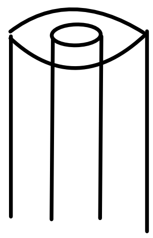
稳恒电流的电场与磁场

1.理论问题：内外半径分别为 a 和 b 的无限长空心圆柱中均匀分布轴向电流 I，求柱内外的磁感应强度。



① $r \le a$， $i = 0$， $B = 0$

真空磁导率：$u_0 = 4\pi \times 10^{-7}$

相对磁导率：Cu：$u_r \approx 1$

Fe：u_r：200~5000

② $a < r < b$， $i = \dfrac{\pi r^2 - \pi a^2}{\pi b^2 - \pi a^2} I$ ，

$$\oint B\,dl = u i$$

$$B \cdot 2\pi r = u i \Rightarrow B = \frac{\pi r^2 - \pi a^2}{\pi b^2 - \pi a^2} \cdot \frac{u I}{2\pi r}$$

③ $r > b$， $i = I$

$$B \cdot 2\pi r = u I \qquad B = \frac{u I}{2\pi r}$$

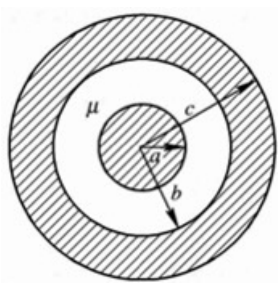
2. 求载流环圆心处 B

$$dB = \frac{u_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,dl}{r^2} \qquad B = \int_0^{2\pi r} \frac{u_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,dl}{r^2}$$

$$= \frac{u_0 I}{2r}$$

3.同轴线内外导体半径为 a，外导体的内半径为 b,外半径为 c，如下图。设内外导体分别流过反相的电流，两导体之间介质的磁导率为 μ,求各区域的 H、B。

若电流流向 $+z$ 方向



$I = 1A$

① $0 < r < a$

$$i = \frac{r^2}{a^2} \cdot I \ , \quad 2\pi r \cdot B = u i \Rightarrow B = \frac{u r I}{2\pi a^2}$$

$$2\pi r H = i \Rightarrow H = \frac{r I}{2\pi a^2}$$

② $a \le r \le b$

$$i = I \ , \quad 2\pi r B = u I \Rightarrow B = \frac{u I}{2\pi r}$$

$$2\pi r H = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

③ $b<r<c$

$$i = I - \frac{r^2-b^2}{c^2-b^2} I = \frac{c^2-r^2}{c^2-b^2} I$$

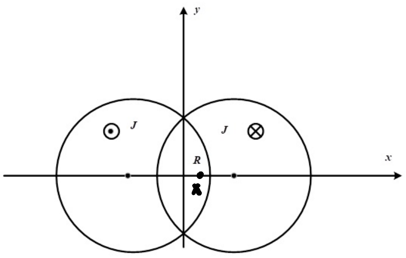
$$B = \frac{u(c^2-r^2)I}{2\pi r(c^2-b^2)}, \quad H = \frac{(c^2-r^2)I}{2\pi r(c^2-b^2)}$$

④ $r>c$

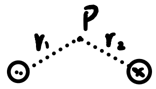
$i=0$

$B=0, \ H=0$

4.理论问题：两个半径都为 a 的圆柱体，轴间距为 d，d<2a，如下图。除两柱重叠部分 R 外，两柱上各有大小相等、方向相反的电流，密度为 **J**,求区域 R 的 **B**。



等价



$$B = B_1 - B_2 = \frac{u_0 I}{2\pi r_1}\vec{a}_{r_1} - \frac{u_0 I}{2\pi r_2}\vec{a}_{r_2}$$

x轴方向上：$$B = \frac{u_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{a-\left(\frac{2a-d}{2}-x\right)} - \frac{1}{a-\left(\frac{2a-d}{2}+x\right)}\right)$$

$$= \frac{u_0 I}{\pi}\left(\frac{x}{x^2-\frac{d^2}{4}}\right)$$