



6 控制系统设计与校正

系统分析与系统设计的差别：

系统分析的任务是根据已知的系统，求出系统的性能指标和分析这些性能指标与系统参数之间的关系，分析的结果具有唯一性。

系统的设计的任务是根据控制系统应具备的指定性能指标以及原系统在性能指标上的缺陷来确定校正装置(元件)的结构、参数和连接方式。系统的综合与校正是系统分析的逆问题。满足系统性能指标的校正装置不是唯一的，需对系统各方面综合考虑，选出最佳方案。

问题的提出

设单位反馈系统的开环传递函数为


$$G(s) = \frac{4K}{s(s+2)(s^2+3s+25)}$$

如果要使系统的静态速度误差系数 K_v 为 20秒^{-1} ,

试设计一个校正装置。

相位裕量不小于 50°

要求剪切频率不小于 8rad/s 。

- 
- ◆ 设计与校正的基本概念
 - ◆ 常用校正装置及其特性
 - ◆ 串联校正特点及设计方法

串联超前校正

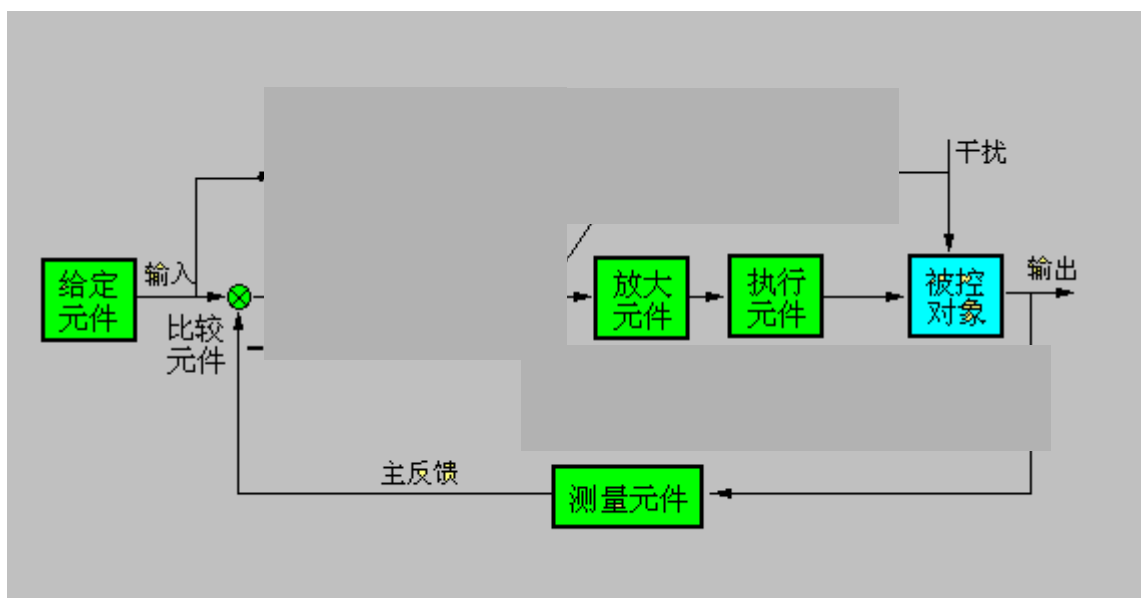
串联滞后校正

串联滞后-超前校正

6.1 设计与校正的基本概念

1、系统校正或系统设计的目标

用户提出要求——性能指标



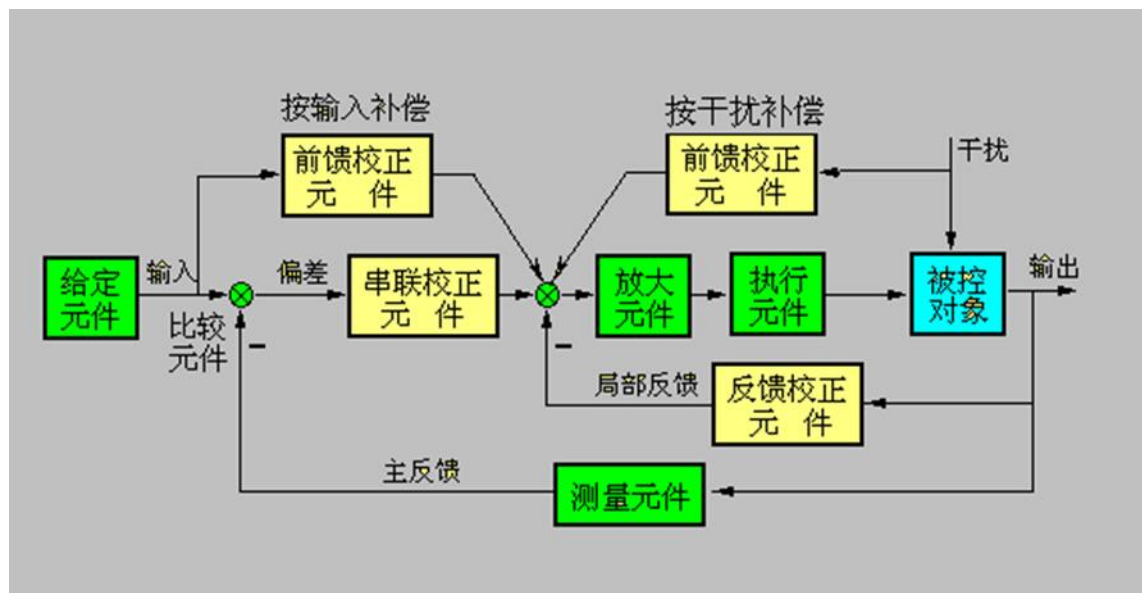
校正：采用适当方式，在系统中加入一些参数可调整的装置（校正装置），用以改变系统结构，进一步提高系统的性能，**使系统满足指标要求。**

6.1 设计与校正的基本概念



能使系统的控制性能满足控制要求而有目的地增添的元件称为控制系统的**校正元件**或称**校正装置**。

校正的实质：是改变闭环系统的零极点的分布，从而达到改善系统性能指标的目的。



设计与校正的方法应根据特定的性能指标来确定。

性能指标以稳态误差 e_{ss} 、峰值时间 t_p 、最大超调量 σ_p 和过渡过程时间 t_s 等时域性能指标给出时；

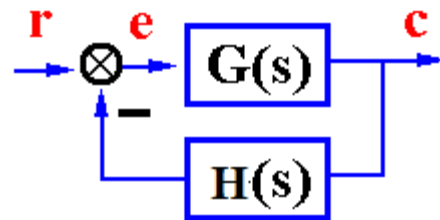
性能指标是以相角裕度 γ 、幅值裕度 K_g 、相对谐振峰值 M_r 、谐振频率 ω_r 和系统带宽 ω_b 等频域性能指标给出时, 应用频率特性法进行综合与校正更合适。

6.1 设计与校正的基本概念

2、校正装置的连接方式

◆ 串联校正

◆ 反馈校正



$G(s)$: 原系统前向通道的传递函数

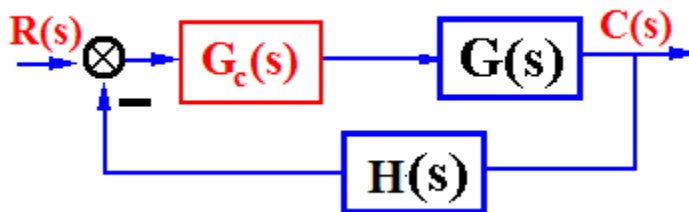
$H(s)$: 原系统反馈通道的传递函数

$G_c(s)$: 校正装置传递函数

6.1 设计与校正的基本概念

1) 串联校正

串联校正装置一般接在系统的前向通道中。

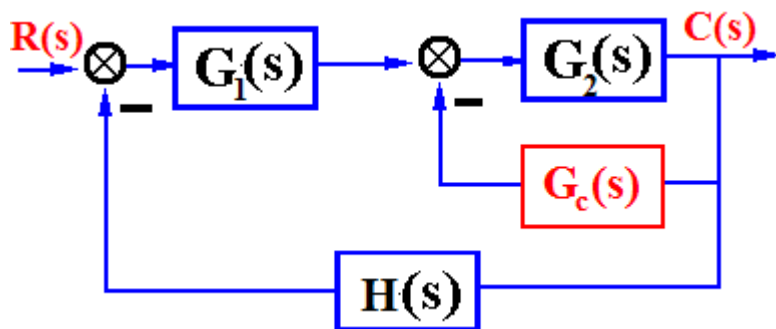


- 从设计到具体实现都**比较简单**，是校正中最常用的方案；
- 串联校正问题主要是**对参数比较敏感**；

6.1 设计与校正的基本概念

2) 反馈校正

反馈校正就是将校正装置反向并接在原系统前向通道的一个或几个环节上，构成局部反馈回路。



- 反馈校正显著的优点是可以抑制系统参数的波动或非线性因素；
- 反馈校正的设计相对较为复杂；

6.2 常用串联校正装置及其特性

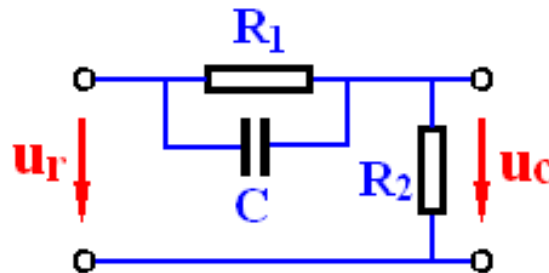
常用校正装置

- ◆ 超前校正网络
- ◆ 滞后校正网络
- ◆ 滞后-超前校正网络
- ◆ 有源校正网络

6.2 常用校正装置及其特性——超前

1、无源超前校正网络

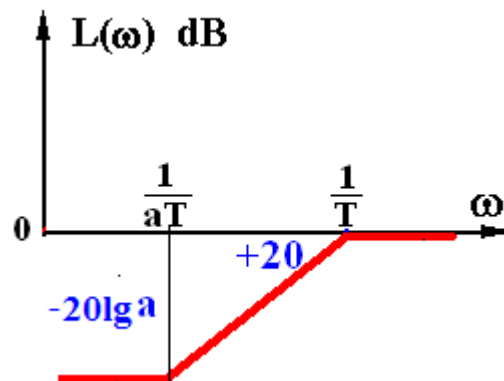
$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C s} \quad Z_2 = R_2$$



网络的传递函数

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2}{\frac{R_1}{1 + R_1 C s} + R_2} = \frac{R_2(1 + R_1 C s)}{R_1 + R_2(1 + R_1 C s)}$$
$$= \frac{1 + R_1 C s}{\frac{R_1 + R_2}{R_2} \left(1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C s\right)} = \frac{1 + a T s}{a(1 + T s)}$$

$$a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1, T = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}$$



6.2 常用校正装置及其特性——超前

$$G(s) = \frac{1 + aTs}{a(1 + Ts)}$$

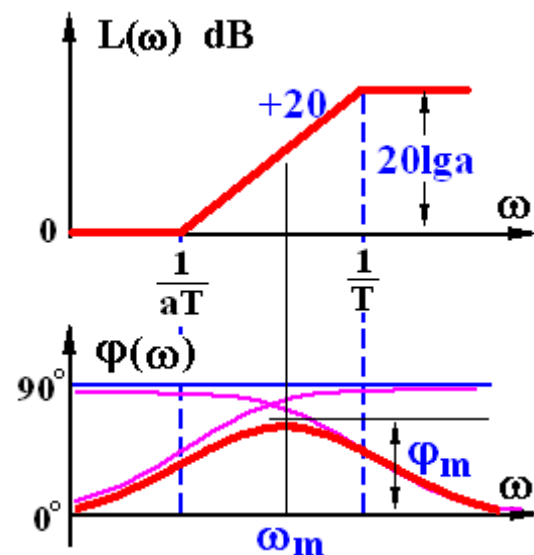
无源超前网络具有**低频幅值衰减作用**，衰减系数为 $1/a$ 。

如果给超前无源网络串接一放大系数为 a 的比例放大器，就可补偿幅值衰减作用。此时，超前网络传递函数可写成：

$$a \cdot G(s) = \frac{1 + aTs}{(1 + Ts)} \quad a > 1$$

$$H = 20 \lg \frac{1/T}{1/aT} = 20 \lg a$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(aT\omega) - \arctg(T\omega) = \arctg \frac{T\omega(a-1)}{1 + aT^2\omega^2}$$



6.2 常用校正装置及其特性——超前

$$\varphi(\omega) = \arctg(aT\omega) - \arctg(T\omega) = \arctg \frac{T\omega(a-1)}{1+aT^2\omega^2}$$

$$\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = 0 \quad \frac{d}{d\omega} [\tg \varphi(\omega)] = 0$$

$$\frac{d}{d\omega} \left[\frac{T\omega(a-1)}{1+aT^2\omega^2} \right] = \frac{T(a-1)[1-aT^2\omega^2]}{(1+aT^2\omega^2)^2} = 0$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

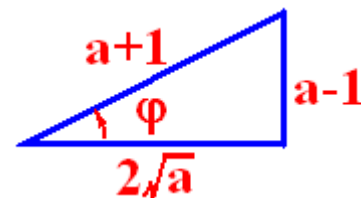
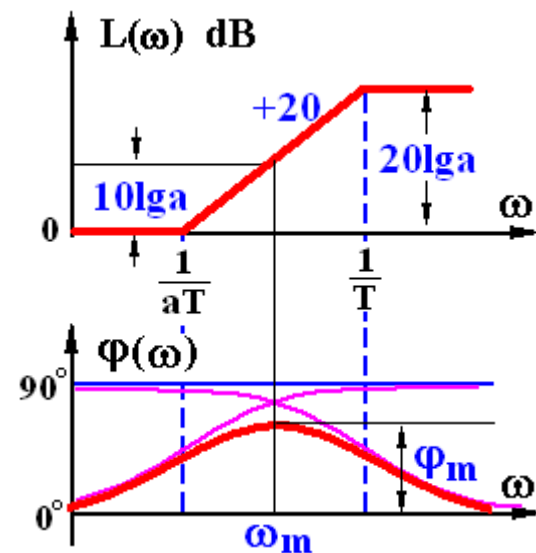
2个转折频率的几何中心

$$\tg \varphi(\omega_m) = \left. \frac{T\omega(a-1)}{1+aT^2\omega^2} \right|_{\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a}T}} = \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$$

$$\varphi_m = \varphi(\omega_m) = \arctg \frac{a-1}{2\sqrt{a}} = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$$

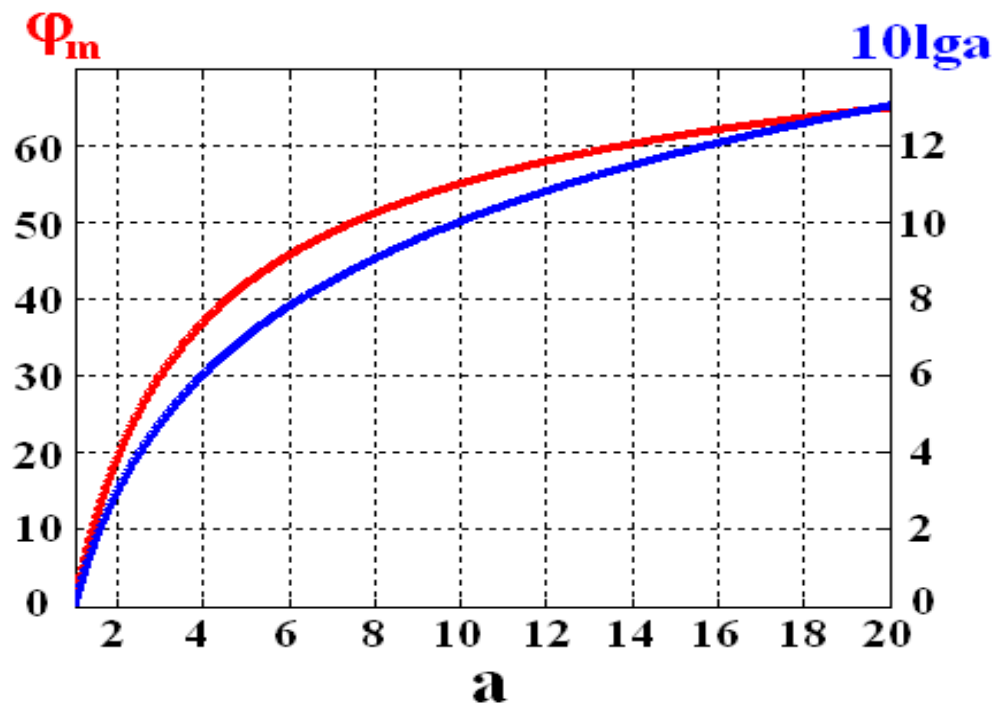
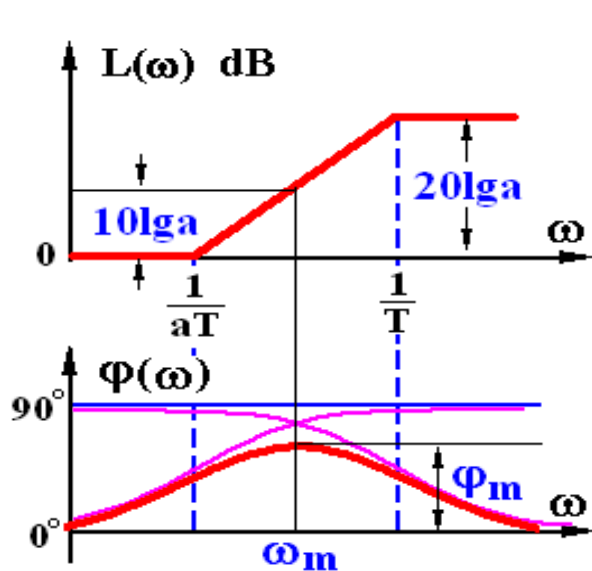
可解出 $a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$

$$L(\omega_m) = 10 \lg a$$



6.2 常用校正装置及其特性——超前

$$\varphi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1} \quad a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$



超前网络特性

- 超前网络特点：相角超前，幅值增加
- 一级超前网络最大超前角为 60°

6.2 常用校正装置及其特性——滞后

2、无源滞后网络特性

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_2Cs + 1}{(R_1 + R_2)Cs + 1}$$

$$G(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1} \quad b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad T = (R_1 + R_2)C$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(bT\omega) - \arctg(T\omega) = \arctg \frac{T\omega(b-1)}{1 + bT^2\omega^2}$$

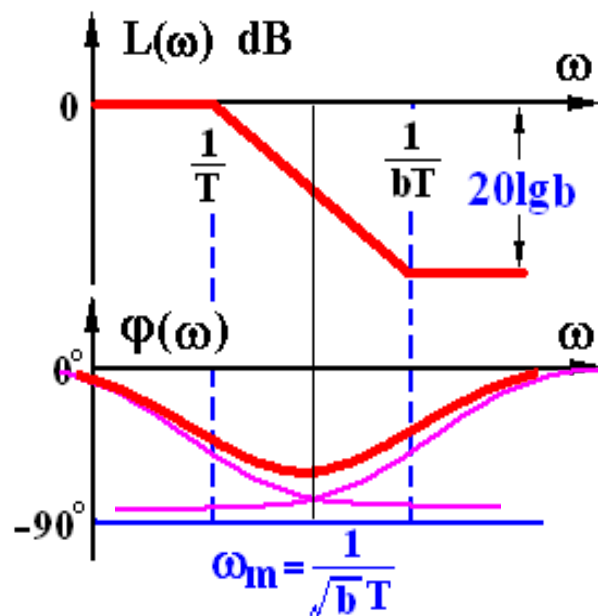
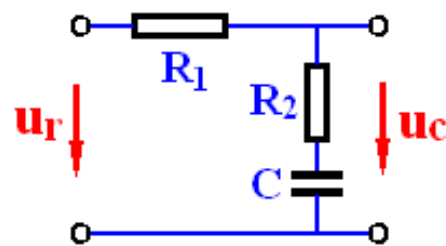
最大滞后相位处 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{b}}$

