2020 年-2021 学年度第一学期
华中科技大学本科生课程考试试卷(A 卷)

课程名称：运筹学（一）　　课程类别　☐公共课 ■专业课　　考试形式　☐开卷 ■闭卷

所在院系：人工智能与自动化学院　专业及班级：物流 2019　考试日期：2020.12.5

学　　号：＿＿＿＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿＿＿＿任课教师：张钧

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、（25 分）试求解如下线性规划问题：

$$\max z = 3x_1 - x_2 + x_3$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1 \\ 2x_1 \qquad + x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

解答：

（1）　标准化

$$\max z = 3x_1 - x_2 + x_3$$

$$s.t.\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{1}{2}x_3 - x_4 \qquad = \frac{1}{2} \\ 2x_1 \qquad + x_3 \qquad + x_5 = 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

。。。（4 分）

（2） 构建初始单纯形表并用单纯形法求解

$c_j \to$			3	-1	1	0	0	**θ**
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
-1	x_2	1/2	1/2	1	1/2	-1	0	1
0	x_5	1	(2)	0	1	0	1	1/2
$c_j - z_j$			(7/2)	0	3/2	-1	0	
-1	x_2	1/4	0	1	1/4	-1	-1/4	
3	x_1	1/2	1	0	1/2	0	1/2	
$c_j - z_j$			0	0	-1/4	-1	-7/4	

初始单纯形表。。。（10 分）

调整。。。（8 分）

（3） 得最优解

由于最后一个单纯形表中所有的检验数均已非正，得到原问题最优解，x_1=1/2, x_2=1/4, x_3=0。最优值为 max Z = 5/4。

。。。（3 分）

大 M 方法解答

（1） 标准化

$$\max z = 3x_1 - x_2 + x_3$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_3 + x_5 = 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

。。。（2 分）

用大 M 方法化为

$$\max z = 3x_1 - x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5 - Mx_6$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \qquad + x_6 = 1 \\ 2x_1 \qquad + x_3 \qquad + x_5 = 1 \\ \qquad x_1, x_2, \ldots, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

。。。（1 分）

（2） 构建初始单纯形表并用单纯形法求解

$c_j \rightarrow$			3	-1	1	0	0	-M	θ
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
-M	x_6	1	1	(2)	1	-1	0	1	
0	x_5	1	2	0	1	0	1	0	
$c_j - z_j$			3+M	(-1+2M)	1+M	-M	0	0	
-1	x_2	1/2	1/2	1	1/2	-1/2	0	1/2	1
0	x_5	1	(2)	0	1	0	1	0	1/2
$c_j - z_j$			(7/2)	0	3/2	-1/2	0	1/2-M	
-1	x_2	1/4	0	1	1/4	-1/2	-1/4	1/2	1
3	x_1	1/2	1	0	1/2	0	1/2	0	1/2
$c_j - z_j$			0	0	-1/4	-1/2	-7/4	1/2-M	

初始单纯形表。。。（10 分）

调整。。。（9 分）

（3） 得最优解

由于最后一个单纯形表中所有的检验数均已非正，得到原问题最优解，x_1=1/2, x_2=1/4, x_3=0。最优值为 max Z = 5/4。

。。。（3 分）

得分	评卷人

二、(20 分)若题一中再添加x_1，x_2，x_3均为整数的约束，请用割平面法进行求解。

解答：

（1） 构建割平面

由题一中的最后一个单纯形表的第 2 行构建割平面。

$1/2 = x_1 + x_3/2 + x_5/2$

$1/2 - x_3/2 - x_5/2 \le 0$

$- x_3 - x_5 \le -1$

。。。（10 分）

（2） 用对偶单纯形法求解

将$- x_3 - x_5 \le -1$ 化为等式并添加到最后一个单纯表中。

$c_j \rightarrow$			3	-1	1	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
-1	x_2	1/4	0	1	1/4	-1	-1/4	0
3	x_1	1/2	1	0	1/2	0	1/2	0
0	x_6	(-1)	0	0	(-1)	0	-1	1
$c_j - z_j$			0	0	-1/4	-1	-7/4	0
θ					1/4	-	7/4	
-1	x_2	0	0	1	0	-1	-1/2	1/4
3	x_1	0	1	0	0	0	0	1/2
1	x_3	1	0	0	1	0	1	-1
$c_j - z_j$			0	0	0	-1	-3/2	-1/4

。。。（8 分）

所有变量取值均为整数，所有检验数均非正。得原整数规划最优解，x_1=0,x_2=0,x_3=1。最优值为 max Z = 1。

。。。（2 分）

得分	评卷人

三、（**20** 分）若问题：

$$\min z=-x_1+x_2$$

$$s.t.\begin{cases}-x_1+2x_2\ge 3\\ 2x_1 \qquad \le 1\\ -x_1+x_2\ge 1\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$$

