int_x p_{data}(x) \log \left[\frac{p_{data}(x)}{p_g(x)} \right] dx$	$u \log u$
逆KL散度	$\int_x p_g(x) \log \left[\frac{p_g(x)}{p_{data}(x)} \right] dx$	$-\log u$
Pearson χ^2	$\int_x \frac{(p_g(x) - p_{data}(x))^2}{p_{data}(x)} dx$	$(u - 1)^2$
Neyman χ^2	$\int_x \frac{(p_{data}(x) - p_g(x))^2}{p_g(x)} dx$	$\frac{(u - 1)^2}{u}$
Hellinger距离	$\int_x (\sqrt{p_{data}(x)} - \sqrt{p_g(x)})^2 dx$	$(\sqrt{u} - 1)^2$
Jeffrey	$\int_x (p_{data}(x) - p_g(x)) \log \left[\frac{p_{data}(x)}{p_g(x)} \right] dx$	$(u - 1) \log u$
JS散度	$\frac{1}{2} \int_x p_{data}(x) \log \frac{2p_{data}(x)}{p_{data}(x) + p_g(x)} +$ $p_g(x) \log \frac{2p_g(x)}{p_{data}(x) + p_g(x)} dx$	$-(u + 1) \log \frac{1 + u}{2} +$ $u \log u$
