

实验十二 测定介质中的声速 实验报告

物理学院 庄易诚

2024 年 6 月 2 日

目录

1	实验数据	2
1.1	实验环境与器材	2
1.2	共振频率的测量结果	2
1.3	极值法的测量结果	2
1.4	相位法的测量结果	2
1.5	温度、压强、相对湿度和饱和蒸汽压的测量结果	2
1.6	水中声速的测量结果	3
1.6.1	相位法的测量结果	3
1.6.2	声光法的测量结果	3
2	实验数据的分析，处理和结论	4
2.1	分别用逐差法和最小二乘法处理极值法空气中声速测量的数据	4
2.1.1	逐差法	4
2.1.2	最小二乘法	5
2.2	用最小二乘法处理相位法空气中声速的测量数据	6
2.3	利用气体参量测定空气中声速的测量结果	7
2.4	作峰-峰值电压随距离衰减图，分析总结声波能量随距离衰减规律	8
2.5	处理水中声速测量数据	9
2.5.1	相位法	9
2.5.2	声光法	9
3	收获与感想	10
3.1	对极值法的进一步讨论	10
3.2	误差处理的收获	10
3.3	声光法的进一步讨论	10
3.4	其他收获	10

1 实验数据

1.1 实验环境与器材

- 实验温度为 22.0°C
- 大气压为 760.30mmHg
- 相对湿度为 50%
- 在测量空气中的声速时使用器材有 DG1022U, RIGOL 频率发生器, SW-1 型声速测量仪, TDS002B-5 Tektronix 示波器等

1.2 共振频率的测量结果

$$f = 39.1\text{kHz}$$

1.3 极值法的测量结果

- 正向 (增大间距):

x_i/mm	13.720	18.862	23.850	27.571	32.150	36.753	41.250	45.715	50.261	54.700
U_{pp}/V	4.96	4.72	3.92	3.28	2.76	2.30	2.00	1.78	1.62	1.36

表 1: 极值法 (增大间距) 测量空气中的声速数据表

- 反向 (减小间距):

x'_i/mm	54.605	50.789	45.360	41.299	35.671	32.010	27.385	23.400	18.803	13.156
U_{pp}/V	1.34	1.55	1.67	1.88	2.12	2.56	3.08	3.60	4.48	4.90

表 2: 极值法 (减小间距) 测量空气中的声速数据表

1.4 相位法的测量结果

- 正向 (增大间距):

x_i/mm	11.795	21.477	30.755	39.651	48.722	57.617	66.513	75.395	84.300	93.925
-----------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

表 3: 相位法 (增大间距) 测量空气中的声速数据表

- 反向 (减小间距):

x'_i/mm	93.921	84.080	75.247	66.437	57.613	48.761	39.620	30.732	21.450	11.744
------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

表 4: 相位法 (减小间距) 测量空气中的声速数据表

1.5 温度、压强、相对湿度和饱和蒸气压的测量结果

- 温度: $\theta = 22.0^{\circ}\text{C}$
- 压强: $p = 766.30\text{mmHg}$

- 相对湿度: $H = 50\%$
- 饱和蒸气压: $p_s = 2643.5Pa$

1.6 水中声速的测量结果

1.6.1 相位法的测量结果

- 水中的共振频率 $f = 121.0kHz$
- 减小间距:

x'_i/mm	102.920	89.655	79.450	66.112	52.860	41.895	29.682	16.581	4.219
-----------	---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	-------

表 5: 相位法 (减小间距) 测量水中的声速数据表

- 增大间距:

x_i/mm	34.600	47.445	61.360	71.652	86.460
----------	--------	--------	--------	--------	--------

表 6: 相位法 (增大间距) 测量水中的声速数据表

由于仪器线路接触不良, 增大间距只得到了 5 组数据, 之后仪器已无法再次使用。

1.6.2 声光法的测量结果

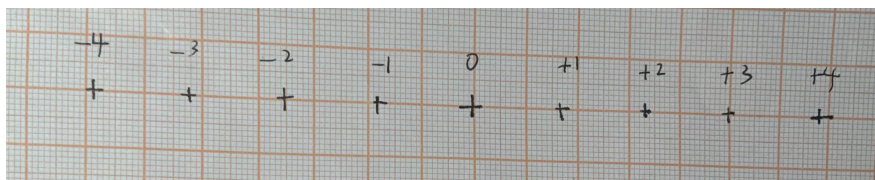


图 1: 原始数据图

- 原始数据:
光栅到屏的距离 $L = 420.6cm$
最适频率 $f = 9.646MHz$ He-Ne 激光波长 $\lambda = 633nm$

条纹级次 i	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
和零级条纹间距 x_i/cm	6.91	5.20	3.50	1.81	0	1.65	3.32	5.00	6.80