的最优解为x_1=0.5，x_2=1.75。试进行如下分析：

（1）请利用互补松弛性求其对偶问题的最优解。

（2）假设问题描述了一个生产计划，问题的第 2 个约束为某设备的加工台时约束。若可以在市场上以每单位台时 2 个利润单位的价格出租该设备，则是否应该出租，为什么？

解答：

（1） 原问题标准化

$$\min z=-x_1+x_2$$

$$s.t.\begin{cases}-x_1+2x_2\ge 3\\ -2x_1 \qquad \ge -1\\ -x_1+x_2\ \ge 1\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$$

原问题的对偶问题为

$$\max \omega=3y_1-y_2+y_3$$

$$s.t.\begin{cases}-y_1-2y_2-y_3\le -1\\ 2y_1 \qquad +y_3\le 1\\ y_1,y_2,y_3\ge 0\end{cases}$$

。。。（5 分）

（2） 互补松弛性

由原问题的最优解x_1=0.5，x_2=1.75 以及对偶问题的互补松弛性知，对偶问题在最优解处，2 个约束均为等式约束。

将x_1=0.5，x_2=1.75 带入标准化后的原问题知，原问题在最优解处使得第 1 和第 2 个约束均为等式约束，第 3 个约束为不等式约束。因此，原问题在最优解处只有第 3 个松弛变量非零。由对偶问题的互补松弛性知，对偶问题的最优解的第 3 个变量为 0，也即y_3=0.

于是，有，

$$\begin{cases} -y_1-2y_2=-1 \\ 2y_1 \quad\quad =1 \\ y_3=0 \end{cases}$$

解得，对偶问题的最优解为$y_1=\dfrac{1}{2}, y_2=\dfrac{1}{4}, y_3=0$。对偶问题的最优值为 max ω = 5/4。

。。。（10 分）

（3） 影子价格

对偶问题的最优解中，$y_2=\dfrac{1}{4}$为原问题第 2 个约束所对应的影子价格。$y_2=\dfrac{1}{4}$ ＜2，因此，应该以 2 个利润单位的价格出租设备台时。

。。。（5 分）

得分	评卷人

四、（25 分）某公司的甲、乙两个产地，分别向 A、B、C 三个销地提供产品，请给出总运费最小的运输方案。其中，产量、销量及产地到销地的单位运价如下表所示：

销地 产地	A	B	C	产量
甲	6	4	5	7
乙	1	9	2	4
销量	2	5	4	

解答：

是产销平衡的运输问题。

。。。（3 分）

（1） 伏格尔法求出初始解

	(1) A	(3) B	C	行差	
	6	(4)	(5) (4)	1	
	(1)	9	(2) (2)	1	7
列差	(5)	(5)	(3)		

6	4 5	5 2	7
1 2	9	2 2	4
2	5	4	

得初始解：$\boldsymbol{x_{12}=5, x_{13}=2, x_{21}=2, x_{23}=2, x_{11}=0, x_{22}=0}$。

。。。（9 分）

（2） 用位势法求检验数

	6	4	5	ui
	(+2)	5	2	0
	1	9	2	−3
	2	(+8)	2	
vi	4	4	5	

。。。（10 分）

因所有检验数均已非负，因此由伏格尔法得到的初始解即为最优解。

最优解为：$\boldsymbol{x_{12}=5, x_{13}=2, x_{21}=2, x_{23}=2, x_{11}=0, x_{22}=0}$。最小运费为：5×4+2×5+2× 1+2× 2=36（运价单位）。

最优运输方案为，分别由甲地给 B，C 三个销地运送 5，2 个单位的产品；由乙地给销地 A, C 运送 2, 2 个单位的产品。 。。。（3 分）

得分	评卷人

五（10 分）. 某厂生产 A,B 两种产品。产品 A，B 的每件工时消耗分别为 4 小时和 5 小时。每天的总工时为 20 小时。每件产品 A，B 的利润分别为 70 元和 80 元。该厂经营目标如下：

$\mathbf{P_1}$：每天的利润不低于3000元；

$\mathbf{P_2}$：充分利用生产工时,但不加班。

试建立该厂经营的目标规划模型（只建模不求解）。

解答：

设$\boldsymbol{x_1}$，$\boldsymbol{x_2}$**分别为产品 A, B 的每天的产量，**$\boldsymbol{d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^-}$**分别为目标**$\mathbf{P_1}$和$\mathbf{P_2}$的正负偏差量。该问题的目标规划模型为，

$$\min P_1(d_1^-) + P_2\,(d_2^- + d_2^+)$$

$$\begin{cases} 70x_1 + 80x_2 + d_1^- - d_1^+ = 3000 \\ 4x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 20 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ \geq 0 \end{cases}$$

。。。（10 分）