



数字图像处理 Digital Image Processing

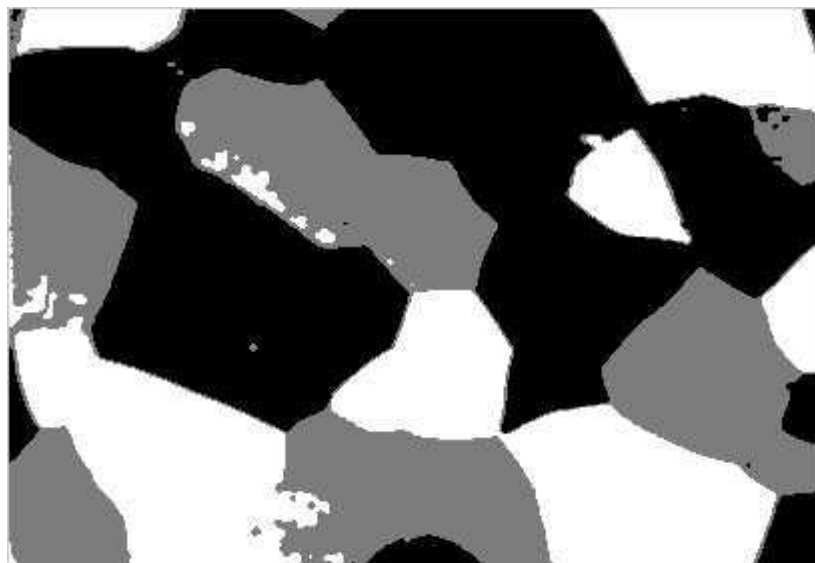
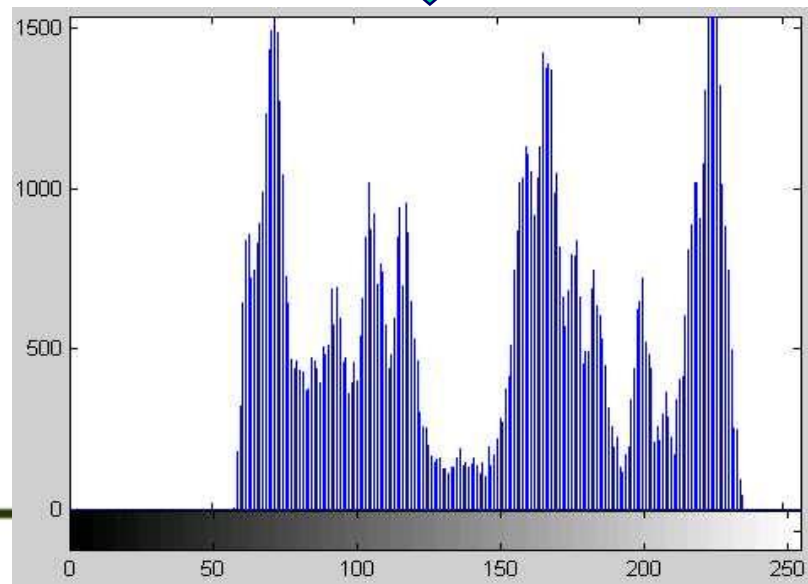
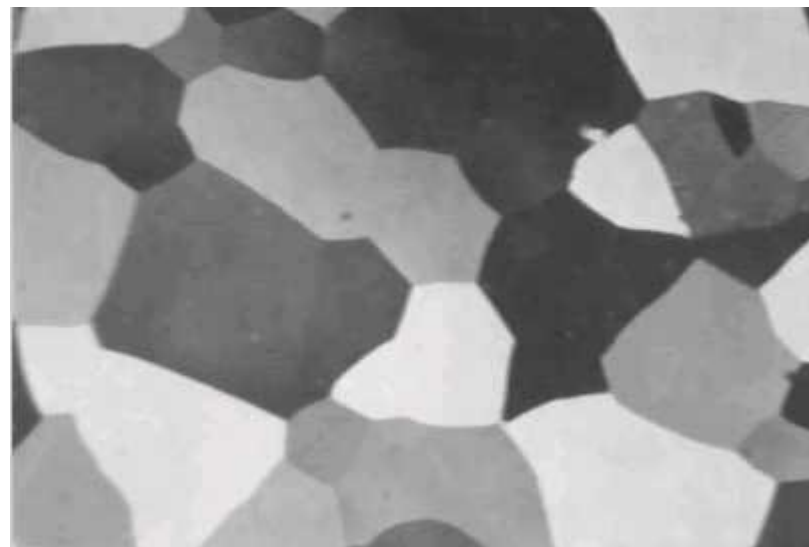
阈值图像分割 Image Segmentation by Threshold





一、原理和分类

取阈值是一种广泛使用的图像分割技术，通过对灰度取阈值后得到的图像，各个区域可以分离开，但要将目标提取出来，还需要将各区域识别标记。





阈值图像分割

◆ 阈值分割法的基本思想：

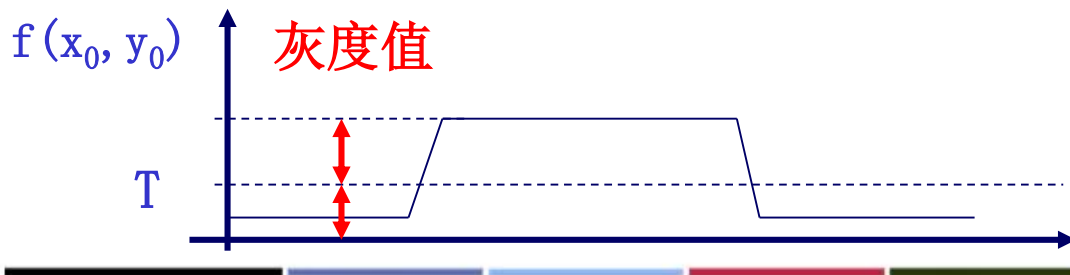
- 确定一个合适的阈值 T （阈值选定的好坏是此方法成败的关键）。
- 将大于等于阈值的像素作为物体或背景，生成一个二值图像。

