

假设检验问题

p.63

- | | |
|----------------|------------------|
| ■ 特征比较 | |
| 两总体或多总体大小比较 | 2.2 - 2.5 |
| 两总体或多总体离散程度比较 | <u>3.1 - 3.2</u> |
| 两总体分布特征比较 | 3.4 |
| 总体分布是否服从特定理论分布 | 3.3 - 3.4 |
| ■ 影响因素 | |
| 方差分析及补充分析 | 4.1 - 4.4 |
| ■ 变量关系 | |
| 相关分析 | 5.1 - 5.2 |
| 回归分析 | 5.3 - 5.4 |

总体离散表征 复习

p.39-41

- 离散特征
 - 个体距分布中心的远近
 - 正态分布总体的离散特征
- | | |
|------|-------------------------------|
| 离差 | $\sum x_i - \bar{x} $ |
| 平方和 | $SS = \sum (x_i - \bar{x})^2$ |
| 方差 | $s^2 = SS/(n-1)$ |
| 标准差 | $s = (s^2)^{0.5}$ |
| 变异系数 | $V = 100 \ s/\bar{x}$ |

离散比较检验方法选择

p.156

- 目的
确认关注的是离散特征
- 总体个数
一个, 两个或多个 如两个或多个湖泊湖水硬度的变异程度是否有差异
- 总体分布特征与参数选择
参数方法 – 正态分布 如方差比较, 变异系数比较
非参数方法 – 非正态分布 如 Siegel-Tukey 检验
- 对立假设范畴
能否排除一半可能 单侧或双侧检验

总体离散特征比较方法

p.154

- 离散比较的假设检验
 - 与大小比较类似 包括参数与非参数方法, 涉及一个、两个或多个总体
 - 与大小比较不同 用途较少, 方法较少, 无对应关系

总体 参数方法		非参数方法举例	
一个	比较方差的卡方检验	3.1.1	
二个	比较方差的 F-检验	3.1.2	Siegel-Tukey 检验 3.1.4
	比较变异系数的 t-检验	3.1.3	
多个	比较方差的 对数方差分析	3.2.1	
	比较方差的 Bartlett 检验	3.2.2	
	比较方差的 Fmax 检验	3.2.3	
	比较方差的 Cochran 检验	3.2.4	

假设检验 复习

p.64-65

- 基本思路
 - 建立: 总体没有显著差别的原假设
 - 计算: 相伴概率 p , 即原假设成立条件下得到实际观察结果及更极端结果的概率
 - 更极端结果: 比实际观测结果更偏离原假设
 - 判断: 相伴概率大小则拒绝原假设, 否则接受原假设

3.1

- 3.1.1 比较一个总体方差和特定值的卡方检验
- 3.1.2 比较两个总体方差的 F-检验
- 3.1.3 比较两个总体变异系数的 t-检验

一个或两个总体离散程度比较的参数检验

p.157-164

- 检验方法 – 类似大小比较
 - 总体方差与已知值比较 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ χ^2 检验
 - 两总体方差比较 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ F 检验
 - 两总体变异系数比较 $H_0: V_{R1} = V_{R2}$ $H_1: V_{R1} \neq V_{R2}$ t 检验
- 具体方法与大小比较类似 略

总体	参数方法	非参数方法举例
一个	比较方差的卡方检验 3.1.1	
二个	比较方差的 F-检验 3.1.2	Siegel-Tukey 检验 3.1.4
	比较变异系数的 t-检验 3.1.3	
多个	比较方差的 对数方差分析 3.2.1	
	比较方差的 Bartlett 检验 3.2.2	
	比较方差的 Fmax 检验 3.2.3	
	比较方差的 Cochran 检验 3.2.4	

3.1.4

3.1.4 比较两个总体离散程度的 Siegel-Tukey 检验

Siegel-Tukey 检验

p.165-168

- 两总体离散程度比较的非参数方法
 - 数据 非参数方法, 基于秩数据
 - 假设 H_0 两总体离散程度无显著差异
 H_1 两总体离散程度有显著差异, 或一个比另一个大 (单侧)
 - 检验 计算检验统计量 U, 该统计量及检验方法与 Mann-Whitney U 检验相同

