1991年(第13卷)第8期

91017

## 汽车主动悬架的理论分析及模型试验

重庆大学 舒红宇 奉伟 何渝生

[**摘要**]本文介绍了近年来国外迅速发展的汽车主动悬架的基本理论、最优控制思想,特别是典型的LQG(线性、二次、高斯型)悬架最优控制问题。理论分析及模型试验结果表明,主动悬架具有优良的减振性能,在汽车悬架发展中具有很高的应用价值。

主题词: 汽车 悬架 理论 模型

#### 一、前 言

汽车主动悬架是最近才出现的一种新型悬架系统,已受到国外汽车工程界的重视。近年来,洛特斯、沃尔沃等国外汽车公司已在汽车上作了较成功的试验,日本丰田与西德本茨等公司也计划在90年代生产的新车上采用这种新型悬架系统,据国外学者估计,在 今 后 几 年内,主动悬架将会得到普遍的推广。下面拟通过理论分析和模型试验来说明主动悬架的优良减振特性,利用现代控制理论的方法来研究主动悬架的最优控制,并说明其应用推广的前景。

#### 二、汽车被动悬架、主动悬架和半主动悬架

悬架是现代汽车上的重要总成之一,它对汽车的平顺性、操纵稳定性、通过性等多种使用性能都有很大的影响,因此设计优良的悬架系统,对提高汽车产品质量有着极其重要的意义。

目前汽车上普遍采用的是由弹性元件和减振器组成的常规悬架,这种悬架受到许多限制,即使采用优化方法来设计也只能把其性能改善到一定的程度。为了克服常规悬架对其性能改善的限制,最近在汽车工程中相继出现了性能更加优越的主动悬架和半主动悬架。从控制力学的角度可将过去使用的常规悬架称为被动悬架。这三种悬架的力学模型如图1所示。

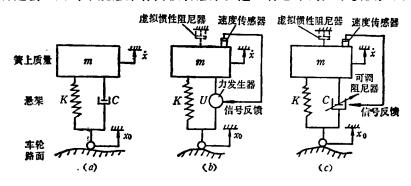


图1 汽车悬架的三种类型

原稿收到日期为1990年4月24日,修改稿收到日期为1990年12月1日。

为了便于比较它们的减振特性,我们从力学的角度来分析它们的构造。

- **1.被动悬架** 一般主要由弹簧和阻尼器构成,如图1(a)所示,其中弹簧主要用来支持簧上质量m,而阻尼器C主要用来消耗系统的能量而起到减振的作用。
- 2. 主动悬架 由弹性元件和一个力发生器组成,如图1(b)所示。其中力发生器根据车身的速度响应等反馈信号,按照一定的控制规律产生力。它的作用在于改进系统能源的消耗和供给系统以能量。这种装置所要求的控制目标是要实现一个最佳的隔振系统而又不需对系统作较大的改变。当力发生器能产生一个正比于簧上质量的绝对振动速度负值的主动力时,则此力发生器相当于联系簧上质量与惯性空间的一个被动阻尼器(如图虚线所示)。对于地面车辆而言,这个惯性空间是不存在的,所以称此阻尼器为虚拟惯性阻尼器。这是实现悬架主动控制的方案之一。
- 3. **半主动悬架** 在主动悬架中,力发生器被一个阻尼系数能在较大范围内调节的可调阻尼器替代,如图1(c)所示。半主动悬架中的可调阻尼器在其力的产生方面非常相似于被动悬架的阻尼器,但其阻尼系数是根据簧上质量的速度响应等反馈信号,并按照一定的控制规律而瞬态变动的,其减振效果又近似于主动悬架。

