

电商平台与其入驻商家合作发放优惠券的最优策略及效益

曾 燕¹, 吴雪枫², 康俊卿¹, 陈卓然¹

(1. 中山大学 岭南学院, 广州 510275; 2. 帝国理工学院, 伦敦 SW7 2AZ)

摘 要 随着数字经济发展, 电商平台与其入驻商家合作发放优惠券日益成为流行的营销方式, 但同时也给电商平台和入驻商家的运营决策及其对应的经济效益分析增加了复杂性. 本文构建理论模型研究了电商平台与其入驻商家合作发放优惠券的最优策略及其经济效益, 并考虑了其广告促销策略之间的相互作用. 本文发现: 1) 电商平台可以通过降低平台抽佣比例、减少商家参与合作发放优惠券的费用或者扩大商家的平台销售渠道市场规模等方式促进入驻商家参与合作发放优惠券; 2) 电商平台加大广告投入以及提升合作发放优惠券承担比例将会提升入驻商家参与合作发放优惠券的积极性; 3) 入驻商家参与合作发放优惠券的意愿与其广告投入之间存在相互促进关系; 4) 当入驻商家广告预算较为宽松或其广告投入对平台渠道需求影响较大时, 即入驻商家可以更多地依靠广告投入来提升平台渠道需求时, 合作发放优惠券将会使得消费者的实付价格上升, 损害消费者利益. 本文为理解新兴的合作发放优惠券的经济效益提供了新视角和新见解.

关键词 电商平台; 入驻商家; 合作机制; 优惠券; 广告投入; 消费者利益

Optimal coupon cooperation policy of e-commerce platforms and e-tailers and its benefit

ZENG Yan¹, WU Xuefeng², KANG Junqing¹, CHEN Zhuoran¹

(1. Lingnan College, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China; 2. Imperial College London, London SW7 2AZ, UK)

Abstract With the development of the digital economy, coupon cooperation through e-commerce platforms and their merchants has become increasingly popular. This not only brings complexity to the operational decisions of e-commerce platforms and their merchants but also poses challenges for regulators and researchers to analyze its economic consequences. This paper constructs a theoretical model to study the optimal strategy and economic benefits of e-commerce platforms

收稿日期: 2022-07-11

作者简介: 曾燕 (1984–), 男, 汉, 江西吉安人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融工程, 风险管理, 保险精算, E-mail: zengy36@mail.sysu.edu.cn; 吴雪枫 (1999–), 女, 汉, 广东深圳人, 硕士, 研究方向: 投资与财富管理, E-mail: xw1921@ic.ac.uk; 通信作者: 康俊卿 (1992–), 男, 汉, 湖南长沙人, 博士, 助理教授, 研究方向: 信息经济学及其在金融市场上的应用, 市场微观结构, E-mail: kangjq6@mail.sysu.edu.cn; 陈卓然 (1998–), 男, 汉, 辽宁盘锦人, 硕士, 研究方向: 贝叶斯博弈, 金融网络, 宏观经济结构转型, 计量经济学, E-mail: chenzhr25@mail2.sysu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体项目 (71721001); 国家社会科学基金重大项目 (21ZDA036); 广东省哲学社会科学规划项目 (GD22CYJ17); 广东省自然科学基金卓越青年团队项目 (项目名称: 产业数字金融赋能实体经济的理论及其应用研究)

Foundation item: Fund for Creative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (71721001); Major Program of the National Social Science Foundation of China (21ZDA036); Program of Guangdong Planning Office of Philosophy and Social Science (GD22CYJ17); Excellent Youth Team Project of Guangdong Natural Science Foundation (Research on the Theory and Application of Industrial Digital Finance Facilitating Real Economy)

中文引用格式: 曾燕, 吴雪枫, 康俊卿, 等. 电商平台与其入驻商家合作发放优惠券的最优策略及效益 [J]. 系统工程理论与实践, 2023, 43(1): 110–134.

英文引用格式: Zeng Y, Wu X F, Kang J Q, et al. Optimal coupon cooperation policy of e-commerce platforms and e-tailers and its benefit[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2023, 43(1): 110–134.

and their merchants when issuing coupons cooperatively. We further compare the above results with the traditional coupon strategy and examine the interaction between coupon strategies and advertising promotion strategies. We found that: 1) settled merchants would be more willing to participate in the cooperative issuance of coupons with i) the decrease in the platform commissions, ii) the cost of merchants when participating in the cooperative issuance of coupons and iii) the expansion of the market scale of merchants' platform sales channels; 2) the merchants' incentive to participate in coupon cooperation increases with e-commerce platform's spending on marketing; 3) there exists a complementarity between participating in the cooperative issuance of coupons and advertising investment; 4) when settled merchants can rely more on advertising and marketing to increase demand, cooperative issuance of coupons will increase the actual price paid by consumers and hence hurt consumer welfare. This article provides a new perspective on understanding the economic benefits of emerging cooperative issuance of coupons.

Keywords e-commerce platform; e-tailers; cooperation mechanism; coupon; advertising investment; consumer interests

1 引言

国民经济和社会发展“十四五”规划指出要增强消费对经济发展的基础性作用,加快建设数字经济,打造数字经济新优势,推进产业数字化转型。以电商平台为代表的基于互联网的新兴产业和新兴业态符合我国产业转型升级和创新驱动发展趋势,对我国生产、分配、交换和消费各个环节产生深远影响。近年来,电商平台与其入驻商家的联系日益紧密,营销的优惠活动也呈现多样化的趋势。除传统的广告营销和电商平台单方面发放优惠券进行营销之外,电商平台与入驻商家合作发放优惠券也随着电商平台兴起成为日益流行的营销方式。例如,2019年拼多多首次提出的“百亿补贴”促销形式开启了平台与商家合作补贴消费者的新型优惠活动形式。表1总结了主流平台的优惠券规则和实例。