总体	参数方法	非参数方法举例
一个	比较方差的卡方检验 3.1.1	
二个	比较方差的 F-检验 3.1.2	Siegel-Tukey 检验 3.1.4
	比较变异系数的 t-检验 3.1.3	
多个	比较方差的 对数方差分析 3.2.1	
	比较方差的 Bartlett 检验 3.2.2	
	比较方差的 Fmax 检验 3.2.3	
	比较方差的 Cochran 检验 3.2.4	

Mann-Whitney U 检验 复习

p.102-104

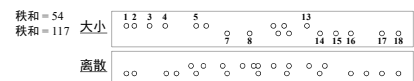
- 方法
 - 用途: 两个非对应非正态分布总体大小比较
 - 适用: 大样本量数据 样本量增加, 功效效率趋向 95%
- 思路
 - 两样本一起求秩, 若两总体大小无显著差别, 秩在两样本中随机出现
 - 计算任一样本的秩和 一个大则另一个小
 - 若原假设成立, 秩和不应太大或太小 原假设成立条件下的小概率事件

极端, 小概率 ↑ 秩和 = 1+2+...+26 = 351
 秩和 = 1+2+3+5+8+...+53 = 693
 极端, 小概率 ↓ 秩和 = 31+32+...+56 = 1130

Siegel-Tukey 检验思路


p.165-166

- 与 Mann-Whitney U 检验比较
 - 都是非参数方法 关注排序, 使用秩数据
 - Mann-Whitney U 检验 数据按照大小次序排序求秩
 - Siegel-Tukey 检验 数据按照离散次序排序求秩
 - 不同的求秩方法 相同的检验统计量与检验方法



[illegible]

Siegel-Tukey 检验方法	p.165-166
■ 与 Mann-Whitney U 检验比较	
都是非参数方法	关注排序, 使用秩数据
Mann-Whitney U 检验	数据按照大小次序排序求秩
Siegel-Tukey 检验	数据按照离散次序排序求秩
不同的求秩方法	相同的检验统计量与检验方法
■ 检验与判断	
两方法相同	基于秩和计算检验统计量 U , 据此计算 p

	<p>应用数理统计方法 2024.7</p>
	<p>第三章 比较总体离散与分布特征的假设检验</p> <p>3.1 一个或两个总体离散程度比较</p> <p>3.2 多总体方差比较 应用举例</p> <p>3.3 非正态分布的拟合度检验</p> <p>3.4 正态检验 应用举例</p>

3.2

- 3.2.1 对数方差分析
- 3.2.2 Bartlett 检验
- 3.2.3 Fmax 检验
- 3.2.4 Cochran 检验

多总体方差检验		p.170-179
■ 主要方法		
对数方差分析	相对严格, 需要样本量较大	
Bartlett 检验	对偏态也敏感, 缺乏专性	
F _{max} 和 Cochran 检验	快速简便, 但不严格	

对数方差分析

p.171-173

- 思路

将每个样本拆分为几个样本量接近的子样本 获得每个样本方差的重复数据
重复数据提供了方差的随机波动信息 从而可以利用方差分析检验

- 方法

拆分子样本个数约为样本量开方


原始数据 $x_{ij}, i=1..a, j=1..n_i$

拆分数据 $x_{ijk}, i=1..a, j=1..m_i, k=1..n_{ij}$

计算子样本方差及其对数 $\ln s^2_{ijk}, i=1..a, j=1..m_i$

对取对数的方差做方差分析—多总体大小比较 参见 4.2 单因子方差分析

H_0 样本来自方差相同的总体, H_1 样本来自方差不同的总体



应用数理统计方法
2024.7

第三章 比较总体离散与分布特征的假设检验

3.1 一个或两个总体离散程度比较

3.2 多总体方差比较

应用举例

3.3 非正态分布的拟合度检验

3.4 正态检验

应用举例

应用实例 蝗虫的存活时间

Willis and Lewis, J. Econ. Entomol., 1957

问题与方法

问题: 不喂食条件下雌雄蝗虫生存时间变异 (波动) 是否有差别 重复数据

方法: 观察到的雌性与雌性蝗虫的生存时间分别为 8.5 ± 3.6 天和 4.8 ± 0.9 天

方法: 比较两个总体方差的 F-检验


结果与讨论

假设: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

计算: $F = 3.6/0.9 = 4.0, p > 0.05$

结论: 没有显著差异

讨论: 拒绝原假设, 表述为“未发现显著差异”