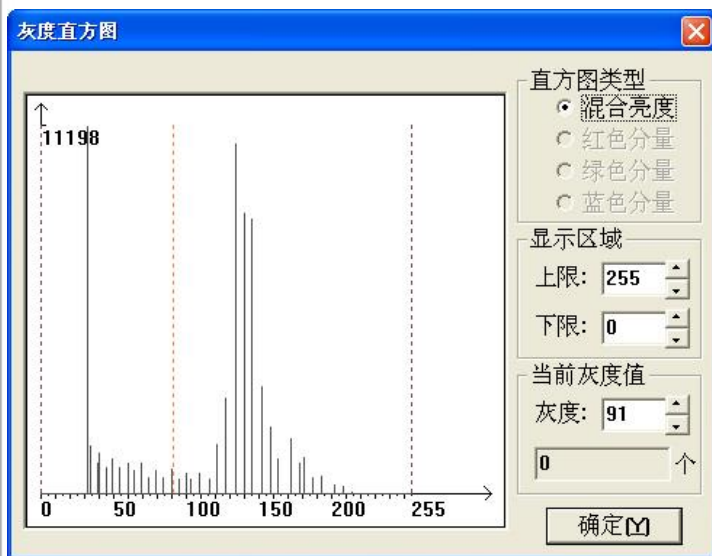
- If $f(x,y) \geq T$ set 255
- Else set 0

0	0	255
0	255	255
255	255	255

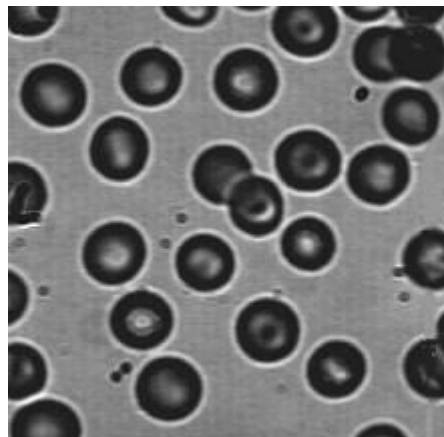
◆ 阈值分割法的特点：

- 适用于物体与背景有较强对比的情况，重要的是背景或物体的灰度比较单一。
- 这种方法总可以得到封闭且连通区域的边界。

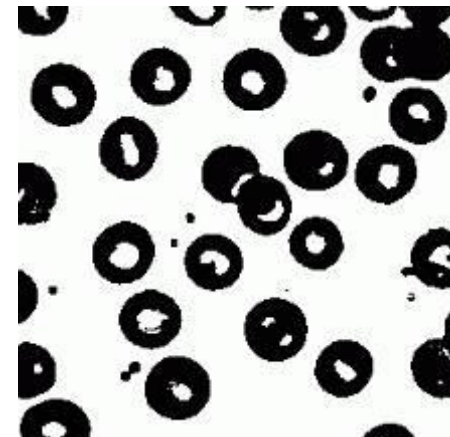




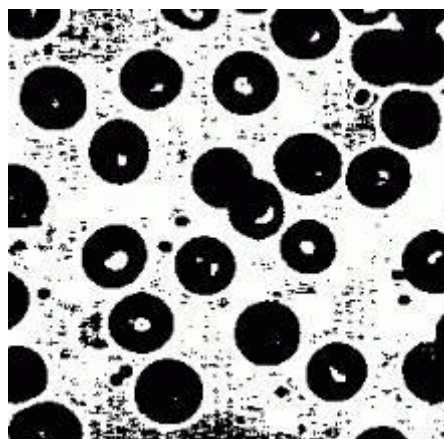
直方图



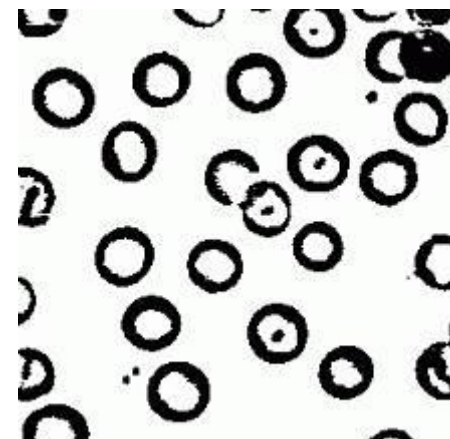
(a)



(b)



(c)



(d)

不同阈值对阈值化结果的影响

(a) 原始图像; (b) 阈值 $T=91$; (c) 阈值 $T=130$; (d) 阈值 $T=43$



◆ 分割中阈值的选取依据：

- 仅依赖像素灰度的阈值选取 — **全局阈值**
- 依赖像素灰度和其周围邻域的局部性质选取 — **局部阈值**
- 除依赖像素灰度和其周围邻域的局部性质外，还与坐标位置有关 — **动态阈值**

◆ 依赖像素灰度的阈值选取

➤ 极小点阈值

通过寻找直方图的极小点确定分割阈值，在确定极小点过程中可能需要对直方图进行平滑。

➤ 最优阈值

通常，图像中目标和背景的灰度值有部分交错，在分割时总希望减少分割误差。为此，需要研究**最优阈值**问题。通过背景和目标的灰度概率分布函数可以在一定条件下确定最佳阈值。