合作发放优惠券在拉动需求的同时也给电商平台和其入驻商家的运营决策及其对应的经济效益分析增加了复杂性。面对各大企业日益复杂的促销策略,如何引导作为拉动消费重要引擎的平台经济健康发展并保护消费者合法利益成为极为重要的议题。在该过程中,新兴的合作发放优惠券带来了亟待探讨的新问题:商家是否有意愿参与合作发放优惠券?合作发放优惠券如何影响商家的广告投入与商品定价?合作发放优惠券是否惠及消费者?电商平台如何鼓励商家参与合作发放优惠券从而更好地拉动需求?现有文献大多仅考虑单一主体的价格促销策略,本文创新地将电商平台与其入驻商家合作发放优惠券纳入模型框架中,并进一步在模型中考虑广告投入决策,研究了电商平台与其入驻商家合作发放优惠

表1 部分电商平台(淘宝、天猫、京东、拼多多等)优惠活动特征总结

优惠活动	承担主体	规则总结与实例
店铺内优惠	入驻商家	无门槛,电商平台规定优惠额度范围,入驻商家设置优惠额度(例如“5元优惠券”),如拼多多和淘宝的商品立减券。
		有门槛,电商平台规定优惠额度和使用额度范围,入驻商家设置优惠额度(如“减5元”)与使用额度(如“满99元”),如拼多多和淘宝的店铺满减券。
跨店优惠	入驻商家	电商平台规定优惠额度和使用额度要求,但不出资,入驻商家选择是否参与合作发放优惠券,如淘宝双十一“跨店满300减30”和京东“满M件打N折”。
	电商平台与入驻商家	电商平台规定优惠形式、优惠面额和使用额度要求,参与部分出资,入驻商家选择是否参与合作发放优惠券,例如天猫的品类优惠券和京东的限品类券。
平台优惠	电商平台	电商平台直接面向消费者发放,例如天猫超市“5元无门槛券”和京东红包。
“百亿补贴”	电商平台与入驻商家	电商平台根据商品类目制定规则,入驻商家选择是否参与合作发放优惠券,参与合作发放优惠券的入驻商家将销售价格降至全网最低,电商平台在此基础上再给消费者一定的优惠额度。

资料来源:笔者根据公开资料整理。

券的最优策略及其经济效益。本文试图探究电商平台与入驻商家合作发放优惠券的方式,寻找相应的入驻商家的最优定价策略,电商平台在合作发放优惠券时承担的最优比例,分析合作发放优惠券影响总销售量以及消费者实付价格的内在机制。本文为研究电商平台与入驻商家的合作发放优惠券和广告投入策略提供参考,并为理解新兴的合作发放优惠券的经济效益提供了新视角和新见解。

本文构建模型分析以“跨店优惠”和“百亿补贴”为代表的电商平台与入驻商家合作发放优惠券策略。具体地,本文将合作发放优惠券的决策顺序简化为两步:第一,电商平台决定合作发放优惠券中单位商品的优惠额度及其在优惠券额度中承担的比例;第二,商家根据平台的决策决定是否参与合作发放优惠券并设定商品价格。在此基础上,本文进一步将广告投入与合作发放优惠券策略纳入到统一的分析框架,考察广告投入如何影响电商平台以及入驻商家参与合作发放优惠券的意愿。最后,本文进一步分析市场规模、抽取佣金比例(下文简称抽佣比例)等电商平台以及入驻商家的典型特征如何影响合作发放优惠券策略的经济效益。

本文的主要结论包括:1) 入驻商家的平台销售渠道市场规模扩大或其参与成本降低——例如平台降低抽佣比例或降低入驻商家发放优惠券产生的固定费用(通过提高交易软件效率等方式)——可以促进入驻商家参与合作发放优惠券。2) 电商平台增加其在广告和优惠券上的投入可以有效促进其入驻商家的广告投入并提升入驻商家参与合作发放优惠券的积极性。3) 入驻商家参与合作发放优惠券的意愿与其广告投入之间存在相互促进关系,商家在增加广告投入的同时更愿意参与合作发放优惠券,而商家参与合作发放优惠券的同时也将增加广告投入。4) 电商平台与其入驻商家投放广告的同时,合作发放优惠券不一定对消费者有利。当商家投入的广告对其平台渠道需求的影响较大或者商家的广告预算充足时,电商平台与商家合作发放优惠券后消费者的实付价格不降反升,这对应现实中消费者普遍反映的“先涨后降”现象¹。

相较现有研究,本文主要创新包括:1) 现有文献仅考虑单主体的优惠券策略,本文创新性地将电商平台与其入驻商家合作发放优惠券纳入考虑,从而更精准刻画了现实中电商平台与其入驻商家日益紧密的联系。2) 本文详细刻画了合作发放优惠券和广告投入之间的相互作用关系,细致描绘了二者对电商平台、入驻商家和消费者三方的影响,为平台经济如何惠及消费者提供了一些理论依据。

本文余下部分安排如下:第2节梳理相关文献。第3节构建完整模型,即考虑广告投入、合作发放优惠券和双销售渠道情形下的优化模型。第4节分别在考虑和不考虑广告投入的情形下求解入驻商家仅有平台销售渠道时的最优策略。第5节分别在考虑和不考虑广告投入的情形下分析入驻商家有双销售渠道时的最优策略。第6节为本文结论。附录部分给出了本文命题的推导过程。

2 文献综述

本文聚焦以“百亿补贴”等为代表的平台与商家合作补贴消费者的新兴促销形式。合作发放优惠券的最优策略及其经济效益分析与补贴策略、广告投入以及电商平台等文献紧密相关。故本文从以下三个方面简述现有文献的研究基础,并尝试指明本文对现有文献的贡献。

首先,合作发放优惠券作为价格补贴与价格促销策略的研究紧密相关。已有关于价格促销策略的研究大多假设价格补贴由单一主体承担,即由商品的销售方或者政府承担。例如浦徐进等^[1]在制造商主导的二层供应链框架下,考察零售商的公平偏好对促销努力水平和供应链运作效率的影响。王聪和杨德礼^[2]考察了电商平台发放折扣券对线上价格的“干扰”,分析了折扣券对平台、供应链与消费者福利的影响。张华等^[3]构建了平台价格折扣和现金券两种由平台作为决策者的价格促销模型并将商家的广告投入决策纳入考虑,探讨了平台的最优价格促销策略。然而现有文献对电商平台与其入驻商家合作发放优惠券的研究还不够充分。与现有文献不同的是,本文考察电商平台与其入驻商家的合作发放优惠券和广告投入策略,聚焦于数字经济背景下电商平台主导、入驻商家自主参与的合作发放优惠券形式。合作