最大滞后相位 $\varphi_m = \arcsin \frac{b-1}{b+1}$

最大滞后相位处衰减 $L(\omega_m) = 10 \lg b$

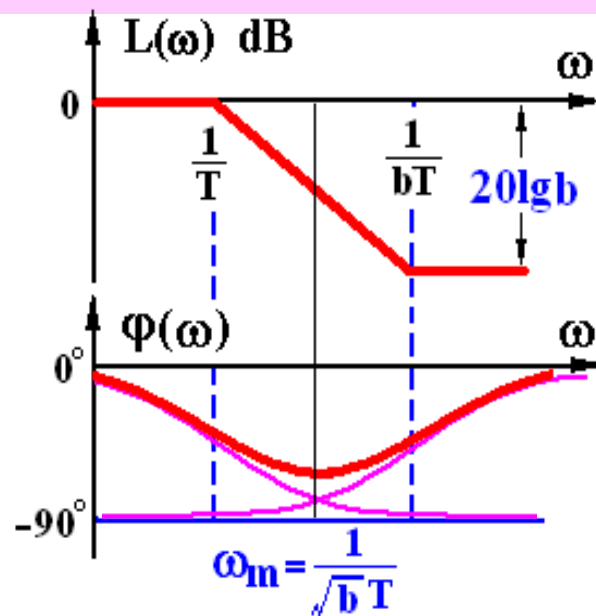
高频衰减

$$L(\omega) = 20 \lg b, \omega > \frac{1}{bT}$$



6.2 常用校正装置及其特性——滞后

$$G(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$



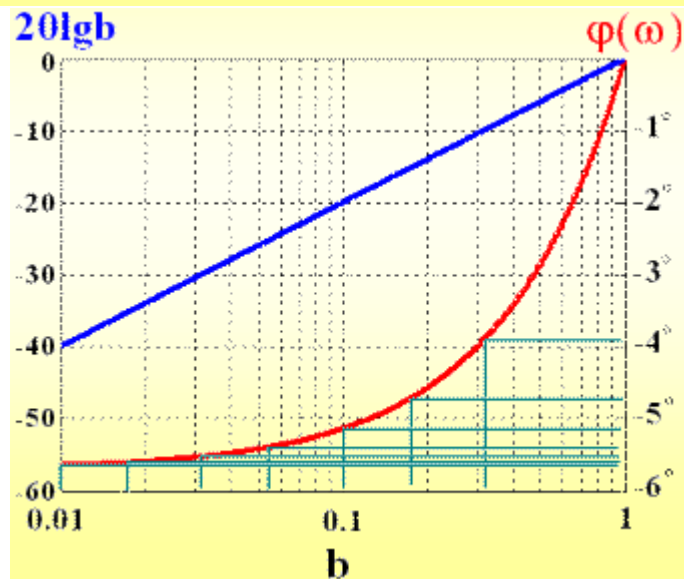
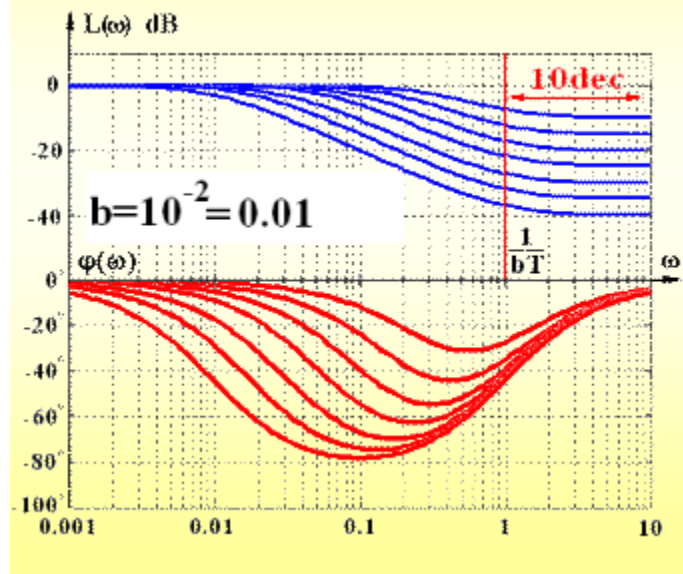
$$\varphi(\omega)_{\omega=10\frac{1}{bT}} = \arctg(10) - \arctg\left(\frac{10}{b}\right)$$

$$= 84.29^\circ - \arctg\left(\frac{10}{b}\right)$$

滞后网络特点：相位滞后，幅值衰减

中频段要避开最大滞后相位处

$1/bT$ 的10倍频程处相位滞后不超过 6°



6.2 常用校正装置及其特性——滞后超前

3、串联滞后 - 超前校正网络特性

$$G(s) = \frac{(T_a s + 1)(T_b s + 1)}{T_a T_b s^2 + (T_a + T_b + T_{ab})s + 1}$$

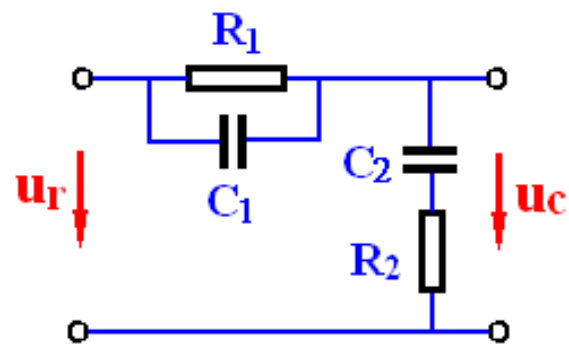
$$T_a = R_1 C_1 \quad T_b = R_2 C_2 \quad T_a > T_b$$

$$T_{ab} = R_1 C_2$$

$$\text{令 } T_1 T_2 = T_a T_b$$

$$T_1 + T_2 = T_a + T_b + T_{ab}$$

$$a T_a = T_1 > T_a > T_b > T_2 = \frac{T_b}{a}$$



$$T_1 > T_a$$

$$T_1/T_a = T_b/T_2 = a > 1$$

$$G(s) = \frac{(T_a s + 1)}{(a T_a s + 1)} \cdot \frac{(T_b s + 1)}{(\frac{T_b}{a} s + 1)}$$

6.2 常用校正装置及其特性——滞后超前

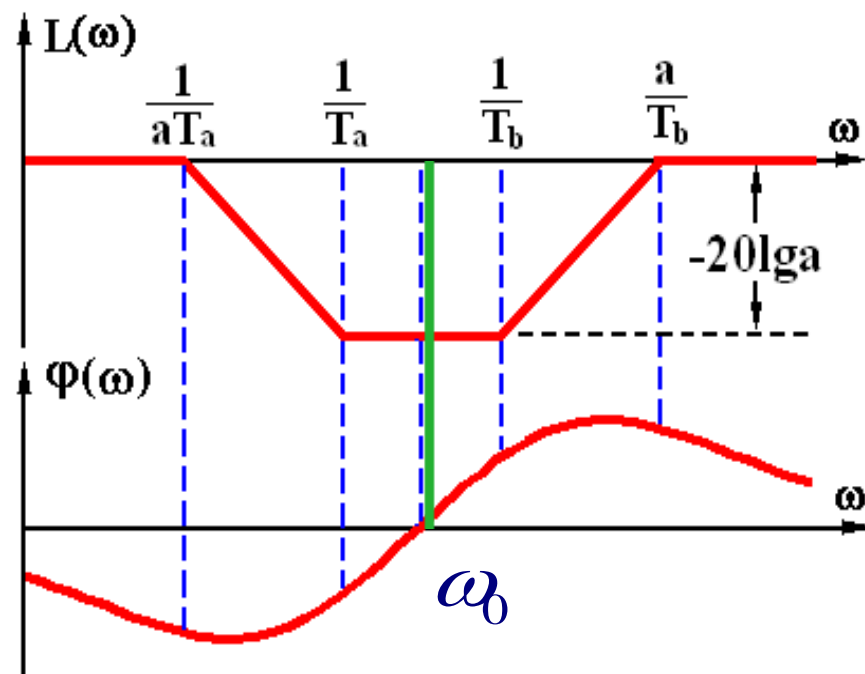
$$G(s) = \frac{(T_a s + 1)}{(a T_a s + 1)} \cdot \frac{(T_b s + 1)}{(\frac{T_b}{a} s + 1)}$$

$$a T_a = T_1 > T_a > T_b > T_2 = \frac{T_b}{a}$$

$$G_c(s) = \underbrace{\frac{(s + \frac{1}{T_a})}{(s + \frac{1}{a T_a})}}_{\text{滞后部分}} \cdot \underbrace{\frac{(s + \frac{1}{T_b})}{(s + \frac{a}{T_b})}}_{\text{超前部分}}$$

滞后部分 超前部分
($a > 1$)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_a T_b}}$$



滞后-超前网络特点： 中低频幅值衰减，中高相角超前

6.2 常用校正装置及其特性——有源校正网络

4、有源校正网络

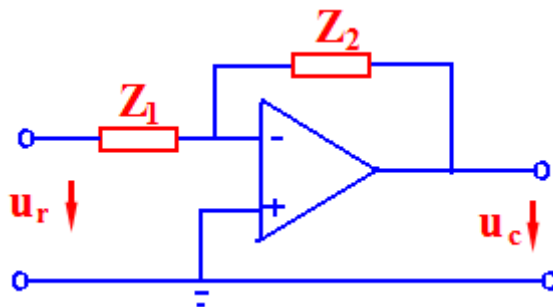
常用的有源校正网络由运算放大器和**阻容网络**构成，
运算放大器的一般形式如图；

放大器具有放大系数大，输入阻抗高的特点。

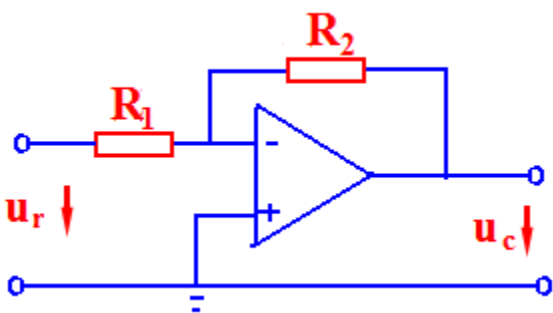
通常在分析它的传输特性时，都假设放大系数趋于无穷大，
输入电流为零，则运算放大器的传递函数为

$$G(s) = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

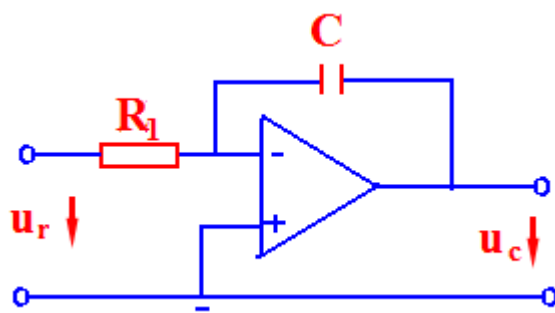
改变 Z_1 和 Z_2 就可得到不同的传递函数，放大器的性能也不同。



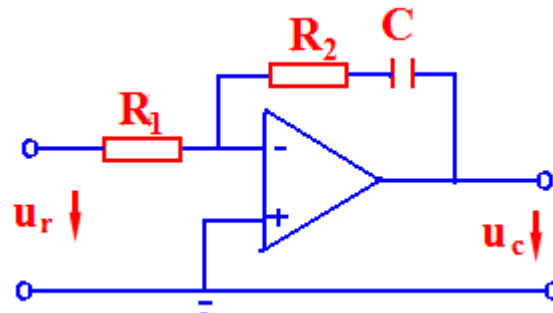
6.2 常用校正装置及其特性——有源校正网络



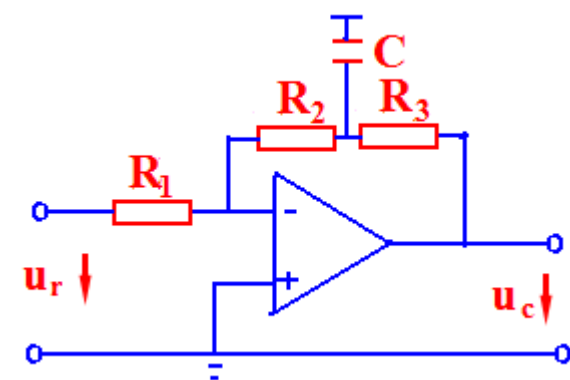
比例 (P) 调节器



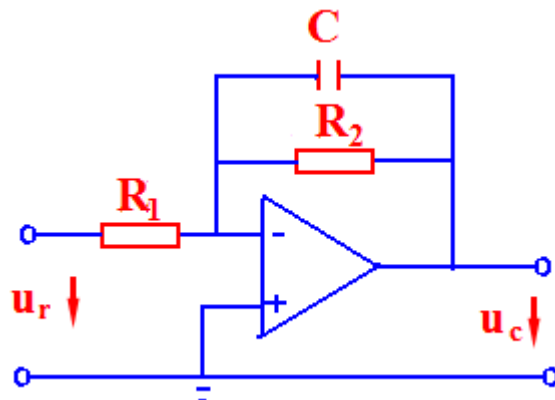
积分 (I) 调节器



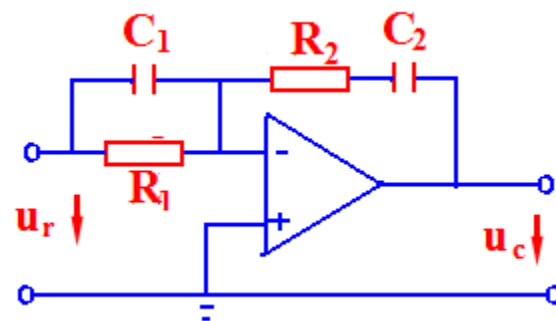
比例积分(PI)调节器



比例微分(PD)调节器



滤波 (惯性)



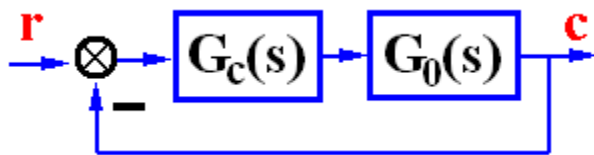
PID调节器

P177表6-2 常用的有源校正装置的传递函数和Bode图。

6.3 串联校正设计

当控制系统的性能指标是以稳态误差 e_{ss} 、相角裕度 γ 、幅值裕度 K_g 、谐振峰值 M_r 、谐振频率 ω_r 和系统带宽 ω_b 等频域性能指标给出时，通常采用频率特性法对系统进行综合与校正。

串联校正尤其适合用频率法。



$$20 \lg |G_K(j\omega)| = 20 \lg |G_c(j\omega)| + 20 \lg |G_0(j\omega)|$$

$$\angle G_K(j\omega) = \angle G_c(j\omega) + \angle G_0(j\omega)$$

校正后频率特性由校正装置的频率特性与原系统的频率特性的叠加。

6.3.1 串联超前校正设计

1、串联超前校正设计举例

例1：设单位反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{4K}{s(s+2)}$

如果要使系统的静态速度误差系数 K_v 为 20秒^{-1} ，相位裕量不小于 50° ，试设计一个校正装置。

解：1) 首先根据稳态性能要求确定 K 值

$$K_v = \frac{4K}{2} = 20 \quad K = 10$$

原系统 $G_0(j\omega) = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega + 1)}$

2) 画出原系统的Bode图，检验相位裕度

$$\omega_c = 6.32 \text{ rad/s} \quad \gamma = 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) = 17.56^\circ$$

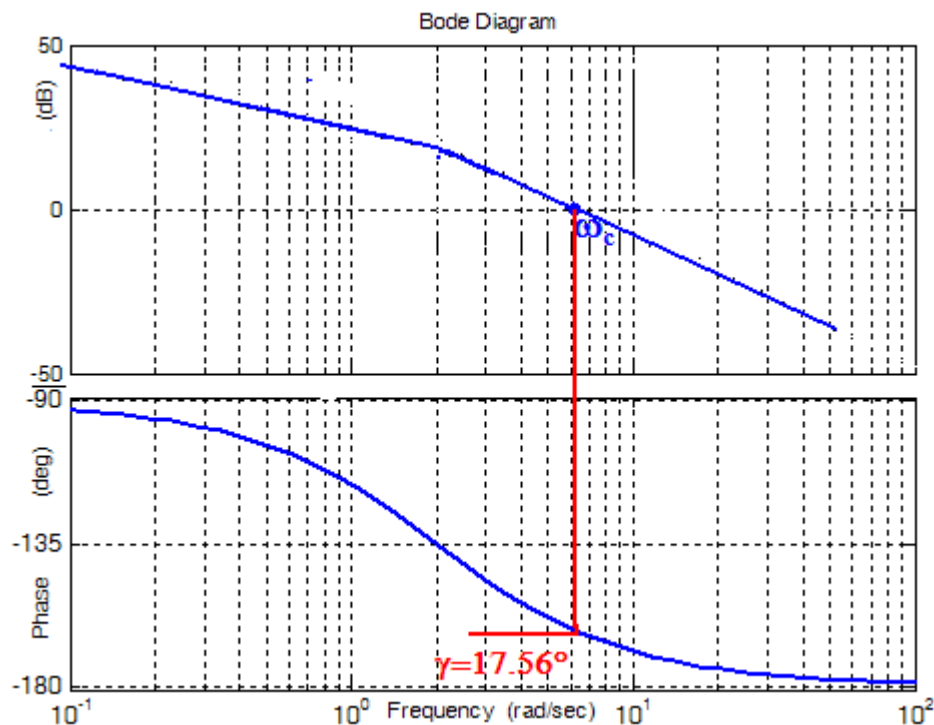
与系统给定相位裕度要求差 33° ，可以考虑超前网络

$$\gamma^* = 50^\circ \quad \gamma = 17.56^\circ \quad \Delta\gamma = \gamma^* - \gamma = 32.44^\circ$$

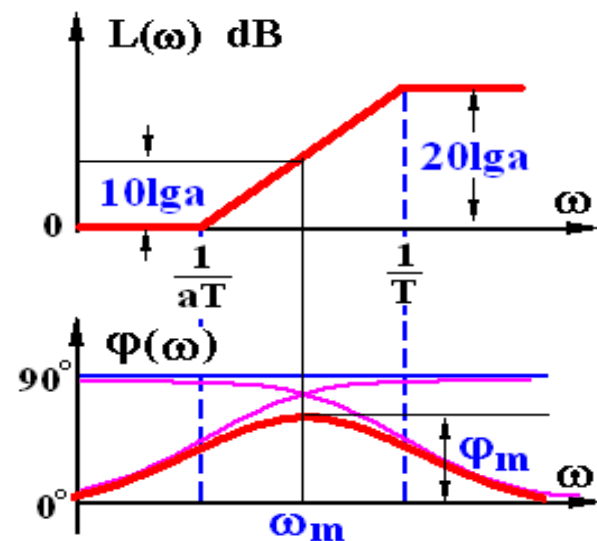
$$\varphi_m = \Delta\gamma + \Delta\varphi$$

$\Delta\varphi$ 作为超前校正的幅值增加导致剪切频率后移所造成的相位滞后的补偿

根据此处相频特性变化给出，一般 $5-20^\circ$



$$\varphi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$$



一级超前网络最大超前角为 60°

$$\Delta \gamma = 50 - 17.56 = 32.44^\circ$$

3) 根据需补偿的超前相位选择参数 a

$$\text{取 } \Delta \varphi = 5.56$$

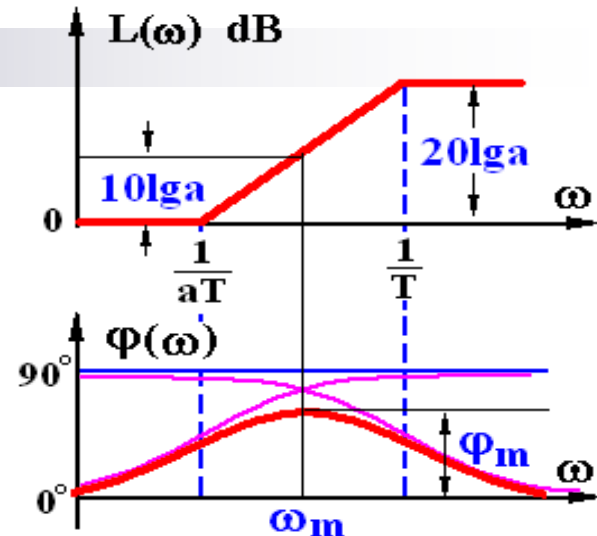
$$\varphi_m = \Delta \gamma + \Delta \varphi = 32.44 + 5.56 = 38^\circ$$

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 4.2$$

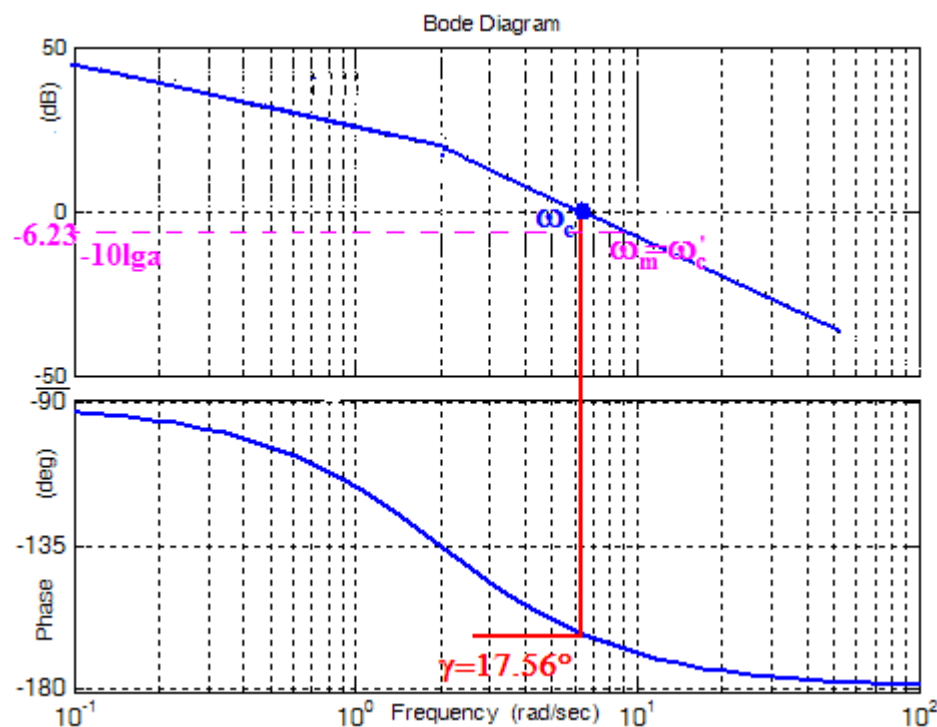
$$10 \lg a = 6.23 \text{ dB}$$

4) 选择原系统 $-10 \lg a$ 处为校正后系统的剪切频率 ω'_c ，也是校正网络最大超前相位处 ω_m 。

应对应在原系统的 -6.23 dB 处



$$\varphi_m = \arcsin \frac{a - 1}{a + 1}$$



$$a = 4.2 \quad 10 \lg a = 6.23 \text{ dB}$$

原系统的-6.23dB处频率为

$$20 \lg |G(\omega_m)| = 20 \lg \frac{20}{\omega_m 0.5 \omega_m} = -6.23 \quad \omega_m = 9 \text{ rad/s}$$