◆ 通过交互方式得到阈值

➤ 基本思想：

在通过交互方式下，得到对象（或背景）的灰度值，比得到阈值 T 容易得多。

假设：对象的灰度值（也称样点值）为 $f(x_0, y_0)$ ，

且： $T = f(x_0, y_0) - R$ 有：

$$f(x, y) \geq T$$

$$f(x, y) \geq f(x_0, y_0) - R$$

$$|f(x, y) - f(x_0, y_0)| \leq R$$

其中 R 是容忍度，可通过试探获得。

➤ 实施方法：

(1) 通过光标获得样点值 $f(x_0, y_0)$

(2) 选取容忍度 R

(3) if $|f(x, y) - f(x_0, y_0)| \leq R$ set 255
else set 0

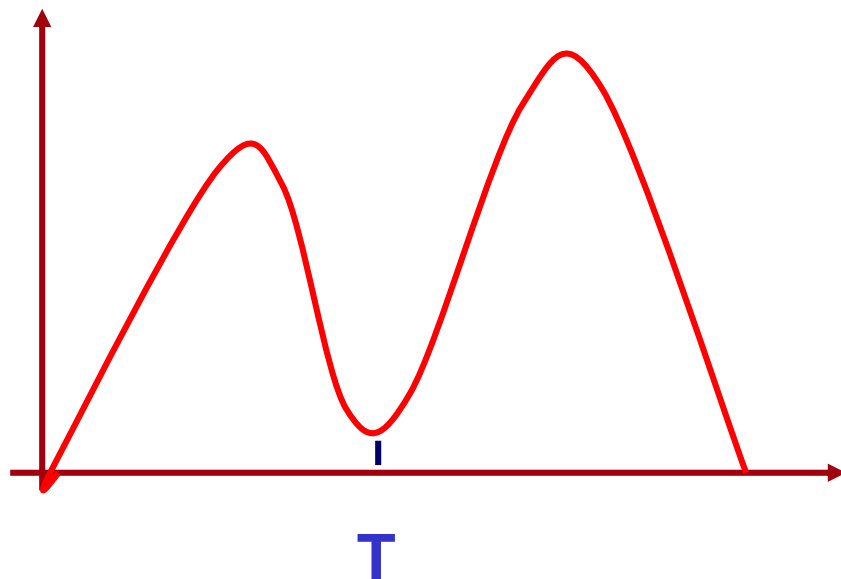




◆通过直方图得到阈值

➤基本思想

边界上的点的灰度值出现次数较少

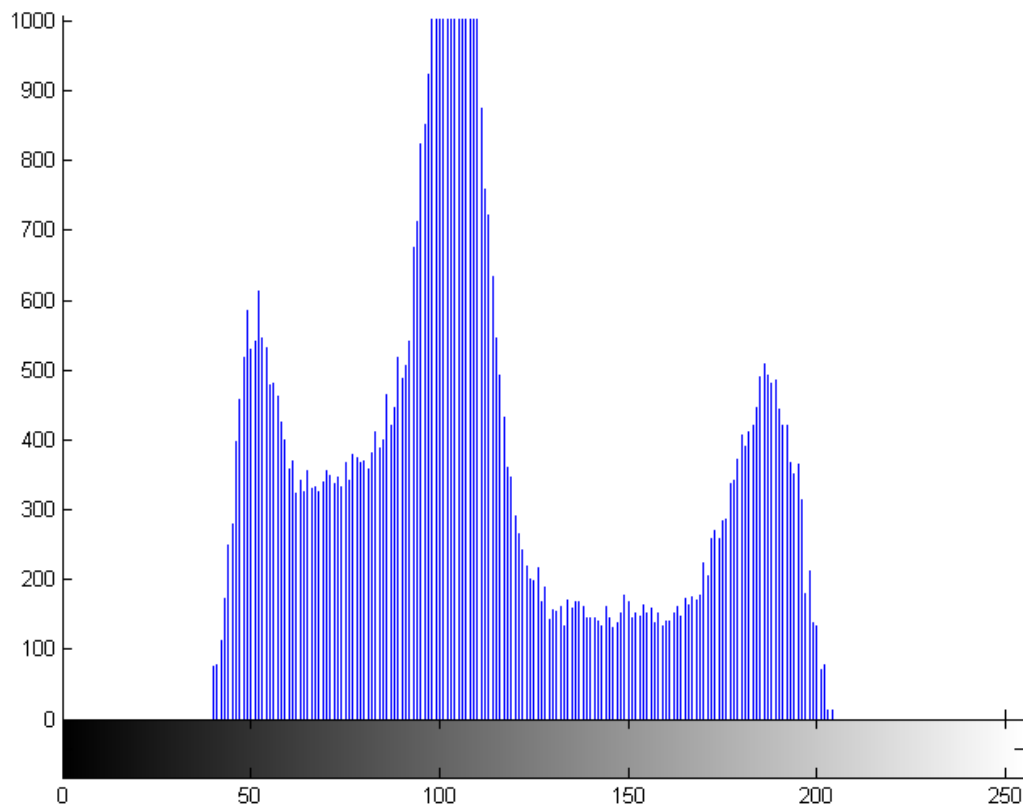