应用实例 气象参数插值效果评估

Liu and Zuo, Climate Change, 2012

问题与方法

问题: 构建气象参数作高分辨空间插值模型, 对模型进行评估

方法: 获得四地区插值数据, 比较插值与观测数据的差异 大小与变异

统计: 观测值与计算值大小比较的 Kruskal-Wallis 检验

观测值与计算值变异比较的 Siegel-Tukey 检验

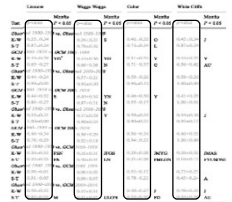
结果与讨论

假设: 模拟与观测数据大小/变异无显著差异

计算: p 值均远高于 0.05

结论: 大小/变异均无显著差异, 插值结果好

讨论: 错误率 β 需更深入的不确定性分析



应用实例 采样代表性评估

Chen et al., Sci. Total. Environ., 2019

问题与方法

问题: 用三种示踪剂研究污染物在地下水中的渗透速率

方法: 比较样地内 (多样本) 与样地间 (多样地) 观测结果是否一致 大小与变异

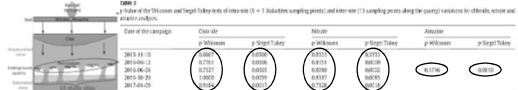
统计: Wilcoxon 检验比较大小, Siegel-Tukey 检验比较离散 非正态分布数据

结果讨论

假设: H_0 样地间与样地内大小及变异无显著差别, H_1 有显著差别

结果: 大小不显著, 离散显著

结论: 样地间变异显著, 需多样地数据反映全局, 样本量可估算 参见1.2



应用数理统计方法
2024.7

第三章 比较总体离散与分布特征的假设检验

3.1 一个或两个总体离散程度比较

3.2 多总体方差比较

应用举例

3.3 非正态分布的拟合度检验

3.4 正态检验

应用举例

假设检验问题

$p.63$

特征比较

两总体或多总体大小比较

2.2 – 2.5

两总体或多总体离散程度比较

3.1 – 3.2

两总体分布特征比较

3.4

总体分布是否服从特定理论分布

3.3 – 3.4

影响因素

方差分析及补充分析

4.1 – 4.4

变量关系

相关分析

5.1 – 5.2

回归分析

5.3 – 5.4

随机变量的分布特征 复习

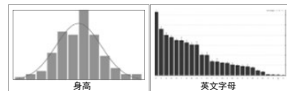
p.20

■ 总体分布特征

单一个体: 取值有特定的出现概率 如黑白球, PM_{2.5}浓度
分布特征: 全部个体在可能取值范围内出现概率的分布

■ 样本分布特征

代表性样本表现出与总体类似的分布特征 不了解总体分布
通过对样本分布特征的描述判断总体分布特征
例 人群身高分布, 文献中英文字母分布, 鱼重量分布, 鱼种类分布



不同属性变量的分布 复习

p.31

■ 变量属性—按观测水平分类

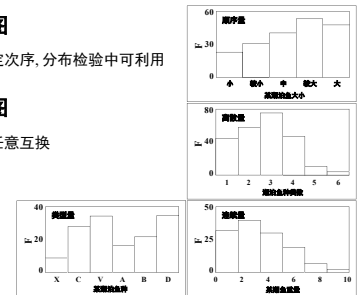
定量变量 连续量, 离散量, 顺序量 定性变量 类型量

■ 定量变量的频数分布图

包含次序信息 横坐标有固定次序, 分布检验中可利用

■ 定性变量的频数分布图

无次序关系 不同类型可任意互换



累积分布 复习

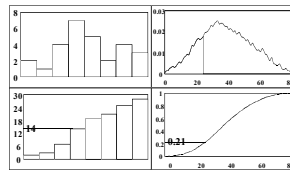
p.32-35

■ 累积频率/频数分布

频数/频率的累积分布 特定取值范围内频数/频率的累加
概率密度函数的累积分布 特定取值范围内密度函数的积分

■ 应用

与一般频数/频率分布图信息量一样, 表达方式不同
表现特定范围内的累积效应



分布检验问题

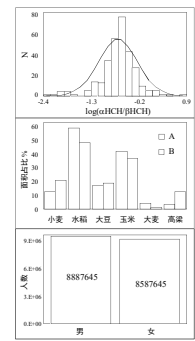
p.155

■ 分布检验问题

两个经验分布比较
一个经验分布与一个理论分布比较 如正态检验

■ 典型分布检验问题举例

观察数据是否服从正态分布? 或对数正态分布?
某百分数据作角变换后是否服从正态分布?
两地的主要作物种类分布是否相似?
某地区婴儿男女比是否为1?