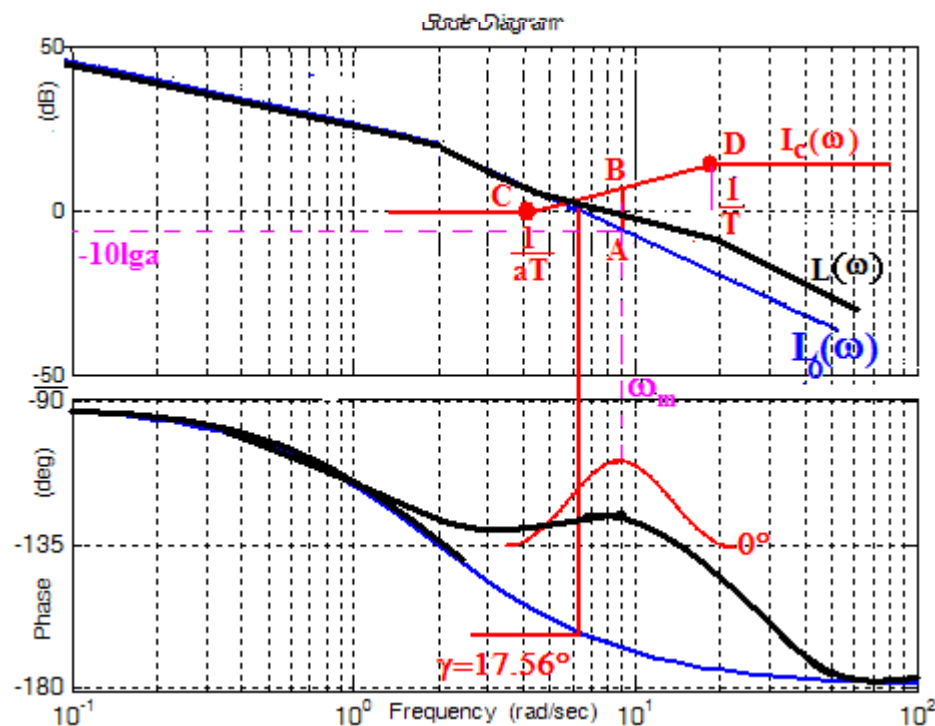
5) 根据 ω_m 计算出参数T，并画出校正装置的Bode图。

$$\omega_m = \frac{1}{T \sqrt{a}} = 9 \text{ rad/s}$$

$$T = 0.054 \text{ s}$$

$$\frac{1}{T} = 18.44, \quad \frac{1}{aT} = 4.39$$

6) 画出校正后系统Bode图，并验算性能指标。



$$G_0(s) = \frac{4K}{s(s+2)}$$

$$\frac{1}{T} = 18.44, \frac{1}{aT} = 4.39$$

加校正后系统为

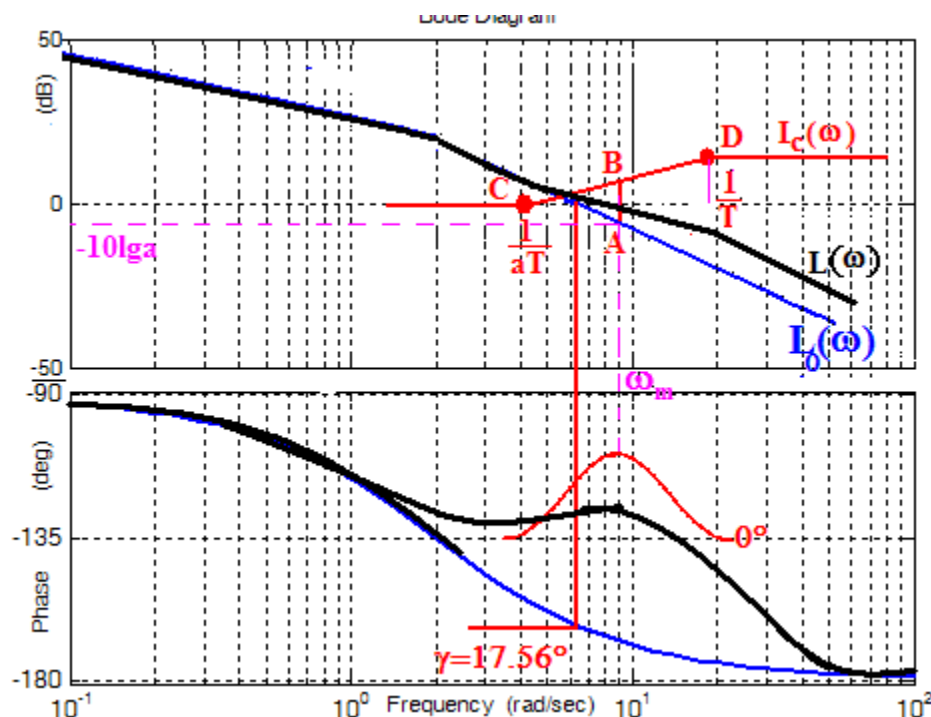
$$G_c(s) = \frac{1+aTs}{(1+Ts)} = \frac{1+0.223s}{1+0.054s}$$

验算

$$G_K(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} \cdot \frac{1+0.223s}{1+0.054s}$$

$$\gamma = 90^\circ + \arctg 0.23\omega'_c - \arctg 0.5\omega'_c - \arctg 0.054\omega'_c \Big|_{\omega'_c = \omega_m} = 50.8^\circ$$

满足性能指标要求。



2、超前校正原理

- 利用超前网络相位超前特性提高系统的相位裕度
- 将超前校正的最大超前相位定于校正后系统的剪切频率处
- 最大超前相位值由原系统与希望相位裕度的差值决定，并放余量，余量大小由原系统剪切频率处相频特性变化率决定；
- 最大超前相位值大于 60° 不适于用一级超前校正网络。

3、超前校正特点

- 超前校正后系统的剪切频率比原系统的剪切频率大 $\omega_c' > \omega_c$
- 减小对数幅频特性在剪切频率处的负斜率, 从而提高了系统的稳定性；
- 提高了系统的频带宽度, 从而提高了系统的响应速度；

4、超前校正步骤 (设给定指标 e_{ss}^* , ω_c^* , γ^*)

1) 根据稳态性能决定低频段斜率和K值 $e_{ss}^* \rightarrow K$

2) 由原系统 $G_0(s) \rightarrow L_0(\omega) \rightarrow \omega_c \rightarrow \gamma$ 若 ω_c 、 γ 不满足

3) 确定 $\varphi_m = \gamma^* - \gamma + (5^\circ \sim 20^\circ)$

若 $\varphi_m < 60^\circ$ 可以考虑用超前校正

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \quad \text{确定参数 } a$$

4) 将原系统 $-10\lg a$ 处定为超前校正网络 ω_m 处, 即校正后系统的剪切频率处

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} \quad \text{确定参数 } T$$

5) 作校正装置的Bode图

6) $G_K(s) = G_c(s) \cdot G_0(s)$ 验算 ω_c 和 γ 是否满足要求

例3：设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.05s + 1)(0.2s + 1)}$$

试设计校正装置使系统的静态速度误差系数 K_v 不小于 5秒^{-1} ，超调量不大于30%，调节时间不大于1秒。

解：1) 首先根据稳态性能要求确定 K 值，并将时域指标转为频域指标。

$$K \geq 5 \quad \text{取 } K^* = 6$$

$$\sigma = 0.16 + 0.4\left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1\right) \leq 0.3$$

$$\frac{1}{\sin \gamma} \leq 1.34 \quad \text{取 } \frac{1}{\sin \gamma} = 1.29 \quad \gamma^* = 50.8^\circ$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5\left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1\right) + 2.5\left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1\right)^2 \right] \leq 1 \quad \omega_c^* \geq 8.3 \text{ rad / s}$$

$$\gamma^* = 50.8^\circ \quad \omega_c^* \geq 8.3 \text{ rad/s}$$

2) 画出原系统的Bode图，检验相位裕度和剪切频率

$$\text{原系统} \quad G_0(s) = \frac{6}{s(0.05s+1)(0.2s+1)}$$

$$\frac{6}{\omega_c \cdot 1 \cdot 0.2\omega_c} = 1 \quad \omega_c = 5.48 \text{ rad/s} \quad \gamma = 90^\circ - \arctg(0.05\omega_c) - \arctg(0.2\omega_c) = 27.1^\circ$$

与系统给定相位裕度要求差 23° ，因为希望的剪切频率比原系统的剪切频率大，所以只能用超前网络。

$$\varphi_m = 23 + 15 = 38^\circ$$

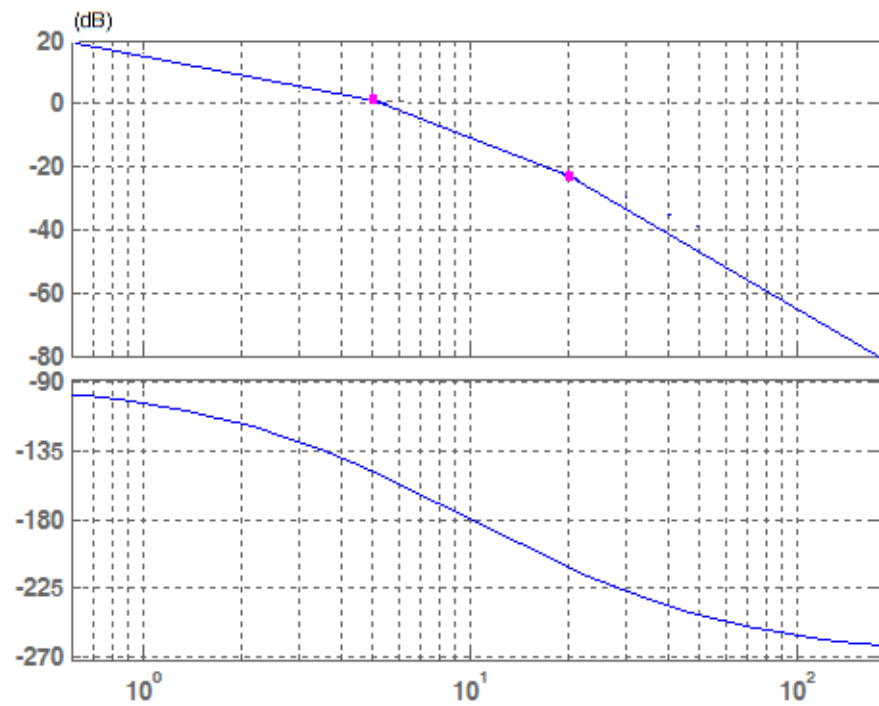
$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 4.2 \quad 10 \lg a = 6.23 \text{ dB}$$

$$20 \lg \frac{6}{\omega_m \cdot 0.2\omega_m \cdot 1} = -6.23$$

$$\omega_m = \omega_c' = 7.84 \text{ rad/s}$$

$$\gamma(\omega_m) = 11^\circ$$

余量放的不够



$$\varphi_m = 23 + 20 = 43^\circ \quad a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 5.29 \quad 10 \lg a = 7.23 \text{ dB}$$

$$\gamma^* = 50.8^\circ$$

$$\omega_c^* \geq 8.3 \text{ rad/s}$$

$$20 \lg \frac{6}{\omega_m \cdot 0.2 \omega_m \cdot 1} = -7.23 \quad \omega_m = \omega'_c = 8.3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_m = \frac{1}{T \sqrt{a}} = 8.3 \quad T = 0.0524 \quad \frac{1}{T} = 19.1 \quad aT = 0.277 \quad \frac{1}{aT} = 3.61$$

$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{(1 + Ts)} = \frac{1 + 0.277s}{1 + 0.0524s}$$

$$G_K(s) = G_c(s)G_0(s)$$

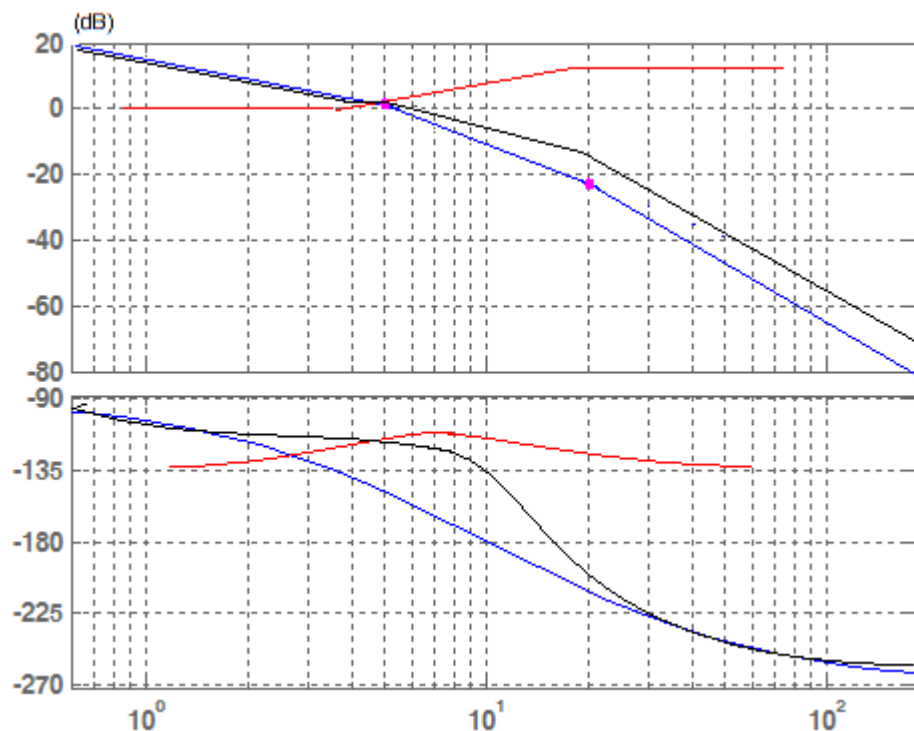
$$= \frac{6}{s(0.05s + 1)(0.2s + 1)} \cdot \frac{1 + 0.277s}{1 + 0.0524s}$$

验算

$$\omega'_c = 8.31 \text{ rad/s}$$

$$\gamma' = 51.45^\circ$$

满足性能指标要求。



当给出相位裕度和剪切频率2个要求的时候，我们根据相位裕度设计超前校正，此时剪切频率随之确定，如果不符合要求，需有重新设计。

还有一种方法，首先根据剪切频率的要求来设计超前网络，然后验证相位裕度。

原系统 $G_0(s) = \frac{6}{s(0.05s+1)(0.2s+1)}$ $\gamma^* = 50.8^\circ$ $\omega_c^* \geq 8.3 \text{ rad/s}$

令 $\omega_c' = \omega_m = 8.5 \text{ rad/s} > 8.3 \text{ rad/s}$

那么原系统在 ω_m 处的对数幅值应该等于 $-10 \lg a$

$$20 \lg \frac{6}{\omega_m \cdot 1 \cdot 0.2 \omega_m} = 20 \lg 0.415 = -10 \lg a \quad \text{求出} \quad a = 5.8$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} = 8.5 \text{ rad/s}$$

求出 $T = 0.05$

$$G_c(s) = \frac{1+aTs}{(1+Ts)} = \frac{1+0.29s}{1+0.05s}$$

原系统

$$G_0(s) = \frac{6}{s(0.05s + 1)(0.2s + 1)}$$

$$G_K(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{6}{s(0.05s + 1)(0.2s + 1)} \cdot \frac{1 + 0.29s}{1 + 0.05s}$$

验算

$$\left| \frac{6}{\omega'_c \cdot 0.2\omega'_c \cdot 1} \cdot \frac{0.29\omega'_c}{1} \right| = 1 \quad \omega'_c = 8.7 \text{ rad} / s$$

$$\gamma = 90^\circ + \arctg(0.29\omega'_c) - \arctg(0.05\omega'_c) - \arctg(0.05\omega'_c) - \arctg(0.2\omega'_c) = 51.2^\circ$$

满足性能指标要求。

6.3.2 串联滞后校正设计

1、串联滞后校正设计举例

例2：设单位反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{4K}{s(s+2)}$

静态速度误差系数 K_v 为 20秒^{-1} ，相位裕量不小于 50°

解：1) 首先根据稳态性能要求确定 K 值 $K = 10$

$$\text{原系统 } G_0(j\omega) = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega + 1)}$$

2) 画出原系统的Bode图，检验相位裕度

$$\omega_c = 6.32 \text{ rad/s} \quad \gamma = 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) = 17.56^\circ$$

与系统给定相位裕度要求差 33° ，如果考虑滞后网络

利用滞后网络的高频衰减，将校正后系统的剪切频率提前

3) 在原系统满足相位裕度的相位处作为校正后系统的剪切频率处

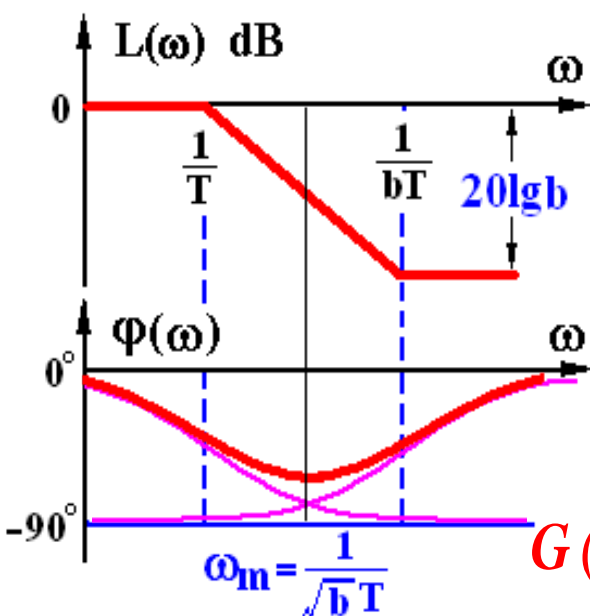
$$G_0(j\omega) = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega + 1)}$$

$$\varphi(\omega_c') = \gamma^* + \Delta\varphi - 180 = -90^\circ - \arctg(0.5\omega_c')$$

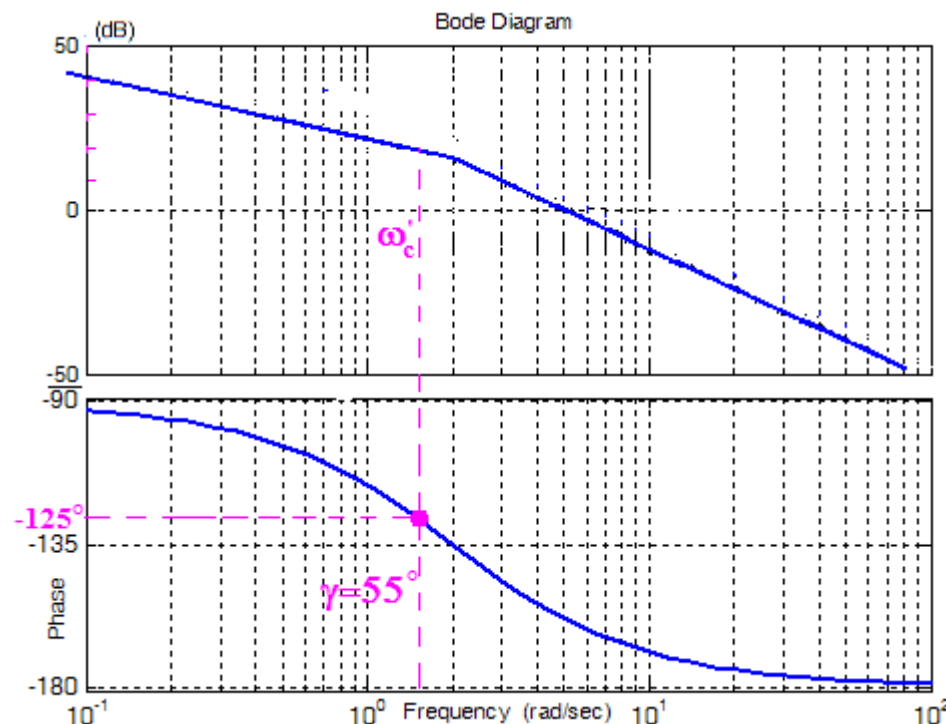
$\Delta\varphi$ 作为滞后校正的相位滞后的补偿，一般将剪切频率设置在滞后网络后一个转折频率的10倍频远，所以选择6-10°

$$\text{取 } \Delta\varphi = 5^\circ \quad 55^\circ = 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c')$$