全局阈值分割 Segmentation by Global Threshold

1.直方图双峰阈值选择

直方图双峰阈值分割是一种最直观最简单的分割方法，但它需要分割的图像中背景和目标具有明显的分界线（直方图双峰明显）。



$T=130$



◆通过直方图得到阈值

➤ 取值的方法：

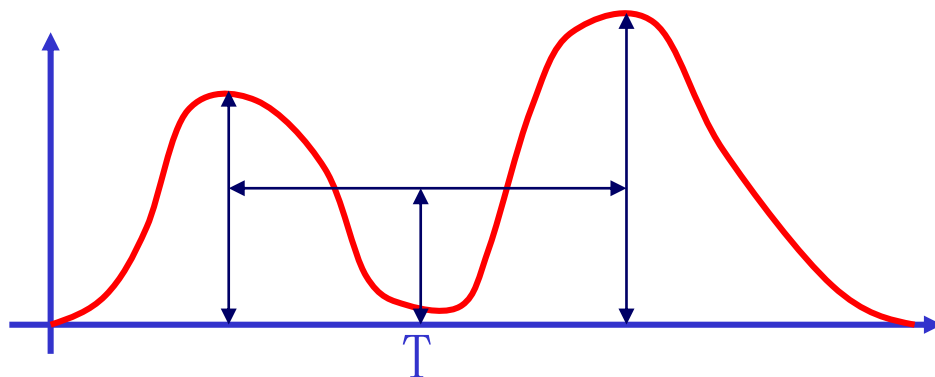
取直方图谷底(最小值)的灰度值为阈值 T ；

➤ 缺点：会受到噪音的干扰，最小值不是预期的阈值，而偏离期望的值；

➤ 改进：

1) 取两个峰值之间某个固定位置，如中间位置上。由于峰值代表的是区域内的典型值，一般情况下，比选谷底更可靠，可排除噪音的干扰。

2) 对噪音的处理，对直方图进行平滑处理。





2. 迭代阈值选择

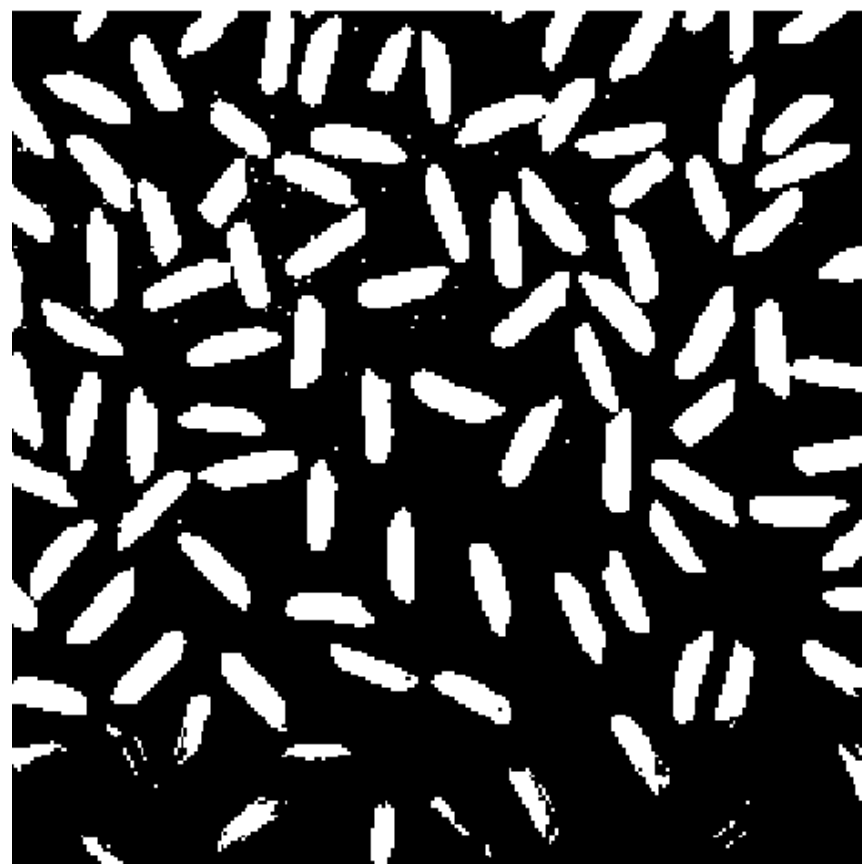
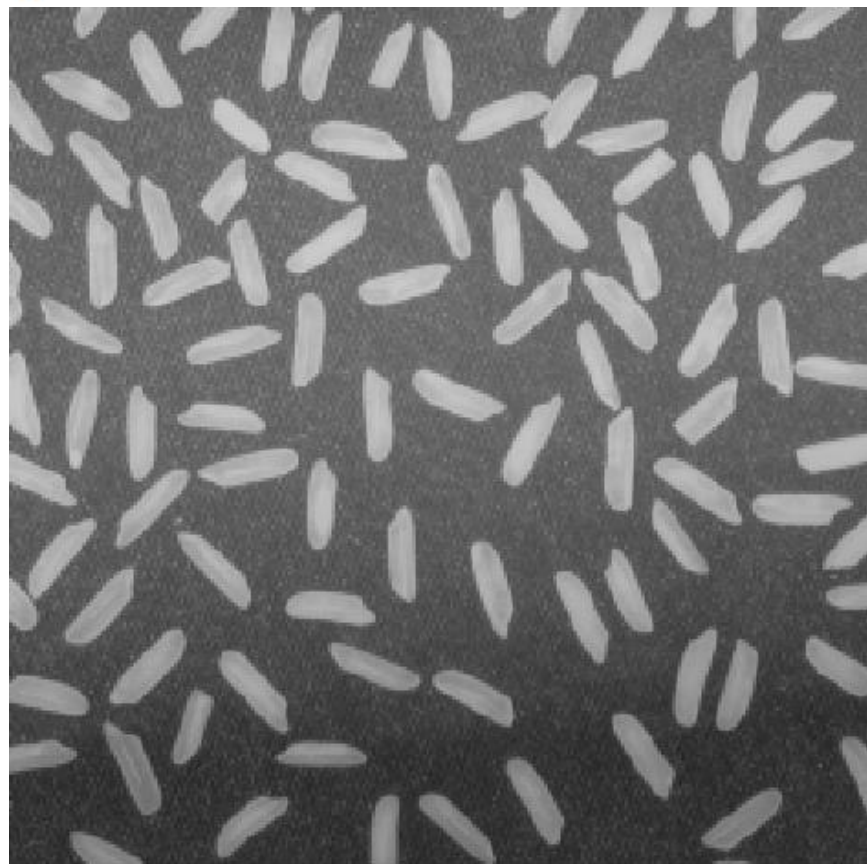
◆ 迭代阈值选择方法的基本思想是：