¹ 入驻商家投入广告的金额达到最高预算后,消费者实付价格随抽佣比例降低而降低。结论4)表明现实中当可以通过广告较大提升需求时,入驻商家将提升价格以获得更大的利润;而当无法通过广告吸引消费者时,商家只能依靠减价优惠提升需求。

发放优惠券促进了电商平台与入驻商家的合作,同时广告投入与合作发放优惠券之间会相互作用,共同对电商平台与其入驻商家的决策和收益产生影响。

其次,在讨论合作发放优惠券的基准模型的基础上,本文进一步将广告投入纳入分析框架,考察广告投入对合作发放优惠券策略的影响。因此,本文也与以广告促销为主题的文献紧密相关。已有对多主体合作策略中涉及商品定价和销售策略的相关研究主要聚焦于供应链中各参与者通过比例形式分担的广告合作,以及广告投入策略对决策主体收益的影响,例如 Xie 和 Wei^[4]、冯健和刘斌^[5]、高丹等^[6]重点考察不同决策主体的最优广告投入策略和收益;Yue 等^[7]研究制造商向消费者提供价格折扣情形下的广告合作问题,分析价格折扣对广告投入的影响;陈国鹏等^[8]分析了价格折扣提升线上渠道需求的效果以及对广告投入的影响,并提出在制造商分担部分零售商促销广告的同时,可以通过设计契约来共享平台渠道的订单收益以实现各自利润最大化。分析上述文献可知,现有研究均未将广告投入和价格折扣同时内生。本文考虑广告投入和以优惠券形式体现的价格折扣如何共同影响各决策主体的收益及消费需求。

最后,在电商平台和平台经济的已有研究文献的基础上,本文关注电商平台与入驻企业合作发放优惠券的最优决策。Evans^[9]将平台经济定义为平台通过数字技术与大量的入驻企业设计和实现一套完整的服务交易体系,达到优化资源配置的目的。电商平台作为数字经济时代最重要的产业组织形式,具有双边性、多属性、外部性、服务性等新特点和优势。随着大数据、云计算等的应用,电商平台正在迅速崛起,也在我国经济以及产业结构转型中扮演着越来越重要的角色。曾燕等^[10]创新性地综合运用文献计量与文本挖掘方法,系统梳理消费金融研究脉络。大量文献对电商平台的具体特征等作出研究,例如曾燕等^[11]对消费券政策精准补贴与自筛选特征的微观机制进行理论分析。杨丰梅等^[12]基于博弈理论,构建了 C2B2C 电子商务模式下的演化博弈模型与双价交易模型。赵菊等^[13]研究了基于混合式电商平台的双供应商的模式选择和价格与服务竞争策略。康俊卿等^[14]提供了电商平台的救助策略和救助效益的评估分析框架,为理解共生特性如何驱动电商平台向入驻企业提供有效的金融救助提供了新视角和新见解。然而上述文献均未对平台经济中新兴出现的合作发放优惠券策略进行研究。

基于上述分析可知,现有文献仅考虑单主体的优惠券策略,未考虑决策主体进行合作发放优惠券的情形。同时,这些研究多假设价格折扣和广告投入为序贯决策,故只考察价格折扣策略对广告投入策略的影响,而没能全面考察两类策略之间的相互作用。基于此,本文同时考察新兴的合作发放优惠券补贴策略与以广告投放为代表的传统促销策略,不仅为电商平台与入驻商家的决策提供参考,同时也为理解电商平台与入驻商家之间的合作关系提供了新视角和新见解。

3 模型设定

在同时考虑广告投入、合作发放优惠券和入驻商家拥有双销售渠道情形时,本节分别构建电商平台与其入驻商家的优化问题。根据现实中电商平台与其入驻商家合作发放优惠券的普遍流程,本文将合作发放优惠券和广告投入的决策顺序简化为两步:1) 电商平台决定广告投入的金额 A , 合作发放优惠券中单位商品的优惠额度 c (下文简称优惠券额度) 与优惠券额度中平台承担比例 α ; 2) 入驻商家根据电商平台的决策,决定是否参与合作发放优惠券 I (下文简称参与决策, $I = 1$ 表示入驻商家参与合作发放优惠券,而 $I = 0$ 表示商家不参与合作发放优惠券),同时决定自身广告投入的金额 a 和商品价格,即平台渠道的商品价格 p_e 和其他渠道的商品价格 p_r 。值得注意的是,本文模型中平台承担比例 α 的不同取值使得模型可以囊括绝大多数优惠券分担情形²。本文的相关符号归纳于表 2 和表 3 中。

²入驻商家承担所有优惠券额度,与其自行发放优惠券的情形一致。本文假设商品价格内生,因此入驻商家在定价时会考虑优惠券额度。为了更清晰地描述合作发放优惠券对电商平台与入驻商家的决策与收益的影响,本文假设优惠券只通过改变商品价格影响需求,不通过提供信息吸引潜在消费者从而增加需求。在此假设下,当电商平台规定优惠券全部由入驻商家自行承担 ($\alpha = 0$) 时,或者当入驻商家自行设置优惠券额度 c 并进行优惠券发放时,商品定价 p_e 与优惠券额度 c 在入驻商家的优化问题中无法分离,易知最优定价 p_e^* 与优惠券额度 c^* 总存在 $p_e^{**} = p_e^* - c^*$ 的关系,其中 p_e^{**} 为商家不发放优惠券时的最优定价。即只要优惠券全部由入驻商家承担,入驻商家在发放优惠券前都会将商品定价提高 c ,以保证单位商品的实际利润在其他条件一定的情况下保持不变且最优。

