姓名：________

学号：________

院系：________

____级____班

装

订

线

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称： 复变函数 试 卷： A 考试形式： 闭卷

授课院（系）： 数学 考试日期：2020 年 8 月 20 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
标准分	36	24	18	22	/	/	/	/	100
得 分									

一. 单项选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 计算复数 $(1+i)^{2020}$ 的值：

A．0　　B. 1　　C. 2^{1010}　　D. -2^{1010}

2. 关于 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 在 $z_0=x_0+iy_0$ 处可导的说法正确的是：

A． u, v 在 (x_0,y_0) 处可微；　　B. f(z) 在 z_0 处解析；

C． u, v 关于(x, y)连续可微；　　D. u 一定不是常数；

3. 关于辐角主值函数 arg(z)的说法不正确的是：

A． 在 0 点取值没意义；　　B. 在复平面连续；

C． 是单值函数；　　D. arg(1)=arg(2020)；

4. 复值函数 $w=e^z$ 把 Z 平面上虚轴映射为 W 平面何种图像：

A． 负实轴；　　B. 正实轴；

C． 虚轴；　　D. 单位圆周；

5. 函数 $\frac{1}{\tan(z)}$ 在 z=0 处的留数是：

A. −1；　　B. 1；　　C. 0；　　D. i；

6. 沿 y=x 计算积分 $\int_0^{1+i}(6x^2+6yi)dz$ ：

A. −3+5i；　　B. −1+5i；　　C. −2+5i；　D. −6+5i；

7. 计算积分 $\oint_{|z|=2}\frac{z^3}{z^2-5}dz$ 的值：

A. i；　　B. 0；　　C. 1；　D. 2；

8. 计算积分 $\oint_{|z|=3}\frac{z^3+2z+3}{2(z+1)^4}dz$ 的值：

A. 0；　　B. πi ；　　C. $2\pi i$；　　D. $3\pi i$；

9. 设 $z_n=\frac{2020^n}{n!}i^n$ ，则 $\lim\limits_{n\to\infty}z_n$ 为：

A. 1；　　B. 0 ；　　C. i；　D. 不存在；

10. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(1+i)^n z^{2n}}{4^n}$ 的收敛半径是：

A. $\sqrt{2}$ ；　　B. $\sqrt[4]{2}$ ；　　C. 2；　　D. $2^{\frac{3}{4}}$ ；

11. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}c_n z^n$ 在 3+4i 处收敛，则下述说法错误的是：

A．在 z=1 处肯定收敛；　　B. 在 z=2 处肯定收敛；

C. 在 z=5 处可能收敛；　　D. 在 z=6 处不收敛；

12. 设函数 $f(z)=\dfrac{z^2-1}{z^2\sin(z)}$ ，则其在 z=0 处的留数是：

A．0；　　B. πi ；　　C. $\dfrac{5}{6}$ ；　　D. $\dfrac{2}{3}$ ；

二.　多项选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 下列关于复函数的说法中，正确的是 (　　).

A. $\lim\limits_{z\to\infty} e^z=\infty$

B. $|\cos(z)|\le 1$ 未必成立；

C. 函数 $f(z)=\mathrm{Re}(z)$ 在复平面内处处关于 z 可微；

D. 已知函数 $f(z)=\dfrac{e^z}{\sin(\pi z)}$ 在点 $z=\dfrac{1}{3}$ 处展开成泰勒级数的收敛半径是 R，则 $R=\dfrac{1}{3}$

2. 三点 3+i, 6, 4+4i 两两连线构成的图形是：

A．等边三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 直线

3. 关于序列极限 $z_n=a_n+ib_n\to 0$ 的说法不正确的是：

A．$\overline{z_n}\to 0$；　　B. $|z_n|\to 0$；

C. $(a_n)^2\to 0$ 未必成立；　　D. $(b_n+2a_n)^2\to 0$ 未必成立；

4. 关于方程$(\bar{z})^2 = z^2$的解说法不正确的是：

A. z 一定为实数； B. z 可能是纯虚数 ；

C. z 可能是 1+i； D. 没有解；

5. 设函数 f(z)在区域 D 内解析，则下列说法不正确的是：

A. Re(f(z))为常数，则 f(z)恒为常数；

B. Im(f(z))为常数，则 f(z)未必为常数；

C. f(z)在 D 内的每一点邻域可展开成幂级数；

D. |f(z)|为常数，则 f(z)未必为常数；

6. 对于非零的复数 z，z_1 与z_2 ，下列表述错误的是 ：

A. $Ln(z_1 z_2) = Ln(z_1) + Ln(z_2)$； B. $Ln(z^2) = 2Ln(z)$；

C. $Ln(z^3) = 3Ln(z)$； D. $Ln(\sqrt{z}) = \frac{1}{2}Ln(z)$ ；

7. 关于奇点的说法不正确的是：

A. 复平面上可去奇点处的留数为零；

B. ∞点作为可去奇点时，留数为零；

C. 0 为$e^{\frac{1}{z}}$ 的本性奇点；

D. 0 为$(\sin(\frac{1}{z}))^{-1}$ 的本性奇点；

8. 设函数 f(z)在复平面内解析，且不为常数，则下列说法不正确的是：

A. f(z)的共轭函数也在复平面内解析；

B. f(z)在复平面内是无界函数；

C. f(z)的模长最大值在一个有限点z_0取到；

D. f(z)的模长最小值不可能在一个有限点z_0取到；

三、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 复数$(-2)^i$的辐角主值是 ________。

2. 复数$e^{(1+2i)^2}$ 的模长是__________。

3. 设函数$f(z)=2z^2e^{\frac{3}{z}}$ ，则其 z=0 处的留数是_________。

4. 函数$\dfrac{3z-2}{z^2-z}$ 沿圆周|z|=3 的负方向积分，积分值为_______。

5. 设函数$g(z)=\oint\limits_{|z|=2}\dfrac{\varsigma^4+2\varsigma^2}{(\varsigma-z)^2}d\varsigma$ ，则 g(1+i)=_____________。

6. 积分值$\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{\sqrt{5}+\cos(\theta)}$ 等于____________。

四、 简答题：（共 22 分）

1、（10 分）分别求函数 $f(z)=\dfrac{1}{(z-1)(z-2)}$ 在区域 $|z|<1$ 与 $|z|>3$ 内的洛朗展式。

2、（12 分）设实函数 $u(x,y)=x^3-3xy^2+y$，证明其为调和函数，并求 $u(x,y)$ 的共轭调和函数 $v(x,y)$ 使得解析函数 f(z)=u+iv 满足 f(i)=1-i