计算方法实验报告

姓名：朱海峰

学号：190110716

院系：计算机科学与技术

专业：计算机类

班级：7 班

实验报告一 拉格朗日插值

题目（摘要）

给定若干个插值点，利用拉格朗日插值多项式

$$P_n(x_k)=\sum_{k=0}^{n}f(x_k)l_k(x)$$

求$f(x)$的近似值。

前言：（目的和意义）

目的：

1. 学习和掌握拉格朗日插值多项式；
2. 运用拉格朗日插值多项式进行计算。

意义：

在实际问题中，某些函数存在且连续，但是很难找到解析表达式，只能通过有限点上的函数表，来构造简单函数$P(x)$作为$f(x)$的近似值。插值法是解决此类问题的一种比较古老的、但却很常用的方法。它不仅直接广泛地应用于生产实际和科学研究中，而且也是进一步学习数值计算方法的基础。

数学原理

给定平面上$n+1$个不同的数据点$\left(x_k, f(x_k)\right), k=1,2,\ldots,n\ x_i \neq x_j$, 则满足条件

$$P_n(x_k) = f(x_k), k=0,1,\ldots,n$$

的 n 次拉格朗日插值多项式

$$P_n(x_k) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k) l_k(x)$$

是唯一存在的。若$x_k \in [a,b], k=0,1,\ldots,n$，且函数$f(x)$充分光滑，则当$x \in [a,b]$时，有误差估计式

$$f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)$$

程序设计流程

输入：$n+1$个数据点$\left(x_k, f(x_k)\right), k=1,2,\ldots,n\ x_i \neq x_j$；插值点$x$

输出：$f(x_k)$在插值点x的近似值$P_n(x)$

具体流程：

1　置$y=0; k=0$；

2　当$k \leq n$时，循环：

　2.1　置$l=0$；

　2.2　对$j=1,2,\ldots,j-1,j+1,\ldots,n$, 置$l = l * \frac{x-x_j}{x_k-x_j}$

　2.3　置$y = y + l * f(x_k)$

　2.4　置$k = k+1$

3　输出x, y

4　停机

实验结果、结论与讨论

代码发布报告、具体结果在下页。

思考题：

问题 1：

拉格朗日插值多项式的次数并不是越大越好，根据定义，插值式可以在节点处与实际函数匹配，但不能保证在节点之间很好的逼近实际函数。这个现象就是多项式摆动——Runge 现象

有时多项式摆动可以通过谨慎选择基础函数的取样点来减小；或者通过分段插值来减小。

问题 2：

一般来说，插值区间越大，误差越大，而函数在比较小的区间上的函数值变化较缓和，因此即使出现摆动也不会偏离函数太大。

问题 4：

内插是指插值点在给定的数据点范围内，外推指插值点给定的数据点范围外面。仅从本次问题 4 的实验结果来看，内插的精确度比外推更好，内插比外推更可靠。