表2 本文所涉及的决策变量及其含义

符号	含义
c	单位商品优惠券额度
α ($0 \leq \alpha \leq 1$)	优惠券额度中电商平台承担的比例
A	电商平台在单一商家广告投入的金额
I ($I = \{0, 1\}$)	入驻商家参与合作发放优惠券发放的示性函数
p_e	入驻商家的平台渠道的商品价格
p_r	入驻商家的其他渠道的商品价格
a	入驻商家的广告投入的金额
p_e^c	消费者实付价格 (即去除优惠券额度后的商品价格)

表3 本文中所涉及的外生参数及其含义

符号	含义
M	基本市场规模
μ ($0 < \mu \leq 1$)	平台渠道需求占基本市场规模的比例
δ ($0 < \delta < 1$)	电商平台向代表性入驻商家抽取的佣金占入驻商家实际收入额的比例
θ ($0 < \theta < 1$)	交叉价格系数
c_p	电商平台承担的优惠券额度
b_{Ae} ($b_{Ae} > 0$)	电商平台投入的广告对代表性入驻商家平台渠道商品需求的影响系数
b_{Ao} ($b_{Ao} > 0$)	电商平台投入的广告对其他入驻商家平台渠道商品需求的影响系数
b_{ae} ($b_{ae} > 0$)	代表性入驻商家投入的广告对其平台渠道的商品需求的影响系数
b_{ar} ($b_{ar} > 0$)	代表性入驻商家投入的广告对其其他渠道的商品需求的影响系数
c_0	单位商品的成本
F	入驻商家的固定费用
F_e	电商平台向代表性入驻商家收取的固定费用
F_c	入驻商家参与合作发放优惠券需要支付的固定费用
p_o	电商平台上其他入驻商家的商品价格
Q_o	电商平台上其他入驻商家的商品受价格影响的需求
F_o	电商平台向其他入驻商家收取的固定费用
δ_o ($0 < \delta_o < 1$)	电商平台向其他商家抽取的佣金占其他商家实际收入额的比例
F_p	电商平台的固定费用
\bar{a}	入驻商家投入广告的金额上限
\bar{A}	电商平台在单一入驻商家上投入广告的金额上限

3.1 入驻商家的最优决策问题

首先, 依据 McGuire 和 Staelin^[15]、Ingene 和 Parry^[16]、陈树桢等^[17]、王先甲等^[18] 等³, 本文将代表性入驻商家的商品总需求 Q 拆分为平台渠道的商品需求 Q_e 和其他销售渠道的商品需求 Q_r , 分别表示为⁴:

³现有研究中刻画需求主要有两种方式, 一是以 Lal 和 Matutes^[19] 为代表, 从消费者的不同偏好和效用等前提假设出发, 推导出需求函数; 二是以 McGuire 和 Staelin^[15] 为代表, 从各主体需求函数的基本特性, 例如需求随自身价格提高而减少、随替代品价格提高而增加等性质出发, 明确一个可行的刻画这些性质的需求函数的形式, 这种需求函数的形式通常为线性。

⁴各渠道商品均为普通商品 (ordinary goods), 亦即各渠道的商品需求会随该渠道商品价格的提高而减少 (Huang 和 Swaminathan^[20]; 艾兴政等^[21]; 杨磊等^[22]; 毛昶昉等^[23]); 两个销售渠道之间存在一定的价格替代效应, 即其他条件不变, 一个渠道商品价格升高将导致部分消费者转移至另一个渠道消费 (Ingene 和 Parry^[16]; 陈树桢等^[17]; 王先甲^[18])。用线性函数刻画需求的主要原因为: 1) 本文主要关注平台和商家行为而非消费者行为; 2) 现实中影响需求的因素很多, 从影响因素出发刻画需求函数可能导致最终的需求函数形式呈现出不必要的复杂性; 3) Chiang 等^[24] 指出, 互联网零售渠道具有明显的“口碑”传播效应, 而 Bass^[25] 发现线性结构能很好地描述“口碑”效应影响下的跨渠道需求扩散; 4) 已有研究表明特定类型的需求可以用线性形式表达或通过线性形式近似, 例如 Bakos 和 Brynjolfsson^[26] 证明了线性需求函数适用于边际成本低的互联网商品, 而 Sayman 等^[27] 通过实证分析验证了零售产品在不同渠道的线性需求扩散。

$$\begin{cases} Q_e(p_e, p_r, a, I; A, c) = \underbrace{\mu M - (p_e - Ic) + \theta p_r}_{\text{价格影响需求}} + \underbrace{b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a}}_{\text{广告影响需求}}, \\ Q_r(p_e, p_r, a, I; A, c) = \underbrace{(1 - \mu)M - p_r + \theta(p_e - Ic)}_{\text{价格影响需求}} + \underbrace{b_{ar}\sqrt{a}}_{\text{广告影响需求}}. \end{cases} \quad (1)$$

其中 M 为基本市场规模; μ 是在两个渠道的商品价格为零, 同时电商平台与代表性入驻商家的广告投入也为零时, 入驻商家的平台渠道商品需求占基本市场规模的比例⁵; θ 是交叉价格系数, 反映价格变动使需求从一个渠道向另一个渠道转移的敏感性, 且有 $0 < \theta < 1$, 即本渠道商品的价格变动对本渠道需求的影响比对另一渠道商品价格的影响更大; b_{Ae} 、 b_{ae} 、 b_{ar} 分别表示电商平台的广告投入对代表性入驻商家平台渠道需求的影响系数、代表性入驻商家投入的广告对其平台渠道需求的影响系数、代表性入驻商家的广告投入对其其他渠道需求的影响系数⁶. 参照 Kim 和 Staelin^[28]、Karray^[31]、高丹等^[6] 的做法, 本文将广告投入的销售反应函数定义为投入广告金额的平方根形式. 式 (1) 表明商品需求既受到价格的影响也受到广告效应的影响. 入驻商家可以通过决定在两个渠道上所制定的价格、是否参与合作发放优惠券以及投入广告从而影响最终的需求.