α 散度	$\frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \int_x p_{data}(x) \left[\left(\frac{p_g(x)}{p_{data}(x)} \right)^\alpha - 1 \right] - \alpha(p_g(x) -$ $p_{data}(x)) dx$	$\frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} (u^\alpha - 1 -$ $\alpha(u - 1))$

4 GAN的训练过程和结果可视化

➤ GAN lab: <https://poloclub.github.io/ganlab/>



Minsuk Kahng, Nikhil Thorat, Polo Chau, Fernanda Viégas, and Martin Wattenberg. "GAN Lab: Understanding Complex Deep Generative Models using Interactive Visual Experimentation." *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 25(1) ([VAST 2018](#)), Jan. 2019.

4 GAN的训练结果

➤ 创建动画角色



Figure 7: Generated samples

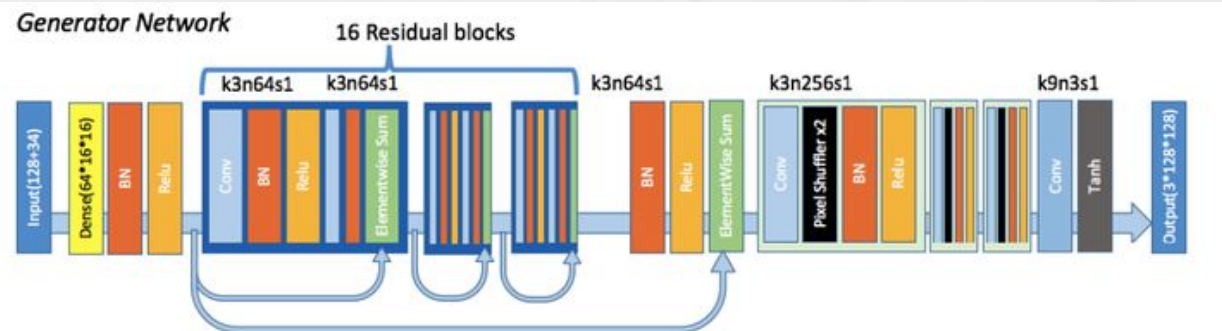


Figure 3: Generator Architecture

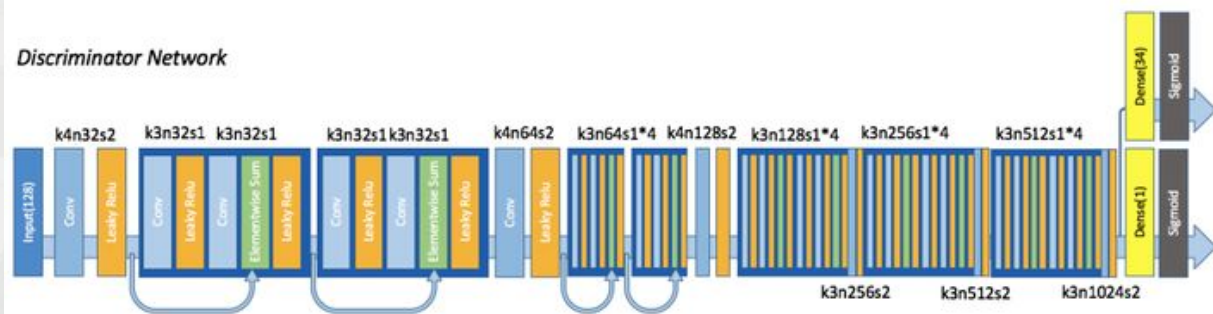
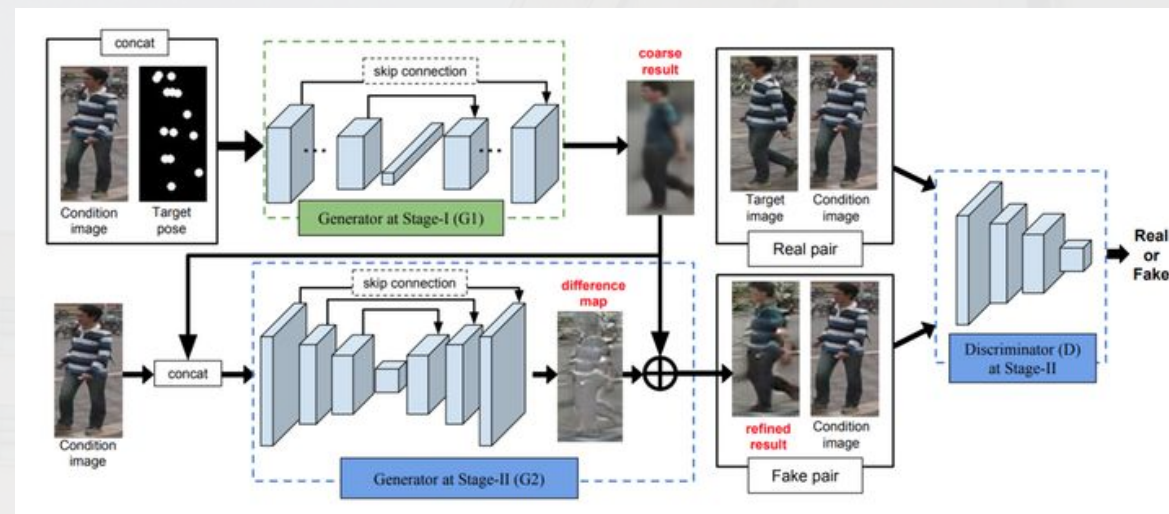
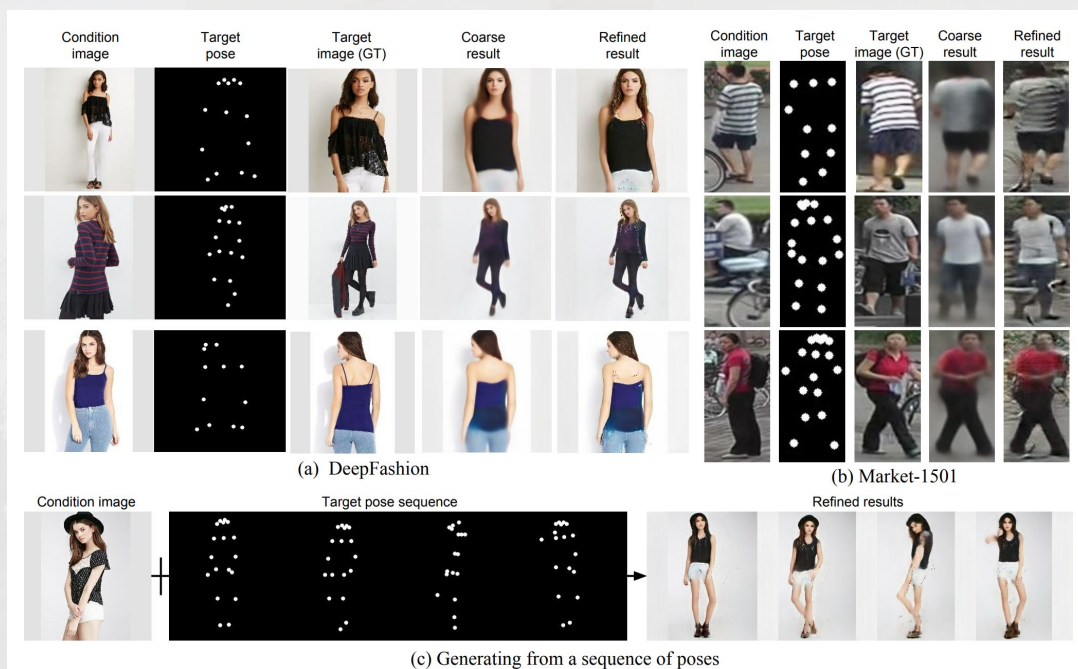