$$\omega_c^* = 1.4 \text{ rad/s}$$



$$G(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$



$$\omega'_c = 1.4 \text{ rad} / \text{s}$$

4) 在原系统对应 ω'_c 处的幅值即为滞后网络的最大衰减量，算出参数b

$$20 \lg |G(j\omega'_c)| = -20 \lg b \quad b = 0.07$$

5) 希望 ω'_c 处离滞后网络后一个转折频率10倍频远，算出参数T

$$\omega'_c = 1.4 \text{ rad} / \text{s}$$

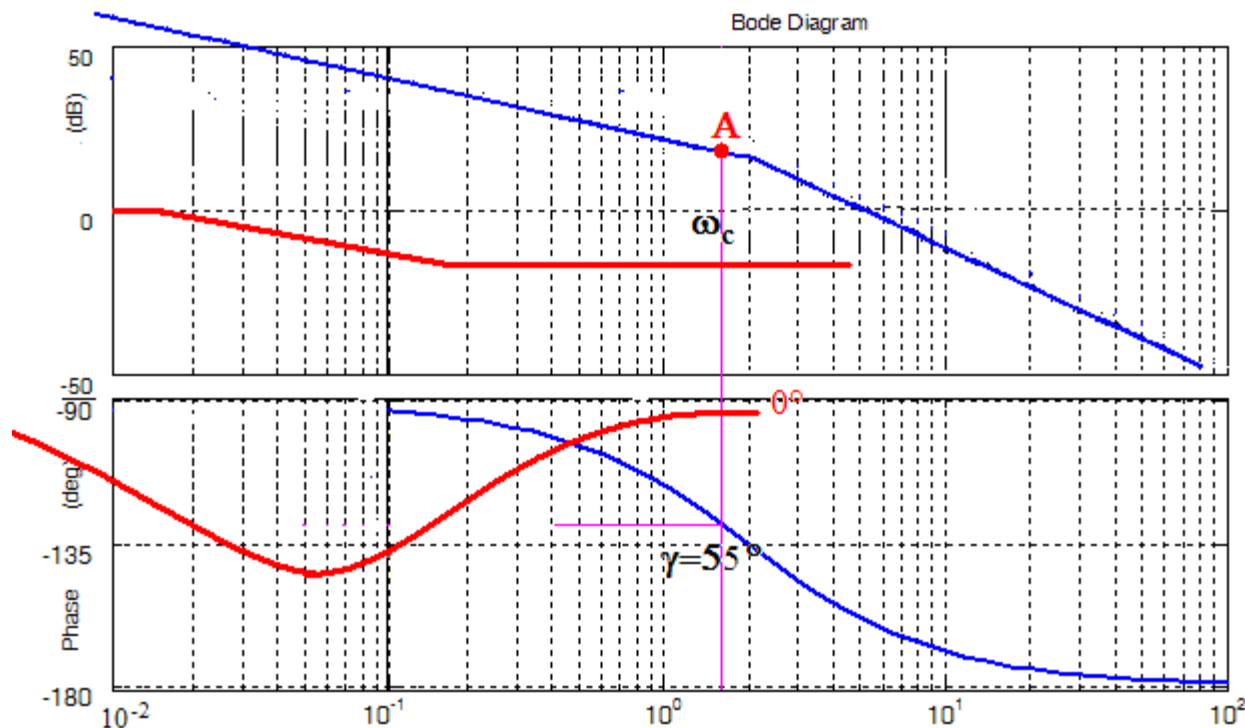
$$= 10 \cdot \frac{1}{bT}$$

$$\frac{1}{bT} = 0.14$$

$$T = 100$$

$$\frac{1}{T} = 0.01$$

$$G_c(s) = \frac{7.14s + 1}{100s + 1}$$

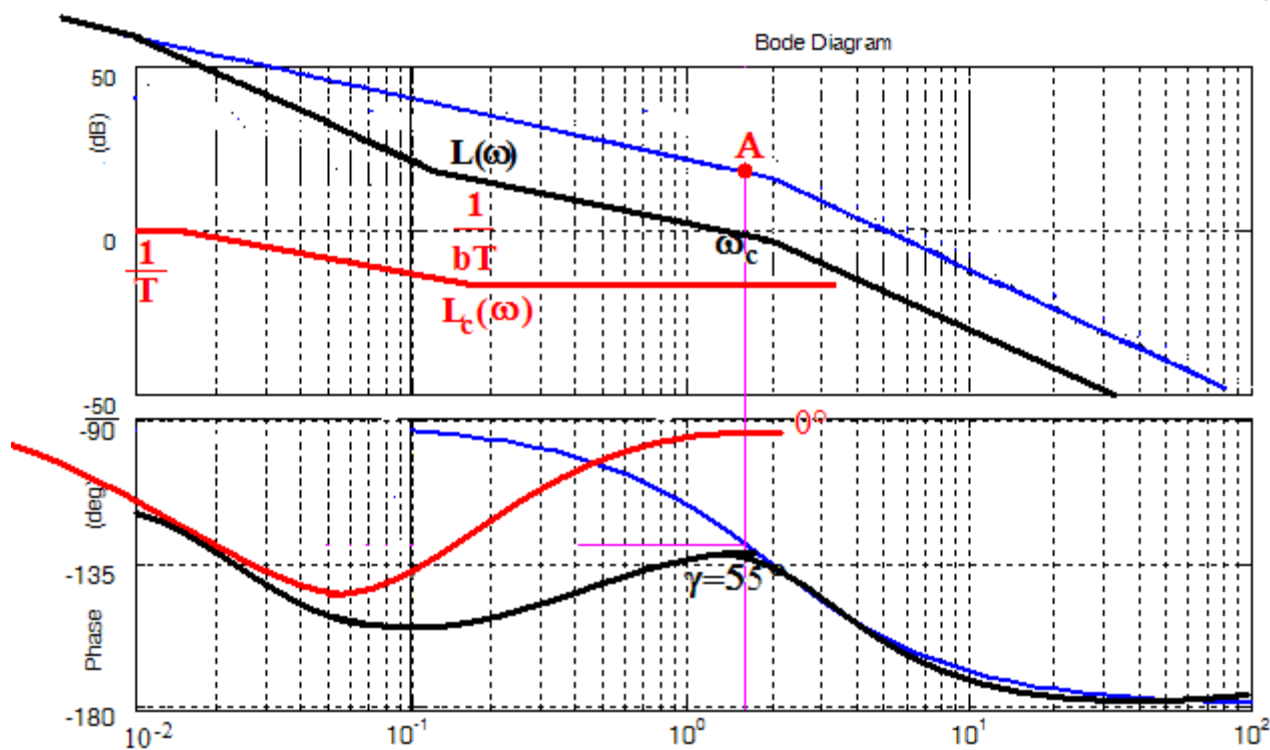


6) 画出校正后系统Bode图，并验算性能指标。

$$G_c(s) = \frac{7.14s + 1}{100s + 1} \quad G_K(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{7.14s + 1}{100s + 1} \cdot \frac{20}{s(0.5s + 1)}$$

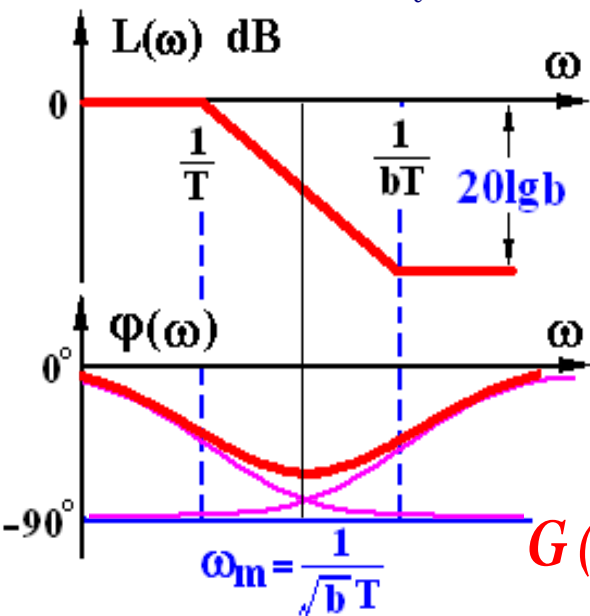
验算 $\frac{7.14\omega_c}{100\omega_c} \cdot \frac{20}{\omega_c} = 1 \quad \omega_c = 1.42$

$$\gamma^* = 180^\circ - 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) - \arctg(100\omega_c) + \arctg(7.14\omega_c) = 49.39^\circ$$

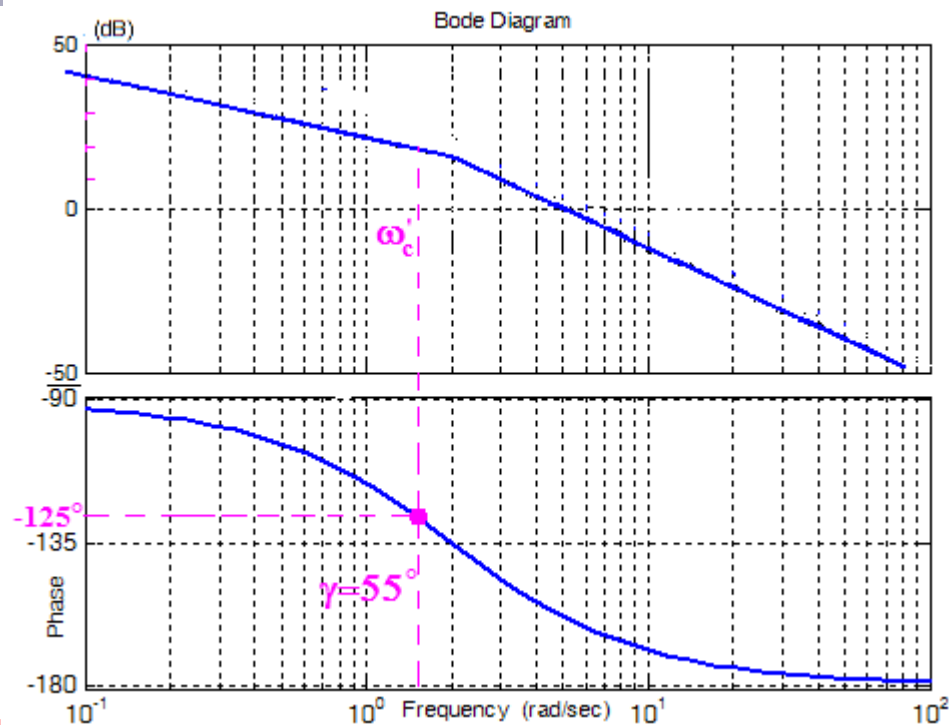


取 $\Delta\phi = 6^\circ$ $56^\circ = 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c')$

$$\omega_c^* = 1.35 \text{ rad/s}$$



$$G(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$



39

4) 在原系统对应 ω_c' 处的幅值即为滞后网络的最大衰减值，算出

参数 b $20 \lg |G(j\omega_c')| = -20 \lg b$ $b = 0.068$

5) 希望 ω_c' 处离滞后网络后一个转折频率10倍频远，算出参数 T

$$\omega_c' = 1.35 = 10 \cdot \frac{1}{bT}$$

39

$$b = 0.068 \quad \omega_c' = 1.35 = 10 \cdot \frac{1}{bT}$$

$$\frac{1}{bT} = 0.135 \quad \frac{1}{T} = 0.009 \quad T = 111.1 \quad bT = 7.4$$

6) 画出校正后系统Bode图，并验算性能指标。

$$G_c(s) = \frac{7.4s + 1}{111.1s + 1} \quad G_K(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{7.4s + 1}{111.1s + 1} \cdot \frac{20}{s(0.5s + 1)}$$

验算

$$\frac{7.4\omega_c}{111.1\omega_c} \cdot \frac{20}{\omega_c} = 1 \quad \omega_c = 1.33 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\gamma^* = 180^\circ - 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) - \arctg(111.1\omega_c) + \arctg(7.4\omega_c) = 50.96^\circ$$

2、滞后校正原理

串联滞后校正装置的原理，是在高频段上造成显著的幅值衰减，挖掘系统自身的相角储备。

3、滞后校正特点

- 滞后校正后系统的剪切频率比原系统的剪切频率小 $\omega_c' < \omega_c$
- 由于降低了幅值穿越频率,系统宽带变小，从而降低了系统的响应速度，但提高了系统抗干扰的能力。
- 在保持系统相对稳定性不变的情况下，可以提高系统的开环放大系数，从而改善系统的稳态性能；

4、滞后校正步骤 (设给定指标 e_{ss}^* , ω_c^* , γ^*)

1) 根据稳态性能决定低频段斜率和K值 $e_{ss}^* \rightarrow K$

2) 由原系统 $G_0(s) \rightarrow L_0(\omega) \rightarrow \omega_c \rightarrow \gamma$ 若 ω_c 、 γ 不满足

3) 在原系统相位为 $\phi_m = \gamma^* + (6^\circ \sim 10^\circ) - 180^\circ$

处作为 ω_c'

4) 将原系统对应 ω_c' 处的幅值作为 $-20\lg b$, 确定参数b

$$20 \lg |G(j\omega_c')| = -20 \lg b$$

5) 将校正后系统剪切频率 ω_c' 定于滞后校正的后一个转折频率10倍频远, 确定参数T。

$$\omega_c' = 10 \frac{1}{bT}$$

6) 作校正装置的Bode图

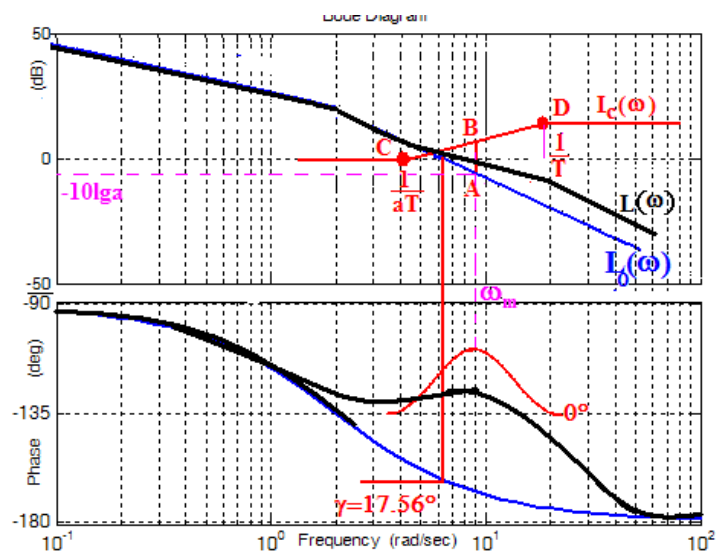
7) $G_K(s) = G_c(s) \cdot G_0(s)$ 验算 ω_c 和 γ 是否满足要求

设单位反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{4K}{s(s+2)}$

如果要使系统的静态速度误差系数 K_v 为 20秒^{-1} ，相位裕量不小于 50° ，试设计一个校正装置。

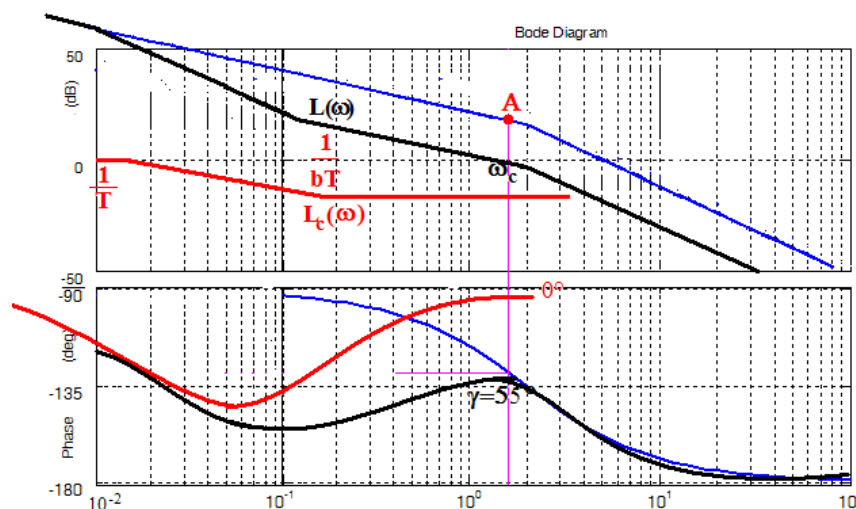
超前校正

$$G_{K1}(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} \cdot \frac{1+0.223s}{1+0.054s}$$



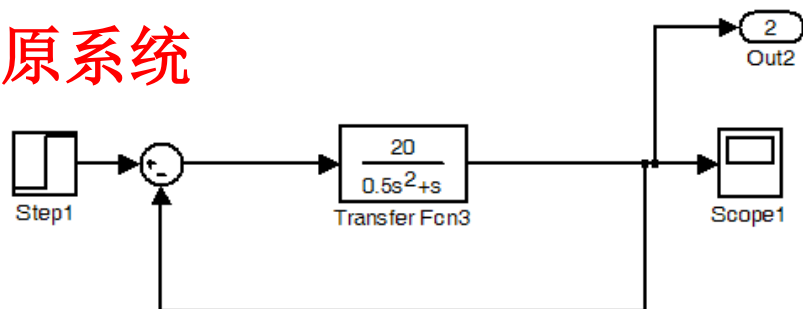
滞后校正

$$G_{K2}(s) = \frac{7.14s+1}{100s+1} \cdot \frac{20}{s(0.5s+1)}$$

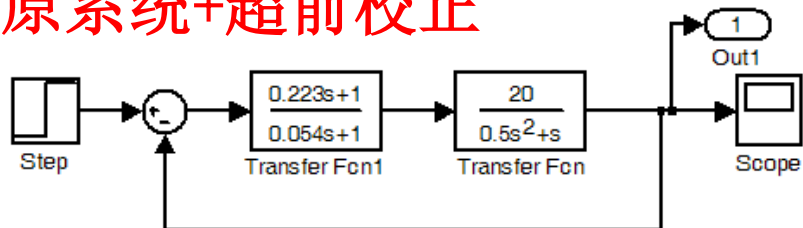


Matlab 仿真

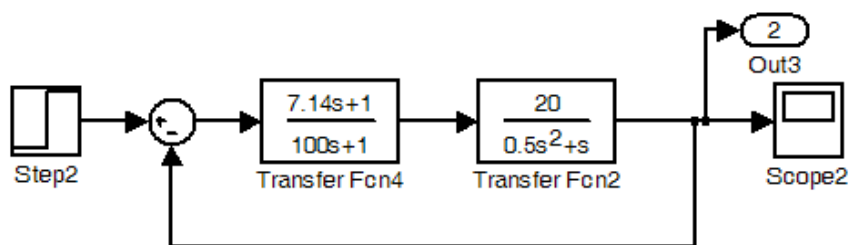
原系统



原系统+超前校正

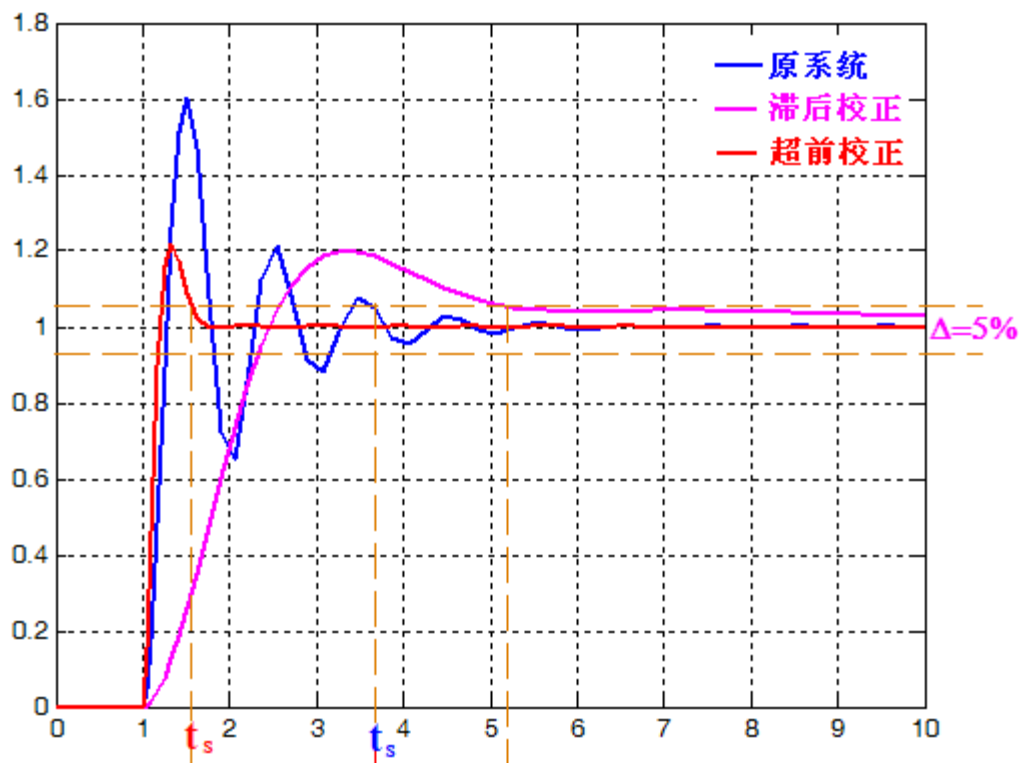


原系统+滞后校正



性能指标

- 1)静态速度误差系数 K_v 为 $20s^{-1}$,
- 2)相位裕量不小于 50°



超前校正与滞后校正的比较

超前:

$\left\{ \begin{array}{l} \omega_c^* \uparrow, \gamma^* \uparrow \text{ —— 中频段特性得以改善, 快速性、稳定性变好} \\ G_c(s) \text{ 高频段抬高 —— 高频段} \uparrow, \text{ 抗干扰 (高频噪声) 能力} \downarrow \end{array} \right.$

滞后:

$\left\{ \begin{array}{l} \omega_c^* \downarrow, \gamma^* \uparrow \text{ —— 牺牲快速性、稳定性变好, 改善均匀性} \\ G_c(s) \text{ 高频段衰减 —— 抗干扰 (高频噪声) 能力} \uparrow \end{array} \right.$

例4: 设原系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$

试用串联校正, 使系统满足: (1) $K=30\text{秒}^{-1}$; (2) 相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。

解: 1) 按开环放大系数 $K=30\text{秒}^{-1}$ 的要求绘制出原系统的伯德图

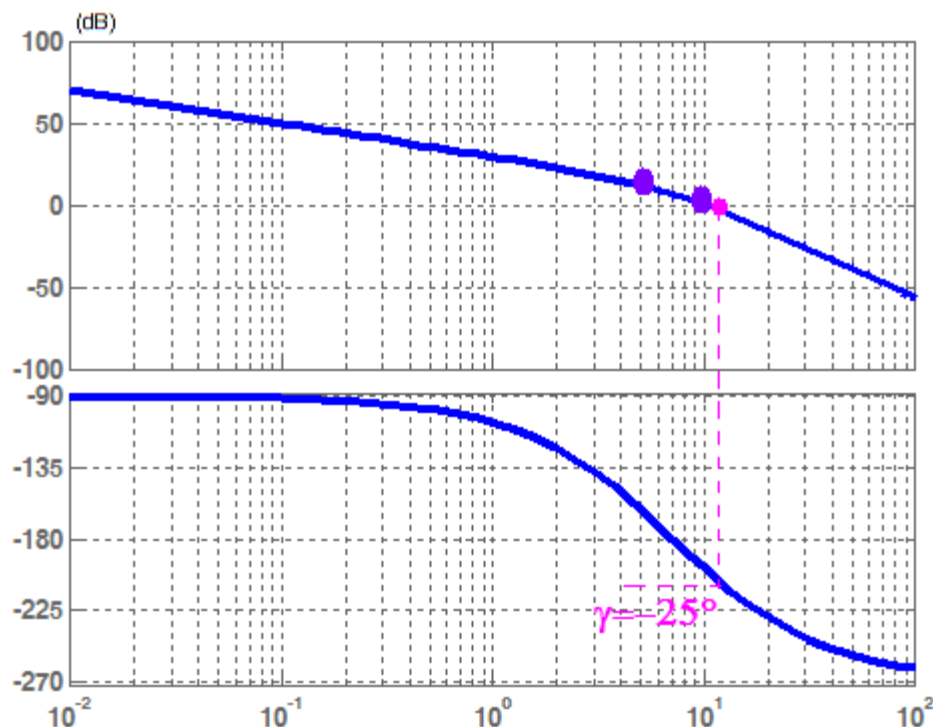
$$\omega_c = 11.4 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\gamma = 90^\circ - \arctg 0.1\omega_c - \arctg 0.2\omega_c = -25^\circ$$