其次, 在给定需求函数的基础上, 讨论入驻商家在两个销售渠道上的净收入. 入驻商家按平台渠道每笔订单的实际收入额向电商平台以约定比例 δ 缴纳佣金. 其中入驻商家参与合作发放优惠券时, 其单位商品的实际收入额定义为商品定价减去入驻商家承担的优惠券额度. 将单位商品的成本 c_0 纳入考虑之后, 代表性入驻商家在平台渠道的商品收益为:

$$R_e^e(p_e, p_r, a, I; A, c, \alpha) = \{(1 - \delta)[p_e - I(1 - \alpha)c] - c_0\} \times Q_e(p_e, p_r, a, I; A, c). \quad (2)$$

类似地, 代表性入驻商家在其他渠道的商品收益为:

$$R_e^r(p_e, p_r, a, I; A, c) = (p_r - c_0) \times Q_r(p_e, p_r, a, I; A, c). \quad (3)$$

综上所述, 代表性入驻商家的优化问题可表示为:

$$\begin{aligned} \max_{I, p_e, p_r, a} \{ & R_e^e(p_e, p_r, a, I; A, c, \alpha) + R_e^r(p_e, p_r, a, I; A, c) - a - F - F_e - IF_c \} \\ \text{s.t. } & \begin{cases} 0 \leq a \leq \bar{a}, \\ Q_e, Q_r, p_e, p_r \geq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 F_c 为入驻商家参与合作发放优惠券产生的固定费用、 F 为其他固定费用、 F_e 为人工、维护和运营的费用.

3.2 电商平台的最优决策问题

假设电商平台的收入可以分为两个部分, 其一是向代表性入驻商家收取的固定费用 F_e (例如保证金和软件服务年费等) 及从代表性入驻商家平台渠道的实际收入额中按约定比例 δ 抽取的佣金 (或技术服务费); 其二是向平台上除代表性商家外的其余入驻商家收取的费用总和, 包括固定费用 F_o 及按约定比例 δ_o 抽取的佣金 (或技术服务费), 其中 $\delta_o = \delta$. 此外电商平台向代表性入驻商家收取的固定费用和抽取佣金的比例在商家入驻时即根据商家与商品的性质确定. 电商平台来自代表性入驻商家的收益为:

$$R_p^e(A, c, \alpha) = \{\delta[p_e - I \cdot (1 - \alpha)c] - I \cdot \alpha c\} \times Q_e(p_e, p_r, a, I; A, c) + F_e, \quad (5)$$

其中若入驻商家不参与合作发放优惠券, 则电商平台的单位商品收益为根据商品价格抽取的佣金; 若入驻商家参与合作发放优惠券, 则电商平台的单位商品收益为根据入驻商家实收价格抽取的佣金减去电商平台承担的优惠券价值. 电商平台来自其他入驻商家的收益为:

⁵ 本文假设在不考虑广告的影响且各个渠道商品价格均为零时, 商品的总需求量为 M .

⁶ 广告投入的产出效果方面, Kim 和 Staelin^[28]、Jørgensen 等^[29]、Aust 等^[30] 等总结大量的实证研究的结论后发现广告投入对需求的影响体现为广告投入对需求具有正向作用, 且边际作用是递减的. 后续研究均沿用这一特征刻画广告投入对需求的影响.

$$R_p^o(A) = (Q_o + b_{Ao}\sqrt{A})\delta_o p_o + F_o, \quad (6)$$

其中 $b_{Ao}\sqrt{A}$ 、 p_o 、 Q_o 分别为电商平台投入的广告对其他入驻商家的平台渠道需求的影响、电商平台上其他入驻商家的商品价格、电商平台上其他商家的商品需求. 因此, 电商平台的优化问题可表示为:

$$\begin{aligned} \max_{A, c, \alpha} \{ & R_p^e(A, c, \alpha) + R_p^o(A) - A - F_p \}, \\ \text{s.t. } & \begin{cases} 0 \leq A \leq \bar{A}, \\ 0 \leq \alpha \leq 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 F_p 为电商平台运营的固定成本.

4 单销售渠道情形

为了更清晰地分析电商平台与其入驻商家合作发放优惠券以及广告投入的最优策略, 本节首先考虑入驻商家仅具有单销售渠道情形, 即入驻商家仅在平台上销售商品 (即 $\mu = 1$ 的情形), 求解电商平台与入驻商家最优策略的解析表达式. 单销售渠道情形与现实许多入驻商家只在电商平台进行销售而无线下实体店的情形相符. 4.1 节仅考虑合作发放优惠券的最优策略, 4.2 节进一步将广告投入纳入分析框架, 综合考虑广告投入与合作发放优惠券的最优策略.

4.1 不考虑广告投入与单销售渠道的情形

当仅具有单销售渠道且不考虑广告投入时, 代表性入驻商家面临的需求函数为: $Q = M - (p_e - Ic)$, 其中 M 为基本市场规模, p_e 为每单位商品售价. 因此其所获得的利润为 $\pi = \{(1 - \delta)[p_e - I \cdot (1 - \alpha) \cdot c] - c_0\}Q - I \cdot F_c$, 其中 F_c 为入驻商家参与合作发放优惠券产生的固定费用, δ 为电商平台的抽佣比例, c_0 为单位商品成本. 当入驻商家不参与合作发放优惠券时 ($I = 0$) 入驻商家的利润表达式为:

$$\pi(I = 0) = [(1 - \delta)p_e - c_0] \times (M - p_e). \quad (8)$$

依据等式 (8), 对入驻商家而言的最优价格 p_e^* 为:

$$p_e^* = \frac{(1 - \delta)M + c_0}{2(1 - \delta)}. \quad (9)$$

对应的入驻商家最大利润为:

$$\pi_e^*(I = 0) = \frac{(1 - \delta)}{4} \left(M - \frac{c_0}{1 - \delta} \right)^2. \quad (10)$$

当入驻商家参与合作发放优惠券时 ($I = 1$) 入驻商家的利润表达式变为:

$$\pi(I = 1) = \{(1 - \delta)[p_e - (1 - \alpha)c] - c_0\} \times [M - (p_e - c)] - F_c. \quad (11)$$

此时对入驻商家而言的最优价格 p_e^* 为:

$$p_e^* = \frac{1}{2} \left[M + c(2 - \alpha) + \frac{c_0}{1 - \delta} \right], \quad (12)$$

对应的入驻商家最大利润为:

$$\pi_e^*(I = 1) = \frac{1 - \delta}{4} \left(M + \alpha c - \frac{c_0}{1 - \delta} \right)^2 - F_c. \quad (13)$$

与传统优惠券相比, 合作发放优惠券由电商平台与其入驻商家共同决策, 即入驻商家需要根据自身利润情况, 选择是否参与合作发放优惠券. 比较商家在两种情形下的最优利润, 根据激励相容条件, 当且仅当

$$\alpha \geq \frac{1}{c} \left[\sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}} - M + \frac{c_0}{1-\delta} \right] \quad (14)$$

时, $\pi_e^*(I=1) - \pi_e^*(I=0) \geq 0$, 此时商家才会选择参与合作发放优惠券. 从式 (14) 可以发现当市场规模越大, 合作发放优惠券成本越小, 电商平台承担比例越多时, 入驻商家更愿意参与合作发放优惠券.