开始时选择一个阈值作为初始估计值，然后按照某种策略不断的改进这一估计值，直到满足给定的准则为止。

◆ 迭代阈值选择方法的步骤：

1. 选择一个初始估计值 T （建议初始估计值为图像中最大亮度值和最小亮度值的中间值）。
2. 使用 T 分割图像。这会产生两组像素：亮度值 $\geq T$ 的所有像素组成的 G_1 ，亮度值 $< T$ 的所有像素组成的 G_2 。
3. 计算 G_1 和 G_2 范围内的像素的平均值 μ_1 和 μ_2 。
4. 计算一个新阈值： $T = 1/2(\mu_1 + \mu_2)$ 。
5. 重复步骤2到步骤4，直到连续迭代中 T 的差比预先设定的参数 T_0 小为止。





$T=131.41$



ponents or broken connection paths. There is no point in going past the level of detail required to identify those components.

Segmentation of nontrivial images is one of the most difficult tasks in image processing. Segmentation accuracy determines the effectiveness of computerized analysis procedures. For this reason, considerable effort must be taken to improve the probability of rugged segmentation. In applications such as industrial inspection applications, at least some degree of ruggedness in the environment is possible at times. The experienced image analyst or designer invariably pays considerable attention to such factors.

ponents or broken connection paths. There is no point in going past the level of detail required to identify those components.

Segmentation of nontrivial images is one of the most difficult tasks in image processing. Segmentation accuracy determines the effectiveness of computerized analysis procedures. For this reason, considerable effort must be taken to improve the probability of rugged segmentation. In applications such as industrial inspection applications, at least some degree of ruggedness in the environment is possible at times. The experienced image analyst or designer invariably pays considerable attention to such factors.





3.最佳阈值分割

设图像由目标和背景两部分组成，目标的灰度分布概率密度为 $p_o(r)$ ，而背景的灰度分布概率密度为 $p_b(r)$ ，同时设目标占整个画面的百分比为 θ ，则背景占 $1-\theta$ 。若取阈值为 t ，则：

将物体点误判为背景点的误判概率为：

$$E_o(t) = \int_{-\infty}^t p_o(r) dr = P_o(t)$$

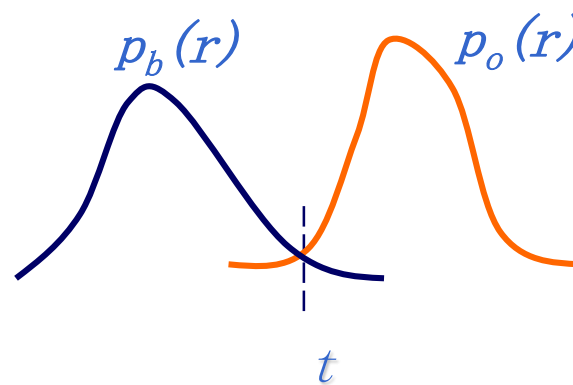
将背景点误判为物体点的误判概率为：

$$E_b(t) = \int_t^{\infty} p_b(r) dr = 1 - \int_{-\infty}^t p_b(r) dr$$

注意到上式右端第二项恰好是灰度小于 t 的背景点出现的总概率 $P_b(t)$ ，故：

$$E_b(t) = \int_t^{\infty} p_b(r) dr = 1 - P_b(t)$$

因此总的误判概率为：

$$\varepsilon = \theta \cdot P_o(t) + (1 - \theta) [1 - P_b(t)]$$




我们的目标是求出最佳阈值 t ，使总的误判概率最小，可以将上述误判函数对 t 求导，并令其为零，故有：

$$\theta \cdot \frac{d[P_o(t)]}{dt} - (1 - \theta) \frac{d[P_b(t)]}{dt} = 0$$

或写成：

$$\theta \cdot p_o(t) - (1 - \theta) p_b(t) = 0$$

若已知背景和目标的灰度概率密度，可以利用数值方法求出最佳阈值。

假设目标和背景均服从高斯分布，设目标区和背景区灰度的均值分别为 m_o 和 m_b ，均方差分别为 s_o 和 s_b ，则：

$$p_o(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_o} e^{-\frac{(r-\mu_o)^2}{2\sigma_o^2}}$$

$$p_b(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} e^{-\frac{(r-\mu_b)^2}{2\sigma_b^2}}$$





代入上述总误判概率表达式，并取对数得：

$$\ln(1 - \theta) + \ln \sigma_o - \frac{(t - \mu_b)^2}{2\sigma_b^2} = \ln \theta + \ln \sigma_b - \frac{(t - \mu_o)^2}{2\sigma_o^2}$$

经化简，此方程具有以下形式：

$$At^2 + Bt + C = 0$$

其中：

$$A = \sigma_b^2 - \sigma_o^2$$

$$B = 2(\mu_b \sigma_o^2 - \mu_o \sigma_b^2)$$

$$C = \sigma_b^2 \mu_o^2 - \sigma_o^2 \mu_b^2 + 2\sigma_b^2 \sigma_o^2 \ln\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_b} \frac{\theta}{1 - \theta}\right)$$