分布检验方法

p.155

■ 一般分布检验

拟合度检验: 在整个分布范围内比较频数/频率 经验-经验, 经验-理论

■ 正态分布检验

比较经验分布与正态分布 专门方法, 一般拟合度检验不适用 参见3.3正态检验
用专门的拟合度检验和其它方法

参数检验的前提

分布类型	参数方法	其它方法
正态分布	偏度-峰态检验	3.3.1
	作图法, Rankits作图法	3.3.4
	Lilliefors 检验	3.3.3
	Shapiro-Wilk 检验	3.3.2
	经验法则, David 快速检验	3.3.4
一般分布	D'Agostino 检验	3.3.4
	Kolmogorov 单侧检验	3.4.1
	卡方检验, G-检验	3.4.2-3
	二项检验	3.4.4

一般分布检验方法

p.196-198

■ 拟合度检验

考察两样本分布在不同取值范围内频率的吻合程度 定量或定性变量

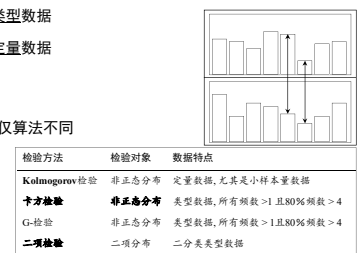
■ 推荐方法

卡方检验 类型数据
Kolmogorov 拟合度检验 定量数据

■ 其他方法

G 检验 与卡方检验等价, 仅算法不同

二项检验 二分类类型数据



检验方法	检验对象	数据特点
Kolmogorov 检验	非正态分布	定量数据, 尤其是小样本量数据
卡方检验	非正态分布	类型数据, 所有频数 > 1 且 80% 频数 > 4
G-检验	非正态分布	类型数据, 所有频数 > 1 且 80% 频数 > 4
二项检验	二项分布	二分类类型数据

3.4.2

3.4.2 拟合度卡方检验

3.4.1 Kolmogorov 拟合度检验

拟合度卡方检验思路

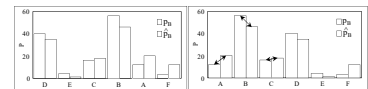
p.202

方法

比较两个类型变量总体的分布差异 两经验分布, 或一经验分布与一理论分布
不应用于连续变量分类变换后数据 损失了顺序信息

思路

若分布无显著差异的原假设成立, 频数大小差别不应太大 差别大, 概率小
比较所有类别频数大小, 计算原假设成立条件下的相伴概率 平方强调远点
 $X^2 = \sum[(p_i - \hat{p}_i)^2 / \hat{p}_i]$ 相对差之和服从卡方分布
相伴概率太低则拒绝原假设



拟合度卡方检验方法

p.202

数据要求

所有频数 > 0, 80% 以上组频数 ≥ 5 不符合要求时, 合并邻组使符合要求

假设

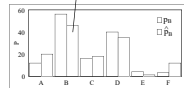
H₀: 两总体频数分布无显著差异 两经验分布, 或经验分布与理论分布
H₁: 两总体频数分布有显著差异 无单双侧之分

计算与判断

计算相伴概率或检验统计量 $X^2 = \sum[(p_i - \hat{p}_i)^2 / \hat{p}_i]$

直接判断 $p < \alpha$

间接判断 $X^2 > \chi^2_{\alpha[k-1]}$



3.4.1

3.4.2 拟合度卡方检验

3.4.1 Kolmogorov 拟合度检验

Kolmogorov 检验

p.198

用途

比较两个定量变量总体的分布差异 两个经验分布, 或经验分布与理论分布

与卡方检验比较

卡方检验 类型变量 不能利用顺序信息

Kolmogorov 定量变量 利用顺序信息

检验方法	检验对象	数据特点
Kolmogorov 检验	非正态分布	定量数据, 尤其是小样本量数据
卡方检验	非正态分布	类型数据, 所有频数 > 1 且 80% 频数 > 4
G-检验	非正态分布	类型数据, 所有频数 > 1 且 80% 频数 > 4
二项检验	二项分布	二分类类型数据