现考虑电商平台的最优决策问题. 在使得入驻商家愿意参与合作发放优惠券的前提下, 电商平台制定合作发放优惠券额度 c 以及承担比例 α 使得其利润最大化.

$$\begin{aligned} & \max_{\alpha, c \geq 0} \{ \delta \times [p_e - (1-\alpha)c] - \alpha c \} \times [M - (p_e - c)] \\ \text{s.t. } & \frac{1}{c} \left[\sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}} - M + \frac{c_0}{1-\delta} \right] \leq \alpha \leq 1. \end{aligned} \quad (15)$$

通过求解上述优化问题, 可得电商平台的最优策略需要满足下述条件:

$$\alpha^* c^* = \sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}} - M + \frac{c_0}{1-\delta}. \quad (16)$$

基于上述最优解可得电商平台选择使入驻商家参与合作发放优惠券时的最低优惠券支出.

此时对应的电商平台的利润 (π_p^*) 为:

$$\pi_p^* = \frac{1}{4} \left[2M - 2c_0 + (\delta - 2) \sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}} \right] \sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}}, \quad (17)$$

对应的商品销售量为:

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}}, \quad (18)$$

消费者的实付价格为:

$$p_e^c = M - \frac{1}{2} \sqrt{\left(M - \frac{c_0}{1-\delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}}. \quad (19)$$

当不考虑广告对销量的影响且入驻商家仅在平台渠道进行销售时, 本小节构建电商平台与其入驻商家的优化问题. 命题 1 概述了本小节的主要结论并讨论了合作发放优惠券的经济效益, 即对销售量以及消费者实付价格的影响.

命题 1 1) 当市场规模越大、合作发放优惠券成本越小、电商平台承担比例越多时, 入驻商家更愿意参与合作发放优惠券; 2) 入驻商家参与合作发放优惠券后, 商品销售量上升; 3) 当入驻商家参与合作发放优惠券时, 随着平台抽佣比例下降, 商品销售量会上升以及消费者实付价格会下降.

4.2 考虑广告投入与单销售渠道的情形

当仅具有单销售渠道且同时考虑广告投入和合作发放优惠券时, 代表性入驻商家面临的商品需求为 $Q_e = M - p_e + Ic + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a}$, 代表性入驻商家的优化问题可表示为:

$$\begin{aligned} & \max_{I, p_e, a} \{ Q_e(p_e, a, I; A, c) \times \{ (1-\delta)[p_e - I(1-\alpha)c] - c_0 \} - a - F - F_e - IF_c \} \\ \text{s.t. } & \begin{cases} 0 \leq a \leq \bar{a}, \\ Q_e, p_e \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

类似地, 电商平台的优化问题可表示为:

$$\begin{aligned} \max_{A, c, \alpha} \{ & \delta [p_e - I(1 - \alpha)c] - I\alpha c \} \times Q_e(A, c, \alpha) + F_e + R_p^o(A) - A - F_p \} \\ \text{s.t. } & \begin{cases} 0 \leq A \leq \bar{A}, \\ 0 \leq \alpha \leq 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

基于优化问题 (20) 和 (21), 本文求解电商平台与其入驻商家的最优策略. 在本文的设定中, 电商平台与入驻商家进行序贯决策, 因此本文采用逆向求解法. 本文首先求解入驻商家的优化问题, 然后求解电商平台的优化问题, 最后对电商平台与入驻商家最优策略的经济效益进行讨论. 命题 2 与命题 3 分别给出入驻商家选择是否参与合作发放优惠券时, 电商平台及其入驻商家的最优策略, 在此基础上, 比较入驻商家参与和不参与合作发放优惠券时的期望收益, 得到入驻商家的最优合作发放优惠券参与决策, 从而得到完整的均衡结果.

命题 2 不参与合作发放优惠券时, 入驻商家的最优广告投入为:

$$a^*(I=0) = \begin{cases} \tilde{a}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}; \\ \check{a}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}, \text{ 或 } \check{a} \leq \bar{a} < \tilde{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}; \\ \bar{a}, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} \leq \bar{A}, \text{ 或 } \min\{\tilde{a}, \check{a}\} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}. \end{cases} \quad (22)$$

入驻商家的平台渠道的最优定价策略为:

$$p_e^*(I=0) = \begin{cases} \tilde{p}_e, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}; \\ \check{p}_e, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}, \text{ 或 } \check{a} \leq \bar{a} < \tilde{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}; \\ \frac{(1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) + c_0}{2(1-\delta)}, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} \leq \bar{A}; \\ \frac{(1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) + c_0}{2(1-\delta)}, & \text{若 } \min\{\tilde{a}, \check{a}\} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}. \end{cases} \quad (23)$$

电商平台的最优广告投入策略为:

$$A^*(I=0) = \begin{cases} \tilde{A}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}; \\ \check{A}, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} \leq \bar{A}; \\ \bar{A}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}, \text{ 或 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}. \end{cases} \quad (24)$$