Figure 4: Discriminator Architecture

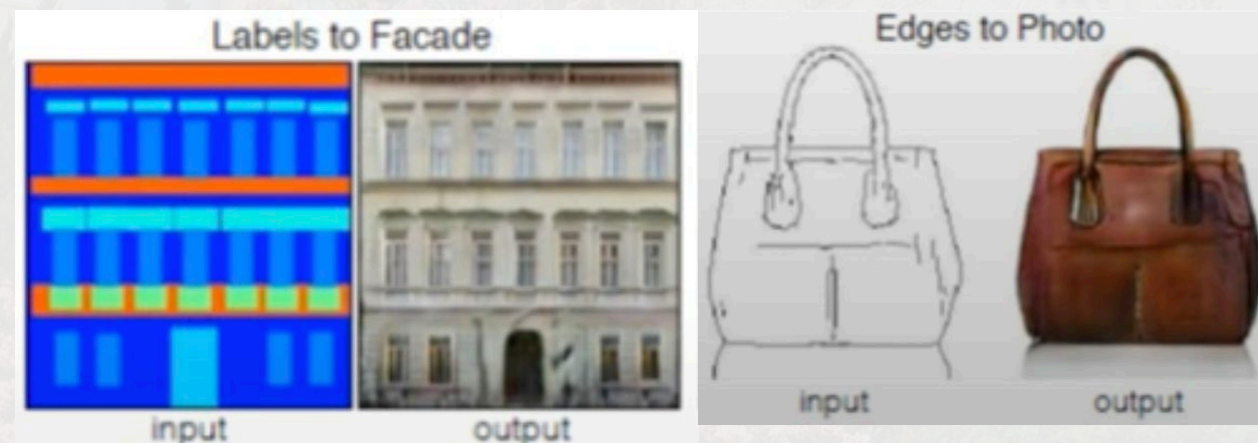
DCGAN (Deep Convolutional GAN) 采用深度网络

4 GAN的训练结果

➤ 改变人体形态

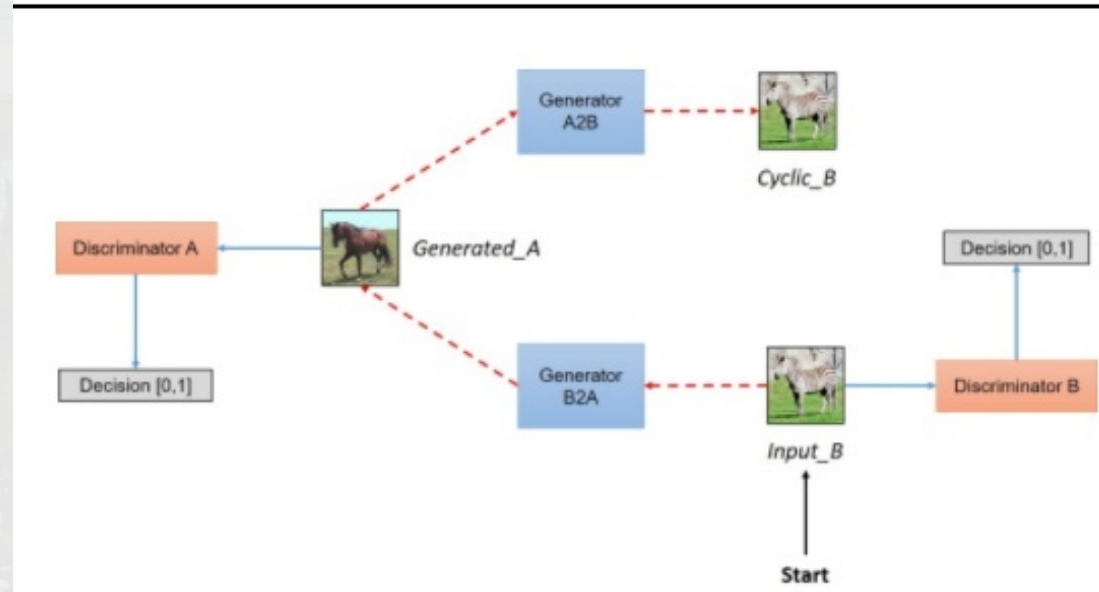
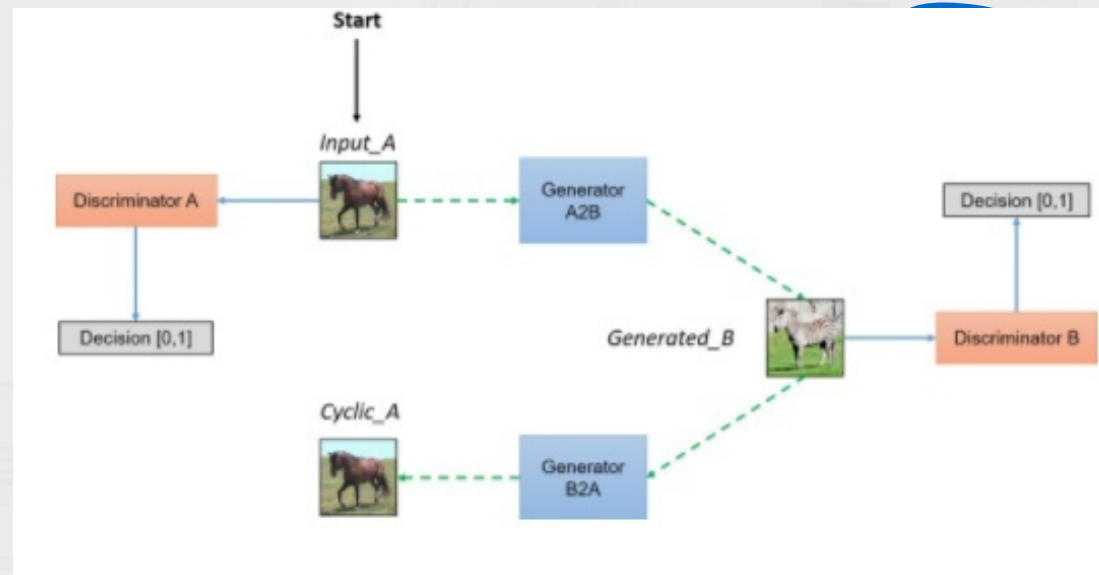
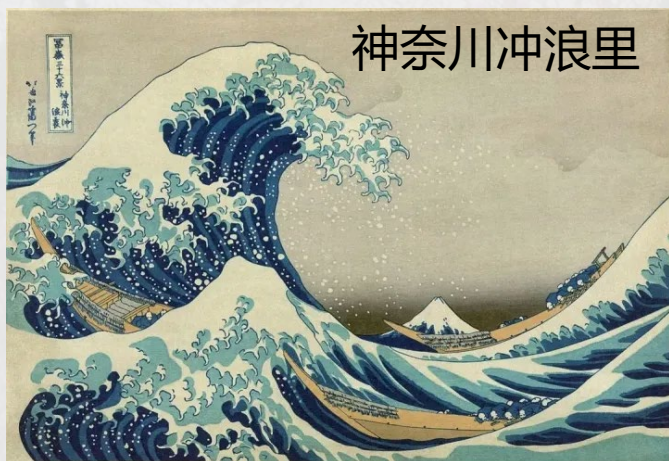
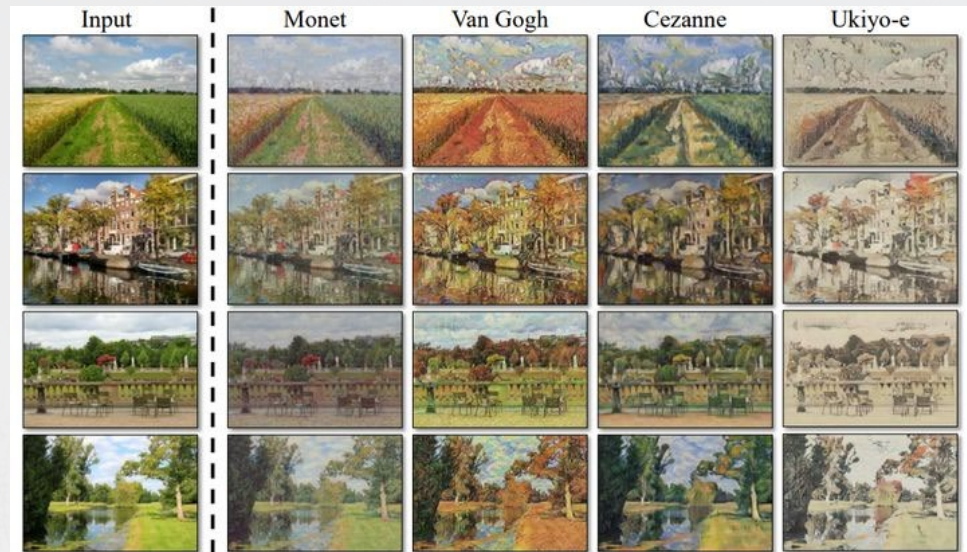


Conditional GAN (CGAN)