Kolmogorov 检验思路

p.198

分布差异的具体表现

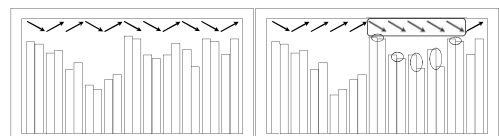
对应频率差异大小 不显著时不应太大, 卡方检验与 Kolmogorov 考察对象

对应频率差异方向 不显著时应随机出现, Kolmogorov 检验考察对象

Kolmogorov 检验思路

卡方检验仅考察频率差异 差异平方和

Kolmogorov 检验兼顾差异大小和方向 最大累积差, 连续出现同方向差异累加



利用累积分布

p.198

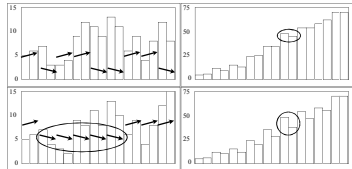
原始分布比较

卡方检验: 逐对差异相加, 与数据对次序无关 适用于类型变量

累积分布比较

Kolmogorov 检验, 利用累积分布, 包含次序信息 适用于定量变量

关注最极端情况, 即最大累积差异 凸显连续出现同方向差别的累积效应



每个个体自成一组的累积分布

p.199

等距分组统计

对连续数据分组统计, 构建频率/频数分布 一般分布与累积分布

一般用等组距方式

分组合并会损失细节信息

不等组距分组统计

每个个体自成一组, 精细刻画累计分布 充分利用连续出现的同方向差异信息

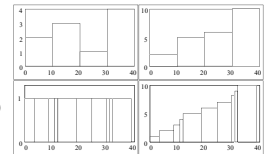
例 3, 9, 11, 12, 19, 25, 31, 32, 33, 39 n = 10

等距 1-10, 11-20, 21-30, 31-40

频数 2, 3, 1, 4 累积频数 2, 5, 6, 10

不等距 10 组, 组距不同, 频数为 1

频数 1, 1, ..., 1 累积频数 1, 2, ..., 10



Kolmogorov拟合度检验方法

p.199

数据

获取频率数据

将频数数据转换为频率数据

获得单一个体分组的累积频率分布 充分利用数据信息

假设

H_0 两总体分布没有显著差异, H_1 两总体分布有显著差异

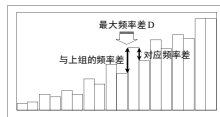
计算与检验

计算累积频率差, 确定最大累积频率差 对应组及与上一组

计算相伴概率或检验统计量 D

直接判断 $p < \alpha$

间接判断 $D > D_{\alpha}[n]$



应用数理统计方法

2024.7

第三章 比较总体离散与分布特征的假设检验

3.1 一个或两个总体离散程度比较

3.2 多总体方差比较

应用举例

3.3 非正态分布的拟合度检验

3.4 正态检验

应用举例

正态分布 复习

p.33

正态分布 – 高斯分布

数理统计中最重要的连续变量理论分布

由均值 分布中心 和标准差 分布形状 两个参数定义

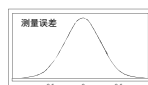
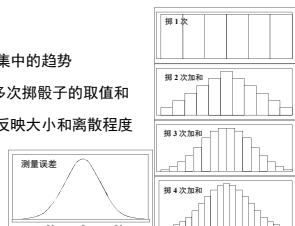
标准正态分布 均值为 0, 标准差为 1 的正态分布 参见 1.3.3 数据变换

特点与重要性

集中性与对称性 对称地向分布中心集中的趋势

任意分布的均值趋向正态分布 如 多次掷骰子的取值和

参数方法的基础 均值和标准差分别反映大小和离散程度



正态分布检验

p.182

正态检验

特殊的分布检验 比较观测分布与理论正态分布是否有显著差异

使用专门方法 卡方检验不能利用顺序信息

Kolmogorov 检验则缺少构建待比较分布的总体参数

分布类型	参数方法	非参数方法
正态分布	偏度-峰态检验	3.3.1 作图法, Rankits作图法
		Lilliefors 检验
		Shapiro-Wilk 检验
		经验法则, David 快速检验
		D'Agostino 检验
非正态分布		Kolmogorov 单侧检验
		卡方检验, G-检验
		二项检验