在主动悬架和半主动悬架中,力发生器和可调阻尼器的力的产生能根据汽车的行驶状态和环境条件的变化而改变,它们仅仅受限于所设计的控制规律。而在被动悬架中,阻尼器所产生的力完全取决于簧上质量和车轮的相对速度。因而主动悬架和半主动悬架的设计比被动悬架的设计具有更大的能动性,其性能比被动悬架也要优越得多。例如,在上述主动悬架和半主动悬架的一个控制方案中,所设计的控制规律是实现如图1(b)、(c)所示的虚拟惯性阻尼器,则其簧上质量的位移x相对于路面激励x。的幅频特性函数为。

$$H_{x \cdot x_{0}}^{*}(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{(1 - \lambda^{2})^{2} + (2\xi\lambda)^{2}}}$$
 (1)

而对于图1(a)所示的被动悬架, 其幅频特性函数为:

$$H_{x \cdot x_{o}}(\lambda) = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\lambda)^{2}}{(1 - \lambda^{2})^{2} + (2\xi\lambda)^{2}}}$$
 (2)

其中:  $\lambda = \omega/\omega$ 。为路面激励频率与悬架系统的固有频 率之比,  $\omega$ 。 $=\sqrt{k/m}$ ;  $\xi = c/(2\sqrt{mk})$  为相对阻尼系数。

当 $\xi=1/\sqrt{2}$ 时,式(1)、(2)可写为:

$$H_{x \cdot x_{o}}^{*}(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{1 + \lambda^{4}}}$$

$$H_{x \cdot x_{o}}(\lambda) = \sqrt{\frac{1 + 2\lambda^{2}}{1 + \lambda^{4}}}$$

$$(3)$$

其特性如图2所示。由图2及式(3)、(4)可见,主动悬架和半主动悬架对路面激励的隔振效果比被动悬架要优良得多。

主动悬架和半主动悬架中,控制规律随着 所要求的性能指标和悬架系统的特性及其激励 环境的不同而有多种选择,前面我们只讨论了

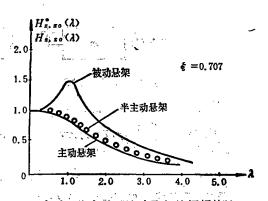


图2 主动、半主动、被动悬架的幅频特性

控制力与速度输出成比例的较简单而特殊的主动悬架和半主动悬架,显然这种主动控制不是最佳的。下面我们首先从较普遍的角度阐述汽车主动悬架的最佳控制理论,然后给出一个典型的两自由度汽车模型的主动悬架的实例,最后通过一个模型试验来验证所分析的结果。

### 三、汽车主动悬架设计中的最佳控制理论

主动悬架的最佳控制问题是: 在初始条件和系统参数已知的情况下, 在所有可能的控制中寻求一种最佳控制, 使系统工作的性能指标达到最小或最大, 这问题的数学描述为:

设系统的状态方程为:

$$\dot{X}(t) = f(X, U, t) \tag{5}$$

其中, $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为该n阶系统的状态矢量, $U=[u_1,u_2, \dots, u_m]^T$ 为系统的m维控制矢量。

其初始条件和终点条件为:

$$t=t_o$$
时  $X(t)=X_o$ ;  $t=t_1$ 时  $X(t)=X_1$ 

求一个控制U(t)使系统从已知的初始状态X。转移到终点状态X,时能使其性能指标

$$J = \int_{t_0}^{t_t} F(X, U, t) dt \tag{6}$$

达到最小或最大。

根据性能指标的极值条件δJ=o可以推出最佳控制的必要条件为[1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial H(X, U, t)}{\partial U} = 0 \\ \frac{\partial H(X, U, t)}{\partial X} = -\dot{\Lambda} \end{cases}$$

式(7)中, $H(X, U, t) = F(X, U, t) + \Lambda^{T}(t) f(X, U, t)$  (8) 称为哈密顿函数;

$$\dot{\Lambda}(t) = \int_{t_o}^{t_f} \phi(t - \tau) \frac{\partial F(X, U, t)}{\partial X} dt \tag{9}$$