显然原系统是不稳定系统。

$$\gamma^* - \gamma = 65^\circ$$

而且在剪切频率 ω_c 附近, 相频特性的变化速率较大, 可以考虑采用串联滞后校正。



2) 根据相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 的要求, 同时考虑到滞后网络的相角滞后影响 (初步取 $\Delta\varphi = 6^\circ$), 在原系统相频特性 $\angle G_o(j\omega)$ 上找到对应相角为 $-180^\circ + (40^\circ + 6^\circ) = -134^\circ$ 处的频率作为校正后系统的剪切频率 ω'_c 。 $\omega'_c = 2.74 \text{ rad} / \text{s}$

3) 将原系统对应 ω'_c 处的幅值作为 $20\lg b$, 确定参数 b

$$\left| G_o(j\omega'_c) \right|_{\omega'_c=2.74} = \frac{30}{2.74} = 10.95$$

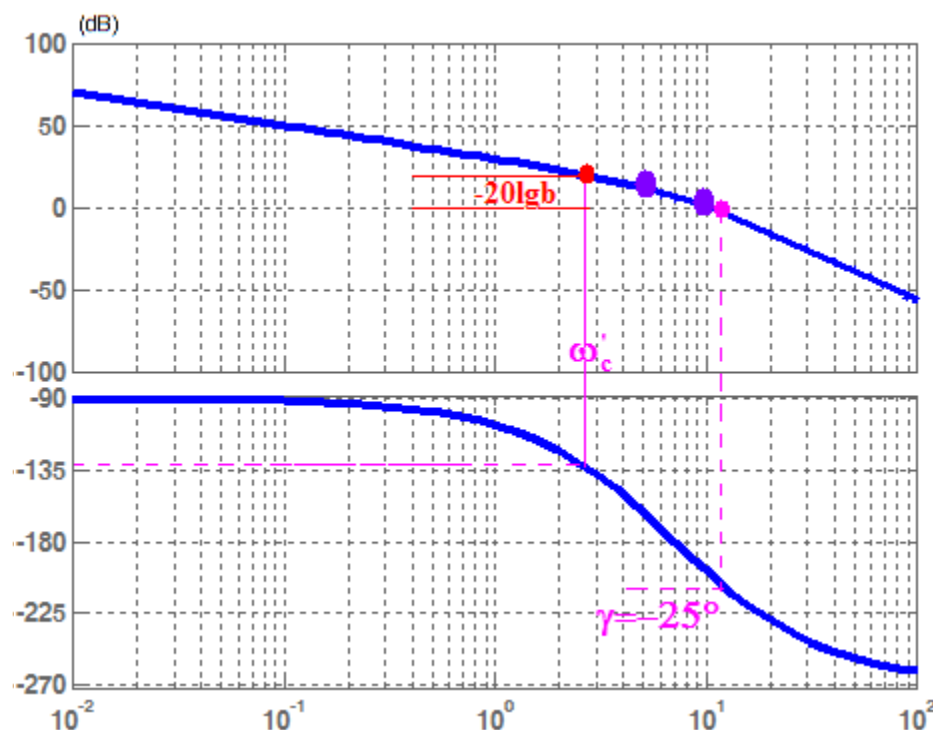
$$20 \lg \left| G_o(j\omega'_c) \right| = -20 \lg b$$

$$b = 0.09$$

4) 确定参数 T 。

$$\omega'_c = 10 \frac{1}{bT} \quad \frac{1}{bT} = 0.274$$

$$T = 40 \quad \frac{1}{T} = 0.025$$



$$b = 0.09 \quad T = 40 \quad \frac{1}{T} = 0.025 \quad \frac{1}{bT} = 0.274$$

5) 作校正装置的Bode图

6) 作校正后系统的Bode图

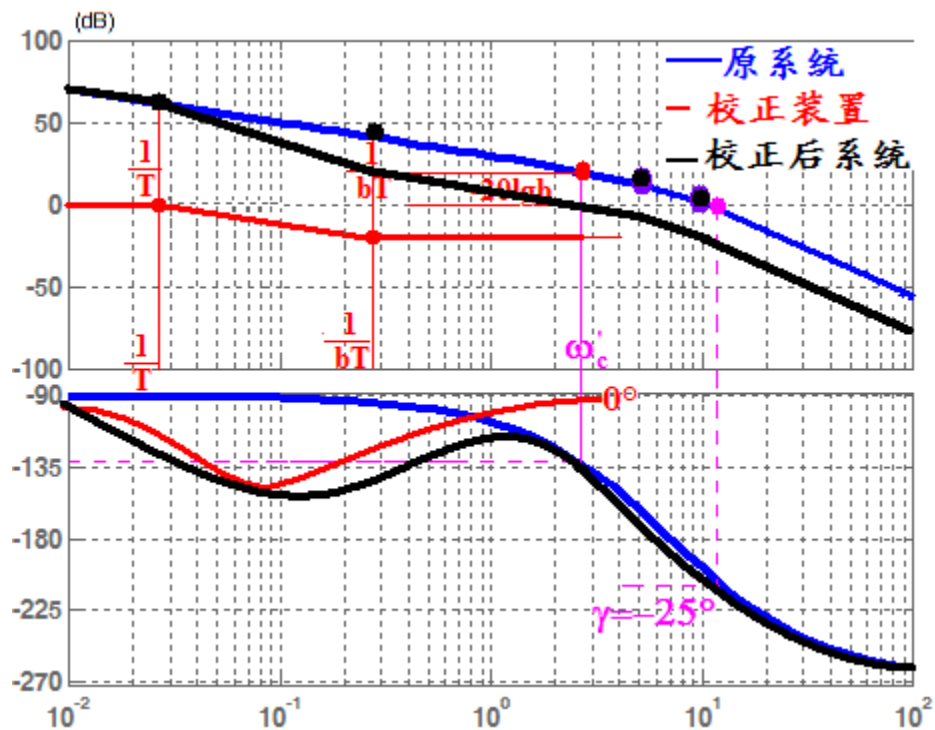
$$\begin{aligned} G_K(s) &= G_c(s) \cdot G_0(s) \\ &= \frac{3.6s + 1}{40s + 1} \cdot \frac{30}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)} \end{aligned}$$

验算 ω_c 和 γ 是否满足要求

$$\frac{3.6\omega_c}{40\omega_c} \cdot \frac{30}{\omega_c} = 1 \quad \omega_c = 2.7$$

$$\gamma^* = 180^\circ - 90^\circ + \arctg(3.6\omega_c) - \arctg(40\omega_c) - \arctg 0.1\omega_c - \arctg 0.2\omega_c = 41.2^\circ$$

$$\omega_c = 2.74, \gamma = 40.7^\circ$$



满足性能指标要求。

6.3.3 串联滞后-超前校正设计

1、串联滞后-超前校正设计举例

例5：设单位反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$

要求系统满足下列性能指标：

(1) 速度误差系数为 $10s^{-1}$ ；(2) 相角裕度 $\gamma=50^\circ$ ，剪切频率不低于 $1rad/s$ ；(3) 幅值裕度不小于 $10dB$ ；试用确定合适的校正装置。

解：1) 首先根据稳态性能要求确定 $K=20$ ，绘制原系统Bode图。

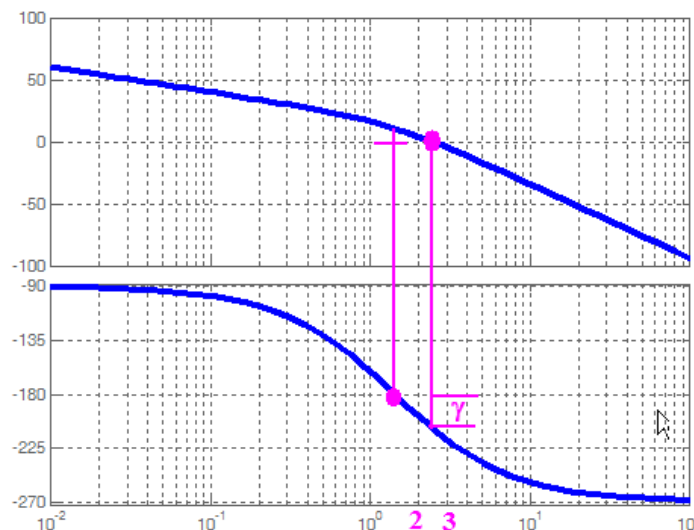
$$\varphi(\omega_g) = -90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) - \arctg(\omega_c) = -180^\circ$$

$$\omega_g = 1.414 rad / s$$

$$\frac{20}{\omega_c \cdot \omega_c \cdot \omega_c} = 1 \quad \omega_c = 2.71 rad / s$$

$$\gamma = 90^\circ - \arctg(0.5\omega_c) - \arctg(\omega_c) = -33^\circ$$

超前不适合，滞后也不适合，可以考虑用滞后超前校正。



$$G_0(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+2)} \quad \omega_c = 2.71 \text{ rad/s} \quad \gamma = -33^\circ \quad \omega_g = 1.414 \text{ rad/s}$$

$$\omega_c^* \geq 1 \text{ rad/s} \quad \gamma^* = 50^\circ$$

需要增加的超前相位为 83°

滞后超前校正**设计思路**是将需要增加的相位一部分由超前校正完成，另一部分由滞后校正完成；**分配方式可以有多种选择。**

以此题为例：

- 先用超前校正 将系统的相位裕度提高到 15° ，由此得出超前校正装置 $G_{c1}(s)$ ；
- 然后以 $G_{c1}(s) G_0(s)$ 为对象设计滞后校正，满足剩下的性能指标，得到 $G_{c2}(s)$ ；
- 最后校正后的开环传递函数为

$$G_K(s) = G_{c2}(s) G_{c1}(s) G_0(s)$$

验算系统性能指标

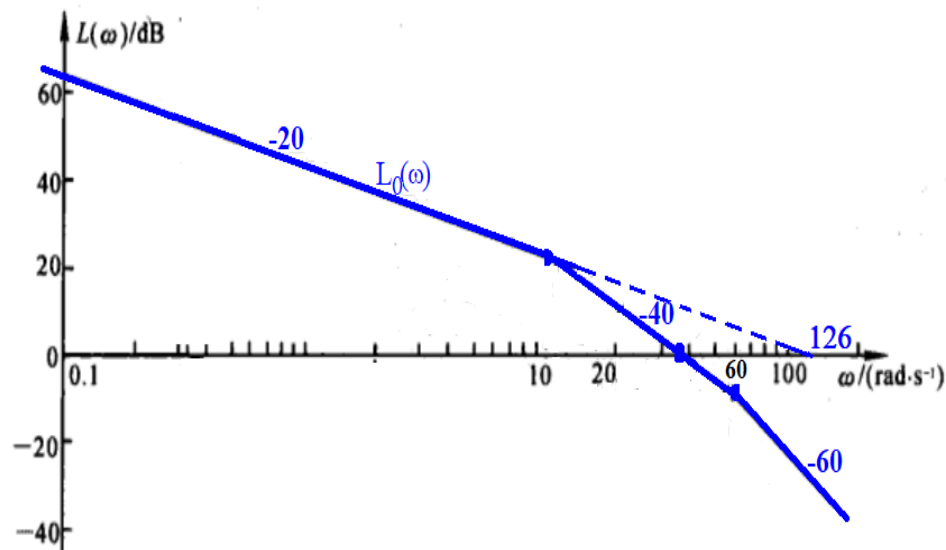
例6：设单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(\frac{s}{10} + 1)(\frac{s}{60} + 1)}$

试确定合适的校正装置使系统满足下列性能指标：

- (1) $r(t)=t$ 时，系统稳态误差 $e_{ss}^* \leq 1/126$ ；
- (2) 相角裕度 $\gamma \geq 35^\circ$ ；
- (3) 剪切频率不低于 20rad/s ，不高于 35rad/s 。

解：1) 首先根据稳态性能要求确定 $K \geq 126$ ，取 $K = 126$

绘制原系统Bode图，



$$\omega_c = 35.5\text{rad/s}$$

$$\begin{aligned}\gamma &= 90^\circ - \arctg \frac{\omega_c}{10} - \arctg \frac{\omega_c}{60} \\ &= 90^\circ - 74.3^\circ - 30.6^\circ \\ &= -14.9^\circ\end{aligned}$$

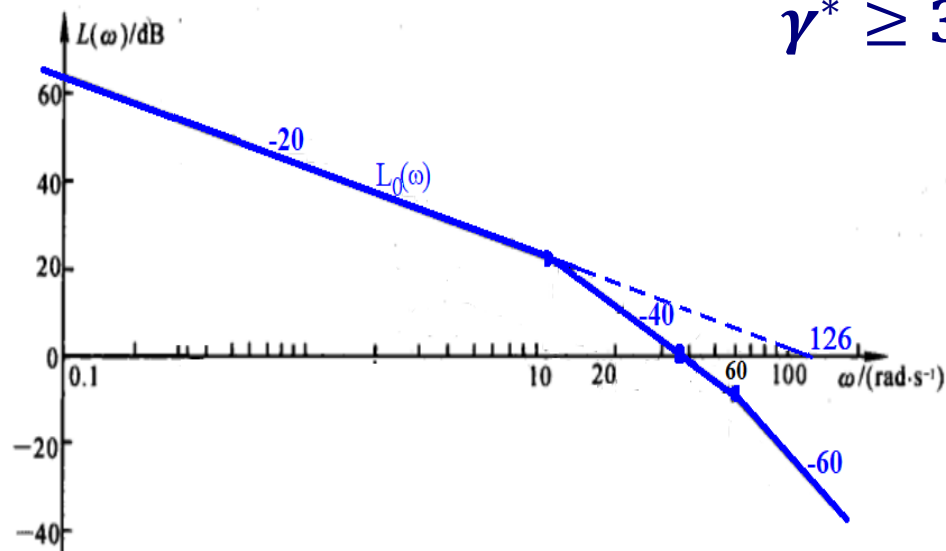
因为要求 $\omega_c^* \leq 35.5\text{rad/s}$

超前校正不适合。

$$\gamma^* \geq 35^\circ; \quad 20 \leq \omega_c^* \leq 35.5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_c = 35.5 \text{ rad/s}$$

$$\gamma^\circ = -14.9^\circ$$



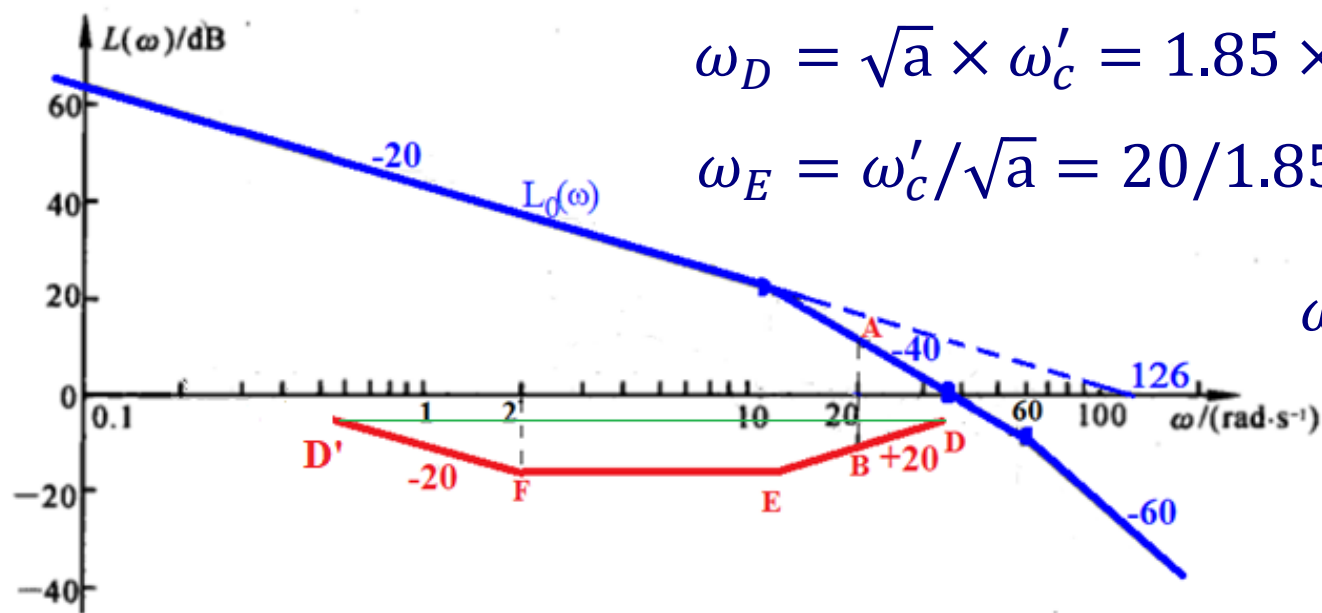
原系统不稳定，如果用滞后校正，在 $\omega'_c = 20$ 处，相角储备 $\gamma(\omega'_c) = 8.13^\circ$ ，用滞后校正肯定也不行。

考虑用滞后-超前校正。

选择校正后系统的剪切频率在 $\omega'_c = 20\text{rad/s}$ 此处原系统的相位裕度为 8.13° ，所以超前部分应提供的最大超前角为

$$\varphi_m = \gamma^* - 8.13 + 6^\circ = 32.87^\circ \quad a = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m} = 3.4 \quad \sqrt{a} = 1.85$$

在 $\omega'_c = 20$ 处作垂线与 $L_0(\omega)$ 交于A点，确定A点关于0分贝线对称的B点，以B点为几何中心作斜率为 $+20\text{dB/dec}$ ，分别过D点和E点，



$$\omega_D = \sqrt{a} \times \omega'_c = 1.85 \times 20 = 37\text{rad/s}$$

$$\omega_E = \omega'_c / \sqrt{a} = 20 / 1.85 = 10.8\text{rad/s}$$

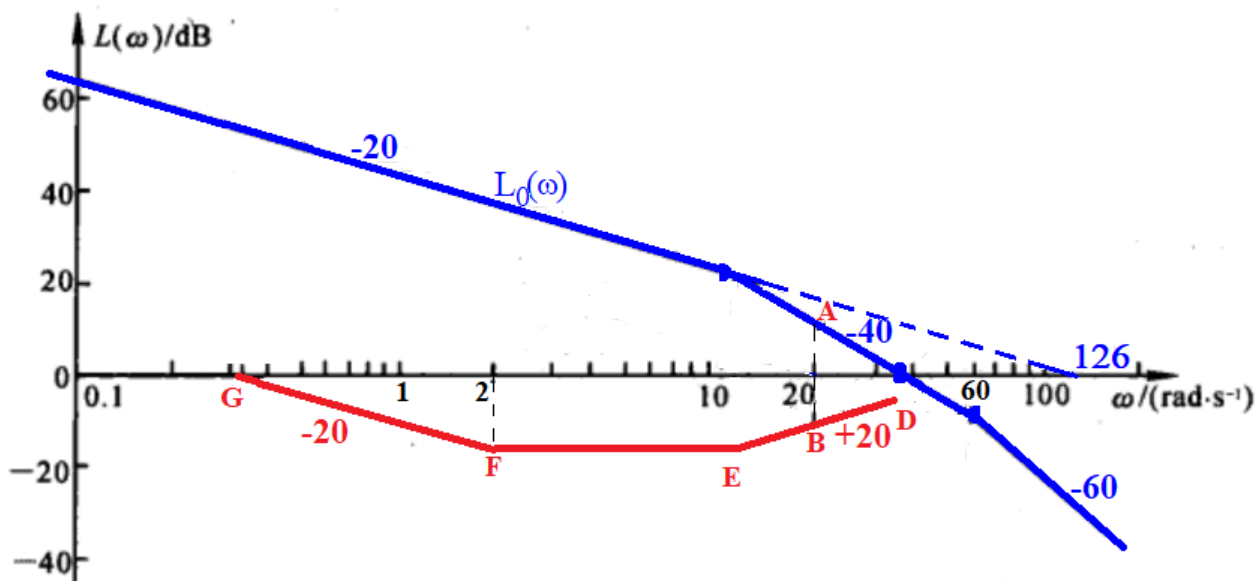
$$\omega'_c = \omega_B = 20\text{rad/s}$$

$$\omega_D = 37\text{rad/s} \quad \omega_E = 10.8\text{rad/s} \quad \omega'_c = \omega_B = 20\text{rad/s}$$

从D点向右作水平线，从E点向左作水平线到F点（ED就是超前段），F点是滞后校正的后转折频率，应该距离剪切频率10倍远， $\omega_F = 0.1\omega'_c = 2\text{rad/s}$ ，过F点作 -20dB/dec 的直线与 0dB 线交于G点（GF为滞后段）。

G点频率可算出为

$$\omega_G = 0.343\text{rad/s}$$



G点频率如何求？ $\frac{\lg F - \lg G}{\lg \omega_F - \lg \omega_G} = -20$ $\frac{\lg E - \lg B}{\lg \omega_E - \lg \omega_B} = +20$

