DOI:10.19562/j.chinasae.qcgc.1999.01.003

99003

汽车主动悬架最优控制

——采用频域计权形式性能指标函数

祁建城　李若新　刘志国　徐新喜
(军事医学科学院卫生装备研究所)

高延龄
(吉林工业大学)

〔摘要〕 本文从提高汽车的乘坐舒适性角度出发，研究了主动悬架的最优控制问题。根据坐位人体的振动响应特性构造了频域计权形式二次型性能指标函数。在性能指标函数中采用与频率相关的计权矩阵可以对系统特定频带的振动状态施以重权或弱权，以体现设计者对此振动频带的关心程度。仿真结果表明，主动悬架有效地降低了汽车簧载质量的垂直振动加速度，采用频域计权形式二次型性能指标函数可进一步降低车身在坐姿乘员敏感频率范围内的振动强度。

叙词: 主动悬架　最优控制　性能指标函数　频域计权

Optimal Control for Automobile Active Suspension Using Frequency-shaped Performance Index

Qi Jiancheng, Li Ruoxin, Liu Zhiguo & Xu Xinxi
Institute of Medical Equipment, Academy of Military Medical Sciences
Gao Yanling
Jilin University of Technology

Abstract

This Paper develops a Control law of active suspension for ride quality improvement. The performance is represented by frequency-shaped index according to the vibration characteristics of sitting, body. Introducing the frequency-dependent weighting matrices allow one to emphasize the specific variables related to the vibration at specific bands of frequencies. The numerical results show that active suspension greatly reduces the vertical acceleration of sprung mass and the vibration intensity in the range of frequencies sensitive. to sitting body can be further lowered by the used of frequency-dependent weighting function

Keywords:　Active suspension　Optimal control　Performance indexes　Frequency-dependent weighting function

1 前　言

悬架是汽车的重要装置之一，它对汽车的平顺性、操纵稳定性、通过性等多种使用性能

原稿收到日期为 1997 年 12 月 2 日，修改稿收到日期为 1998 年 3 月 23 日。

有着很大的影响。设计优良的悬架系统，对提高汽车产品质量有着极其重要的意义。

目前，汽车上普遍采用的是由弹性元件和减震器组成的常规悬架。从控制力学的角度，将这种悬架称为被动悬架。实践和研究结果都表明，常规悬架受到许多限制，即使采用优化方法来设计也只能将其性能改善到一定程度[1]。为了克服常规悬架对其性能改善的限制，在汽车中采用和发展了新型的主动悬架。主动悬架能够根据路面激励情况及汽车运行的实际状态进行最优反馈控制，使汽车整体行驶性能达到最佳。主动悬架的主要特点是能够主动提供能量，与传统被动悬架相比，其最大的优点在于具有高度的自适应性。

在汽车主动悬架的研究中，一般都将性能指标函数选取为时域形式[1,4,5]。这就意味着对系统各频带的振动状态和输入能量都一视同仁地予以控制。然而，在研究改善车辆的乘坐舒适性时，希望能够着重控制车辆在乘员敏感频率范围内的振动。Gupta 提出的频域计权形式性能指标函数实现了人们可以按照对所研究振动频带的关心程度进行计权的愿望[6]。频域计权形式二次型性能指标函数可以对系统特定频带的振动状态和输入能量施以重权或弱权，以体现设计者对此振动频带的关心程度。Cheok 等的研究表明，在扩大系统状态向量的基础上，频域计权形式二次型性能指标函数可以转化为与之等效的时域形式二次型性能指标函数[7]，这就为具有频域计权形式二次型性能指标函数的控制系统最优控制规律的求解提供了一个简便的方法。