称为协状态变量。

一般f(X, U, t)是X、U的非线性函数,此时要求得最佳控制是非常困难的。但对于我们将要讨论的主动悬架系统及工程中其它很多实际系统,其状态方程大多具有如下的线性形式。

$$\dot{X}(t) = A(t)X + B(t)U \tag{10}$$

而描述系统工作的性能指标也多为二次型,

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \left( X^T Q X + U^T R U \right) dt \qquad (11)$$

在这种情况下,利用必要条件(7)式可求出线性系统的最佳控制为:

$$U=KX$$

其中 $K=-R^{-1}B^TL$ 称为反馈控制的时变反馈系数阵,而L矩阵可由如下的黎卡提方程求出。

$$\dot{L} = -LA - A^{T}L + LBR^{-1}B^{T}L - Q \tag{13}$$

当A、B、Q、R均为常数矩阵,系统可控,且 $t_1 \longrightarrow \infty$ 时,这个一阶非线性黎卡提方程将进一步变为一组代数方程。

$$LA + A^{\mathsf{T}}L - LBR^{-1}B_{-}^{\mathsf{T}}L + Q = 0 \tag{14}$$

此方程称为退化的黎卡提方程。由此方程不难解出*L*阵[2]、[3],从而可由(12)式求出最佳控制规律。

#### 四、两自由度汽车模型的主动悬架的最佳控制

当研究汽车悬架的主动控制时,可采用如图3所示的两自由度汽车模型(1)。路面 激励速度 x。可近似处理为一个完整的白噪声(4):

$$x_o = w(t) \qquad E \left( w(t)w(t-\tau) \right) = \Phi_o \delta(\tau) \tag{15}$$

引入以下四个状态变量:

$$\hat{x}_1 = x_1 - x_0 \qquad \hat{x}_2 = x_2 - x_0$$

$$\hat{x}_3 = x_1 \qquad \hat{x}_4 = x_2$$
并记  $X = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4)^T$ 
(16)

**根据牛顿定**律,可建立如图3所示系统的状态 方程为:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B_1 u(t) + B_2 w(t)$$
其中

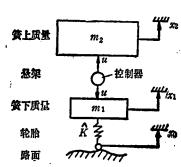


图3 两自由度汽车主动悬架模型

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\widehat{K}/m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/m_1 \\ 1/m_2 \end{pmatrix} \qquad B_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

在悬架设计中,为提高汽车的平顺性和操纵稳定性,应尽量使悬架的动挠度和车轮的动载荷较小。此外,从实现控制的角度来看,应使所需的控制能量较小,因此性能指标可确定为:

$$J = \int_{0}^{\infty} (\rho \mu^{2}(t) + q_{1}(x_{1} - x_{0})^{2} + q_{2}(x_{2} - x_{0})^{2}) dt$$
或写为: 
$$J = \int_{0}^{\infty} (X^{T}QX + \rho \mu^{2}) dt$$
其中
$$Q = \begin{pmatrix} q_{1} + q_{2} & -q_{2} & 0 & 0 \\ -q_{2} & q_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

设计最佳控制悬架系统的目的就是寻求满足状态方程(17)的系统的最佳 控制 $\mu$ ,使性能指标(18)式具有最小值。由于此系统是线性的,其性能指标为二次型,且外 界 干 扰 为 Gauss型白噪声,因此这是一个典型的LQG最佳控制问题。

根据随机线性最优控制的分离定理,上述主动悬架的最佳控制器由两部分组成,一是确定性线性调节器的最优控制器,二是与确定性线性最优控制器串联的最佳线性滤波。在设计控制系统时,这两个部分的参数可分别地确定。下面仅讨论确定性最优控制器的设计。

根据前面(12)式,如图3所示汽车主动悬架系统的最佳控制为:

$$\mu_{opi} = KX = -\rho^{-1}B_1^{T}LX \tag{19}$$

其中  $K = (k_1, k_2, k_3, k_4)^T$ =  $-\rho^{-1}B_1^TL$  (20)