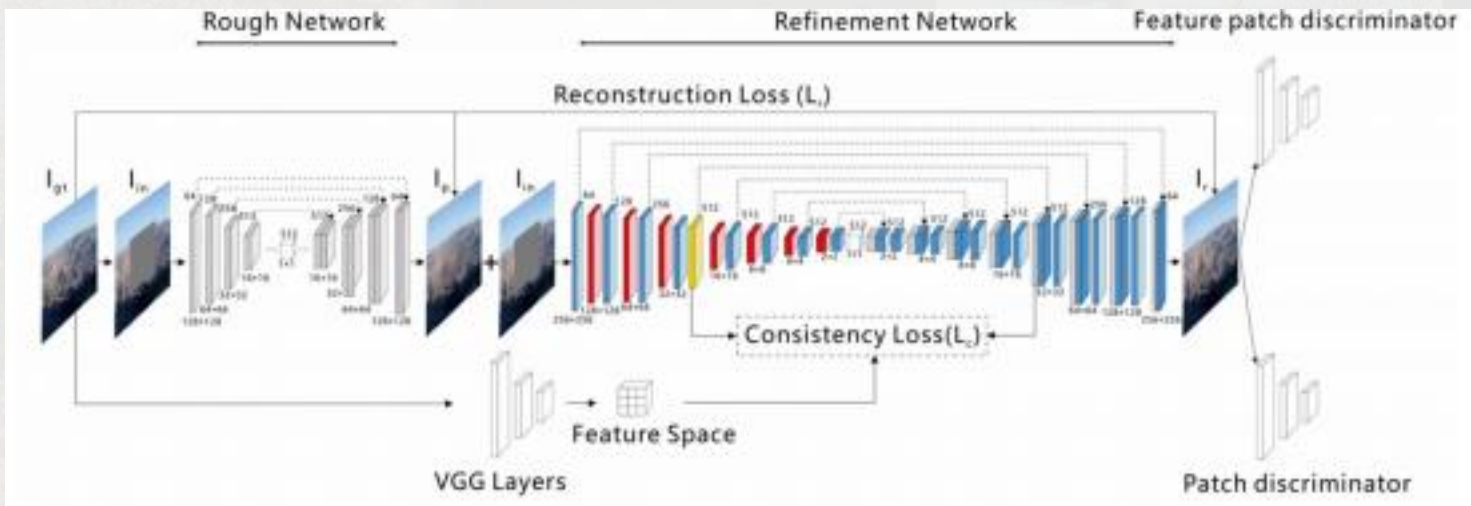
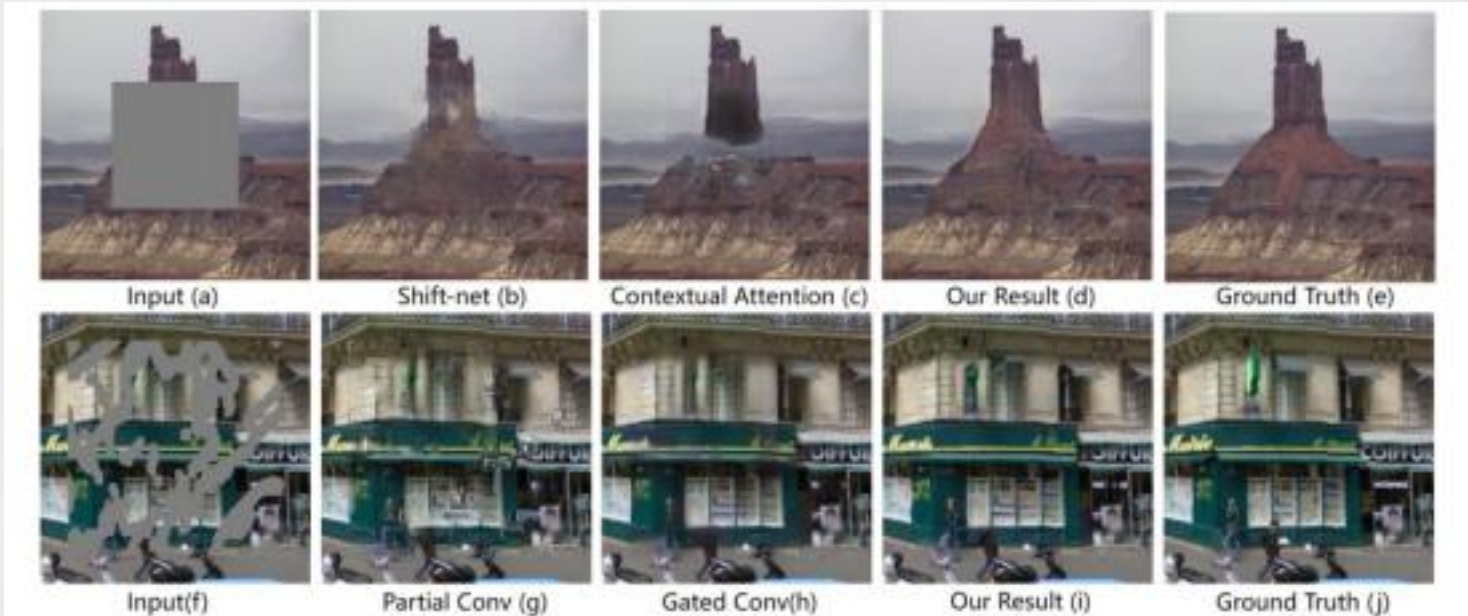
4 GAN的训练结果

➤ 风格转换



CycleGAN

► 图像修复



5 GAN的改进

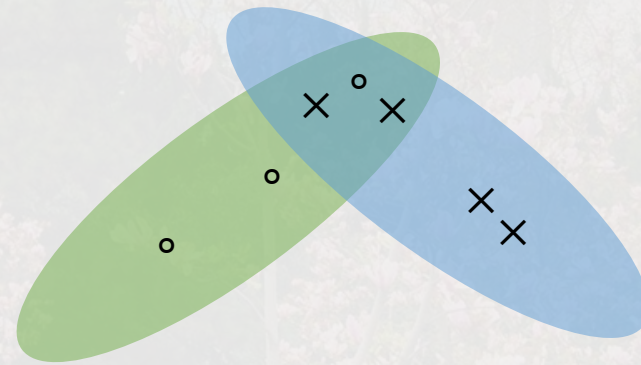
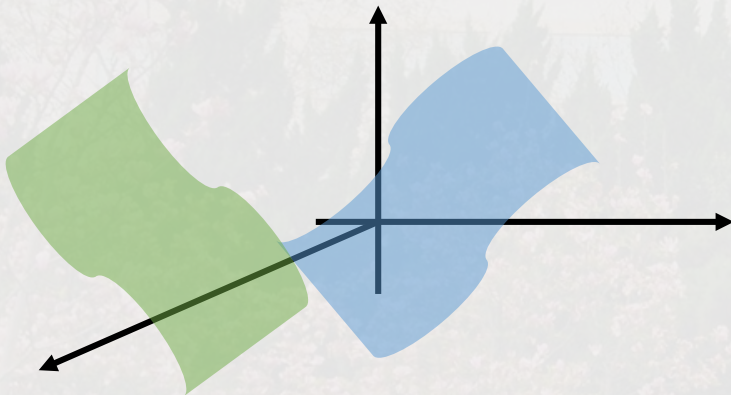


