**2018年-2019学年度第一学期**

**华中科技大学本科生课程考试试卷(A卷)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **课程名称： 运筹学（一）** | **课程类别** | **□公共课**  **■专业课** | **考试形式** | **□开卷**  **■闭卷** |
| **所在院系： 自动化学院 专业及班级： 考试日期： 2019.1.6** | | | | |
| **学 号： 姓名： 任课教师：** | | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | **一** | **二** | **三** | **四** | **五** | **六** | **总分** |
| **分数** |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** | **评卷人** |
|  |  |

**一、（20分）试求解如下线性规划问题。**

****

解：（4分）引入松弛变量*x4*，引入人工变量*x5*,*x6。*将约束条件化为标准形式；在最大化目标函数中人工变量的系数是-*M，M*是任意大的正数。化为标准型：

****

**建立初始单纯形表，计算检验数，（6分）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **cj** | | | **2** | **3** | **-5** | **0** | **-M** | **-M** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **-M** |  | **7** | **1** | **1** | **1** | **0** | **1** | **0** | **7/1** |
| **-M** |  | **10** | **[2]** | **-5** | **1** | **-1** | **0** | **1** | **10/2** |
|  | | | **2+3M** | **3-4M** | **-5+2M** | **-M** | **0** | **0** |  |

（3分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **cj** | | | **2** | **3** | **-5** | **0** | **-M** | **-M** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **-M** |  | **2** | **0** | **[7/2]** | **1/2** | **1/2** | **1** | **-1/2** |  |
| **2** |  | **5** | **1** | **-5/2** | **1/2** | **-1/2** | **0** | **1/2** | **-** |
|  | | | **0** |  |  | **0** |  |  |  |

（3分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **cj** | | | **2** | **3** | **-5** | **0** | **-M** | **-M** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  | **4/7** | **0** | **1** | **1/7** | **1/7** | **2/7** | **-1/7** |  |
| **2** |  | **45/7** | **1** | **0** | **6/7** | **-1/7** | **5/7** | **1/7** |  |
|  | | | **0** | **0** | **-50/7** | **-1/7** |  |  |  |

表中的基变量已不含人工变量，且检验数全为非正。 **即是最优解（2分），对应的（2分） 。**

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** | **评卷人** |
|  |  |

**二、（10分）表1中给出某一求极大化问题的单纯形表，表中无人工变量，为待定常数，试说明分别取何值时，以下结论成立：**

1. **表中解为唯一最优解；**
2. **表中解为无穷多最优解之一；**
3. **下一步迭代将以替换基变量;**
4. **该线性规划问题具有无界解；**

**表1**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |  |  |
|  |  | **4** |  | **1** | **0** | **0** |
|  | **2** | **-1** | **-5** | **0** | **1** | **0** |
|  | **3** |  | **-3** | **0** | **0** | **1** |
|  | |  |  | **0** | **0** | **0** |

答：

1. ；
2. 表中解为无穷多最优解之一: ；
3. 下一步迭代将以替换基变量:
4. 该线性规划问题具有无界解:；

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** | **评卷人** |
|  |  |

**三、（20分）已知如下线性规划问题，其对偶问题的最优解为*y*\*=（6/5，1/5，0）。试进行如下分析：**

****

**（一）请写出该线性规划问题的对偶问题；**

**（二）试利用互补松弛定理求原问题最优解。**

**（三）假设该问题描述了一个生产计划，（1a）（1b）分别为原料I和II的供应约束。现有人提议以每单位1元的价格在市场上采购原料I和II，是否合算，为什么？**

**解：（一） 对偶问题为：**

****

**（二） 由于*y*1\*=6/5, *y*2\*=1/5, *y*3\*=0，可以验证，（2a）（2b）是松约束，（2c）（2d）是紧约束，由互补松弛性可知，*x1*\*= *x2*\*=0。*y*1\*>0，*y*2\*>0，可知（1a）（1b）是紧约束，*y*3\*=0，（1c）是松约束。由此可得如下方程组：**



