# 假设：

1、旅行团是不可以分割的商品。

2、旅游团先到一个组织缴费之后由组织通过拍卖的方式将这些旅行团拍卖给旅行承包商。

3、每个旅行团的人数满足正态分布。

4、承包商不会把估值函数告诉拍卖组织者，但是会告诉它估值函数近似函数。

5、承包商之间不存在结盟关系。

# 符号说明：

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 说明 |
|  | 表示旅行的承包商 |
|  | 表示游客资源 |
|  | 表示第种旅行团的数目 |
|  | 表示第种旅行团的人数属性 |
|  | 表示第承包商的成本函数 |
|  | 表示第承包商的估值函数 |
|  | 表示第承包商的可以容纳的人数 |
|  | 表示分配给承包商旅行团的数目 |

# 问题描述：

存在一个平台，平台有种不可分的游客资源（游客资源的以人数和出发地前往地的以进行区分），，有个承包商，，承包商由于自身的情况不同是非同质的。这里面存在分配方案。表示分配给承包商旅行资源的数目。每一个承包商有容积限制，每一种旅游资源也有数目限制。下面具体描述承包商和平台。

有上面的符号可以得到分配给承包商的人数为



而表示承包商的估值函数表示成本函数（也可以说是承包商可以接受的最低的买家出价）这个函数是与分配得到人数相关的。可以表示成为



而这个我们假定由两部分组成，第一部分是固定成本，这个与承包商的容积有关可以。我们假定这个为非凸递增函数（例如和这种）有。



还有一部分是提供给每一个游客的服务，假设游客得到服务费用从游客角度是但是它提供这些的花费是，这里是单位游客实际损耗。所以可变的成本为。



表示由于人数上升而带来的当损耗的下降是一个0到1的小数，这里为了方便定义成为如下形式。



这里面是大于1的。

这里给一些解释它代表着旅行社为了让为一个游客享受到而进行的付出，例如所有旅行社A，B都提供3元冰红茶，但是A的进口价是2元而B的进口价是2.5元，那么。这里我们假定是与服务的人相关的。这里为了不考虑游客偏好的问题，假定承包商给游客的服务价值都是。这里就有了成本（估值）函数为固定成本和可变成本组成为如下形式。



这里面并且属于凹函数类型。这样建模以后可以保证边际成本是不断减小的，也符合实际的情况。

有上面的估值（成本）函数可以得到成本函数其实是一个以为参数，以为自变量的函数。是可以公开给拍卖者的，而,是私有信息不可以公开的。

平台的作用就是在有上面的隐私条件、资源数目、承包商容积限制的情况下求解分配方案,使得总体的成本函数最低，这也是这个问题的核心，形式如下。



# 拍卖模型：

由于这类问题属于一个买家多个卖家的形式，承包商提供运输服务而承包商拥有游客资源为了将其刻画为一般的拍卖模型。我们定义承包商的估值函数为。

****

这里面表示一开始平台获得的游客支付的价格，这里表示承包商将游客送到目的后平台就将费用支付给承包商，那么这样问题就变成。



而且这里面我们发现其实**如果总的估值最大的化也代表了总体的成本最低。**这样就转化成为一般的正向拍卖过程，这里面用表示承包商为了获得旅游资源后需要自付的价格。



成本函数就是之前的估值模型给出的，那么效用为，有如下形式。



对于平台而言获得收入将是



# 近似估值模型

为了可以求解可以采用近似估值函数，使用线性（仿射）或者二次函数去对真实的估值函数进行拟合，将拟合函数作为近似估值函数递交上去，这样避免了买家会将自己私有信息公布的情况。我们定义是近似估值函数，我们将其定义成为如下形式。

|  |  |
| --- | --- |
| 仿射函数 |  |
| 二次函数 |  |

为了求解近似估值函数我们采用最小二乘法求解，形式如下：



求解近似估值函数就是求解参数使得最小二乘的目标最小，考虑到是整数，有如下优化形式。



在得到了近似估值函数，将它递交给拍卖者，由拍卖者按照社会最优进行分配，这里和正向拍卖不一样的是，本问题的拍卖是反向拍卖，这里面社会福利最优是追求的总的成本函数（估值函数）最小。

# 正向组合拍卖

原问题的分配形式如下：





这里面的优化形式属于非线性优化，很难找到最优解，为了更好的求解这类问题，我们将引入一个二进制变量，表示承包商的是否被分配个人，如果分配那么就为1否则为0，当引入这个变量之后就可以作为整数线性的规划。形式如下。





这里面的约束是针对供不应求得情况。

# 实验情况

使用近似估值的情况进行分配得到的分配效率如下。我们用近似估值去进行分配的人数为，真实估值分配人数为。这么分配效率可以定义为



经过20次实验投标者数目为10个。

|  |  |
| --- | --- |
| 容积占比 | 分配效率 |
| 50% | 100.0000% |
| 60% | 99.9805% |
| 70% | 99.9738% |
| 80% | 99.9574% |
| 90% | 99.9688% |
| 100% | 99.9984% |