- 传统GAN存在的问题：梯度消失，JS散度的问题

传统GAN中训练生成器就是减小真实分布与生成分布的JS散度，从而达到让生成器以假乱真的目的：

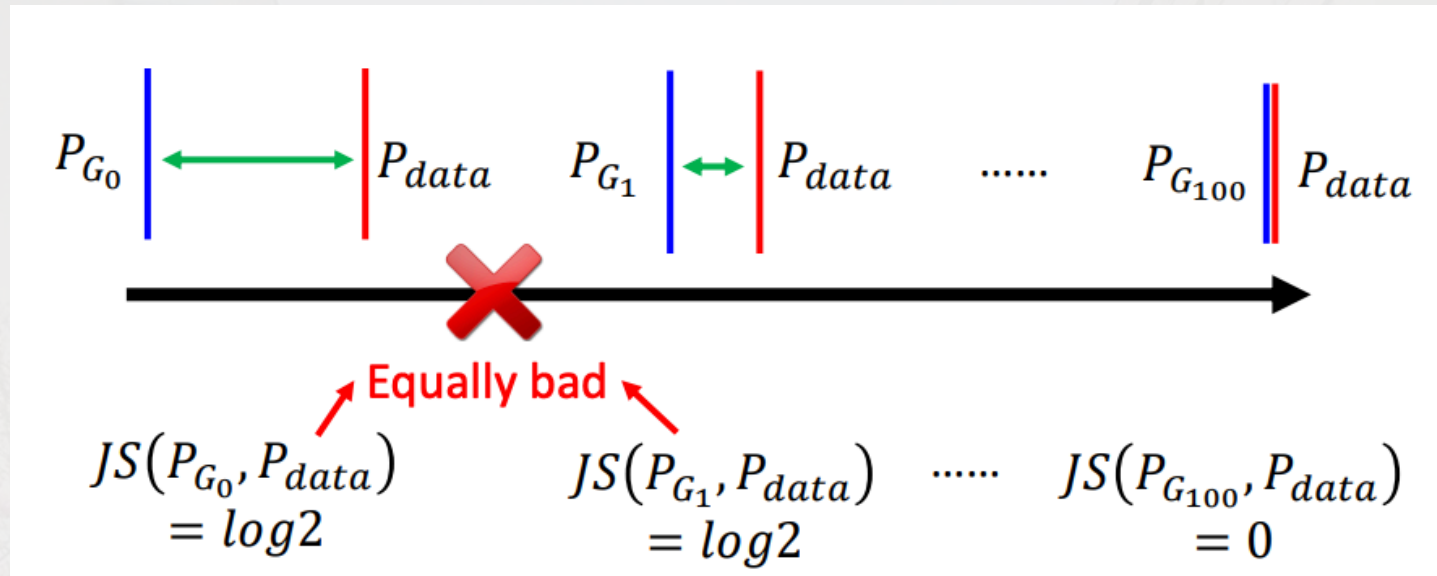
$$\min_G \max_D V(D, G) = \min_G V(D^*, G) = \min_G -\log 4 + 2\text{JS}(P_{data} \parallel \frac{P_{data}(x) + P_g(x)}{2})$$

从三维空间理解，两个分布重叠的概率是非常小的，几乎为0，只有交叉点重叠，交叉点比曲线低一个维度，因此交叉点的重叠可以忽略；如果从分布中采样样本点，则重叠几率也会减小



5 GAN的改进

- 传统GAN存在的问题： 梯度消失，JS散度的问题



只要两分布没有重叠部分或重叠部分可忽略，**JS散度恒为 $\log 2$** ，目标函数为0。当判别器最优时，生成器无法获得任何梯度信息，梯度消失，无法训练。

➤ 传统GAN存在的问题： 梯度消失，JS散度的问题

解决方法：

1. 不把判别器训练的太好。
2. 给生成数据和真实数据加噪声，强行让生成数据与真实数据在高维空间产生重叠，JS散度就可以发挥作用：

$$\min_G E_{x \sim P_{data+\epsilon}} [\log D^*(x)] + E_{x \sim P_{g+\epsilon}} [\log(1 - D^*(x))]$$

$P_{data+\epsilon}$ 表示加入噪声后的真实分布数据， $P_{g+\epsilon}$ 表示加入噪声后的生成分布数据。

5 GAN的改进

➤ 传统GAN存在的问题： 模式崩溃(mode collapse)