此时 $(I=0)$ 代表性入驻商家的最大利润 $\pi_e^*(I=0)$ 为:

$$\pi_e^*(I=0) = \begin{cases} \left((M - \tilde{p}_e + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) [(1-\delta)\tilde{p}_e - c_0] - \tilde{a} - F - F_e, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}; \right. \\ \left((M - \check{p}_e + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) [(1-\delta)\check{p}_e - c_0] - \check{a} - F - F_e, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}, \right. \\ & \text{或 } \check{a} \leq \bar{a} < \tilde{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}; \\ \left[\frac{(1-\delta)(M - b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) - c_0}{2(1-\delta)} + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} \right] \left[\frac{(1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) - c_0}{2} \right] \\ - \bar{a} - F - F_e, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} \leq \bar{A}; \\ \left[\frac{(1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) - c_0}{2(1-\delta)} \right] \left[\frac{(1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}}) - c_0}{2} \right] \\ - \bar{a} - F - F_e, & \text{若 } \min\{\tilde{a}, \check{a}\} > \bar{a} \text{ 且 } \check{A} > \bar{A}, \end{cases} \quad (25)$$

其中

$$\tilde{a} = \frac{b_{ae}^2[(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}})-c_0]^2}{[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2}, \tilde{a}' = \frac{b_{ae}^2[(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}})-c_0]^2}{[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2}, \quad (26)$$

$$\tilde{p}_e = \frac{2(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}})+c_0[2-b_{ae}^2(1-\delta)]}{(1-\delta)[4-b_{ae}^2(1-\delta)]}, \quad (27)$$

$$\check{p}_e = \frac{2(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}})+c_0[2-b_{ae}^2(1-\delta)]}{(1-\delta)[4-b_{ae}^2(1-\delta)]}, \quad (28)$$

$$\tilde{A} = \frac{\{b_{Ao}\delta p_o[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2+2b_{Ae}\delta(4M-b_{ae}^2c_0)\}^2}{\{2[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2-8b_{Ae}^2\delta\}^2}, \quad (29)$$

$$\check{A} = \frac{[2b_{Ao}\delta p_o+b_{Ae}\delta(M+b_{ae}\sqrt{\tilde{a}})]^2}{(4-b_{ae}^2\delta)^2}. \quad (30)$$

命题 2 表明当入驻商家不参与合作发放优惠券时, 入驻商家的广告决策不仅受到其自身广告投入约束的影响, 同时也受到电商平台广告约束的影响. 这是因为式 (1) 表明需求函数同时受到电商平台广告投入以及入驻商家广告投入的影响, 两者之间存在一定的相互替代效应, 因此电商平台广告约束也会影响到入驻商家的广告投入. 反之电商平台的广告决策不仅受到其自身广告投入约束的影响, 同时也受到入驻商家广告约束的影响. 式 (22) 和式 (24) 进一步表明, 当广告预算较为充裕时, 优化问题取为内点解; 当广告预算较为紧张时, 优化问题取为角点解. 式 (23) 和式 (25) 表明广告预算通过广告投入决策进一步影响入驻商家的销售价格与利润.

命题 3 参与合作发放优惠券时, 代表性入驻商家的最优广告投入为:

$$a^*(I=1) = \begin{cases} \tilde{a}', & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \tilde{a}', & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}, \text{ 或 } \tilde{a}' \leq \bar{a} < \tilde{a}' \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \bar{a}', & \text{若 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}, \text{ 或 } \min\{\tilde{a}', \tilde{a}'\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}. \end{cases} \quad (31)$$

代表性入驻商家平台渠道的最优定价策略为:

$$p_e^*(I=1) = \begin{cases} \tilde{p}_e', & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \check{p}_e', & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}, \\ & \text{或 } \tilde{a}' \leq \bar{a} < \tilde{a}' \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \frac{(1-\delta)[M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'}+b_{ae}\sqrt{\tilde{a}'}+\tilde{c}'(2-\tilde{\alpha}')] + c_0}{2(1-\delta)}, & \text{若 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \frac{(1-\delta)[M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'}+b_{ae}\sqrt{\tilde{a}'}+\tilde{c}'(2-\tilde{\alpha}')] + c_0}{2(1-\delta)}, & \text{若 } \min\{\tilde{a}', \tilde{a}'\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}. \end{cases} \quad (32)$$

电商平台的最优广告投入为:

$$A^*(I=1) = \begin{cases} \tilde{A}', & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}, \text{ 或 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \bar{A}, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}, \text{ 或 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}. \end{cases} \quad (33)$$

相应的优惠券额度为:

$$c^* = \begin{cases} \tilde{c}, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \tilde{c}', & \text{若 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \hat{c}, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}, \text{ 或 } \tilde{a}' \leq \bar{a} < \tilde{a}' \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \tilde{c}', & \text{若 } \min\{\tilde{a}', \tilde{a}'\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}. \end{cases} \quad (34)$$

优惠券额度中电商平台承担的比例为:

$$\alpha^* = \begin{cases} \tilde{\alpha}, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \tilde{\alpha}', & \text{若 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \hat{\alpha}, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}, \text{ 或 } \tilde{a}' \leq \bar{a} < \tilde{a}' \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \hat{\alpha}', & \text{若 } \min\{\tilde{a}', \tilde{a}'\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}. \end{cases} \quad (35)$$

此时 ($I = 1$) 代表性入驻商家的最大利润为:

$$\pi_e^*(I = 1) = \begin{cases} \left[M - (\tilde{p}_e' - \tilde{c}) + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}'} \right] \{ (1 - \delta) [\tilde{p}_e' - (1 - \tilde{\alpha})\tilde{c}] - c_0 \} \\ \quad - \tilde{a}' - F - F_e - F_c, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \left[M - (\tilde{p}_e' - \tilde{c}) + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}'} \right] \{ (1 - \delta) [\tilde{p}_e' - (1 - \hat{\alpha})\tilde{c}] - c_0 \} \\ \quad - \tilde{a}' - F - F_e - F_c, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A} \\ \quad \text{或 } \tilde{a}' \leq \bar{a} < \tilde{a}' \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \left\{ \frac{(1 - \delta)[M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} - \tilde{c}'(1 - \hat{\alpha}')] - c_0}{2(1 - \delta)} \right\} \left[\frac{(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + \tilde{c}'\hat{\alpha}') - c_0}{2} \right] \\ \quad - \bar{a} - F - F_e - F_c, & \text{若 } \min\{\tilde{a}', \tilde{a}'\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \left\{ \frac{(1 - \delta)[M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} - \tilde{c}'(1 - \tilde{\alpha}')] - c_0}{2(1 - \delta)} \right\} \left[\frac{(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + \tilde{c}'\tilde{\alpha}') - c_0}{2} \right] \\ \quad - \bar{a} - F - F_e - F_c, & \text{若 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \end{cases} \quad (36)$$

