李承高

2022 年 11 月 29 日

目录

1 2004量子力学试题

1. 设粒子的波函数

$$\phi(x) = Ae^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

(1)证明归一化常数
(2)证明该波函数是谐振子的零级波函数
(3)求坐标，动量，能量平均值

2.证明：若λ是力学量算符$\hat{F}$的一个本征值，则λ^2为力学量算符$\hat{F}^2$的本征值。

3.证明在角动量$\hat{L_z}$的本征态下，角动量$\hat{L_x}$和$\hat{L_y}$的平均值为0.

4.设$\hat{N}, \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = I, \hat{N}\phi = n\phi$，证明$\mu = \hat{A}\phi, \nu = \hat{B}\phi$是$\hat{N}$的本征矢。

5.利用测不准关系估算谐振子基态能量。

6.证明：
(1)$\hat{P}_x = \frac{im}{\hbar}[\hat{H}, \hat{X}]$。
(2)在具有分立的能量本征态中的定态中，动量的平均值为$\overline{P_x} = 0$。

7.一质量为m，电荷为q的粒子在电场ε中运动：

$$V(x) = -q\varepsilon x$$

试证明动量-能量测不准关系$\Delta P_x \Delta E \geq \frac{1}{2}\hbar|q|\varepsilon$。

8.均匀磁场$B = B\overrightarrow{i}$,有一定域电子，其哈密顿量为：

$$H = \hbar\frac{eB}{2\mu}\sigma_x = \hbar\omega\sigma_x$$

设$t = 0$时，电子自旋$S_z = \frac{\hbar}{2}$,求t时刻电子自旋$\hat{S}$的平均值。

9.设非简谐振子的H表示为$H = H_0 + H'$

$$H_0 = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$
$$H' = \beta x$$

用微扰论求其能量本征值（准确到二级近似）（提示：谐振子波函数的递推关系：
$x\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}(\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x))$

10. 质量为m的粒子在一维无限深势井：

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \leq a, x \geq a \end{cases}$$

中运动，其波函数是$\psi(x) = Ax(x-a)$，求测量能量的可能值，以及测值概率。

2 2005量子力学试题

1.判断下列描述状态是否为定态

(1)$\psi(x) = \mu(x)e^{iE_1t/\hbar} + \mu(x)e^{-iE_2t\hbar}$
(2)$\psi(x) = 2\mu(x)e^{-iEt/\hbar}$

2.设粒子处于二维无限深势井中，求粒子的能量本征值和本征波函数。

3.利用谐振子波函数的递推关系求在ψ_n态下的坐标，动量，能量的平均值及相应误差。

4. 一质量，电荷量为q的粒子在垂直均匀磁场B的平面内运动，其能级为$E_n = (n+\frac{1}{2})\frac{\hbar|q|B}{m}$，若粒子从$n=3$的激发态跃迁到基态，辐射电磁波，试求电磁波的频率。

5.在波函数$\psi(x) = \mu(x)e^{iP_0x/\hbar}$中，若$\mu(x)$是实函数，证明$\overline{P_x} = P_0$。

6.证明分立的能量本征态下的动量平均值为0。

7.不考虑自旋，取朗道规范，带电粒子在垂直于均匀磁场$\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{k}$的平面平面内运动的哈密顿量为：

$$H = \frac{1}{2\mu}(p_x^2 + (p_y - qBx)^2)$$

若取力学量完全集H, p_x，则它们的共同本征函数可以写为$\Psi(x,y) = \phi(x)e^{ip_yy/\hbar}$，试确定体系的能级。

8. 在自旋角动量S_z的本征态下，求自旋角动量S_x, S_y的平均值

9.设非简谐振子的H表示为$H = H_0 + H'$

$$H_0 = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$
$$H' = \beta x$$

用微扰论求其能量本征值（准确到二级近似）（提示：谐振子波函数的递推关系：
$x\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}(\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x))$

10.费米子体系的产生湮灭算符用$a, a^\dagger$来表示，他们满足关系$aa^\dagger + a^\dagger a = 1, a^2 = 0, (a^\dagger)^2 = 0$, 以$n = a^\dagger a$表示单粒子态上的粒子数算符，计算$[n, a^\dagger], [n, a]$。