生成图像中相同的图像多次出现，如果继续训练GAN网络，会生成更多相同或相近的图像，发生模式崩溃，造成生成数据多样性不足。



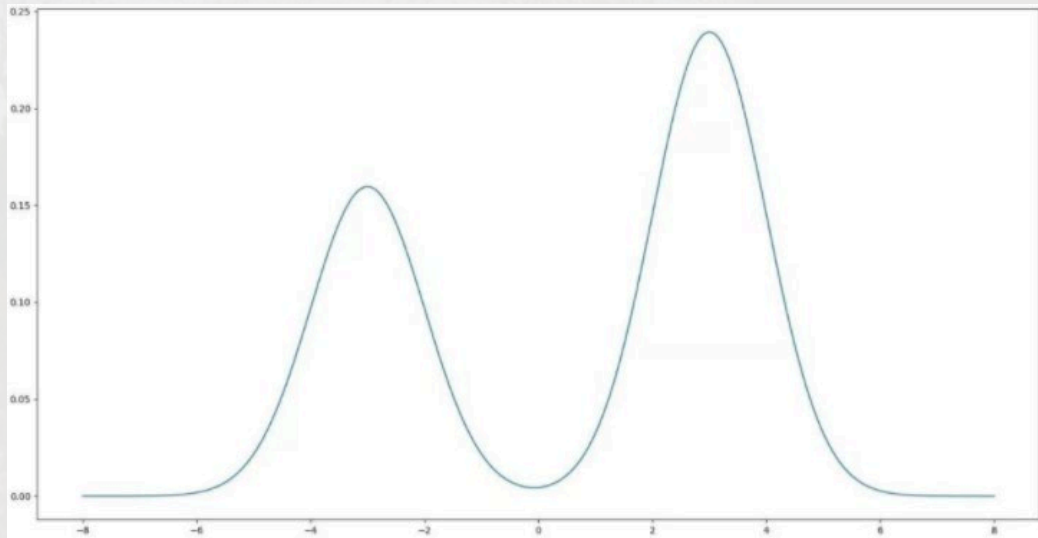
5 GAN的改进



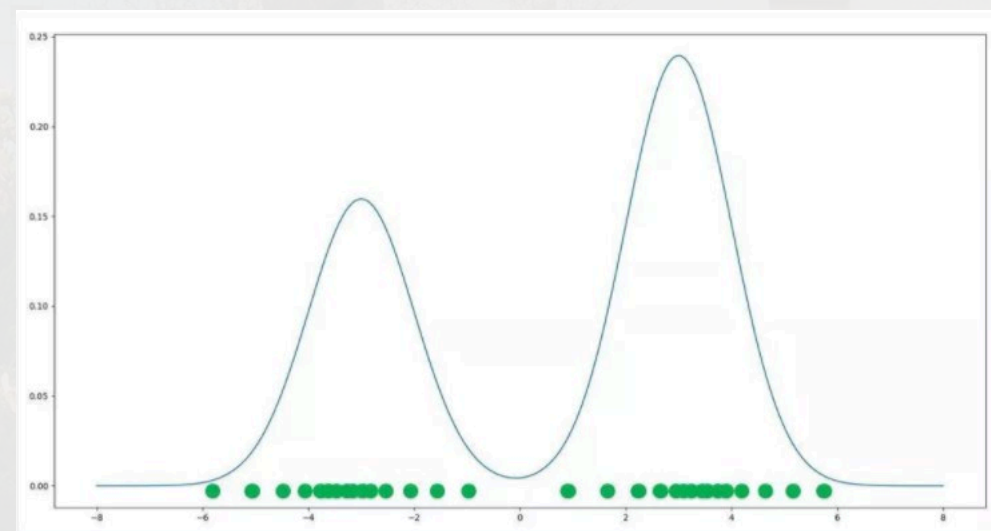
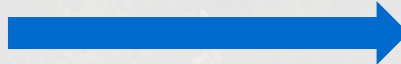
➤ 传统GAN存在的问题： 模式崩溃(mode collapse)

生成图像中相同的图像多次出现，如果继续训练GAN网络，会生成更多相同或相近的图像，发生模式崩溃，造成生成数据多样性不足。

举例：对于某一个训练数据集，其中样本的概率分布为一个简单的一维高斯混合分布，包含两个峰：



理想状态，生成器生成样本
(绿色标记)



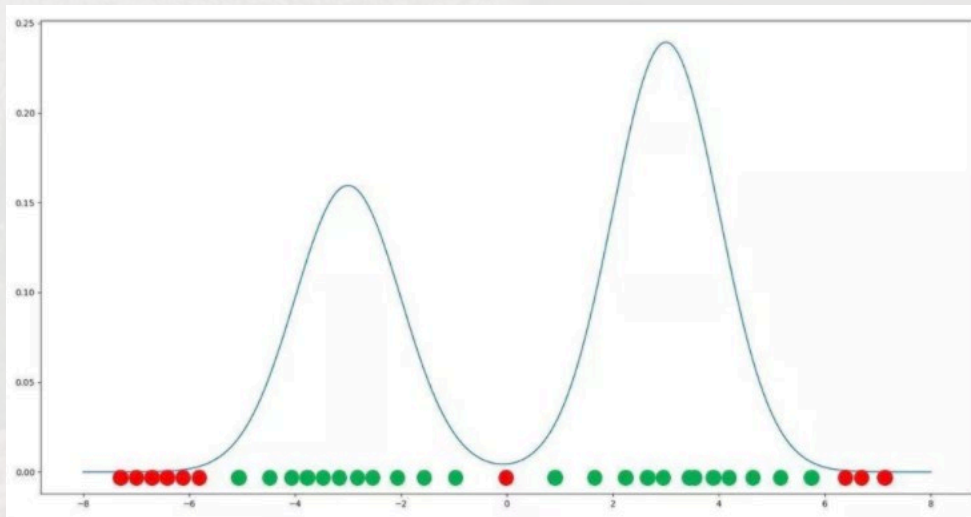
5 GAN的改进

➤ 传统GAN存在的问题： 模式崩溃(mode collapse)

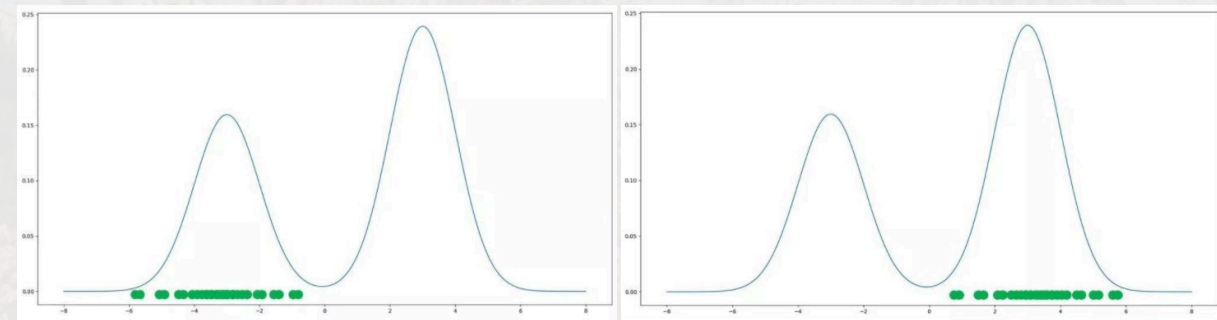
生成图像中相同的图像多次出现，如果继续训练GAN网络，会生成更多相同或相近的图像，发生模式崩溃，造成生成数据多样性不足。

举例：对于某一个训练数据集，其中样本的概率分布为一个简单的一维高斯混合分布，包含两个峰：

正常训练



模式崩溃



➤ 传统GAN存在的问题： 模式崩溃(mode collapse)

解决方法：

1) 从目标函数考虑： **经验发现**，当GAN出现模式崩溃问题时，通常判别器在**真实样本**附近更新参数时，其梯度值非常大。可对判别器在**真实样本**附近施加梯度惩罚项。试图在**真实样本**附近构建线性函数，因为线性函数为凸函数具有全局最优解。
(DRAGAN)