$E = F, \omega_F = 2, \omega_B = 20, \lg G = 0, \lg B = -\lg |G_0(j\omega'_c)|$

联立求解即可求出G点频率。

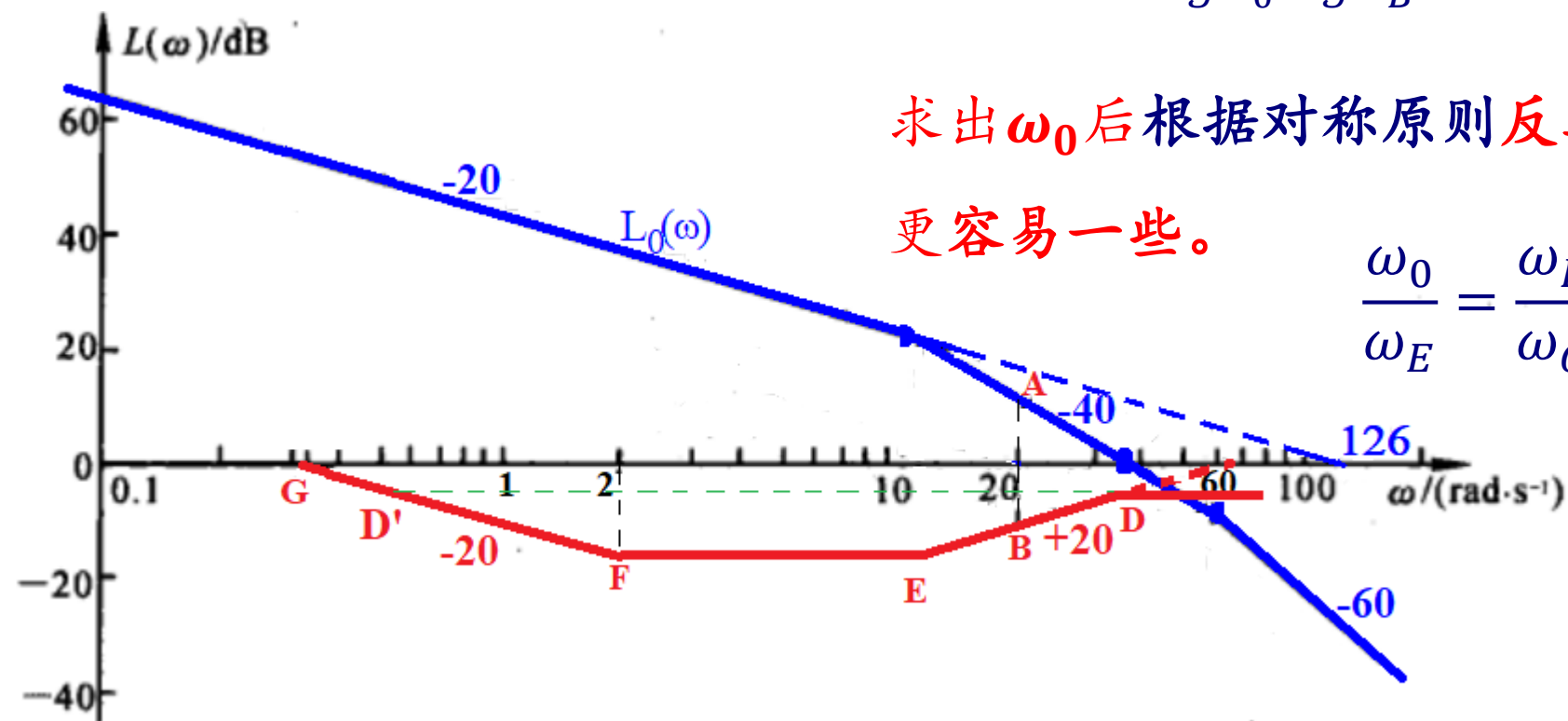
也可以作ED延长线与0分贝交于 ω_0

$\frac{\lg 0 - \lg B}{\lg \omega_0 - \lg \omega_B} = +20$

求出 ω_0 后根据对称原则反算 ω_g

更容易一些。

$\frac{\omega_0}{\omega_E} = \frac{\omega_F}{\omega_G}$



$$\omega_D = 37\text{rad/s} \quad \omega_E = 10.8\text{rad/s} \quad \omega_G = 0.343\text{rad/s} \quad \omega_F = 2\text{rad/s}$$

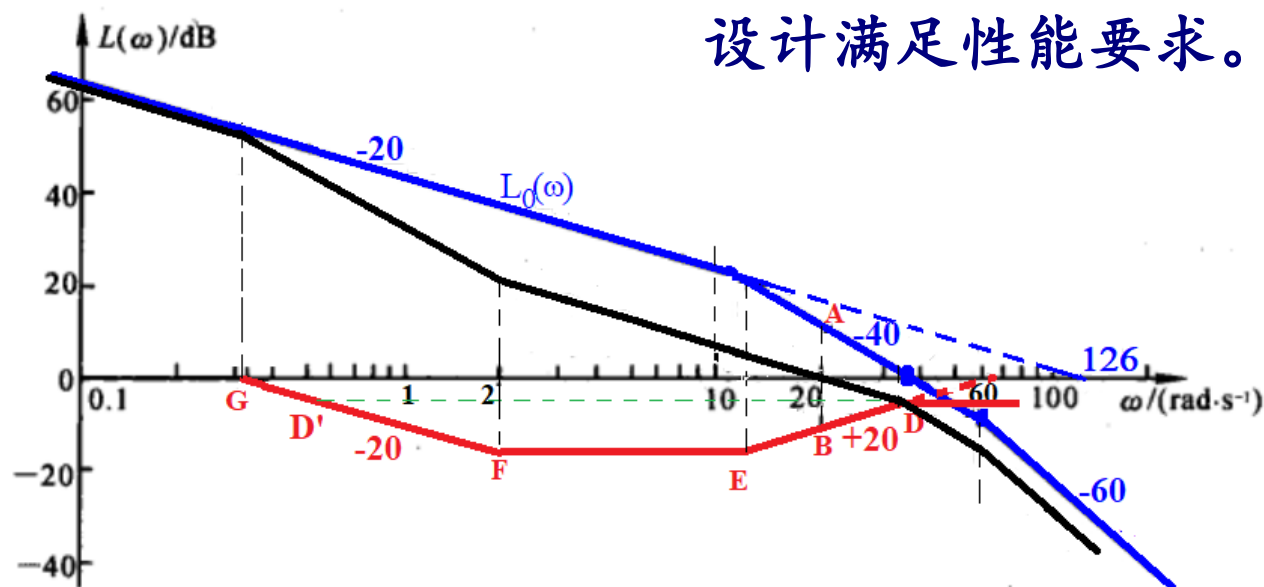
黑色线为校正后系统的bode图

红色是滞后-超前装置的bode图，可写出传递函数为

$$G_c(s) = \frac{(\frac{s}{\omega_F}+1)(\frac{s}{\omega_E}+1)}{(\frac{s}{\omega_G}+1)(\frac{s}{\omega_D}+1)} = \frac{(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{10.8}+1)}{(\frac{s}{0.343}+1)(\frac{s}{37}+1)}$$

验算 $\omega_c' = 20\text{rad/s}, \gamma = 36.6^\circ > 35^\circ$

设计满足性能要求。



2、滞后超前校正原理

将需要提高的相位裕度工作分配给超前和滞后校正装置共同完成；综合利用滞后网络幅值衰减、超前网络相角超前的特性，改造开环频率特性，提高系统性能。

3、滞后超前校正特点

- 滞后超前校正后系统的剪切频率比原系统的剪切频率小 $\omega'_c < \omega_c$
- 但剪切频率减小幅度比单纯滞后校正小；
- 系统低频和高频段变化不大；

6.3.4 期望频率特性法校正

1、期望特性法的定义：

期望频率特性法对系统进行校正就是将性能指标要求转化为期望的对数幅频特性；再与原系统的频率特性比较，从而得出校正装置的形式和参数。

该方法简单、直观，可适合任何形式的校正装置。

期望频率特性法仅适合于最小相位系统的校正。

设原系统的开环频率特性是 $G_0(j\omega)$ ，串联校正装置的频率特性是 $G_c(j\omega)$ ，希望的开环传函频率特性是 $G_K^*(j\omega)$

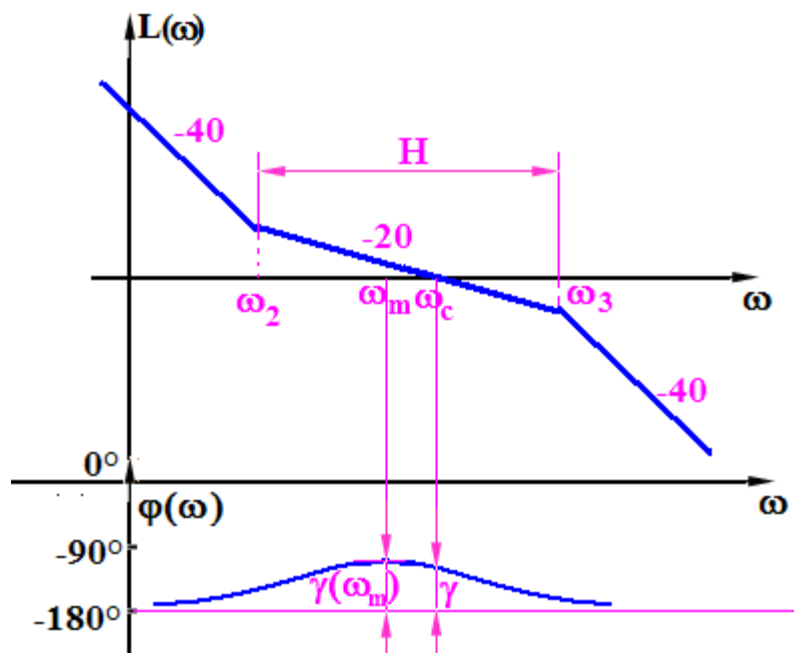
$$G_K^*(j\omega) = G_c(j\omega)G_0(j\omega)$$

校正装置的对数频率特性为 $L_c(\omega) = L_K^*(\omega) - L_0(\omega)$

关键：如何给出期望频率特性

2、期望特性与性能指标的关系

根据三频段理论，为使控制系统具有较好的性能，期望的频率特性如图所示。由图知系统在中频区的渐近对数幅频特性曲线的斜率为 $-40\text{dB} \sim -20\text{dB} \sim -40\text{dB}$ （即2—1—2型），其频率特性具有如下形式：



期望特性

若令对数幅频特性中斜率为 -20dB/dec 的中频段宽度为 H

$$H = \frac{\omega_3}{\omega_2} \quad \gamma_{\max} \approx \arctg \sqrt{h} - \arctg \frac{1}{\sqrt{h}} = \arctg \frac{h-1}{2\sqrt{h}} \quad (\text{第五章})$$

$$M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma}$$

可以推出

$$M_r \approx \frac{H+1}{H-1}$$

为使系统保证有 H 的带宽，通常取

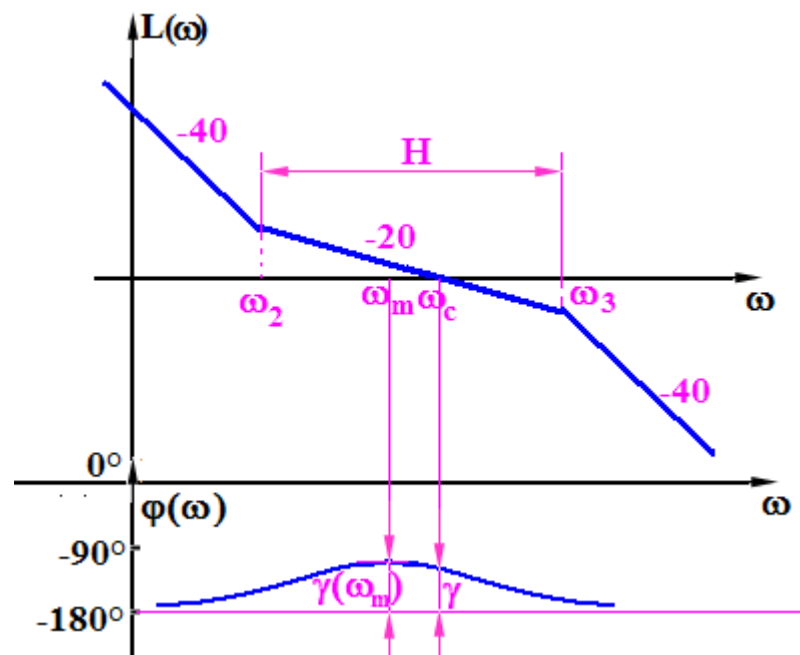
$$\omega_2 \leq \omega_c \frac{2}{H+1}$$

$$\omega_2 \leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r}$$

$$\omega_3 \geq \omega_c \frac{2H}{H+1}$$

$$\omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r}$$

根据性能指标确定期望频率特性的中频段



3、期望对数幅频特性的求法

- 根据对系统稳态误差的要求确定开环增益 K 及对数幅频特性初始段的斜率；
- 根据系统性能指标，由 ω_c 、 γ 以及 M_r 确定 H 、 ω_2 和 ω_3 等参数，绘制期望特性的中频段，并使中频段的斜率为 -20dB/dec ，以保证系统有足够的相角裕度；
- 若中频段的幅值曲线不能与低频段相连，可增加一连接中低频段的直线，直线的斜率可为 -40dB/dec 或 -60dB/dec ，为简化校正装置，应使直线的斜率接近相邻线段的斜率；
- 根据对幅值裕度及高频段抗干扰的要求，确定期望特性的高频段，为使校正装置简单，通常高频段的斜率与原系统保持一致或高频段幅值曲线完全重合。

例 6 设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.12s + 1)(0.02s + 1)}$$

试用串联期望特性法设计串联校正装置，使系统满足：

$$K_v \geq 70 s^{-1}, \quad t_s \leq 1 s, \quad \sigma_p \leq 40 \%$$

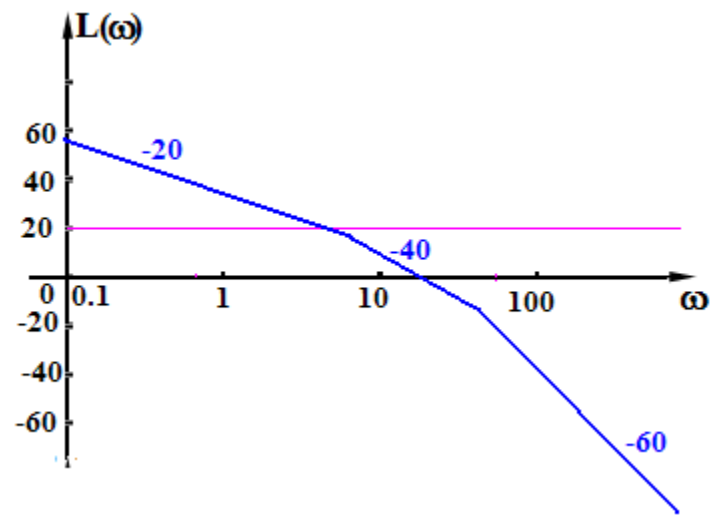
解: (1) 根据稳态指标的要求，取 $K=70$ ，并绘制未校正原系统对数幅频特性，求得未校正系统的剪切频率

$$\frac{70}{\omega_c \cdot 0.12\omega_c \cdot 1} = 1$$

$$\omega_c = 24.1 rad / s$$

(2) 绘制期望特性

低频段：系统为 I 型，与原系统一致



中频及衔接段：将时域指标转换成相应的频域指标，

$$\sigma = 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \leq 0.4 \quad \frac{1}{\sin \gamma} \leq 1.6 = M_r \quad \text{取 } M_r = 1.6$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \right] \leq 1 \quad \omega_c \geq 12$$

$$\text{取 } \omega_c = 13$$

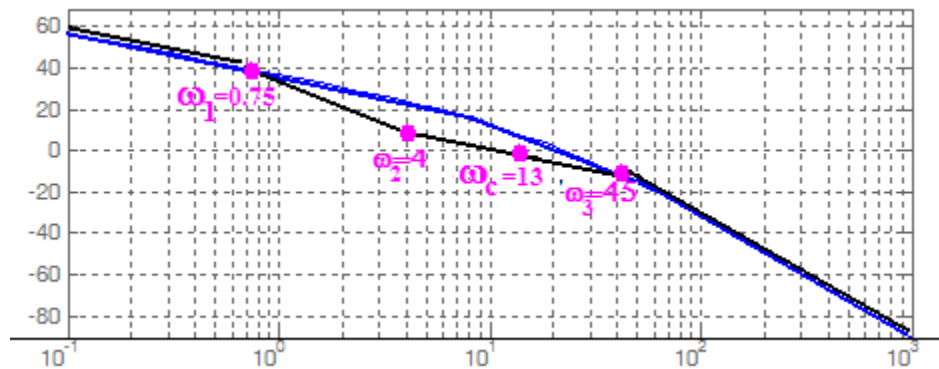
$$\omega_2 \leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r} = 4.88 \quad \omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r} = 21.13$$

在 $\omega_c = 13$ 处，作-20dB/dec 斜率的直线，交 $20 \lg |G_0(j\omega)|$ 于 $\omega = 45$ 处。

$$\text{取 } \omega_3 = 45$$

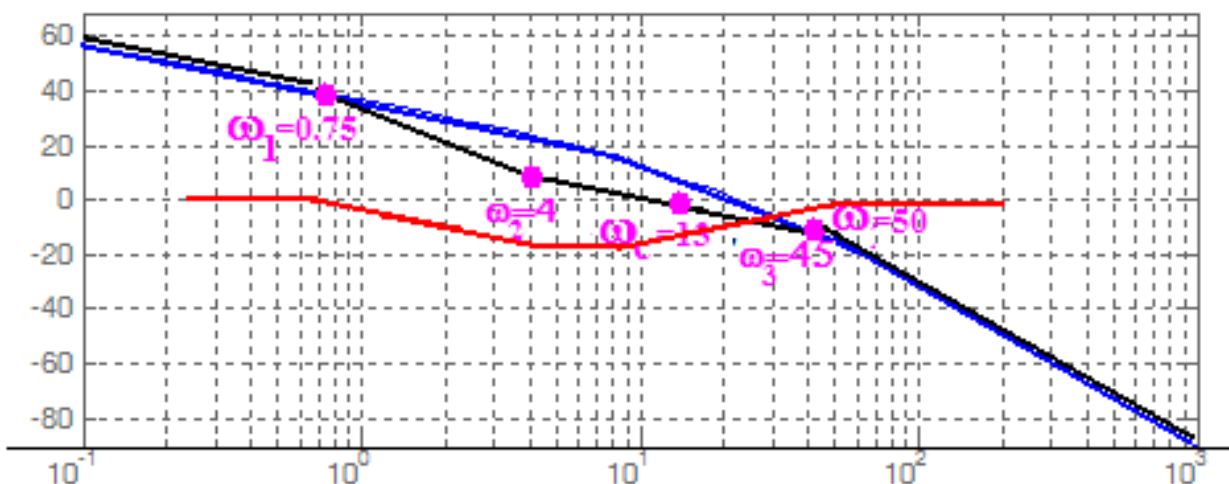
高频段与原系统一致

$$\text{取 } \omega_2 = 4 \quad H = \frac{\omega_3}{\omega_2} = 11.25 \quad \gamma = 56.8^\circ$$



在 $\omega_2 = 4$ 处，作-40dB/dec 斜率的直线，交原系统低频段交于 $\omega_1=0.75$ 处。

高频及衔接段：保持与未校正系统高频特性一致。



期望频率特性

$$G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{70(0.25s + 1)}{s(1.33s + 1)(0.0222s + 1)(0.02s + 1)}$$

$$G_0(s) = \frac{70}{s(0.12s + 1)(0.02s + 1)}$$

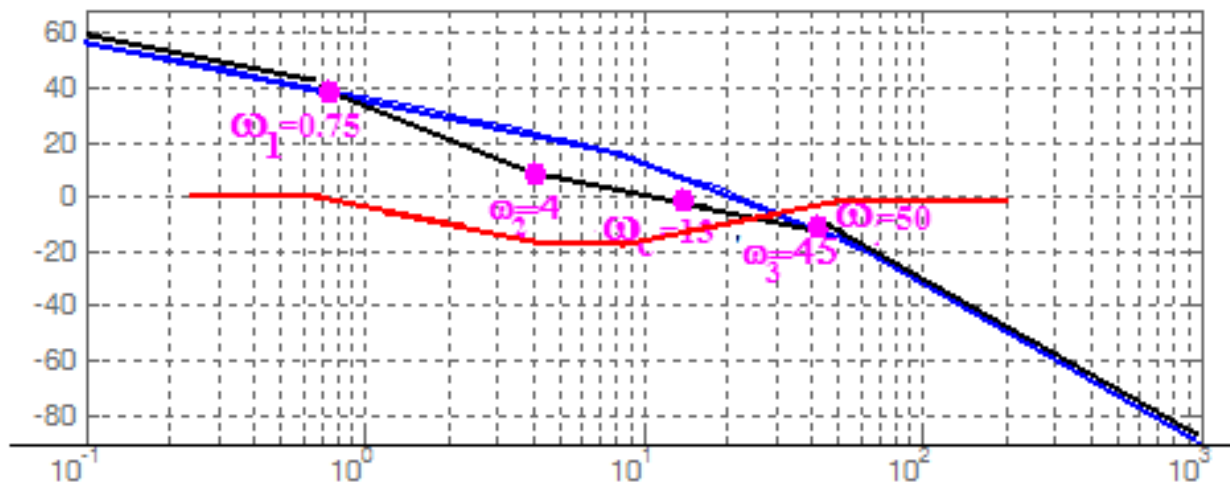
$$G_c(s) = \frac{(0.25s + 1)(0.12s + 1)}{(1.33s + 1)(0.0222s + 1)}$$

$$G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{70(0.25s + 1)}{s(1.33s + 1)(0.0222s + 1)(0.02s + 1)}$$

验算性能指标

$$\omega_c = 13 \quad \gamma = 45.6^\circ \quad M_r = 1.4$$

$$\sigma_p = 32\%, t_s = 0.73s \quad \text{满足设计要求。}$$

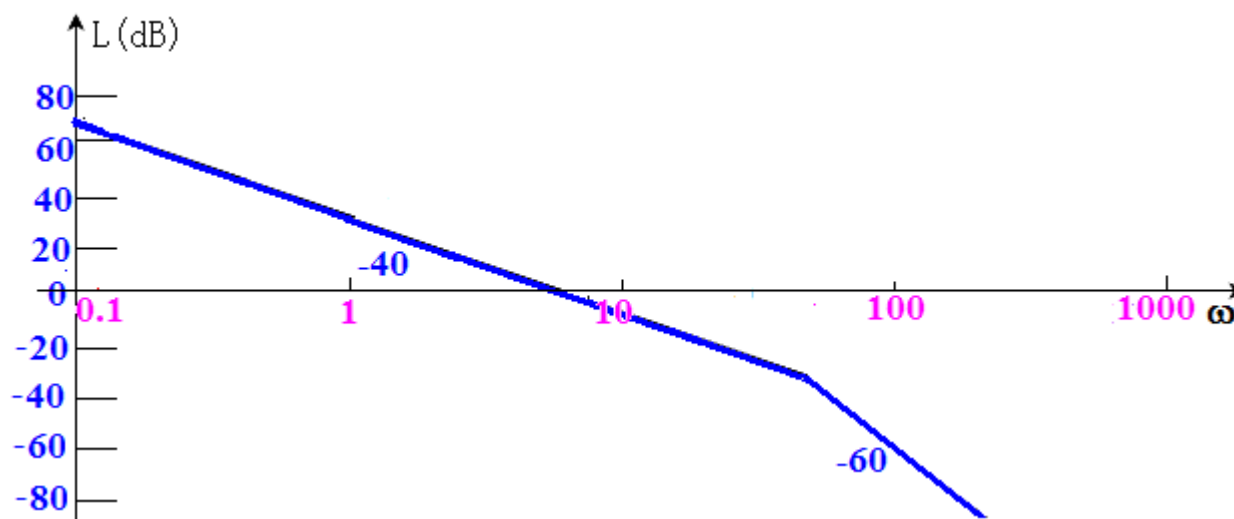


例 7 设2型系统的开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{25}{s^2(0.025s + 1)}$