**解得*x*3\*=*x*4\*=4。将*x*\*代入原问题三个约束中，可验证(1c)是松约束。**

**故原最优解为：, z\*=*w*\*=28。**

**（三）*y*1\*和*y*2\*分别是原料I和II的影子价格。由上可知原料I的影子价格是6/5元，以1元采购合算；原料II的影子价格是1/5元，以1元采购不合算。**

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** | **评卷人** |
|  |  |

**四、（20分）某公司下属有3个工厂甲、乙、丙，分别向4个销售地A、B、C、D提供产品，产量、需求量及工厂到销售地的运价如下表2：**

**表2**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 产量 |
| 甲 | 16 | 14 | 18 | 7 | 27 |
| 乙 | 10 | 8 | 12 | 11 | 24 |
| 丙 | 11 | 14 | 15 | 9 | 36 |
| 销地 | 30 | 15 | 21 | 21 |  |

**（1）求出费用最小的最佳运输方案和最小运费；**

**（2）写出上述问题的数学模型；**

**（3）若所有运价都翻一倍，最优解是否改变？若所有运价都加上10，最优运输方案是否改变？（不必重新求解）**

解：（1）此问题为产销平衡问题，用伏格尔法进行求解：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 行差额 |
| 甲 | 16 | 14 | 18 | 7 | 7 |
| 乙 | 10 | 8 | 12 | 11 | 2 |
| 丙 | 11 | 14 | 15 | 9 | 2 |
| 列差额 | 1 | 6 | 3 | 2 |  |

第一步：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 产量 |
| 甲 |  |  |  | 21 | 27 |
| 乙 |  |  |  |  | 24 |
| 丙 |  |  |  |  | 36 |
| 销地 | 30 | 15 | 21 | 21 |  |

调整差额表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 行差额 |
| 甲 | 16 | 14 | 18 | 7 | 2 |
| 乙 | 10 | 8 | 12 | 11 | 2 |
| 丙 | 11 | 14 | 15 | 9 | 3 |
| 列差额 | 1 | 6 | 3 |  |  |

第二步：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 产量 |
| 甲 |  |  |  | 21 | 27 |
| 乙 |  | 15 |  |  | 24 |
| 丙 |  |  |  |  | 36 |
| 销地 | 30 | 15 | 21 | 21 |  |

调整差额表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 行差额 |
| 甲 | 16 | 14 | 18 | 7 | 2 |
| 乙 | 10 | 8 | 12 | 11 | 2 |
| 丙 | 11 | 14 | 15 | 9 | 4 |
| 列差额 | 1 |  | 3 |  |  |

第三步：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 产量 |
| 甲 |  |  |  | 21 | 27 |
| 乙 |  | 15 |  |  | 24 |
| 丙 | 30 |  |  |  | 36 |
| 销地 | 30 | 15 | 21 | 21 |  |

调整差额表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 行差额 |
| 甲 | 16 | 14 | 18 | 7 |  |
| 乙 | 10 | 8 | 12 | 11 |  |
| 丙 | 11 | 14 | 15 | 9 |  |
| 列差额 |  |  | 3 |  |  |

第四步：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D | 产量 |
| 甲 |  |  | 6 | 21 | 27 |
| 乙 |  | 15 | 9 |  | 24 |
| 丙 | 30 |  | 6 |  | 36 |
| 销地 | 30 | 15 | 21 | 21 |  |

位势法求解检验数：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D |  |
| 甲 |  |  | 18 | 7 |  |
| 乙 |  | 8 | 12 |  |  |
| 丙 | 11 |  | 15 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

检验数表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销地  产地 | A | B | C | D |  |
| 甲 | 2 | 0 |  |  | 0 |
| 乙 | 2 |  |  | 10 | -6 |
| 丙 |  | 3 |  | 5 | -3 |
|  | 14 | 14 | 18 | 7 |  |

非基变量检验数全部大于等于0，因此最优解如上表所示。

最小运费：。

（2） 设为从产地i运到销地j的运量，则：

(3)所有运价都翻一倍，不会改变检验数的正负性，故最优运输方案不改变；

所有运价都加10，不会改变检验数，故最优运输方案不改变。

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** | **评卷人** |
|  |  |

**五（15分）．**某彩色电视机组装工厂，生产A,B,C三种规格电视机。装配工作在同一生产线上完成，三种产品装配时的工时消耗分别为6,8和10h。生产线每月正常工作时间为200h；三种规格电视机销售后，每台可获利分别为500元、650元和800元。每月销量预计为12台、10台、6台。该厂经营目标如下：