可以证明,上述的L矩阵是一个四阶对称矩阵,因此它有10个未知元素,即。

$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{13} & L_{23} & L_{33} & L_{34} \\ L_{14} & L_{24} & L_{34} & L_{44} \end{pmatrix}$$
(21)

将上述的已知参数 A、 $B_1$ 、Q、 $\rho$ 代入退化的黎卡提方程(14)式,可解出此 方 阵L 的 10个未知元素,进一步可求出反馈系数列阵K的4个元素为。

$$\begin{cases} k_1 = L_{13}/m_1\rho - L_{14}/m_2\rho \\ k_2 = L_{23}/m_1\rho - L_{24}/m_2\rho \\ k_3 = L_{33}/m_1\rho - L_{34}/m_1\rho \\ k_4 = L_{34}/m_1\rho - L_{44}/m_2\rho \end{cases}$$
(22)

当计算出 $K=[k_1, k_2, k_3, k_4]$  "后,最佳控制可由系统的状态变量表示为:

 $\mu_{op} = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4$ 

此式经重新排列可写为:

$$\mu_{op} = k_1 (\widehat{x}_1 - \widehat{x}_2) + k_3 (\widehat{x}_3 - \widehat{x}_4) + (k_1 + k_2) \widehat{x}_2 + (k_3 + k_4) \widehat{x}_4$$

$$= k_1 (x_1 - x_2) + k_3 (x_1 - x_2) + (k_1 + k_2) (x_2 - x_0) + (k_3 + k_4) \widehat{x}_2$$
 (23)

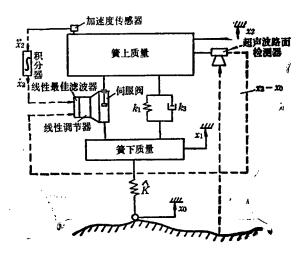


图4 主动悬架及反馈系统

由(23)式可以看出,如图3所示汽车主动悬架系统的确定性最佳控制器实际上是一个线性调节器,它由两部分组成。

第一部分是一般的被动悬架弹簧和阻尼器所组成的系统,其刚度和阻尼分别为k<sub>1</sub>和k<sub>3</sub>。 第二部分便是控制系统力发生器产生的控制力。

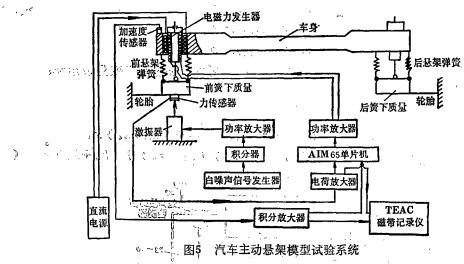
$$F_{d}^{n} = (k_{1} + k_{2}) \cdot (x_{2} - x_{0}) + (k_{3} + k_{4}) x_{2}$$
 (24)

其中(x<sub>2</sub>-x<sub>0</sub>)为车身和路面的位移差,可用超声波传感器测出; x<sub>2</sub>为车身的绝对速度,可用加速传感器测出并积分而得。将此两路信号经过最佳线性滤波器,再输入力发生器即可产生所需的控制力。因此,如图3所示的主动悬架系统可进一步完善为如图4所示的主动悬架及其反馈系统。

#### 五、汽车主动悬架的模型试验

( (3)

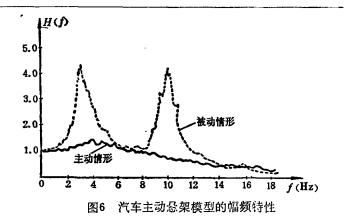
为了进一步探索汽车主动悬架理论的现实性和可行性,我们针对重庆3403厂生产的JH631K型山花牌旅行车,根据相似原则建立了如图5所示的汽车主动悬架模型,模型缩小比例为1.50。在此客库和模型中,质量分配系数为0.997,因此前后车身和车桥的振动可认为是相互独立的,再考虑汽车左右的对称性,并假定左右路面激励相同,则此客车悬架可按如图3所示的二自由度模型来研究。