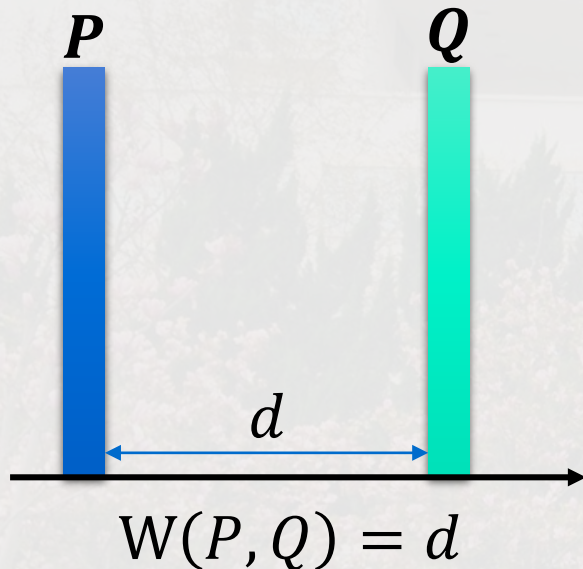
2) 从网络架构考虑：即使单个生成器会产生模式崩溃的问题，但是如果同时构造多个生成器，且让每个生成器产生不同的模式，则这样的多生成器结合起来也可以保证产生的样本具有多样性。 (MAD (Multi-agent diverse)-GAN)

5 GAN的改进



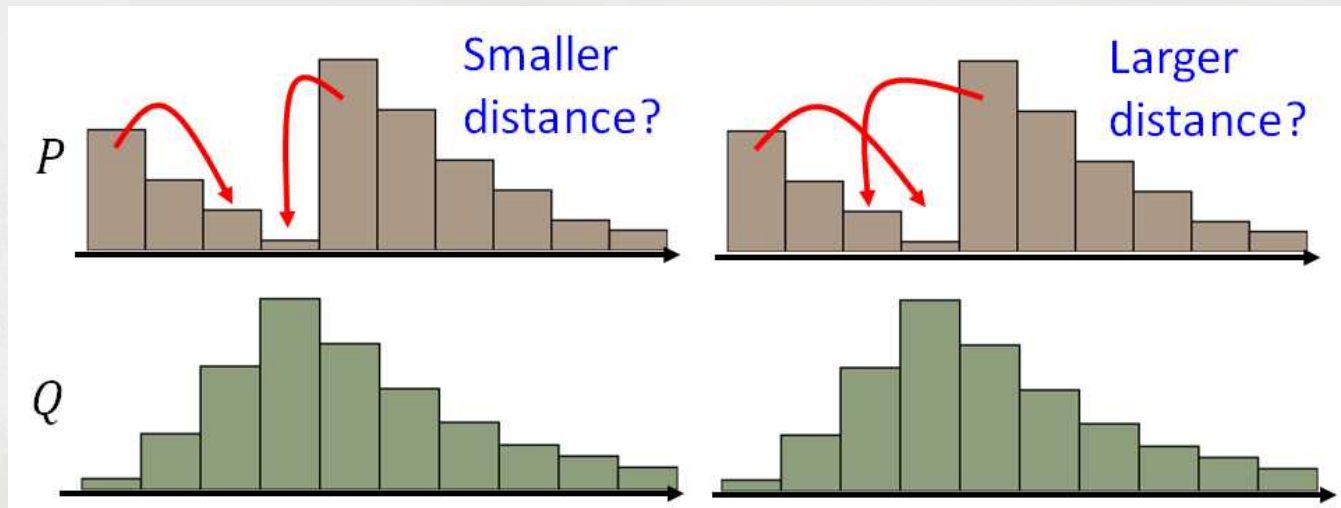
- Wasserstein GAN (WGAN)的提出就是为了解决传统GAN遇到的梯度消失、训练时梯度不稳定以及模式崩溃等问题。
- 使用Wasserstein距离来衡量两分布之间的距离，抛弃了KL散度与JS散度。

Wasserstein距离也叫EM距离 (Earth Mover's Distance, 推土距离), 假设数据 P 分布在一维空间中的某个点, 数据 Q 也分布在一维空间中的某个点, 两组数据的分布之间的距离就是 d 。



5 GAN的改进

Wasserstein距离也叫EM距离 (Earth Mover's Distance, 推土距离), 假设数据 P 分布在一维空间中的某个点, 数据 Q 也分布在一维空间中的某个点, 两组数据的分布之间的距离就是 d 。



每一种推土的方法称为一个Moving plan, 穷举所有Moving plans, 计算出所有Moving plans将数据 P 推到 Q 时产生的总代价, 选取最小的总代价作为两个分布的EM距离。

5 GAN的改进

将数据分布 P 移到分布 Q 的总代价:

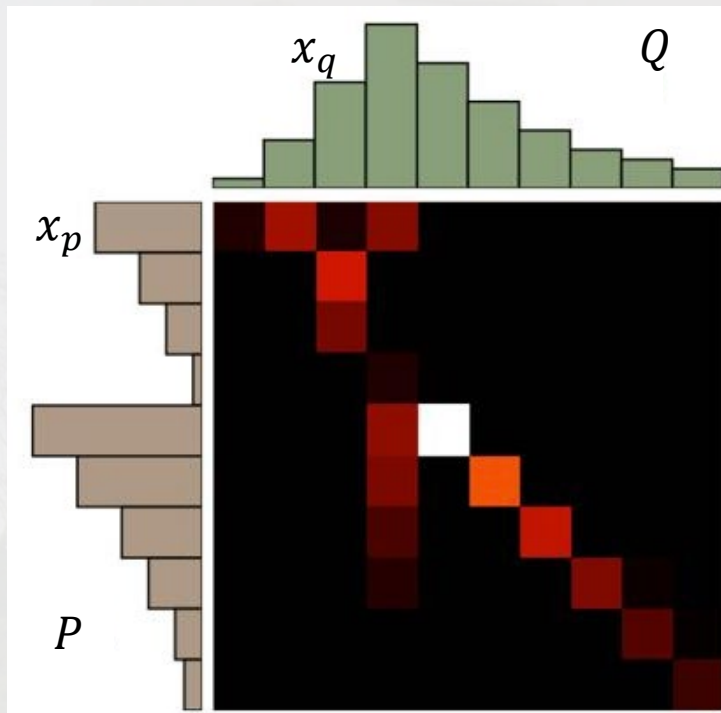
$$B(\gamma) = \sum_{x_p, x_q} \gamma(x_p, x_q) \|x_p - x_q\|$$

$\gamma(x_p, x_q)$ 表示推土行为, 即此次推土要将分布 P 的多少数据推到分布 Q , 将数据从分布 P 推到到分布 Q 的距离 $\|x_p - x_q\|$ 。

EM距离:

$$W(P, Q) = \min_{\gamma \in \Pi} B(\gamma)$$

Π 表示两种分布所有可能的Moving plans.