正态检验的应用

p.183

- 目的
判断是否可以用参数方法进行后续分析 如用算术均值还是中位数表征大小
- 局限性
原假设: 与正态分布有显著差异
拒绝原假设 与正态分布有显著差异,应当用非参数方法 判断可靠
接受原假设 不确定是否与正态分布有显著差异,用参数方法 判断不可靠
仍然会用参数方法 基于对可能偏离的估计

正态检验方法

p.183

- 推荐方法
偏度峰态检验 判断对正态分布的偏离,不是拟合度检验
Shapiro-Wilk 检验 小样本非参数方法
拟合度 Lilliefors 检验 Kolmogorov检验的改进
- 其他方法
简便,不严格

检验方法	方法类型	特点
偏度-峰度检验	参数方法	仅对偏度、峰态的偏离敏感
Shapiro-Wilk 检验	非参数方法	小样本数据
Lilliefors 检验	非参数方法	Kolmogorov 方法改进
作图法	非参数方法	直观、无概率意义
经验方法等	非参数方法	简便、无概率意义

3.3.1

3.3.1 正态分布的偏度-峰度检验

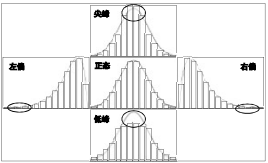
3.3.2 正态分布的 Shapiro-Wilk 检验

3.3.3 正态分布的 Lilliefors 检验

偏度系数和峰态系数 复习

p.26-27

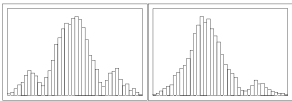
- 表征对正态分布偏离的参数
- 偏度系数
描述两侧偏斜或拖尾 $g_1 = 1/ns^3 \sum (x_i - \bar{x})^3$, 正态 = 0, 左偏 < 0, 右偏 > 0
- 峰态系数
描述中部集中趋势 $g_2 = 1/ns^4 \sum (x_i - \bar{x})^4 - 3$, 正态 = 0, 低峰 < 0, 尖峰 > 0
- 关于检验
“=” 表示无显著差异 或 不显著
检验 参见 3.3 正态分布检验



偏度-峰态检验

p.184

- 思路
检验总体对正态分布的偏离 是否偏斜, 是否尖峰或低峰
方法的局限性 如不能用于多峰分布检验
- 假设
 $H_0: \gamma_i = 0, H_1: \gamma_i \neq 0$ ($\gamma_i < 0, \gamma_i > 0$) $i = 1, 2$, 有单双侧之分
- 计算与判断
计算相伴概率 p 或检验统计量 t_1, t_2
直接判断 $p < \alpha$
间接判断 $t_i > t_{\alpha[n-1]}, t_{2\alpha[n-1]}$



3.3.2

3.3.1 正态分布的偏度-峰度检验

3.3.2 正态分布的 Shapiro-Wilk 检验

3.3.3 正态分布的 Lilliefors 检验

Shapiro-Wilk 检验

p.187-188

- 方法
适用于小样本量数据, 无单双侧之分
需要专门用表 检验系数表, 检验临界值表 参见p.408
- 计算与检验
 H_0 样本来自正态分布总体, H_1 非正态分布总体
查取检验系数 $C_{\alpha[n]}$, 计算相伴概率 p 或检验统计量 W
直接判断 $p < \alpha$
间接判断 $W < W_{\alpha[n]}$

表 4.22 Shapiro-Wilk 检验系数表

n	0.05	0.01	0.001
2	0.9400	0.9250	0.9091
3	0.9594	0.9400	0.9154
4	0.9707	0.9559	0.9216
5	0.9767	0.9676	0.9277
6	0.9801	0.9750	0.9338
7	0.9823	0.9794	0.9398
8	0.9838	0.9823	0.9458
9	0.9848	0.9843	0.9518
10	0.9854	0.9859	0.9578
11	0.9859	0.9871	0.9638
12	0.9863	0.9881	0.9698
13	0.9867	0.9890	0.9758
14	0.9870	0.9898	0.9818
15	0.9873	0.9905	0.9878
16	0.9875	0.9912	0.9938
17	0.9877	0.9918	0.9998
18	0.9879	0.9924	
19	0.9881	0.9929	
20	0.9882	0.9934	