P1:利润指标定为每月不低于元；

P2：充分利用生产能力；

P3：加班时间不超过24h；

P4：产量以预计销量为标准，即：产量既不低于也不超过预计销量。

为确定生产计划，试建立该问题的目标规划模型。（只建模不求解）

解：设A,B,C三种规格电视机各生产台，则目标规划模型为：

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** | **评卷人** |
|  |  |

**六、（15分）**有甲乙丙丁4个工人，要分别指派他们完成ABCD 不同的4项工作。每人只能完成1项工作，每项工作只能由1个工人完成。每人做各项工作所消耗的时间（小时）如表3所示。应如何指派工作，才能使总的消耗时间最少？

表3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **工作**  **工人** | **A** | **B** | **C** | **D** |
| **甲** | **4** | **10** | **6** | **7** |
| **乙** | **12** | **7** | **6** | **3** |
| **丙** | **3** | **5** | **4** | **4** |
| **丁** | **4** | **6** | **6** | **3** |

解：

设0-1型决策变量为，其中，=1表示指派第i个工人完成第j项工作，=0表示不指派第i个工人完成第j项工作，i,j=1,2,3,4。第1，2，3，4个工人分别代表甲乙丙丁。第1,2,3,4项工作分别代表ABCD四项工作。记表示第i个工人完成第j项工作所消耗的时间,i,j=1,2,3,4。则指派问题的数学模型为：

采用匈牙利法求解，步骤如下所示。

1. 将矩阵

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 4 | 10 | 6 | 7 |
| 12 | 7 | 6 | 3 |
| 3 | 5 | 4 | 4 |
| 4 | 6 | 6 | 3 |

的每行元素都减去该行的最小值，得到

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | 6 | 2 | 3 |
| 9 | 4 | 3 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 3 | 3 | 0 |

1. 将（1）中的结果矩阵的每列都减去该列的最小值，得到

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | 4 | 1 | 3 |
| 9 | 2 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 0 |

1. 在（2）中的结果矩阵的各行各列中寻找独立0元，并记以⓪。⓪所在行和列的其他0元素记为。得到

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 3 |
| 9 | 2 | 2 | ⓪ |
|  |  | ⓪ | 1 |
| 1 | 1 | 2 |  |

1. 独立0元的个数为3<4，还未找到最优解，需要增加0元。将（3）中的结果矩阵中无⓪的行，标记。得到

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 3 |  |
| 9 | 2 | 2 | ⓪ |  |
|  |  | ⓪ | 1 |  |
| 1 | 1 | 2 |  |  |

1. 在（4）中的结果矩阵中标记的行中0元所在的列，标记为。得到

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 3 |  |
| 9 | 2 | 2 | ⓪ |  |
|  |  | ⓪ | 1 |  |
| 1 | 1 | 2 |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. 在（5）的结果矩阵中，标记的列中⓪元所在的行，标记为。得到

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 3 |  |
| 9 | 2 | 2 | ⓪ |  |
|  |  | ⓪ | 1 |  |
| 1 | 1 | 2 |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. 标记为的行中所有0元所在列都已被标记为。在（6）中的结果矩阵中，将无的行，以及标记为的列划线（标黄），得到

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 3 |  |
| 9 | 2 | 2 | ⓪ |  |
|  |  | ⓪ | 1 |  |
| 1 | 1 | 2 |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. 选取（7）中的结果矩阵中未被划线（标黄）覆盖的元素中的最小元素，也就是1。将标记的行的所有元素都减去最小元素，再将标记为的列的所有元素都加上最小元素。得到

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 4 |  |
| 8 | 1 | 1 | ⓪ |  |
|  |  | ⓪ | 2 |  |
| 0 | 0 | 1 |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. 重复（3）的处理。在（8）的结果矩阵中重新寻找独立0元。得到

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ⓪ | 4 | 1 | 4 |
| 8 | 1 | 1 | ⓪ |
|  |  | ⓪ | 2 |
|  | ⓪ | 1 |  |

1. 独立0元的个数为4个，因此，找到最优解。

最优解为：其余都为0。最优值Z==17.

因此，应指派甲完成工作A，乙完成工作D，丙完成工作C，丁完成工作B。此时总耗时最少，为Z=17（小时）。