在如图5所示模型中,用两个螺旋弹簧代替汽车板簧,用一个弹性悬臂梁代替轮胎,用信号发生器等模拟路面激励,采用电磁力发生器产生所需的控制力,控制力是根据上面的(24)式通过AIM65单板机产生<sup>[5]</sup>。在此模型中,当电磁力发生器不产生控制力时,此模型对应着汽车被动悬架的情形,当电磁力发生器按照控制规律产生力时,此模型对应着汽车主动悬架的情形。在这两种情形下,通过对记录在TEAC磁带记录仪上的激振力信号和响应信号进行FFT分析和处理,可确定其响应对应着随机激励的幅频特性。

通过试验和数据处理测得的汽车主动悬架模型在主动和被动情形下的幅频特性如图 6 所示。

从试验结果可以看出,汽车 悬架在加以主动控制以后,其车 身响应对激励的幅频特性曲线得 到了明显的降低,且共振峰得到 了很好的抑制。由此可说明,汽 车主动悬架能更好地降低汽车的 振动,从而提高汽车的平顺性和 操纵稳定性。



#### 六、结 论

通过上述的理论分析和模型试验可以看出,汽车主动悬架的减振性能显著地优于汽车被动悬架。不仅如此,它还有以下潜在的优越性:

- 1.在悬架静挠度较小的前提下能获得较低的固有频率和较小的悬架静挠度。
- 2. 悬架的动力学特性不随汽车载荷的变化而变化。对任何形式的激励均能作出快速的反应,并能根据激励的变化而任意使悬架变硬或变软。
- 3.研究主动悬架的理论已较成熟,可以把现代控制理论中的最佳控制完全应用到主动悬架分析中来。因此可以预测主动悬架在不久的将来将得到普遍的应用。

另一方面,由于受到以下几个方面因素的促进,主动悬架的应用前景更为远大:

- 1.主动悬架的潜力可能使系统特性有显著的改进,特别在被动悬架的发展潜力已经枯竭的地方。
- 2.具有可靠和有效的软件的计算机辅助设计技术的引入,在主动控制的发展和应用中起促进和推动作用。
  - 3.已经用了主动控制的航天工业的经验将渗透到地面交通运输中来。
- 4.执行机构、传感器和微处理器硬件的发展和应用,将使主动悬架变得易造、便宜和更加可靠。

综上所述,主动悬架是汽车悬架的发展方向,具有很好的应用前景。

#### 参考文献

- 〔1〕何渝生,《现代控制理论在汽车工程中的应用》,重庆大学汽车工程系教材,1988年
- (2) Kleinman, D.L., "On an Iterative Technique for Riccati Equation Computations", IEEE Trans A.C., Vol.AC-13, No.1, Feb., 1968
- (3) Sandell, N.R., "On Newton's Method for Riccati Equation Solution", IEEE Trans. A.C., Vol AC-19, No.3, June 1974
- 〔4〕舒红宇, "汽车传动系统随机扭转振动的研究", 重庆大学硕士论文, 1987年
- 〔5〕李伟, "汽车主动悬架的研究", 重庆大学硕士论文, 1989年
- (6) A.G. Thompson, "Optimal and Suboptimal Linear Active Suspensions for Road Uchicles", V. S.D.13(1984)

# The Theoretical Analysis and Model Experiment of Active-Suspension in Automobile

Shu Hongyu, Li Wei & He Yusheng

#### Abstract

In this paper, the basic problem and the Optimal control, especially the "LQG" (Linear, Quadratic, Gaussian) optimal control problem of active-suspension which is advanced rapidly have been analysed in detail. The results of theoretical analysis and model experiment represent that the performance of active-suspension is excellent and it would be used rapidly in automobile suspension

Keywords: Automobile Suspension Theory Model