因此可以通过求解二次方程，求出两个根 t_1 和 t_2 ，并选取合理的结果。

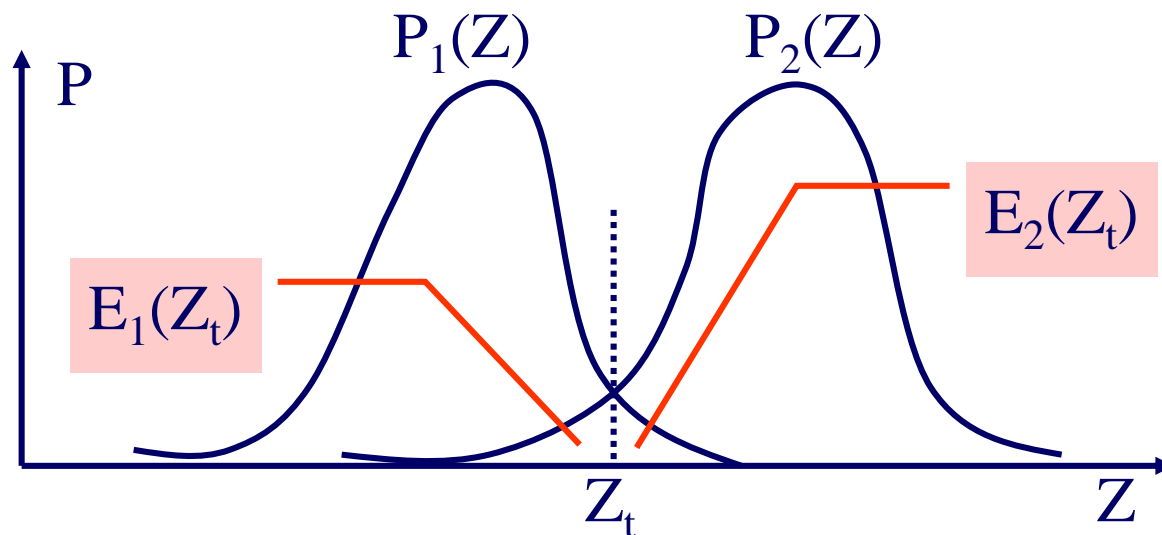
讨论： 若 $\sigma_b = \sigma_o$ ，即两类方差相等时，上述方程中 $A=0$ ，解出

$$t = \frac{1}{2}(\mu_b + \mu_o) + \frac{\sigma^2}{\mu_b - \mu_o} \ln\left(\frac{1 - \theta}{\theta}\right)$$





◆ 若 $\sigma_b = \sigma_o$; 且 $\theta = 1/2$, 则 $t = \frac{1}{2}(\mu_b + \mu_o)$



从前面可以看出，假如：

- ① 图像的目标物和背景象素灰度级概率呈正态分布，
- ② 且偏差相等 ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)，
- ③ 背景和目標物象素总数也相等 ($\theta = 1/2$)，

则这个图像的最佳分割阈值就是目标物和背景象素灰度级两个均值的平均。



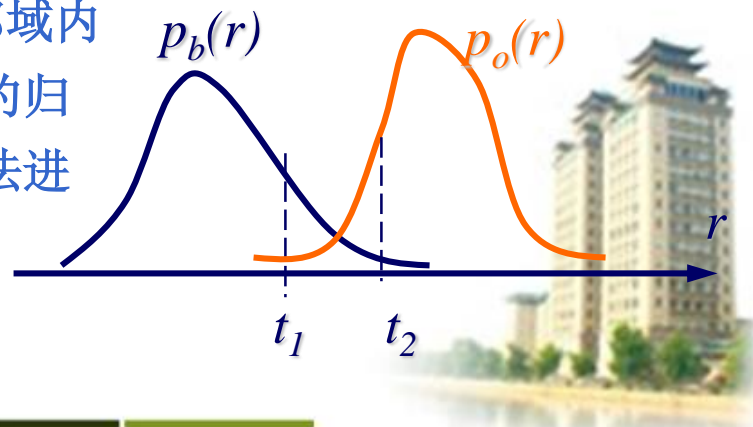


- 上述结果是在各种参数已知的条件下得到的，一般讲，上述参数并不知道，可以通过直方图来估计上述参数。图像的总概率密度分布为：

$$H(r) = \theta \cdot p_o(r) + (1 - \theta) p_b(r)$$

- 如何假设目标背景服从高斯分布， $H(r)$ 是上述5个参数的函数，可以通过拟合方式使理论的直方图与实际的直方图的均方误差最小，从而估计 5 个参数。
- 对于复杂图像，如果仅用单一阈值不能给出良好的分割结果，解决办法是使用**两个阈值**，或者多个的阈值。

对灰度位于 t_1 和 t_2 间的像素，根据该像素邻域内已经作出判决的其他像素的情况确定该像素的归属。或利用其他方法如跟踪法或区域扩张方法进行进一步分割。





4.Otsu法阈值选择

Otsu法是一种使类间方差最大的自动确定阈值的方法，该方法具有简单、处理速度快的特点。

◆ Otsu法阈值分割的基本思想是：

设图像像素为 N ，灰度范围为 $[0, L-1]$ ，对应灰度级 i 的像素为 n_i ，
概率为：
$$p_i = n_i / N$$

选定阈值 T 把图像中的像素分成两个灰度级 C_0 和 C_1 ， C_0 由灰度值在 $[0, T]$ 之间的像素组成， C_1 由灰度值在 $[T+1, L-1]$ 之间的像素组成，由灰度分布概率，整个图像的均值为：

$$\mu_T = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i$$

C_0 和 C_1 的均值为：

$$\mu_0 = \sum_{i=0}^T i p_i / \omega_0 \quad \mu_1 = \sum_{i=T+1}^{L-1} i p_i / \omega_1$$

其中：

$$\omega_0 = \sum_{i=0}^T p_i \quad \omega_1 = \sum_{i=T+1}^{L-1} p_i = 1 - \omega_0$$