3　2006量子力学试题

1.判断下列描述状态是否为定态

(1)$\psi(x)=\sqrt{\dfrac{2}{L}}\sin\dfrac{\pi x}{L}e^{iE_1t/\hbar}+\mu(x)e^{-iE_2t\hbar}$

(2)$\psi(x)=\sqrt{\dfrac{2}{L}}\sin\dfrac{\pi x}{L}e^{-iEt/\hbar}$

2.质量为m的粒子在一维无限深势井：

$$V(x)=\begin{cases}0 & 0<x<a\\ \infty & x\leq a, x\geq a\end{cases}$$

中运动，其波函数是$\psi(x)=Ax(x-a)$，

(1)求归一化常数A

(2)求坐标动量能量的平均值

(3)求测量能量的可能值，以及测值概率。

(4)证明：若λ是力学量算符$\hat{F}$的一个本征值，则λ^2为力学量 (5)一粒子的运动能级$E_n=-\frac{\alpha}{n^2}$,若粒子从$n=3$的激发态跃迁到基态，辐射电磁波，则电磁波的频率和波长分别为多少。

3.证明：

(1)$\hat{P}_x=\frac{im}{\hbar}[\hat{H},\hat{X}]$。

(2)在具有分立的能量本征态中的定态中，动量的平均值为$\overline{P_x}=0$。

4.设$\hat{N},\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}=I,\hat{N}\phi=n\phi$，证明$\mu=\hat{A}\phi,\nu=\hat{B}\phi$是$\hat{N}$的本征矢。

5.质量为m的粒子在势场：

$$V(x,y,x)=\frac{1}{2}m\omega^2(x^2+y^2+z^2)$$

中运动。求粒子的能量本征值。

6.若S是电子的自旋角动量算符，试证明：

$$S_xS_zS_xS_yS_x=i(\frac{\hbar}{2})^5$$

7.分别取坐标表象和动量表象，求$p_x+\alpha x$的本征函数。

8.一质量为m的的粒子在势场：

$$V(x)=-\alpha x$$

中运动，求动量-能量的测不准关系。

9.设非简谐振子的H表示为$H=H_0+H'$

$$H_0=\frac{P^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$
$$H'=\beta x$$

用微扰论求其能量本征值（准确到二级近似）（提示：谐振子波函数的递推关系：
$x\psi_n(x)=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}(\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}(x)+\sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x))$

4 2008量子力学试题

1.填空：

(1)若力学量$\hat{F}$的本征值为λ，则力学量$\hat{F}^2$的本征值为__________。

(2)在角动量L_z的本征态下，角动量L_x, L_y的平均值分别为__________,__________。

(3)在具有分立的能量本征值的定态中给，动量平均值为__________。

(4)一质量，电荷量为q的粒子在垂直均匀磁场B的平面内运动，其能级为$E_n = (n+\frac{1}{2})\frac{\hbar|q|B}{m}$，若粒子从$n=3$的激发态跃迁到基态，辐射电磁波，电磁波的频率为__________，波长为__________。

(5)考虑一维束缚粒子，则$\frac{d}{dt}\int \Phi^*(x,t)\Phi(x,t)dx =$ __________。

(6)若S是电子的自旋角动量算符，则$S_xS_zS_xS_yS_x =$ __________。

(7)一质量为m，电荷为q的粒子在电场ε中运动，则$[P_x, H] =$ __________，动量-能量不确定性原理为__________。

2.利用谐振子波函数的递推关系：

$$x\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\left[\sqrt{\frac{n}{2}}\varphi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\varphi_{n+1}(x)\right]$$

$$x^2\varphi_n(x) = \frac{\hbar}{2m\omega}\left[\sqrt{n(n-1)}\varphi_{n-2}(x) + (2n+1)\varphi_n(x) + \sqrt{(n+1)(n+2)}\varphi_{n+2}(x)\right.$$

$$\frac{d}{dx}\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\left[\sqrt{\frac{n}{2}}\varphi_{n-1} - \sqrt{\frac{n+1}{2}}\varphi_{n+1}\right]$$

(1)在ψ_n态下的坐标，能量，动量的平均值和误差。

(2)设非简谐振子的H表示为$H = H_0 + H'$

$$H_0 = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

$$H' = \beta x$$

用微扰论求其能量本征值（准确到二级近似）