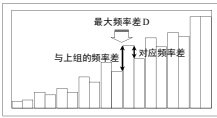
3.3.3

- 3.3.1 正态分布的偏度-峰度检验
- 3.3.2 正态分布的 Shapiro-Wilk 检验
- 3.3.3 正态分布的 Lilliefors 检验

Lilliefors 检验

p.189

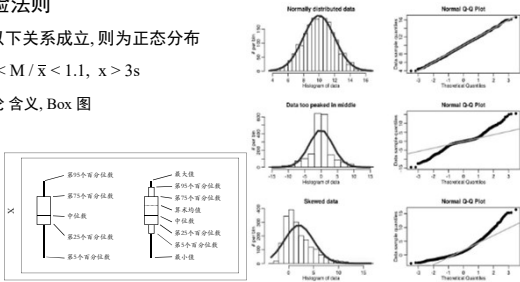
- 方法
源自 Kolmogorov 检验
直接使用 Kolmogorov 检验, 需要构建正态分布总体的参数 μ 和 σ
如果用样本 \bar{x} 和 s 替代总体 μ 和 σ , 会导致检验偏差
Lilliefors 检验修正了由此引入的偏差 修正的相伴概率和检验临界值



其它正态检验方法

p.193

- 作图法
用正态概率坐标 直观但不严格
- 经验法则
若以下关系成立, 则为正态分布
 $0.9 < M / \bar{x} < 1.1, x > 3s$
讨论 含义, Box 图



综合检验方法

p.213

- 同时检验两个或多个特征
Kolmogorov 双侧检验 大小, 离散, 分布
Wald-Wolfowitz 检验 大小, 偏斜, 集中趋势
Fish 精确概率检验 小样本二分类数据
两总体卡方检验 大小, 离散, 分布
多总体卡方检验 等 大小, 离散, 分布
- 方法缺少专一性, 限制了用途