本文从改善车辆的乘坐舒适性角度出发，采用频域计权形式二次型性能指标函数，以山花牌 JH631k 旅行车的实际参数为例，开展了汽车主动悬架的最优控制研究。

2 主动悬架的最优控制

2.1 主动悬架的数学模型

研究汽车悬架的主动控制时，可采用如图1所示的两自由度汽车力学模型。采用此种由弹性元件、阻尼器与力发生器并联的结构形式主要出于以下两个方面的考虑：

(1) 弹性元件用来支承载荷，并主动控制系统失效时，由弹性元件、阻尼器组成的被动悬架可继续工作，增强系统的可靠性。

(2) 主动控制系统的控制力可由弹性元件、阻尼器部分实现，从而降低系统能源消耗。

本文的设计方法对弹性元件、阻尼器都取消的全主动悬架同样适用。

汽车在行驶时，路面激励速度 $\dot{Z}_r$ 可近似处理为一个完整的白噪声[1]：

$$\dot{Z}_r = W(t) \quad E[W(t)W(t-\tau)] = \phi_0 \delta(t) \tag{1}$$

假定车轮未跳离路面，Z_s、Z_u 的测量以其静平衡位置为基准。引入如下状态向量：

$$x = [Z_s - Z_u, \dot{Z}_s, Z_u - Z_r, \dot{Z}_u]' \tag{2}$$

根据牛顿定律，可建立图1所示系统的状态方程为：

$$\dot{x} = Ax + Bu + E\dot{Z}_r \tag{3}$$

式中

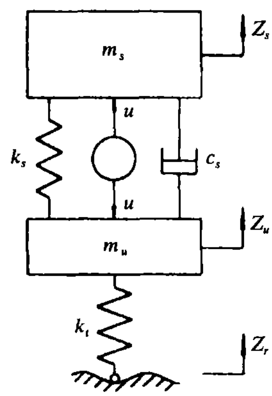

图1 两自由度主动悬架模型

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & -1\\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u}\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{m_s}\\ 0\\ -\frac{1}{m_u}\end{bmatrix}\quad E=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -1\\ 0\end{bmatrix}$$

2.2　性能指标函数及最优控制问题

主动悬架的最优控制目标是使汽车获得高的平顺性和操纵稳定性，反映在物理量上就是要尽可能地降低车身加速度和轮胎变形量，同时限制悬架动挠度，防止发生悬架撞击缓冲块。此外，从实现控制的角度来看，应使所需的控制能量较小。因此，主动悬架的性能指标可确定为如下形式:

$$J=E\int_0^{\infty}[q_1\ddot{Z}_s^2+q_2(Z_s-Z_u)^2+q_3(Z_u-Z_r)^2+ru^2]\mathrm{d}t \tag{4}$$

式中：q_1、q_2、q_3、r 为加权系数。引入控制向量:

$$\boldsymbol{y}=[\ddot{Z}_s, Z_s-Z_u, Z_u-Z_r]' \tag{5}$$

性能指标函数式(4)还可以表示为:

$$J=E\int_0^{\infty}(\boldsymbol{y}'Q\boldsymbol{y}+\boldsymbol{u}'R\boldsymbol{u})\mathrm{d}t \tag{6}$$

式中：$Q=\mathrm{diag}(q_1,q_2,q_3)$，　$R=r$

根据主动悬架的状态方程式(3)，向量 $\boldsymbol{y}$ 的表达式为:

$$\boldsymbol{y}=C\boldsymbol{x}+D\boldsymbol{u} \tag{7}$$

式中:

$$C=\begin{bmatrix}-\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s}\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\quad D=\begin{bmatrix}\frac{1}{m_s}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

令 $\boldsymbol{y}(\omega)$ 表示 $\boldsymbol{y}$ 的 Fourier 交换，$\boldsymbol{u}(\omega)$ 表示 $\boldsymbol{u}$ 的 Fourier 变换，根据 Parseval 定理[2]，性能指标函数式(6)等价于:

$$J_1=E\int_{-\infty}^{\infty}[\boldsymbol{y}^*(\omega)Q\boldsymbol{y}(\omega)+\boldsymbol{u}^*(\omega)R\boldsymbol{u}(\omega)]\mathrm{d}\omega/2\pi \tag{8}$$

式中 * 表示矩阵或向量的共轭，即 $\boldsymbol{y}^*(\omega)=\boldsymbol{y}'(-\omega)$。可见，加权矩阵 Q、R 为不依赖于频率 ω 的定常矩阵。

坐位人体承受垂直方向的最敏感频率范围为 4～ 8Hz[3]。考虑到坐位人体的振动响应特性，构造了如下加权矩阵为频率 ω 多项式函数的频域计权形式性能指标函数:

$$J_\omega=E\int_{-\infty}^{\infty}[\boldsymbol{y}^*(\omega)F^*(\omega)QF(\omega)\boldsymbol{y}(\omega)+\boldsymbol{u}^*(\omega)R\boldsymbol{u}(\omega)]\mathrm{d}\omega/2\pi \tag{9}$$