可以看出，对任何 t 值，下式都能成立：

$$w_0 \mu_0 + w_1 \mu_1 = \mu_T \quad w_0 + w_1 = 1$$

C_0 和 C_1 类的方差可由下式求得：

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=0}^t (i - \mu_0)^2 p_i / w_0$$

$$\sigma_1^2 = \sum_{i=t+1}^{L-1} (i - \mu_1)^2 p_i / w_1$$

定义类内方差为：

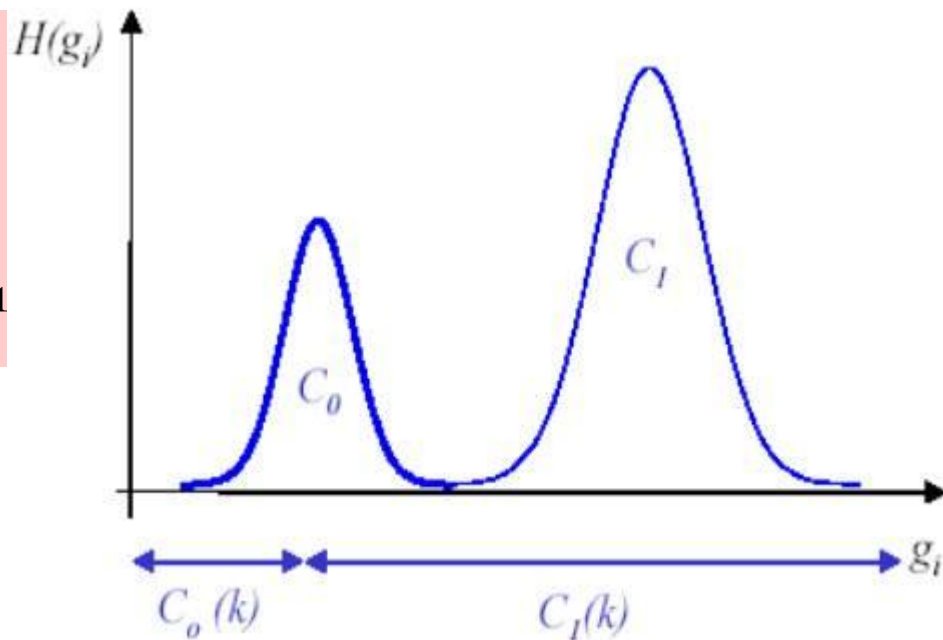
$$\sigma_w^2 = w_0 \sigma_0^2 + w_1 \sigma_1^2$$

类间方差为：

$$\sigma_B^2 = w_0 (\mu_0 - \mu_T)^2 + w_1 (\mu_1 - \mu_T)^2 = w_0 w_1 (\mu_1 - \mu_0)^2$$

总体方差为：

$$\sigma_T^2 = \sigma_B^2 + \sigma_w^2$$



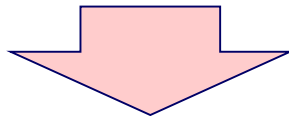


引入关于 t 的等价判决准则：

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= \frac{\sigma_B^2}{\sigma_w^2} \\ \eta(t) &= \frac{\sigma_B^2}{\sigma_T^2} \\ \kappa(t) &= \frac{\sigma_T^2}{\sigma_w^2}\end{aligned}$$

类间/类内

三个准则是等效的，把使 C_0, C_1 两类得到最佳分离的 t 值作为最佳阈值，因此，将 $\lambda(t)$ 、 $\eta(t)$ 、 $\kappa(t)$ 定义为最大判决准则。



由于 σ_w^2 是基于二阶统计特性，而 σ_B^2 是基于一阶统计特性，它们都是阈值 t 的函数，而 σ_T^2 与 t 值无关，因此三个准则中 $\eta(t)$ 最为简单，因此选其作为准则，可得到最佳阈值 t^*

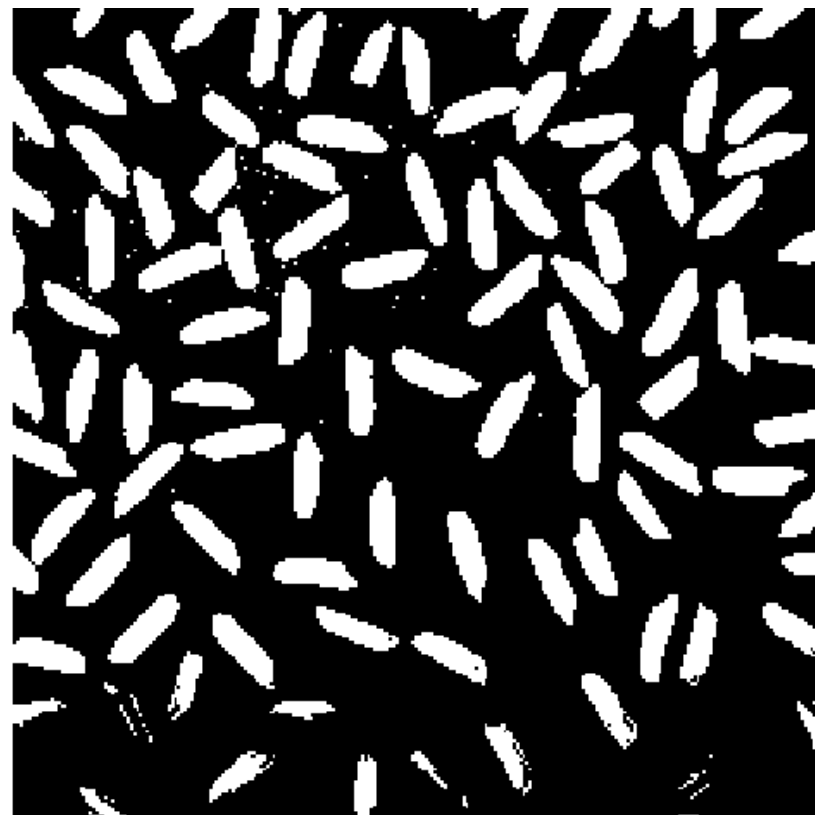
$$t^* = \underset{0 \leq t \leq L-1}{\text{Arg max}} \eta(t)$$