应用数理统计方法
2024.7



第三章 比较总体离散与分布特征的假设检验

- 3.1 一个或两个总体离散程度比较
- 3.2 多总体方差比较
应用举例
- 3.3 非正态分布的拟合度检验
- 3.4 正态检验
应用举例

应用实例 文本相似性研究

Chen & Chen, Expert Syst. Appl. 2011

问题与方法

问题: 将网页文本归入内容相似的类别 准则之一: 词频向量, 即词频分布一致性

方法: 统计两个随机样本词频分布

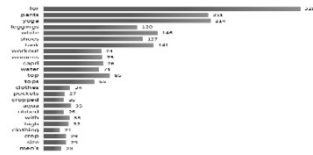
统计: 比较两个词频分布的卡方检验

结果与讨论

假设: H_0 两总体词频分布无显著差异, H_1 两总体词频分布有显著差异

结果: $p < 0.05$ 拒绝原假设

结果: 两样本词频有显著差异



应用实例 多环芳烃被动采样器校验

Tao et al., ES&T 2007

问题与方法

问题: 被动采样需用主动采样器作同步校验 成本低, 不用电源, 但无流量数据

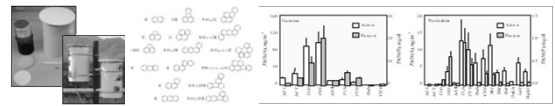
方法: 同步采样获得 16 种多环芳烃测定数据 气态与颗粒态分布谱比较

统计: 比较主动与被动样品分布谱的拟合度卡方检验

结果与讨论

假设: H_0 谱分布无差别 H_1 谱分布有差别

结果: 气态 $p > 0.05$ 不显著; 颗粒态 $p < 0.05$ 显著 高环化合物采样效率极低



应用实例 环境辐射异常监测

Reinhart et al., Nucl. Inst. Method, 2015

问题与方法

问题: 某地环境中辐射可能异常, 实测伽马射线谱

方法: 与背景谱比较判断辐射是否异常 两个高分辨分布谱比较

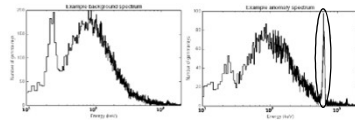
方法: 比较两个连续变量分布的 Kolmogorov 检验

结果和讨论

假设: H_0 分布谱无显著差别, H_1 分布谱有显著差别

结果: $p < 0.05$, 有显著差异

讨论: 与卡方检验比较



应用实例 土壤微量元素含量分布特征

深圳土壤微量元素背景值报告

问题与方法

问题: 表土微量元素背景值的分布特征

方法: 83 个样品, 测定 12 种微量元素含量 铜, 镉, 铅, 锌, 铬, 钒, 镍, 汞, 铁, 锰, 氟

统计: 用偏度-峰态检验判断数据是否服从正态分布

结果和讨论

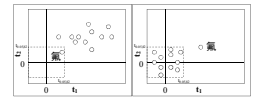
假设: $H_0 \gamma_i = 0, H_1 \gamma_i \neq 0, i = 1, 2$

检验: 计算每个元素的 t_1, t_2 值, 与临界值比较 $t_1 - t_2$ 散点图, $\alpha = 0.05$ 临界值边界

结果: 尖峰右拖尾, 对数正态分布 $t > t_{\alpha/2, [n-1]}$ 氟例外

对数变换, 成正态分布

讨论: 可直接用 $p1-p2$ 散点图, 0.05 边界



应用实例 强迫症与肠易激综合征关系

Turna et al., J. Psychiatric Res., 2019

问题与方法

问题: 研究强迫症与肠易激综合征的关系

方法: 募集强迫症实验组 $n=21$ 与对照组 $n=22$ 进行肠易激综合征 IBS 比较

观测变量为 胃肠道症状严重程度 GSRS

统计: Shapiro-Wilk 检验正态分布, 后续分析的预研究 小样本

结果和讨论

假设: H_0 两组人群 GSRS 服从正态分布; H_1 不服从正态分布

结果: 接受原假设, 可采用 t-检验进行后续大小比较

讨论: 关于接受原假设结论的局限性

应用实例 口罩对颗粒物的去除率

Shen et al., EI, 2020

问题与方法

问题: 研究六种口罩对不同粒径颗粒物的去除率的差异

数据为百分数, 尝试角变换 $y' = \text{Arcsin}(y^{0.5})$

若能获得正态分布数据, 后续分析可用参数方法

方法: Lilliefors 检验 分别检验原始数据和角变换后数据

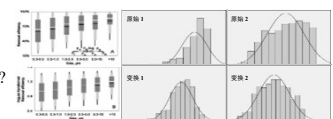
结果和讨论

假设: H_0 服从正态分布, H_1 不服从正态分布

结果: 原始数据拒绝原假设

变换数据接收原假设

讨论: 高值缺失 泄露? 传感器?



应用实例 北京大气颗粒物含量

Han et al., Environ. Pollut, 2015

问题与方法

问题: 北京市 2014 年冬室外 $PM_{2.5}$ 浓度的频率分布特征

方法: 在线传感器测定, 观察到双峰分布 $20 \mu g/m^3$ 左右和大于 $100 \mu g/m^3$

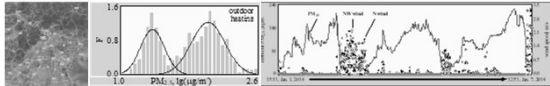
解释: 重污染与清洁天的快速转换 地形与气象驱动, 风向与风速

统计: 参照气象条件拆解两个总体, 对数变换后的偏度-峰态检验,

结果和讨论

结果: 均为对数正态分布

讨论: 提供阐释动态变化成因的定量证据



应用实例 肺癌易感性对风险评估的影响

Shen et al., Sci. Reports, 2014

问题与方法

问题: 肺癌发病率受易感性影响

考虑与不考虑易感性风险对比

方法: 模拟全球大气苯并芘浓度及肺癌风险 典型的对数正态分布

统计: 用 Kolmogorov 检验比较包含和不包含易感性模拟的结果 风险分布

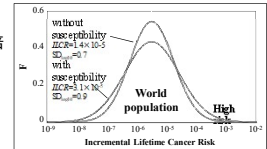
结果和讨论

假设: H_0 两总体分布无显著差异, H_1 有显著差异 蓝与绿

结果: 易感性对人群风险有显著影响

讨论: 均值无差别, 但平均风险增加一倍

高风险人群贡献大幅上升



谢谢