式中：$F(\omega)$ 为关于频率 ω 的计权矩阵，$F(\omega)=\mathrm{diag}[f_1(\omega), f_2(\omega), f_3(\omega)]$，其中 $f_i(\omega)$ 为计权于第 i 个控制变量的关于频率 ω 的多项式函数。

在 Laplace 算子 S-域，频域计权形式性能指标函数式(8)可被表示为:

$$J_s=E\int_{c-\infty}^{c+\infty}[\boldsymbol{y}^*(s)F^*(s)QF(s)\boldsymbol{y}(s)+\boldsymbol{u}^*(s)R\boldsymbol{u}(s)]\mathrm{d}s/2\pi\mathrm{i} \tag{10}$$

为了进一步控制车身在 4～ 8Hz 频段的振动加速度，将频域计权函数选取为如下形式:

$$f_1(s)=\frac{(1+s/\omega_0)(1+s/\omega_3)}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)} \tag{11a}$$

$$f_2(s)=f_3(s)=1 \tag{11b}$$

合理选择系数 ω_0、ω_1、ω_2、ω_3，并使 $\omega_0<\omega_1<\omega_2<\omega_3$，可相对加大性能指函数中相应计权变量在 $\omega_1 \sim \omega_2$ rad/s 频率范围内的权重。

设计主动悬架系统的目的就是寻求满足状态方程式(3)的系统的最优控制 u_{opt}，使性能指标函数式(9)最小。由于此系统是线性的，其性能指标为二次型，且外界干扰为 Gauss 型白噪声，因此这是一个典型的 LQG(Linear-Quadratic-Gaussian) 最优控制问题。

2.3 主动悬架的最优控制规律

令：$y_F(s)=F(s)y(s)$ (12)

根据传递函数 $F(s)$ 可实现一最小线性系统：

$$\dot{x}_F=A_F x_F+B_F y \tag{13a}$$

$$y_F=C_F x_F+D_F y \tag{13b}$$

式中：

$$A_F=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_1\omega_2 & -(\omega_1+\omega_2)\end{bmatrix} \qquad B_F=\begin{bmatrix}0&0&0\\1&0&0\end{bmatrix}$$

$$C_F=\begin{bmatrix}(\omega_0\omega_3-\omega_1\omega_2) & (\omega_0+\omega_3-\omega_1-\omega_2)\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \qquad D_F=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

利用式(12)的定义，频域计权形式性能指标函数式(9)可被表示为：

$$J_\omega=E\int_{-\infty}^{\infty}[y_F^*(\omega)Qy_F(\omega)+u^*(\omega)Ru(\omega)]\mathrm{d}\omega/2\pi \tag{14}$$

根据 Parseval 定理，J_ω 可等价转化为如下时域计权形式性能指标函数 J_t：

$$J_t=E\int_0^{\infty}[y_F'(t)Qy_F(t)+u'(t)Ru(t)]\mathrm{d}t \tag{15}$$

扩大系统式(3)的状态向量，由式(3)及式(13)得到增广系统的状态方程和计权向量 y_F 的表达式为：

$$\dot{\tilde{x}}=\tilde{A}\tilde{x}+\tilde{B}u+\tilde{E}\dot{Z}_r \tag{16a}$$

$$y_F=\bar{C}\tilde{x}+\bar{D}u \tag{16b}$$

式中：

$$\tilde{x}=\begin{bmatrix}x\\x_F\end{bmatrix} \quad \tilde{A}=\begin{bmatrix}A & 0\\ B_FC & A_F\end{bmatrix} \quad \tilde{B}=\begin{bmatrix}B\\B_FD\end{bmatrix} \quad \tilde{E}=\begin{bmatrix}E\\0\end{bmatrix} \quad \bar{C}=[D_FC\ \ C_F] \quad \bar{D}=[D_FD]$$

展开性能指标函数式(15)中的被积分项得：

$$y_F'(t)Qy_F(t)+u'(t)Ru(t)=(\bar{C}\tilde{x}+\bar{D}u)'Q(\bar{C}\tilde{x}+\bar{D}u)=\tilde{x}'\tilde{Q}\tilde{x}+2\tilde{x}'Nu+u'\tilde{R}u \tag{17}$$