表 7: 声光法衍射条纹距离数据表

2 实验数据的分析，处理和结论

2.1 分别用逐差法和最小二乘法处理极值法空气中声速测量的数据

2.1.1 逐差法

对于距离增大和距离减小的两组数据，相邻 5 个波腹的距离平均值分别为

$$\overline{\Delta x} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_{i+5} - x_i)}{5} = 22.505mm$$
$$\overline{\Delta x'} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x'_{i+5} - x'_i)}{5} = 22.595mm$$

由极值法原理知，相邻波腹的距离是声波波长的一半，因此

$$\lambda_1 = 2 \times \frac{1}{5} \overline{\Delta x} = 9.002mm$$
$$\lambda_2 = 2 \times \frac{1}{5} \overline{\Delta x'} = 9.038mm$$
$$\lambda = \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2) = 9.020mm$$

由声速公式 $c = f\lambda$

测量结果为：

$$\text{增大距离: } c_1 = 351.98m/s$$

$$\text{减小距离: } c_2 = 353.39m/s$$

$$\text{平均声速: } \bar{c} = 352.69m/s$$

以下计算逐差法的不确定度：

令

$$\Delta x_i = x_{i+5} - x_i$$

$$\Delta x'_i = x'_{i+5} - x'_i$$

$$i = 1, 2, 3, 4, 5$$

对 A 类不确定度，由贝塞尔公式

$$\sigma_{\Delta x A} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i - \overline{\Delta x})^2}{5 \times 4}} = 0.19mm$$
$$\sigma_{\Delta x' A} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x'_i - \overline{\Delta x'})^2}{5 \times 4}} = 0.23mm$$
$$\sigma_{\lambda_1 A} = \frac{2}{5} \sigma_{\Delta x A} = 0.076mm$$
$$\sigma_{\lambda_2 A} = \frac{2}{5} \sigma_{\Delta x' A} = 0.092mm$$

对 B 类不确定度，取仪器允差 $e = 0.004mm$ ，则 $\sigma_{\lambda B} = \frac{e}{\sqrt{3}}$ (实际上过小可忽略)

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$$

不考虑信号发生器频率引起的误差

$$\sigma_c = f \sigma_{\lambda}$$

计算得

$$\text{正向: } \sigma_{c_1} = 3.0m/s$$

$$\text{反向: } \sigma_{c_2} = 3.6m/s$$

$$\text{平均: } \sigma_c = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_{c_1}^2 + \sigma_{c_2}^2} = 2.3m/s$$

因此最终结果为:

$$c = (352.7 \pm 2.3)m/s$$

2.1.2 最小二乘法

用计算器对 $x_i - i$ 关系作线性拟合, 得到:

$$\text{正向: 斜率 } k_1 = 4.507mm, \text{ 回归系数 } r_1 = 0.99979$$

$$\text{反向: 斜率 } k_2 = -4.558mm, \text{ 回归系数 } r_2 = 0.99938$$

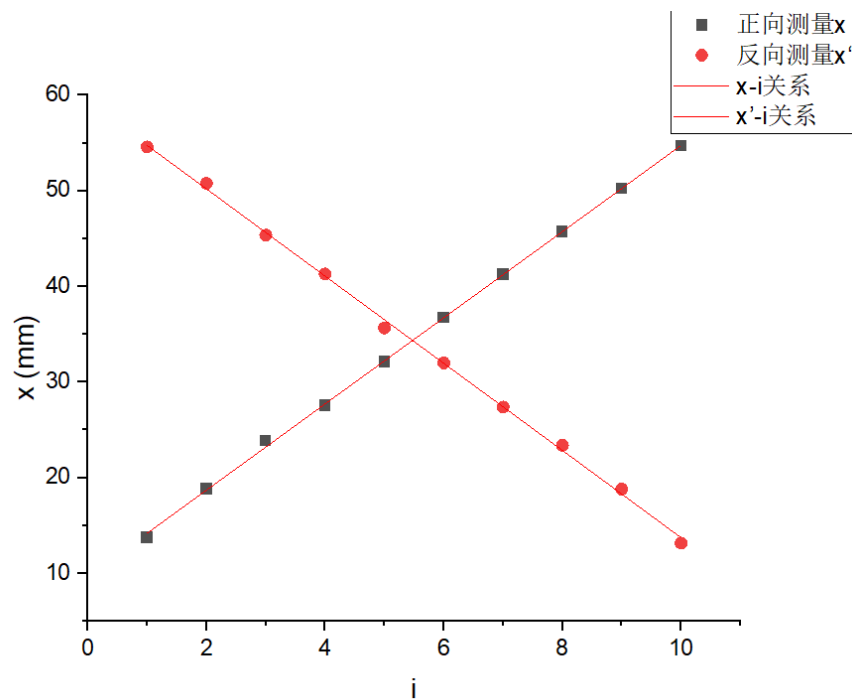


图 2: 极值法测空气中的声速 $x-i$ 关系图

由于 $|k| = \frac{\lambda}{2}, c = f\lambda$

$$\lambda_1 = 9.014mm \quad c_1 = 352.45m/s$$

$$\lambda_2 = 9.116mm \quad c_2 = 356.43m/s$$

A 类不确定度

$$\sigma_{\lambda 1A} = \lambda_1 \sqrt{\frac{r_1^{-2} - 1}{n - 2}} = 0.0648mm$$

$$\sigma_{\lambda 2A} = \lambda_2 \sqrt{\frac{r_2^{-2} - 1}{n - 2}} = 0.113mm$$

B 类不确定度为 $\sigma_{\lambda B} = \frac{e/\sqrt{3}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} (i-\bar{i})^2}}$, 其中 $e = 0.004mm$ (实际上太小可忽略)
 总不确定度 $\sigma_{\lambda} = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$ $\sigma_c = f\sigma_{\lambda}$, 故

$$\sigma_{\lambda 1} = 0.065mm \quad \sigma_{c1} = 2.53m/s$$

$$\sigma_{\lambda 2} = 0.113mm \quad \sigma_{c2} = 4.42m/s$$

因此,

$$\bar{c} = 354.44m/s$$

$$\sigma_c = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_{c1}^2 + \sigma_{c2}^2} = 2.5m/s$$

最终结果为:

$$c = (354.4 \pm 2.5)m/s$$

2.2 用最小二乘法处理相位法空气中声速的测量数据

用计算器对 $x_i - i$ 关系作线性拟合, 得到:

正向: 斜率 $k_1 = 9.040mm$, 回归系数 $r_1 = 0.999945$

反向: 斜率 $k_2 = -9.030mm$, 回归系数 $r_2 = 0.999921$

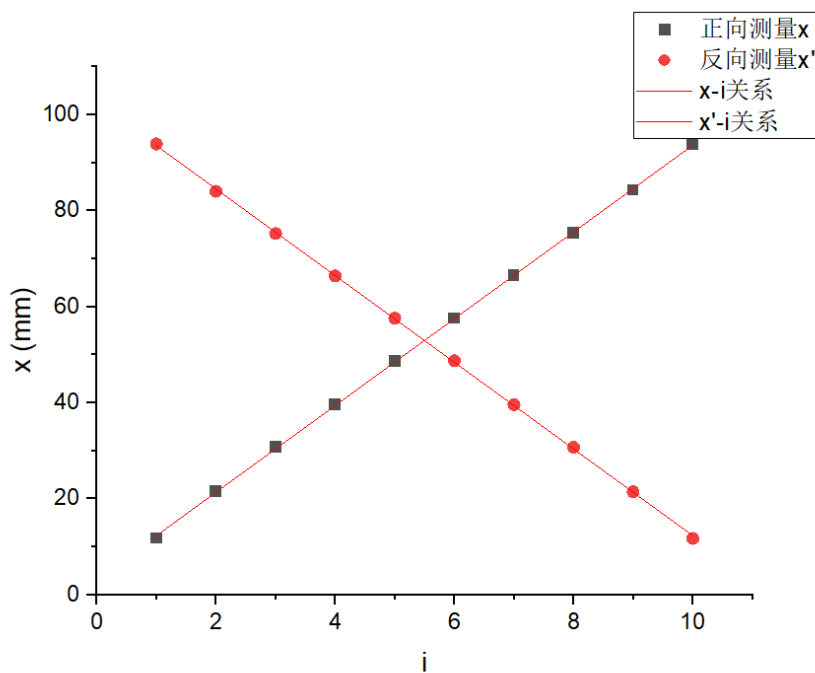


图 3: 相位法测空气中的声速 x-i 关系图

因为 $|k| = \lambda, c = f\lambda$, 故

$$\lambda_1 = 9.040mm \quad c_1 = 353.46m/s$$

$$\lambda_2 = -9.030mm \quad c_2 = 353.07m/s$$

A 类不确定度

$$\sigma_{\lambda 1A} = \lambda_1 \sqrt{\frac{r_1^{-2} - 1}{n - 2}} = 0.034mm$$

$$\sigma_{\lambda 2A} = \lambda_2 \sqrt{\frac{r_2^{-2} - 1}{n - 2}} = 0.040mm$$

B 类不确定度为 $\sigma_{\lambda B} = \frac{e/\sqrt{3}}{\sum_{i=1}^{10} (i-\bar{i})^2}$, 其中 $e = 0.004mm$ (可忽略)

总不确定度 $\sigma_{\lambda} = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$ $\sigma_c = f\sigma_{\lambda}$, 故

$$\sigma_{\lambda 1} = 0.034mm \quad \sigma_{c1} = 1.33m/s$$

$$\sigma_{\lambda 2} = 0.040mm \quad \sigma_{c2} = 1.56m/s$$

因此,

$$\bar{c} = 354.44m/s$$

$$\sigma_c = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{c1}^2 + \sigma_{c2}^2} = 1.0m/s$$

最终结果为:

$$c = (353.3 \pm 1.0)m/s$$

2.3 利用气体参量测定空气中声速的测量结果

根据测量原理

$$p_w = p_s H = 1321.8Pa$$

$$p = 766.30 \times 133.3244Pa = 1.0217 \times 10^5 Pa$$

$$c = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3912p_w}{p}\right)} = 345.41m/s$$

由于温度计最小分度值为 $1^\circ C$, 湿度计最小分度值为 1% , 气压计最小分度值为 $0.05mHg(6.7Pa)$ 由此估计

$$\sigma_{\theta} = \frac{e_{\theta}}{\sqrt{3}} = 0.58^\circ C$$

$$\sigma_{pw} = p_w \sqrt{\left(\frac{e_H}{\sqrt{3}H}\right)^2 + \left(\frac{0.1Pa}{p_w}\right)^2} = 15Pa$$

$$\sigma_p = \frac{e_p}{\sqrt{3}} = 3.8Pa$$

因此,

$$\sigma_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{\frac{\sigma_{\theta}}{T_0}}{1 + \frac{\theta}{T_0}}\right)^2 + \left(\frac{0.3192 \frac{p_w}{p}}{1 + \frac{0.3192 p_w}{p}}\right)^2 \left[\left(\frac{\sigma_{pw}}{p_w}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2\right]} = 0.3m/s$$

应保留至小数点后第一位, 有效数位为 4 位, 最终结果为:

$$c = (345.4 \pm 0.3)m/s$$

2.4 作峰-峰值电压随距离衰减图，分析总结声波能量随距离衰减规律

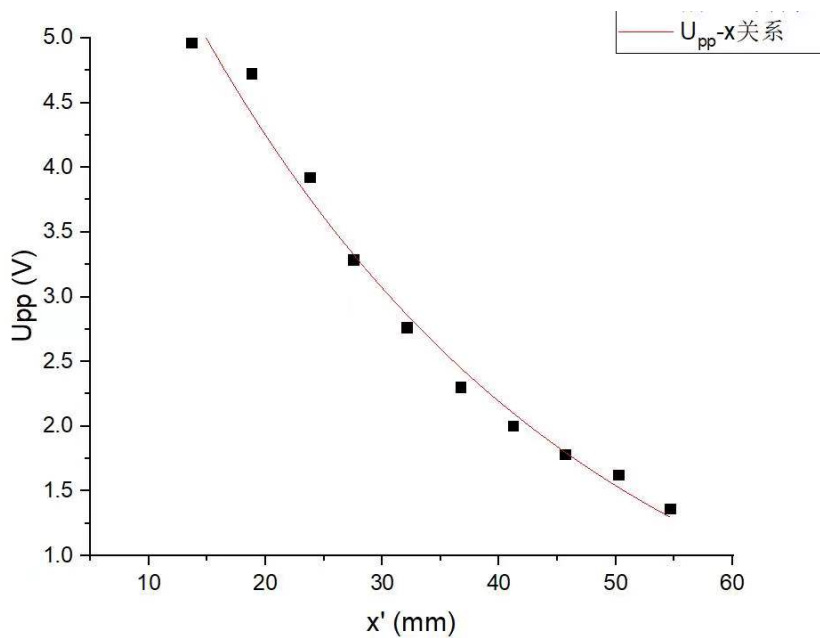


图 4: 极值法正向 U_{pp} -xi 关系图

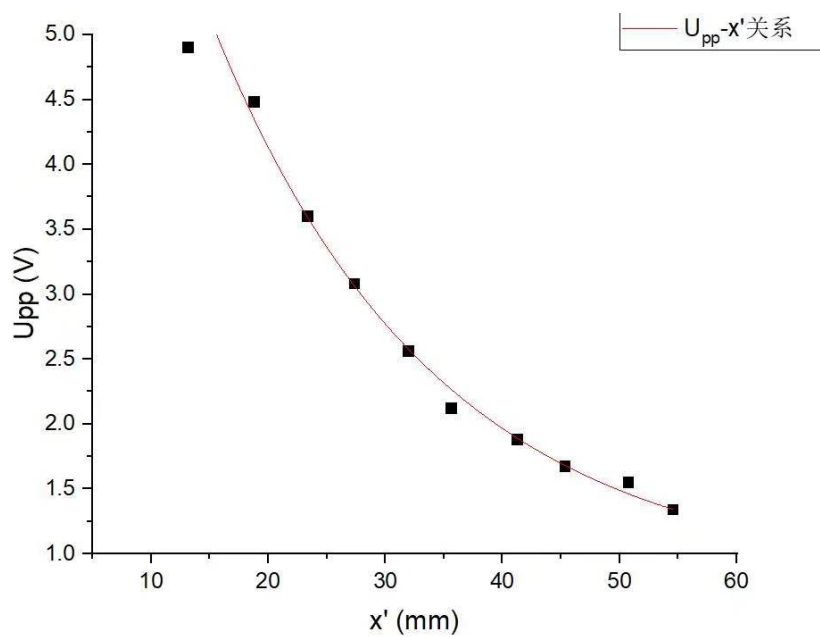


图 5: 极值法负向 U_{pp} -xi 关系图

图中做了指数拟合，可以看出两组数据都大致符合指数形式，因此声波能量随距离大致以指数的形式衰减。

2.5 处理水中声速测量数据

2.5.1 相位法

用最小二乘法，可计算得

$$\text{正向: } \lambda_1 = 12.792 \quad r_1 = 0.9989$$

$$\text{反向: } \lambda_2 = 12.296 \quad r_2 = 0.9998$$

$$c_1 = 1547.8 \text{ mm} \quad c_2 = 1487.8 \text{ m/s}$$

$$\sigma_{\lambda_1} = 0.344 \text{ mm} \quad \sigma_{c_1} = 42 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\lambda_2} = 0.093 \text{ mm} \quad \sigma_{c_2} = 11.3 \text{ mm}$$