试确定使该系统达到下列性能指标的串联校正装置：

保持稳态加速度误差系数 $K_a=25$ 不变，超调量 $\sigma \leq 30\%$ ，调节时间 $t_s \leq 0.9$ 秒。

解：1) 绘制原系统的对数幅频特性曲线，



2) 绘制希望频率特性。

低频段维持不变

中频段:

根据性能指标的要求

$$\sigma \leq 30\%$$

$$\sigma = 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \leq 0.3$$

$$M_r \leq 1.35$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \right] \leq 0.9$$

$$\omega_c \geq 9.9 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\text{取 } \omega_c = 10 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_2 \leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r} = 2.59$$

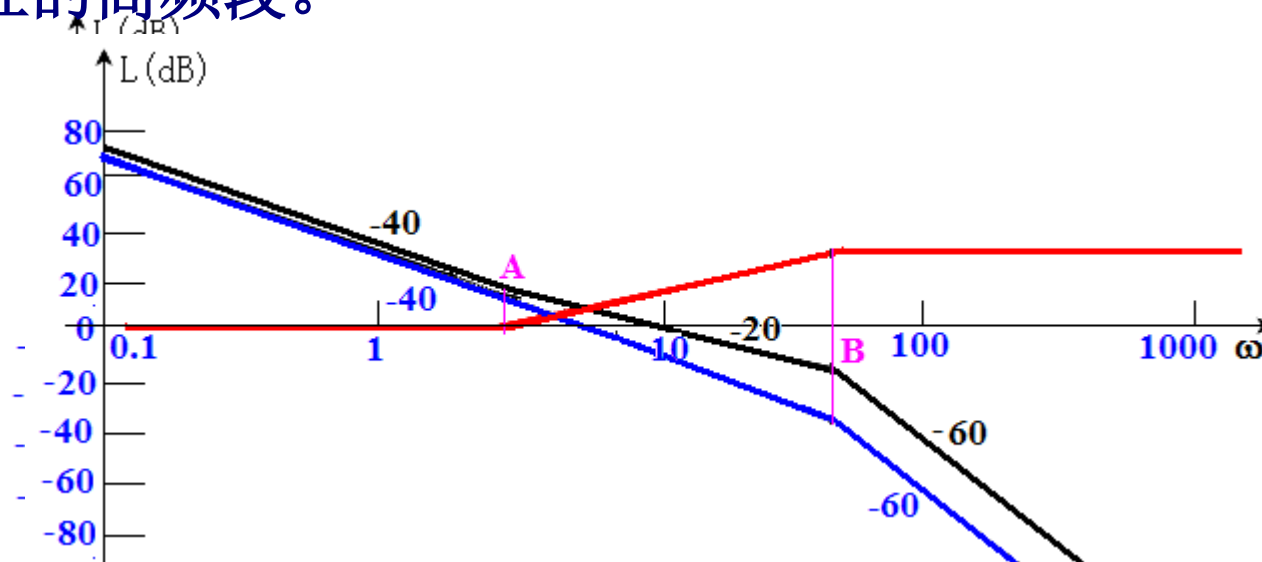
$$\omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r} = 17.4$$

$$\omega_2 \leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r} = 2.59 \quad \omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r} = 17.4$$

取 $\omega_c=10\text{rad/s}$ 做 -20dB/dec 与低频段交于A点 $\omega=2.5$, 满足 ω_2 的要求, 作为 ω_2 , 对于 ω_3 选择原系统的转折频率 40rad/s , 将这一线段作为期望特性的中频段。

68

高频段使期望特性尽量与原系统的特性一致, 过B点画一条斜率为 -60dB/dec 的直线并延长至图的边缘, 该直线即作为期望特性的高频段。

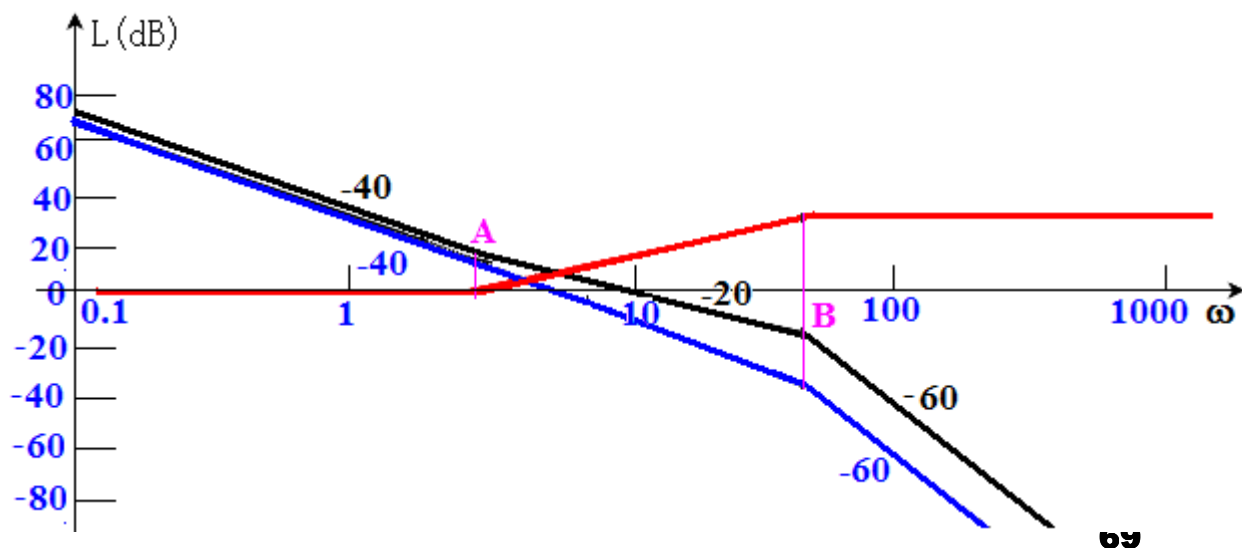


黑色线为期望特性。它为2-1-3型的，与典型的2-1-2型的高频部分有区别。希望特性过 ω_3 后，斜率由-20dB/dec改变为-60dB/dec，说明有两个时间常数为 $1/\omega_3=0.025$ 的惯性环节。

(3) 将黑色曲线减去蓝色曲线，得校正装置的对数幅频特性红色曲线。

写出校正装置的传递函数

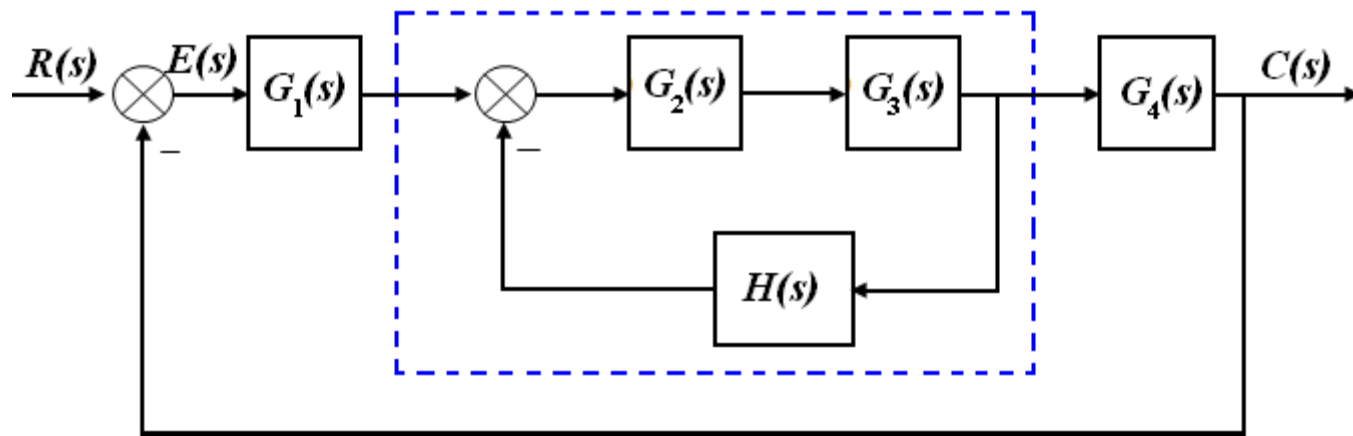
$$G_c(s) = \frac{1 + 0.4s}{1 + 0.025s}$$

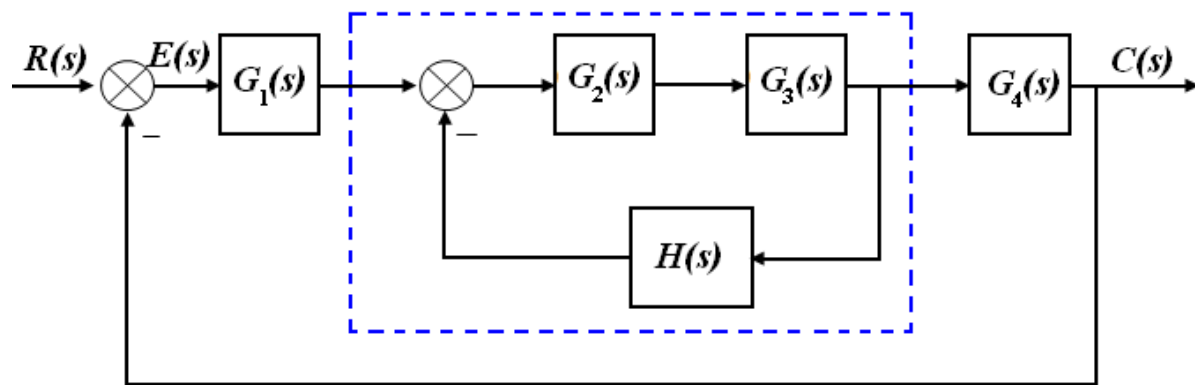


6.4 反馈校正

在控制系统的校正中，反馈校正也是常用的校正方式之一。反馈校正除了与串联校正一样，可改善系统的性能以外，还可抑制反馈环内不利因素对系统的影响。

反馈校正装置 $H(s)$ 反并接在 $G_2(s)G_3(s)$ 的两端，形成局部反馈回环（又称为内回环）。为了保证局部回环的稳定性，被包围的环节不宜过多，一般为2个。





原系统的开环传递函数为 $G_0(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)$

内回环的开环传递函数为 $G'_K(s) = G_2(s)G_3(s)H(s)$

其闭环传递函数为 $G'_B(s) = \frac{G_2(s)G_3(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H(s)} = \frac{G_2(s)G_3(s)}{1 + G'_K(s)}$

校正后系统的开环传递函数为

$$G_K(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H(s)} = \frac{G_0(s)}{1 + G'_K(s)}$$

若采用期望频率特性法，给出 $G_K(s)$ 的期望频率特性。

若内回环稳定，则校正后系统的性能可按曲线 $20\lg|G_K(j\omega)|$ 来分析。根据性能指标绘制期望频率特性 $20\lg|G_K^*(j\omega)|$

$$G_K(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H(s)} = \frac{G_0(s)}{1 + G'_K(s)}$$

当 $G'_K(j\omega) \gg 1$

$$G_K(j\omega) \approx \frac{G_0(j\omega)}{G'_K(j\omega)}$$

$$20\lg|G_K(j\omega)| \approx 20\lg|G_0(j\omega)| - 20\lg|G'_K(j\omega)|$$

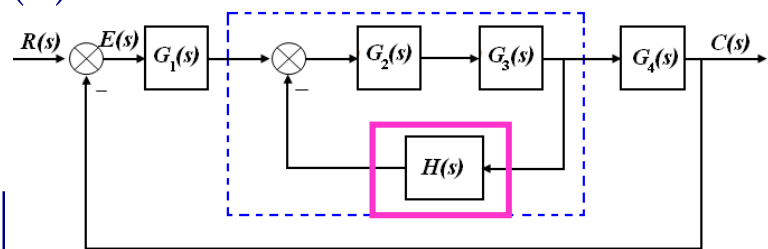
$$20\lg|G'_K(j\omega)| \approx 20\lg|G_0(j\omega)| - 20\lg|G_K(j\omega)|$$

当 $G'_K(j\omega) \ll 1$

$$G_K(j\omega) \approx G_0(j\omega)$$

$$20\lg|G_K(j\omega)| \approx 20\lg|G_0(j\omega)|$$

这样近似处理，显然在 $G'_K(j\omega) = 1$ 附近的误差较大。



校正后系统的瞬态性能主要取决于曲线 $20\lg|G_K(j\omega)|$ 在其剪切频率附近的形状。一般，在曲线 $20\lg|G_K(j\omega)|$ 的剪切频率附近 $|G'_K(j\omega)| \gg 1$ ，因此，近似处理的结果是足够准确的。

反馈校正设计步骤: (期望特性方法应用)

综合校正装置时，应先绘制原系统 $20\lg|G_0(j\omega)|$ 的Bode图；

再按要求的性能指标绘制 $20\lg|G_K^*(j\omega)|$ 的期望频率特性，
根据 $20\lg|G'_K(j\omega)| \approx 20\lg|G_0(j\omega)| - 20\lg|G_K^*(s)|$

大于0分贝的部分确定 $20\lg|G'_K(j\omega)|$

确定 $G'_K(j\omega)$ ，并校验内回环的稳定性；

最后确定 $H(s)$ ，并验算性能指标。

例8：控制系统的结构图如图所示，其中

$$G_1(s) = \frac{238}{0.06s + 1} \quad G_2(s) = \frac{228}{0.36s + 1} \quad G_3(s) = \frac{0.0208}{s}$$

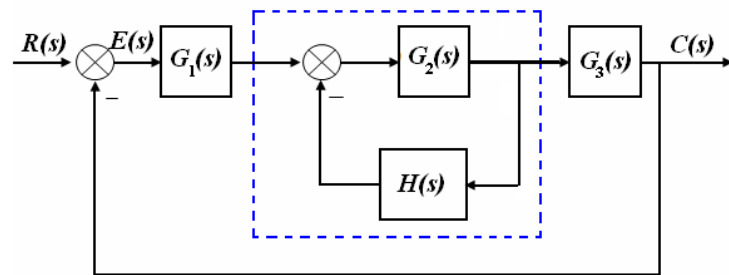
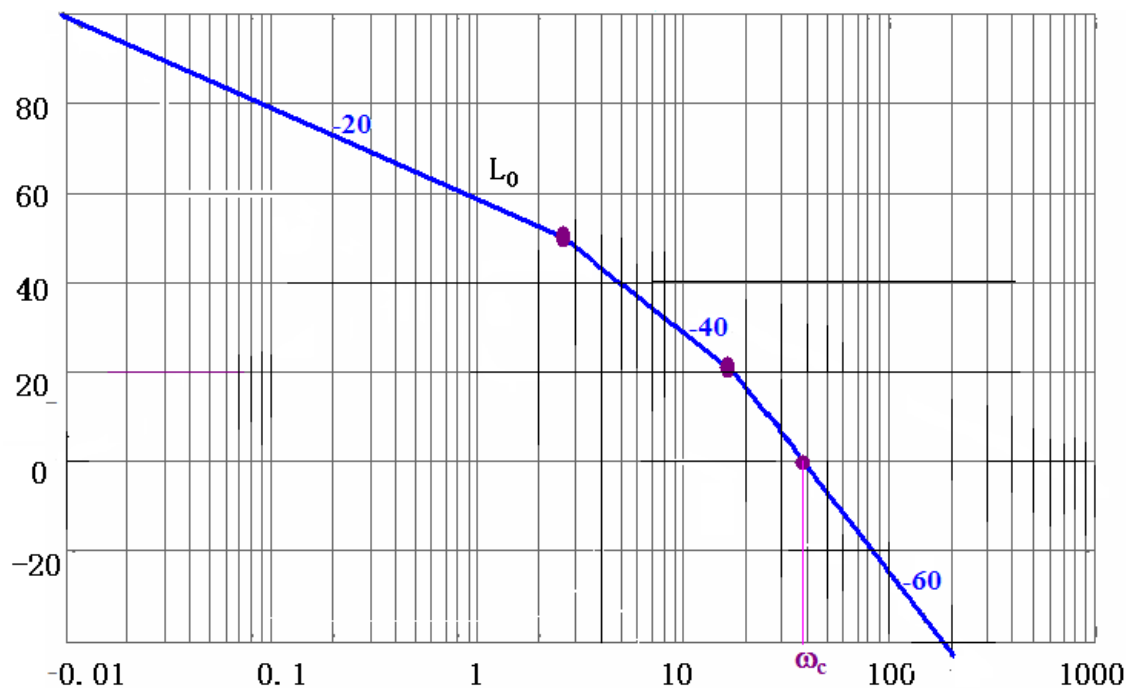
试设计反馈校正装置，使系统的性能指标为： $\sigma \leq 25\%$, $t_s \leq 0.8s$

解：1) 绘制原系统的对数幅频特性曲线

$$G_0(s) = \frac{1128.7}{s(0.06s + 1)(0.36s + 1)}$$

$$\omega_1 = 2.78 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 16.7 \text{ rad/s}$$



$$\frac{1128.7}{\omega_c \cdot 0.06\omega_c \cdot 0.36\omega_c} = 1$$

$$\omega_c = 37.4 \text{ rad/s}$$

$$\gamma = -61.7^\circ$$

$$G_0(s) = \frac{1128.7}{s(0.06s + 1)(0.36s + 1)}$$

(2) 绘制系统的期望对数幅频特性 L^* 。

$$\sigma \leq 25\%, t_s \leq 0.8s$$

$$M_r \leq 1.23, \omega_c \geq 9.7$$

$$\omega_2 \leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r} = 1.87 \quad \omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r} = 17.6$$

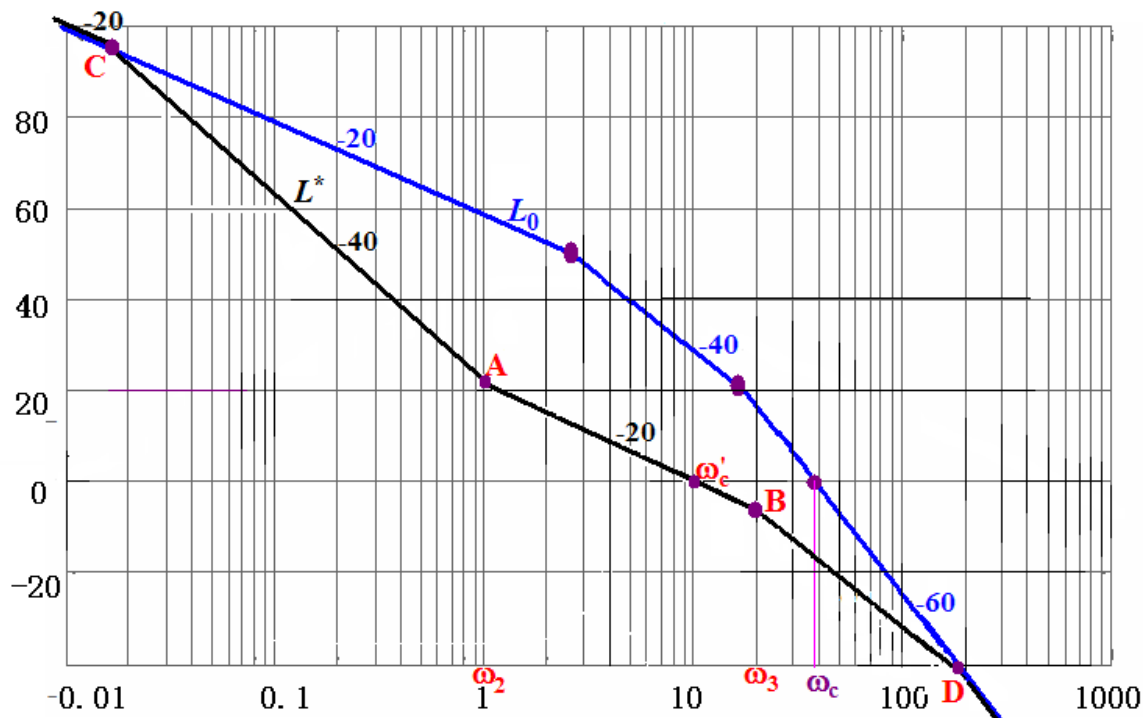
$$\text{取 } \omega'_c = 10 \text{ rad/s}$$