式中：$\tilde{Q}=\bar{C}'Q\bar{C}$，$N=\bar{C}'Q\bar{D}$，$R=R+\bar{D}'Q\bar{D}$

根据具有二次型性能指标的线性系统的最优控制理论，主动悬架系统的最优控制规律可由下式求得：

$$u_{opt}=-K\tilde{x}=-\tilde{R}^{-1}(N'+\tilde{B}'L)\tilde{x} \tag{18}$$

式中 L 为由式(19)所示 Riccati 矩阵代数方程的解

$$L\tilde{A}+\tilde{A}'L-L\tilde{B}\tilde{R}^{-1}\tilde{B}L+\tilde{Q}=0 \tag{19}$$

3 主动悬架的性能仿真

计算采用的 JH631k 旅行车后悬架单侧的结构参数如表 1 所示。为了便于表述，引入符号 LQ/T 表示具有时域形式性能指标函数的主动悬架系统，LQ/F 表示具有频域计权形式性能指标函数的主动悬架系统。经过精心试算，确定了主动悬架系统性能指标函数中的加权系

数如表2所示。

在增广系统式(16)下，向量 y 可被表达为:

$$y=\widetilde{C}\widetilde{x}+Du \tag{20}$$

式中　$\widetilde{C}=[C,\ 0]$。

将求得的最优控制式(18)代入式(16a)、式(20)，计算得到车身振动加速度 $\ddot{Z}_s$、悬架动挠度 (Z_s-Z_u)、轮胎变形量 (Z_u-Z_r) 对路面激励速度 $\dot{Z}_r$ 的幅频响应特性，如图2～图4所示。

表1　两自由度汽车模型结构参数

名称	符号	数值
簧载质量	m_s	1091.49kg
非簧载质量	m_u	162.51kg
悬架弹簧刚度	k_s	94835N/m
悬架阻尼系数	c_s	3235N·s/m
轮胎刚度	k_t	1164593N/m

表2　性能指标函数中的加权系数值

控制方案	q_1	q_2	q_3	r	ω_0	ω_1	ω_2	ω_3
LQ/T	1.0×10^7	1.0×10^5	8.0×10^{11}	1	–	–	–	–
LQ/F	1.0×10^7	1.0×10^5	1.0×10^{12}	1	10	20	50	100

