exercices extraits du contrôle BRDF Mai 2007

Problème 1 – loi de Poisson

Soit un problème de discrimination à 2 classes $\omega 1$ et $\omega 2$. On veut distinguer les classes à partir d'une caractéristique discrète $x \geq 0$. (x=0,1,2,3,....)

Les distributions des classes $\omega 1$ et $\omega 2$ sont des lois de Poisson de paramètres $\lambda 1$ et $\lambda 2$ respectivement. On suppose $\lambda 1 > \lambda 2$.

1) Ecrire la règle de décision Bayésienne (pénalité symétrique, sans rejet). Quelle est l'expression du point frontière x* ?

application : $\lambda 1=8$, $\lambda 2=4$, classes équiprobables

2) donner l'expression des probabilités d'erreur de type 1 et de type 2, ainsi que de la probabilité d'erreur totale, en fonction de $\lambda 1$, $\lambda 2$ et des probabilités a priori.

NB : on rappelle l'expression d'une loi de Poisson de paramètre λ

$$P_\lambda(u) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^u}{u!}$$

Problème 2 – règle de relaxation

Donner la version séquentielle d'un algorithme de discrimination linéaire à 2 classes L^+ et L^-, utilisant la fonction de coût :

$$J_r(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \sum_{X \in Y(A)} \frac{(\mathbf{A}^t\, c(\mathbf{X})\,\mathbf{X} - m)^2}{\|\mathbf{X}\|^2}$$

avec **A** le vecteur étendu représentant un hyperplan, Y(**A**) l'ensemble des échantillons mal classés par **A**, *m* une constante positive.

X est un vecteur étendu de l'ensemble d'apprentissage et c(**X**) est une fonction qui vaut 1 si **X** appartient à la classe L+ et -1 sinon.
X est bien classé si $c(\mathbf{X})\mathbf{A}^t\mathbf{X} > m$