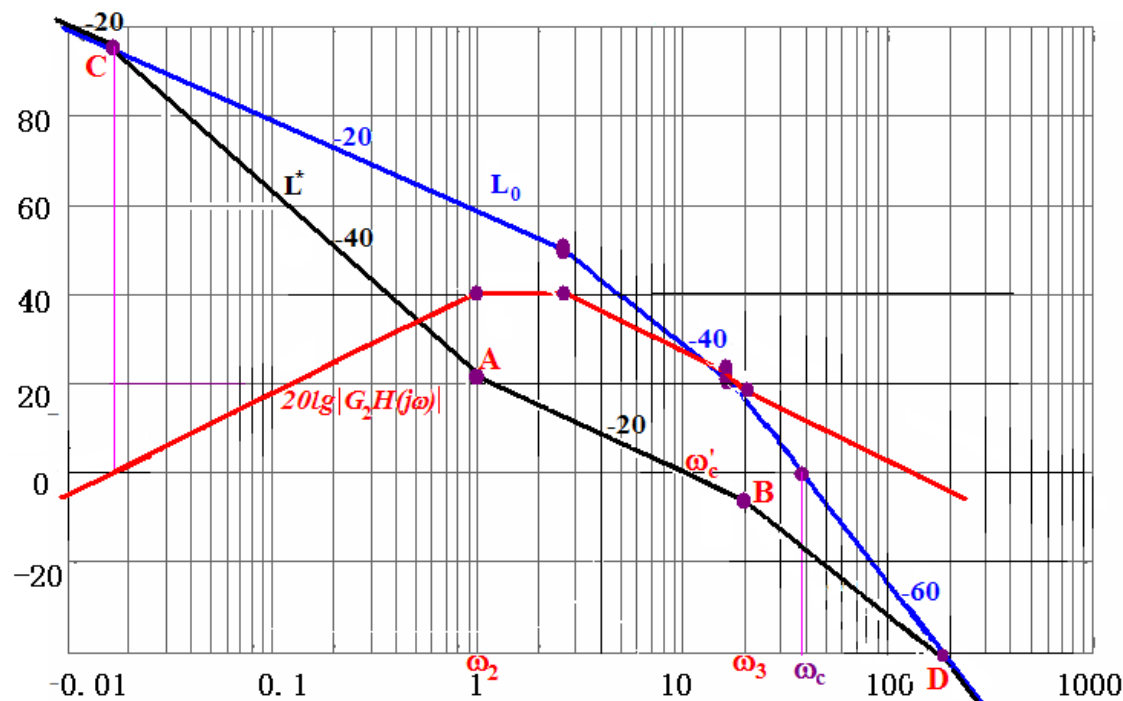
$$\text{取 } \omega_2 = 1.0 \text{ rad/s}$$

$$\text{取 } \omega_3 = 20 \text{ rad/s}$$

$$\omega_c = 0.015 \text{ rad/s}$$

$$\omega_D = 190 \text{ rad/s}$$





取 $\omega_2 = 1.0 \text{ rad/s}$

取 $\omega_3 = 20 \text{ rad/s}$

(3) 将 $(L_0 - L^*)$ 得到 $20 \lg |G_2(j\omega)H(j\omega)|$

$$G_2(s)H(s) = \frac{K's(0.05s+1)}{(s+1)(0.36s+1)(0.06s+1)}$$

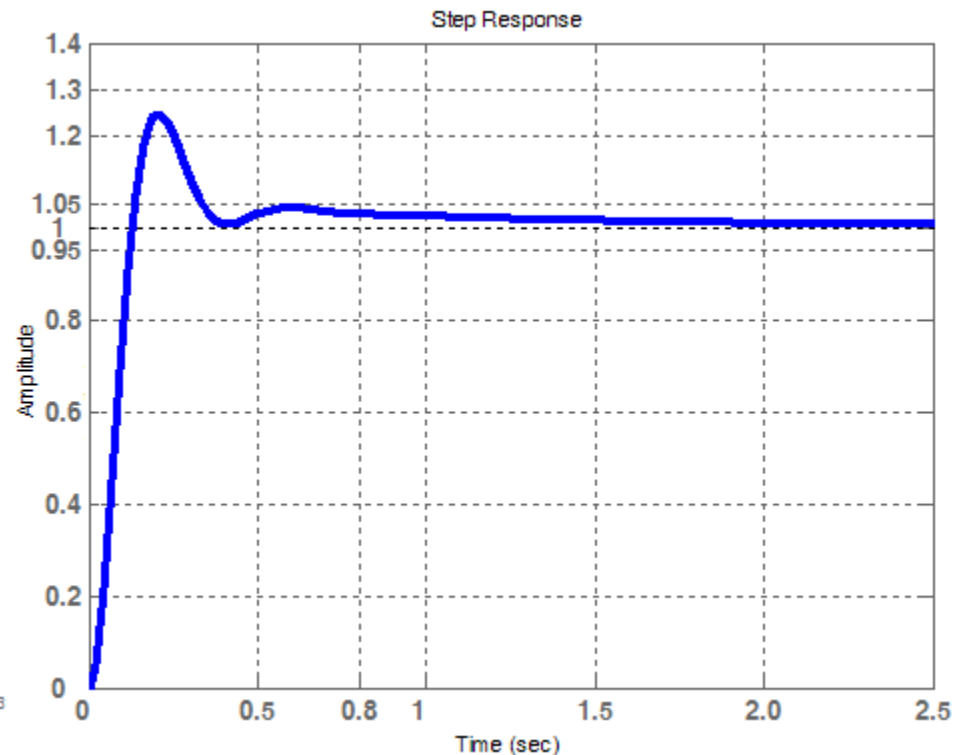
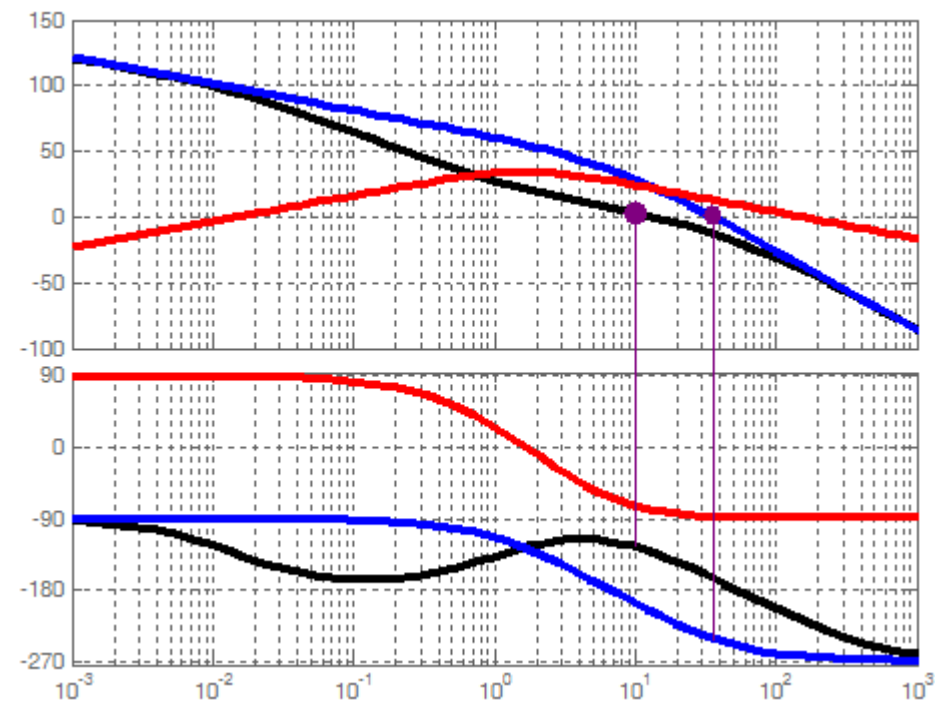
$$20 \lg |G_2(j\omega)H(j\omega)|_{\omega=0.015} = 0 \text{ dB} \quad K' \cdot 0.015 = 1 \quad K' = 66.7$$

(4) 验算系统内环稳定

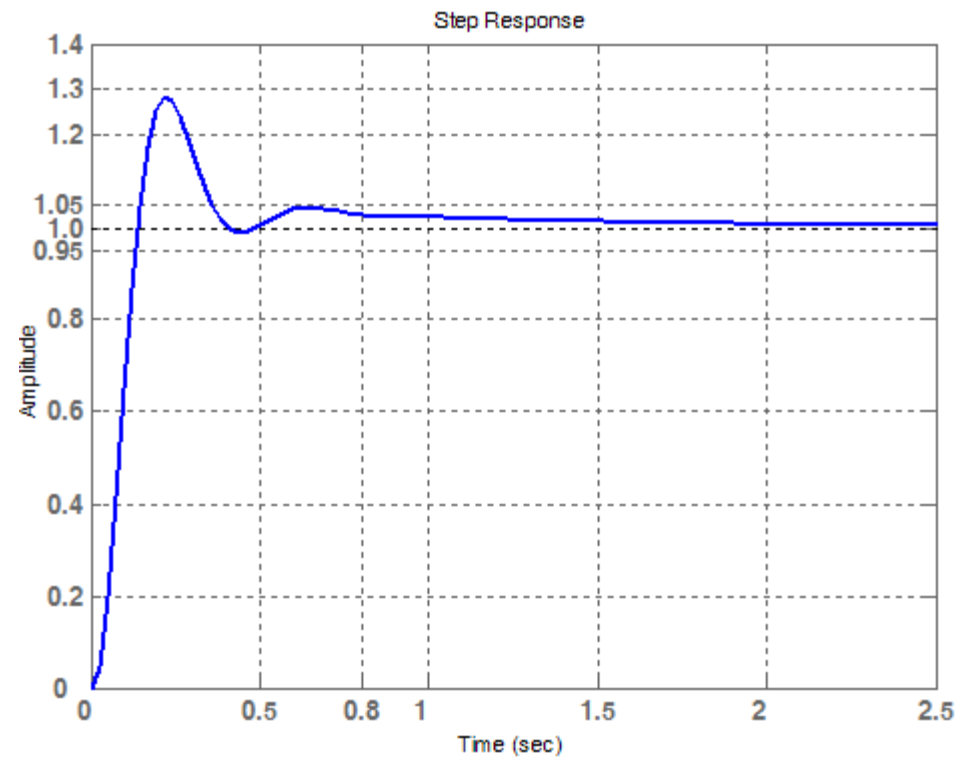
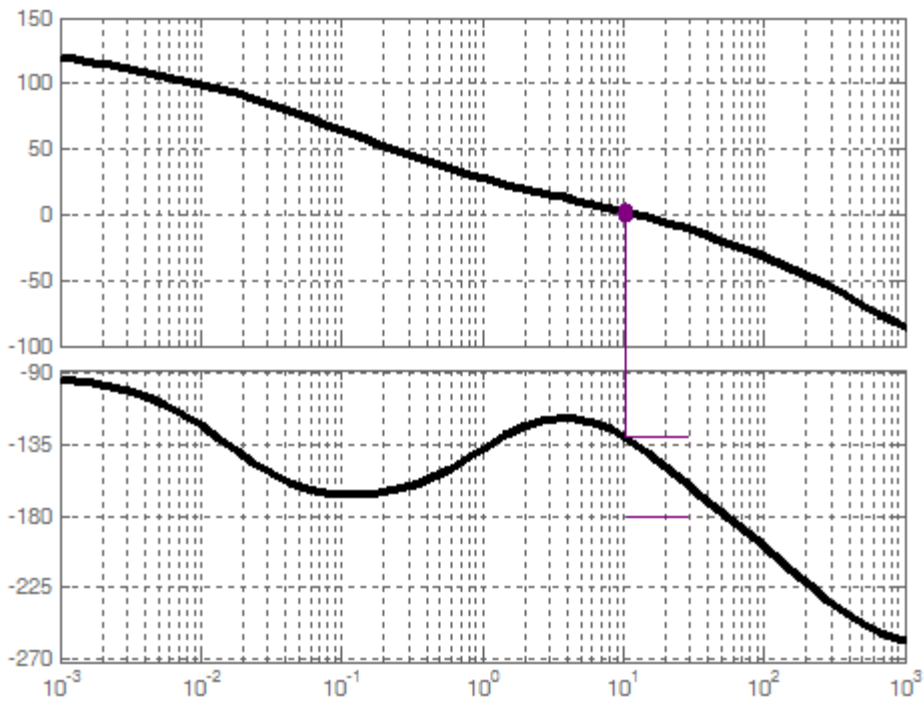
$$H(s) = \frac{0.29s(0.05s+1)}{(s+1)(0.06s+1)}$$

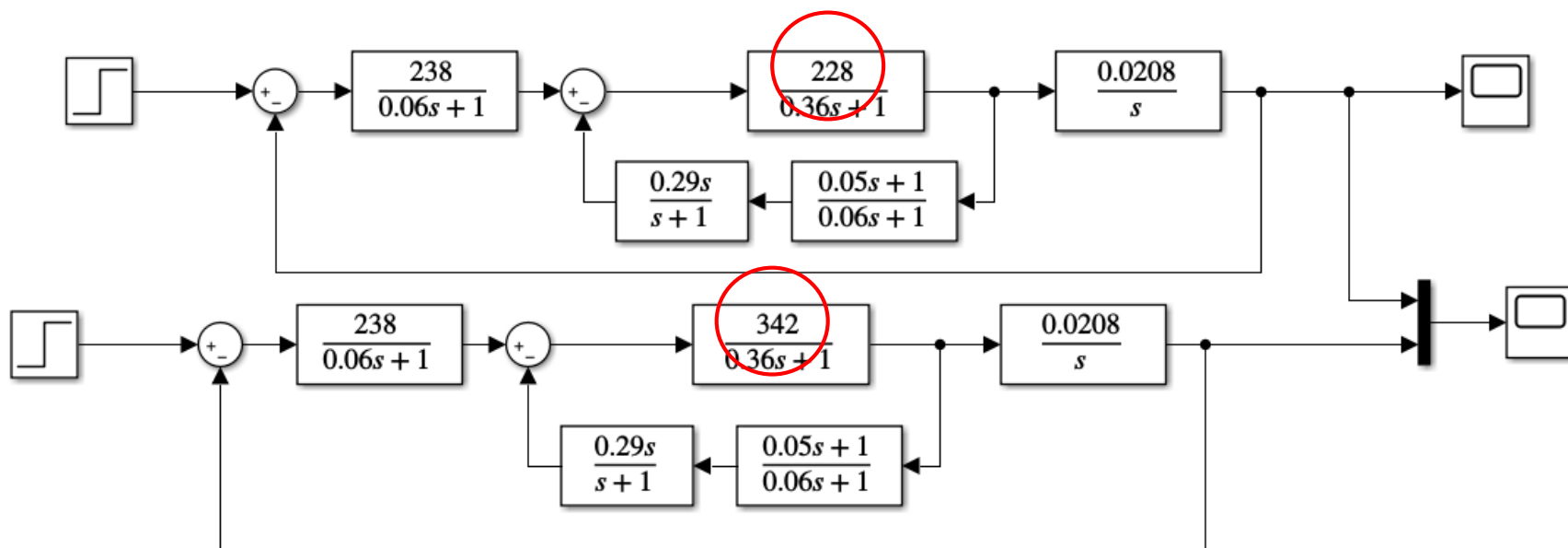
$$G_2(s)H(s) = \frac{K's(0.05s + 1)}{(s + 1)(0.36s + 1)(0.06s + 1)}$$

$$H(s) = \frac{0.29s(0.05s + 1)}{(s + 1)(0.06s + 1)}$$



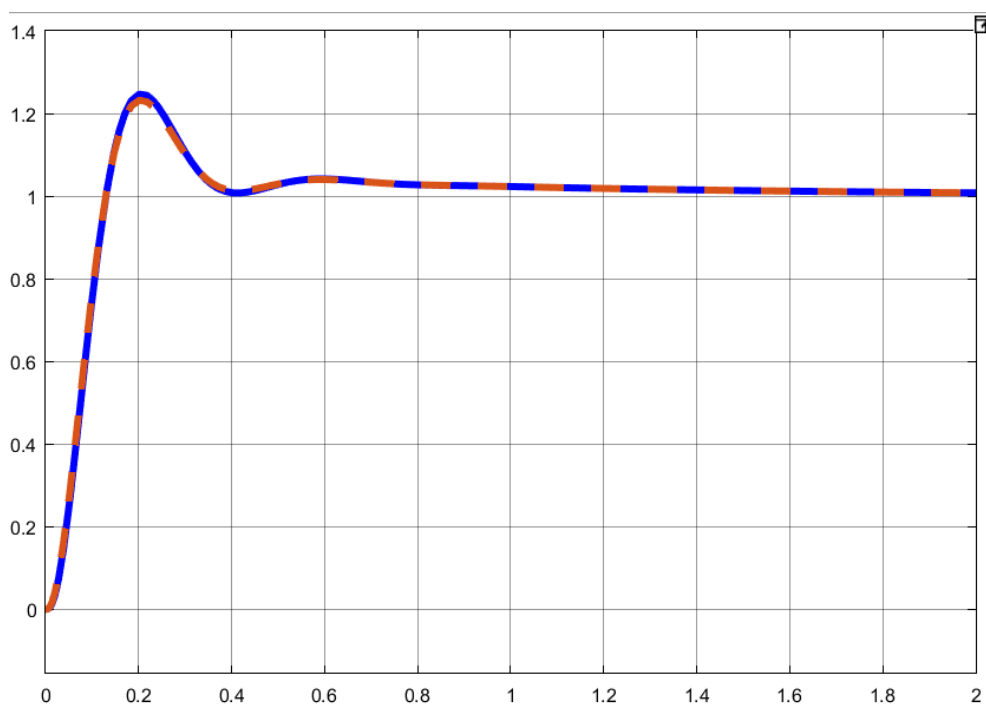
$$H(s) = \frac{0.29s}{(s+1)}$$

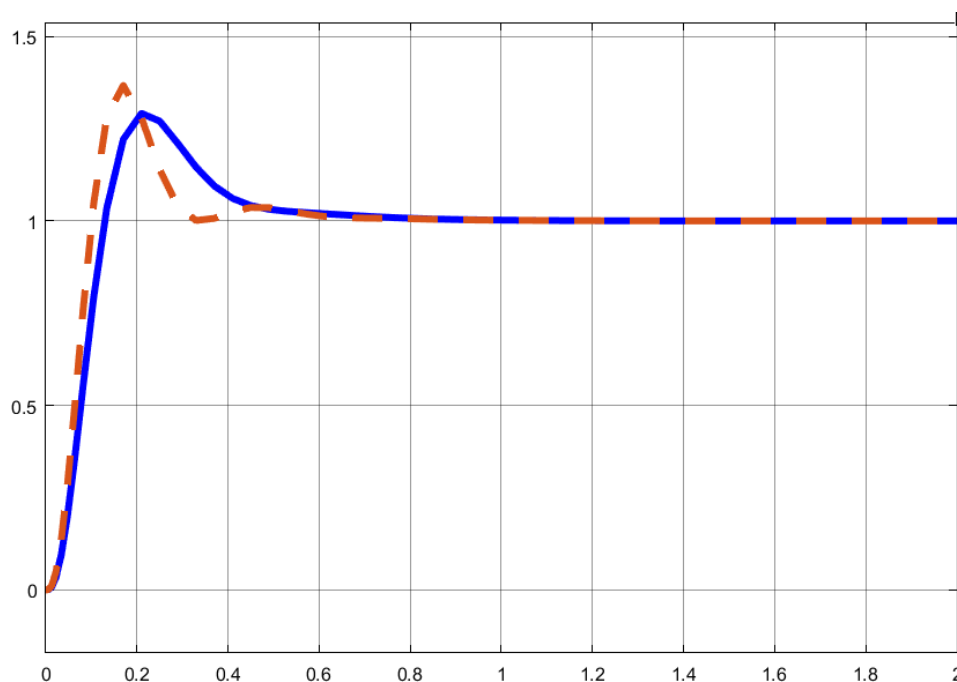
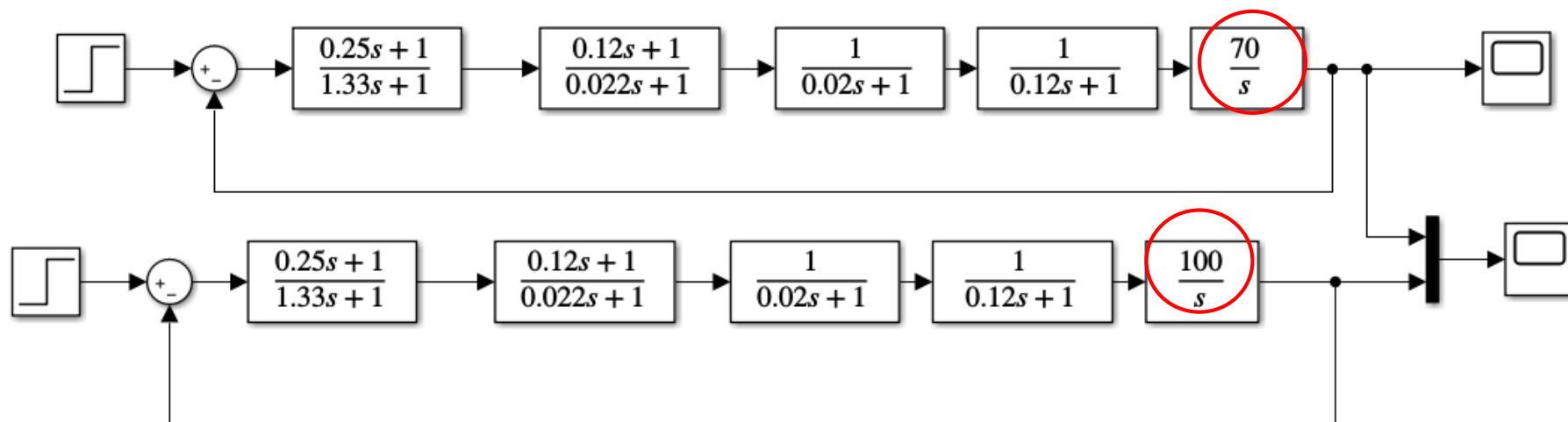




当参数有1.5倍变化时
，响应性能基本不变。

反馈校正的优点：对参
数不敏感





例 6 设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.12s+1)(0.02s+1)}$$

试用串联期望特性法设计串联校正装置，使系统满足：

$$K_v \geq 70s^{-1}, \quad t_s \leq 1s, \quad \sigma_p \leq 40\%$$

当参数有1.428倍变化
时，超调量增加。

串联校正对参数很敏感

小结

□ 校正的方式及各自的特点：

串联、反馈、前馈

□ 校正的常用装置：

超前网络、滞后网络、滞后超前网络

□ 串联超前的设计原理、特点、步骤

□ 串联滞后的设计原理、特点、步骤

□ 期望频率特性的绘制(不考)

□ 基于期望频率特性的串联校正设计

□ 基于期望频率特性的反馈校正设计(不考)

作业

P192 6-1 6-2

P192 6-9 6-11

P192 6-10

P193 6-18

P194 6-20