MATLAB工具箱提供的Otsu函数调用：

$T = \text{graythresh}(f)$

$T = 0.51373 * 255$





5.一维熵阈值分割

- 熵是平均信息量的表征
- 原理

根据信息论，熵的定义为：

$$H = - \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \lg p(x) dx$$

所谓灰度图像的一维熵最大，就是选择一个阈值，使图像用这个阈值分割出的两部分的一阶灰度统计的信息量最大。





设 n_i 为数字图像中灰度级 i 的像素点数， N 为总的像素个数， p_i 为灰度级 i 出现的概率，则 $p_i = n_i / N, i = 1, 2, \dots, L$

图像灰度直方图如图所示：

O区概率分布：

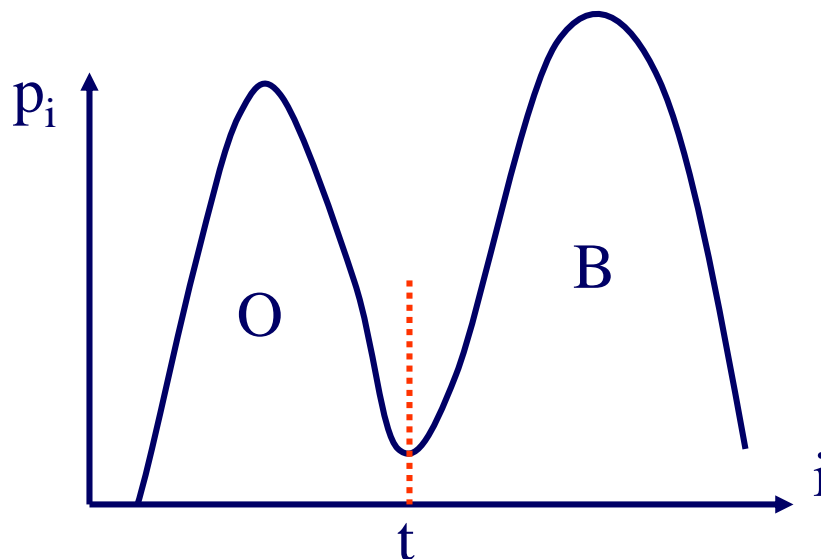
$$p_i / p_t \quad i = 1, 2, \dots, t$$

B区概率分布：

$$p_i / (1 - p_t) \quad i = t + 1, t + 2, \dots, L$$

其中：

$$p_t = \sum_{i=1}^t p_i$$



对于数字图像，目标区域和背景区域的熵分别定义为：

$$H_O(t) = - \sum_i (p_i / p_t) \lg(p_i / p_t) \quad i = 1, 2, \dots, t$$

$$H_B(t) = - \sum_i [p_i / (1 - p_t)] \lg[p_i / (1 - p_t)], i = t + 1, t + 2, \dots, L$$





熵函数定义为：

$$\varphi(t) = H_O + H_B = \lg p_t(1 - p_t) + \frac{H_t}{p_t} + \frac{H_L - H_t}{1 - p_t}$$

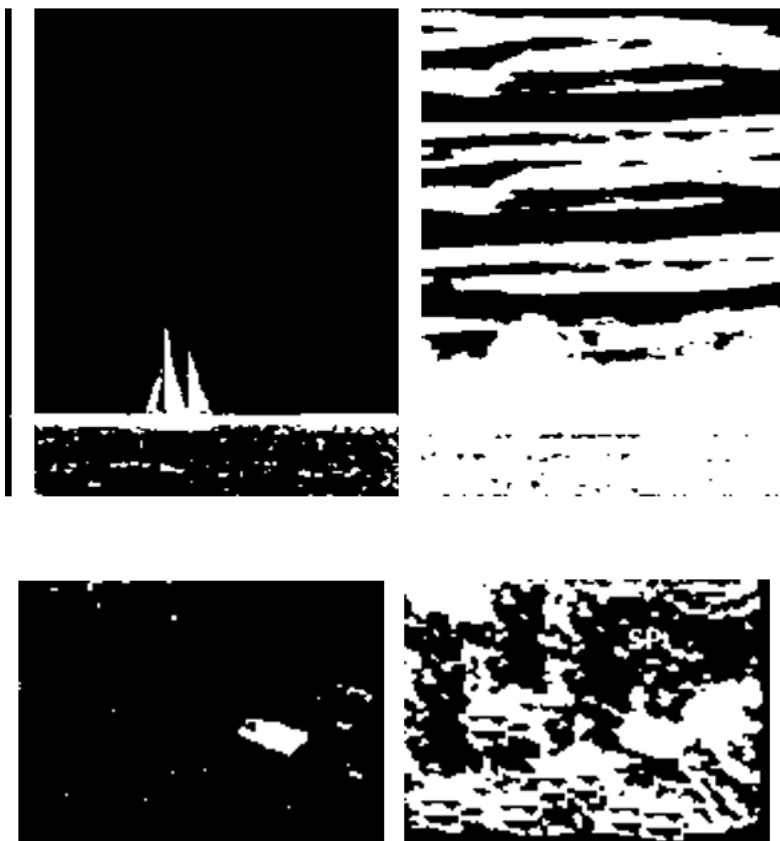
$$H_t = -\sum_i p_i \lg p_i, \quad i = 1, 2, \dots, t$$

$$H_L = -\sum_i p_i \lg p_i, \quad i = 1, 2, \dots, L$$

当熵函数取最大值时对应的灰度值 t^* 就是所求的最佳阈值，即

$$t^* = \operatorname{Arg} \max_{0 \leq t \leq L-1} \{\varphi(t)\}$$





左边：熵阈值；右边：OTSU