$$\text{因此, } \sigma_c = 22 \text{ mm}$$

$$\text{最终结果为: } c = (1518 \pm 22) \text{ m/s}$$

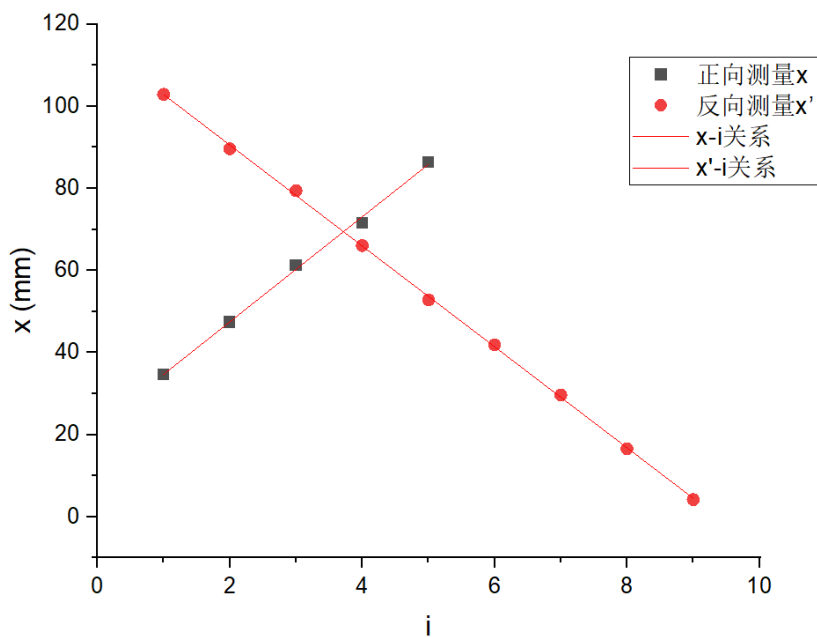


图 6: 相位法测水中的声速 x-i 关系图

2.5.2 声光法

声波波长与光栅常数 d 相等，根据公式 $d \sin \theta = k\lambda$ ，数据处理过程如下：

条纹级次 k	1	2	3	4
和零级条纹平均间距 $x'_k = \frac{x_k + x_{-k}}{2} / \text{cm}$	1.725	3.410	5.100	6.850
$\sin \theta \approx \theta = \frac{x'_k}{L} / 10^{-3}$	4.10	8.11	12.13	16.30
光栅常数 $d = \frac{k\lambda}{\sin \theta} / 10^{-4} \text{ cm}$	1.544	1.562	1.565	1.553

表 8: 声光法测量水中的声速数据处理表

计算得

$$\lambda_{sound} = \bar{d} = 1.556 \times 10^{-4} cm$$
$$c = f\lambda_{sound} = 1501 m/s$$

3 收获与感想

3.1 对极值法的进一步讨论

- 在使用极值法测量的过程中，我发现在待测极值附近会出现几个峰峰值的次极大，对测量有一定的误导性，即会出现多极值问题。查阅资料发现，在共振频率时，示波器的二倍频，三倍频等非谐波对峰峰值有影响，因此测量时应对极值出现的位置有大致预估，以此判断是否为真实极值。
- 在鼓轮转动的较大范围内电压峰峰值变化很小，难以准确读取，取点是随机的，会造成一定系统误差，为了减小这个误差，可以试着在某个固定趋势处读取数据，比如在极值范围内峰峰值第一次出现下降趋势处。

3.2 误差处理的收获

- 在计算不确定度前应对两类不确定度的量级有大致的预估，如果某类不确定度的影响显著小于另一类不确定度，则可以直接忽略，减轻数据处理的工作量。比如在本实验中，由于千分尺的允差 $e = 0.004 mm$, B 类不确定度相比 A 类差两个数量级，可以直接忽略。
- 计算逐差法的 A 类不确定度时，设有 n 组数据，应先将逐差后的数据视为一组个数为 $n/2$ 的新数据，按照贝塞尔公式计算，再将所得不确定度除以 n 得到最终的不确定度。

3.3 声光法的进一步讨论

- 测量过程中两边条纹并没有完全严格对称，我采取的方法是计算两侧同级条纹间距再除以 2 以计算 θ 。造成不对称的原因可能是激光没有严格垂直入射光栅。

3.4 其他收获

- 极值法和相位法通过换能器将力学量的测量转化为电学测量，而声光法通过构造超声光栅将力学量的测量转化为光学测量，思路值得借鉴。
- 在极值法和相位法中，分别选取峰峰值极大，李萨如图形成直线等具有容易辨识与观测的位置进行测量以减小误差，设计实验的思路值得借鉴。