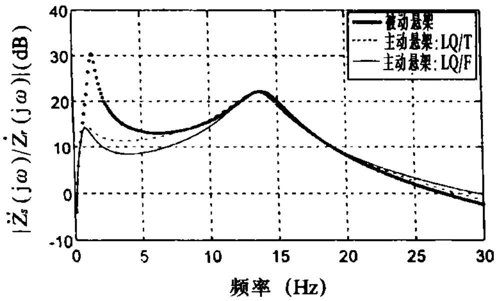

图2　簧载质量垂直振动加速度对路面激励速度的幅频响应特性

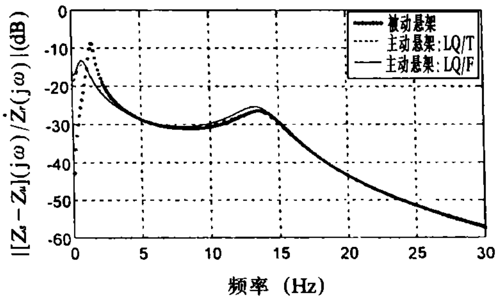

图3　悬架动挠度对路面激励速度的幅频响应特性

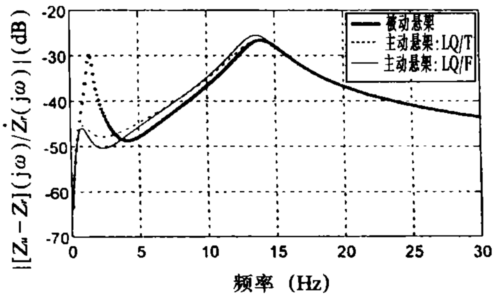

图4　轮胎变形量对路面激励速度的幅频响应特性

由图2可见，在1～10Hz频率范围内汽车主动悬架非常有效地抑制了车身垂直振动加速度，采用LQ/F控制方案可进一步降低车身在坐姿乘员敏感频带的振动强度。虽然车身在车轮固有频率(13.5Hz)附近及15Hz以后的振动加速度情况未能得到有效改善，但汽车坐垫传给人体的振动主要是10Hz以下的“宽带”随机振动[3]，汽车主动悬架在提高车辆乘坐舒适性方面仍然具有重要的意义。由图3可见，在1.2Hz以内及7～14Hz频率范围内，悬架动挠度有所增大。由图4可见，尽管汽车主动悬架有效地降低了在3.5Hz以内的轮胎变形量，但在3.5～14.2Hz频率范围内，轮胎变形量明显增大。进行悬架主动控制时，悬架动挠度增加是正常现象，只要其在设计允许的范围内即可。轮胎变形量增大对汽车行驶性能的影响则应根据使用条件区别对待，以满足不同车型的特定要求。

虽然本文对主动悬架性能的仿真计算仅是以JH631k旅行车的实际参数为例进行的，但因主动控制作用，对于其它各型车辆，主动悬架的性能是相似的。

4　结　语

主动悬架是汽车悬架的发展方向，其在提高汽车的乘坐舒适性方面具有很好的效果。本

文采用两自由度汽车悬架模型研究了主动悬架的最优控制问题，通过采用频域计权形式性能指标函数着重控制了车身在坐姿乘员敏感频率范围的振动。仿真结果显示，主动悬架有效地降低了汽车簧载质量的垂直振动加速度，采用频域计权形式二次型性能指标函数可进一步降低车身在坐姿乘员敏感频率范围内的振动强度。研究表明，性能指标频域计权的控制方案在汽车主动悬架的设计中具有重要的应用价值。

参 考 文 献

1 何渝生．汽车控制理论基础及应用．重庆：重庆大学出版社，1995

2 南京工学院数学教研组．积分变换．北京：高等教育出版社，1993

3 余志生．汽车理论．北京：机械工业出版社，1981

4 Shannan J E, Vanderploeg M J. A Vehicle Handling Model with Active Suspensions. J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1989

5 Hrovat D, Hubbard M. Optimum Vehicle Suspensions Minimizing RMS Rattlespace, Sprung-mass Accerleration and Jerk. ASME(DSMC), 1981; 103: 228－236

6 Gupta N K. Frequency-shaped Cost Functionals: Extension of Linear-Quadratic-Gaussian Design Methods. J. Guidance and Control, 1980; 3(6): 529－535

7 Cheok K C, Hu H, Loh N. Optimal Output Feedback Regulation with Frequency-shaped Cost Functional. Int. J. Control, 1988; 47(6): 1665－1681

（上接第36页）

偏力、气胎拖距、回正力矩和侧偏刚度等进行了计算；

4.2 计算结果与试验结果相比有较好的一致性，充分表明了所建模型的合理性及可靠性；

4.3 所建模型可在掌握一组轮胎模态参数的基础上，直接计算轮胎在不同载荷下的各种偏离特性，是以往模型做不到的，从而大大减少了由于轮胎工况改变为提取轮胎特性参数带来的繁重的试验工作量；

4.4 利用本模型可计算出轮胎侧偏时胎体及花纹表面的侧向变形及侧 向力分布曲线，是以往理论研究文献中未曾见到过的。

参 考 文 献

1. Guan Dihua, Liu Dewen, Yu Lixin. The Tire Experimental Modal Analysis & Probe to Establish Tire Model by Using Modal Parameters. Dynamics of Vehicles on Road Rails. ISBN 7－81022－617－7/U029 South－West Jiaotong University Press 1993.

2. 郭孔辉．汽车操纵动力学．长春：吉林科学技术出版社，1991

3. 管迪华，吴卫东．利用试验模态参数建立轮胎静垂直特性模型．中国汽车工程第十届年会，C960017

4. S.k. Clark. Mechanics of Pneumatic Tires. Ann Arbor, Michigan, 1981

5. 吴卫东．轮胎试验模态分析和用试验模态参数建立轮胎模型的研究．博士学位论文．北京：清华大学，1996

6. 管迪华，吴卫东，张艾谦．利用试验模态参数对轮胎垂直特性建模．汽车工程，1997;(6)