➤ EM距离在GAN上的使用，将判别器目标函数改写为：

$$\max_{D \in 1-Lipschitz} E_{x \sim P_{data}}[D(x)] - E_{x \sim P_g}[D(x)]$$

满足1 - Lipschitz约束条件。Lipschitz函数定义如下：

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq K \|x_1 - x_2\|$$

即要求输入的变化乘以K大于输出的变化，输出变化不能太快，从而保证函数是平滑的。当K=1时，此时Lipschitz函数为1 - Lipschitz。

WGAN中，采取Weight clipping的方式让判别器目标函数更平滑。

➤ WGAN总结, 与传统GAN的区别:

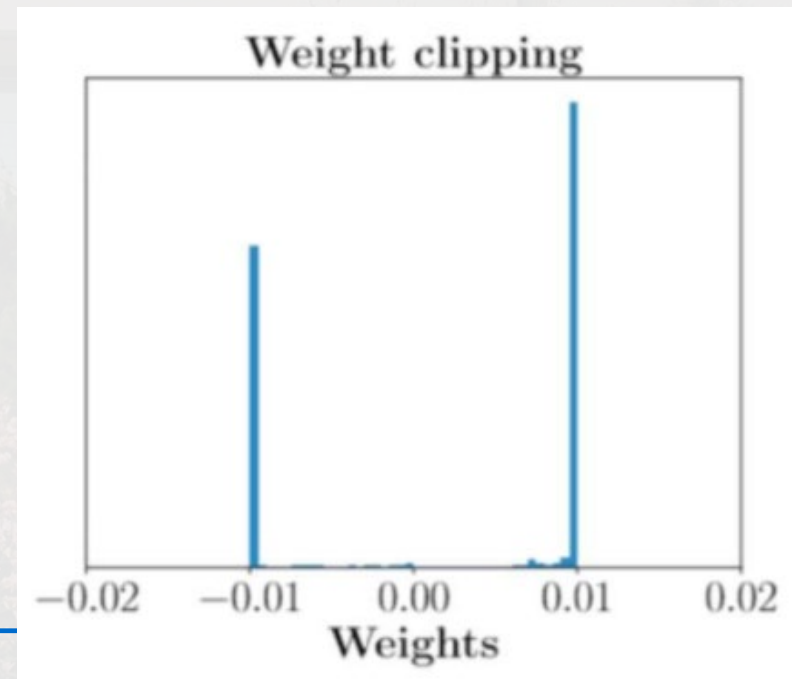
- 1) 判别器最后一层去掉sigmoid。
- 2) 生成器与判别器的损失不再取log。
- 3) weight clipping: 训练判别器时, 每次参数更新后的值在一个范围 $(-c, c)$, 使得D尽量满足1 - Lipschitz约束条件。
- 4) 推荐使用RMSProp或SDG优化算法。

5 GAN的改进



- WGAN总结存在的问题，训练困难和收敛缓慢的问题，造成这些问题的原因是Weight clipping:

判别器为了实现返回的损失可以更好的区分真实样本和生成样本，模型参数容易取到最大值或最小值，假设设定范围 $[-0.01, 0.01]$ ，如下图所示会集中在最大值0.01与最小值-0.01上。



- WGAN-GP (GP: gradient penalty) 的提出就是为了解决WGAN遇到的问题，不再使用WGAN中Weight clipping的方式来粗暴地限制参数范围。

WGAN-GP: 当判别器 D 服从1-Lipschitz约束时，等价于判别器 D 在任意地方的梯度都小于1，公式如下：

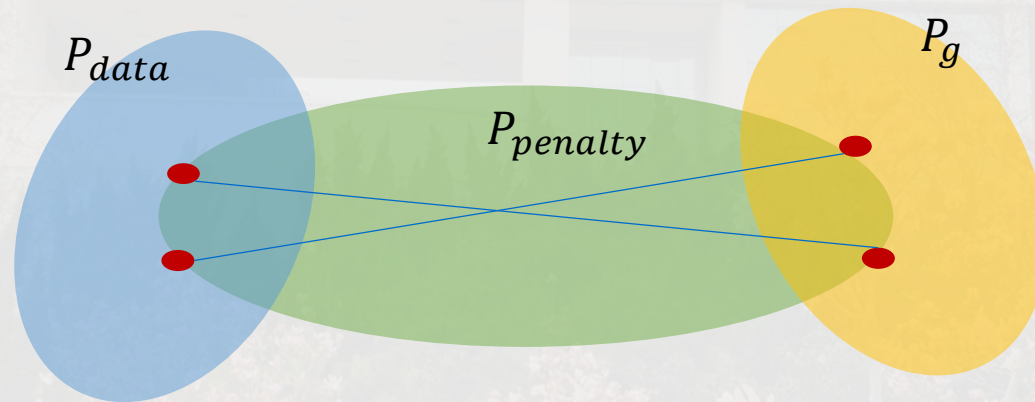
$$D \in 1 - Lipschitz \iff \|\nabla_x D(x)\| \leq 1$$

判别器的目标函数可改写为：

$$\max_D E_{x \sim P_{data}} [D(x)] - E_{x \sim P_g} [D(x)] - \lambda \int_x \max(0, \|\nabla_x D(x)\| - 1) dx$$

采样最后一项，即定义惩罚样本抽取数据的空间分布 $P_{penalty}$ ，通过实验发现， $P_{penalty}$ 设置成生成数据空间分布与真实数据空间分布之间的效果比较好，上式可改写为：

$$\max_D E_{x \sim P_{data}} [D(x)] - E_{x \sim P_g} [D(x)] - \lambda E_{x \sim P_{penalty}} [\max(0, \|\nabla_x D(x)\| - 1)]$$



从生成样本和真实数据空间抽取一些样本点，多个样本之间连线构成的空间就是 $P_{penalty}$

- 举例理解了生成对抗网络的运行机制。
- 学习了生成对抗网络的目标函数的构造过程。
- 了解了目标函数的全局最优解。
- 学习了生成对抗网络的训练过程。
- 了解了对传统生成对抗网络的改进方法。