其中

$$\tilde{a}' = \frac{b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'} + \tilde{c}\tilde{\alpha}) - c_0]^2}{[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]^2}, \tilde{a}' = \frac{b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + \hat{\alpha}\tilde{c}) - c_0]^2}{[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]^2}, \quad (37)$$

$$\tilde{p}_e' = \frac{2(1 - \delta)b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'} + 2M(1 - \delta) + c_0[2 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}{(1 - \delta)[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]} + \tilde{c} - \frac{2 - b_{ae}^2(1 - \delta)}{4 - b_{ae}^2(1 - \delta)}\tilde{c}\tilde{\alpha}, \quad (38)$$

$$\tilde{p}_e' = \frac{2(1 - \delta)b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}} + 2M(1 - \delta) + c_0[2 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}{(1 - \delta)[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]} + \tilde{c} - \frac{2 - b_{ae}^2(1 - \delta)}{4 - b_{ae}^2(1 - \delta)}\tilde{c}\hat{\alpha}, \quad (39)$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{\delta\{2M(1 - \delta) + c_0[2 - b_{ae}^2(1 - \delta)] + b_{Ao}\delta p_o b_{Ae}(1 - \delta)\}}{(1 - \delta)(2M - 2c_0 + b_{Ao}\delta p_o b_{Ae})}, \tilde{c} = \frac{2M - 2c_0 + b_{Ao}\delta p_o b_{Ae}}{4 - 2\delta - b_{ae}^2(1 - \delta)}, \quad (40)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\delta\{2(M + \sqrt{\tilde{A}}b_{Ae})(1 - \delta) + c_0[2 - b_{ae}^2(1 - \delta)]\}}{2(1 - \delta)(M - c_0 + \sqrt{\tilde{A}}b_{Ae})}, \hat{c} = \frac{2M - 2c_0 + 2\sqrt{\tilde{A}}b_{Ae}}{4 - 2\delta - b_{ae}^2(1 - \delta)}, \quad (41)$$

$$\tilde{\alpha}' = \frac{\delta\{2[(M + \sqrt{\tilde{a}}b_{ae})(1 - \delta) + c_0] + b_{Ao}\delta p_o b_{Ae}(1 - \delta)\}}{(1 - \delta)(2M - 2c_0 + 2\sqrt{\tilde{a}}b_{ae} + b_{Ao}\delta p_o b_{Ae})}, \quad (42)$$

$$\tilde{c}' = \frac{2M - 2c_0 + 2\sqrt{\tilde{a}}b_{ae} + b_{Ao}\delta p_o b_{Ae}}{2(2 - \delta)}, \quad (43)$$

$$\hat{\alpha}' = \frac{\delta[(M + \sqrt{\tilde{A}}b_{Ae} + \sqrt{\tilde{a}}b_{ae})(1 - \delta) + c_0]}{(1 - \delta)(M - c_0 + \sqrt{\tilde{A}}b_{Ae} + \sqrt{\tilde{a}}b_{ae})}, \hat{c}' = \frac{M - c_0 + \sqrt{\tilde{A}}b_{Ae} + \sqrt{\tilde{a}}b_{ae}}{2 - \delta}, \quad (44)$$

$$\tilde{A}' = \frac{(b_{Ao}\delta p_o)^2}{4}. \quad (45)$$

一方面, 式 (31)、式 (37)、式 (41) 至式 (45) 表明当入驻商家参与合作发放优惠券时, 相较于命题 2, 电商平台以及入驻商家的广告决策不仅受到广告投入约束的影响, 还进一步受到合作发放优惠券额

度以及承担比例的影响. 由此可见在电商平台在合作发放优惠券方面的支出将会影响入驻商家的广告投入. 另一方面, 式 (34) 表明当入驻商家参与合作发放优惠券时, 电商平台与入驻商家的广告投入也会影响入驻商家制定的最优合作发放优惠券额度. 后续分析中我们将进一步展示入驻商家在参与合作发放优惠券与增加广告投入之间的相互促进关系.

命题 4 代表性入驻商家的最优定价决策为:

$$p_e^* = p_e^*(I=0)I_{\{\pi_e^*(I=0) \geq \pi_e^*(I=1)\}} + p_e^*(I=1)I_{\{\pi_e^*(I=0) < \pi_e^*(I=1)\}}. \quad (46)$$

代表性入驻商家的最优利润为:

$$\pi_e^* = \pi_e^*(I=0)I_{\{\pi_e^*(I=0) \geq \pi_e^*(I=1)\}} + \pi_e^*(I=1)I_{\{\pi_e^*(I=0) < \pi_e^*(I=1)\}}. \quad (47)$$

命题 2~4 综合描述了单销售渠道情形下, 电商平台和入驻商家的最优决策. 命题 2 和命题 3 分别描述了不同的广告预算约束下不参与和参与合作发放优惠券时电商平台与其入驻商家的最优策略. 由上述表达式可见电商平台和入驻商家的最优策略受抽佣比例、广告投入对需求的影响系数、广告预算、市场规模、商品成本、电商平台上其他入驻商家的定价等因素的影响. 后文将对这些影响参数展开详细讨论. 命题 4 比较了入驻商家是否参与合作发放优惠券时的利润.

推论 1 商家参与合作发放优惠券后, 商品需求 Q 的变化 $\Delta Q \geq 0$ 为:

$$\Delta Q = \begin{cases} \frac{2}{4 - b_{ae}^2(1 - \delta)} c_p, & \text{若 } \hat{a} < \bar{a} \leq \hat{a}, \\ \frac{4b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + 4c_p - b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + c_p) - c_0]}{2[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a} < \hat{a}, \\ \frac{c_p}{2}, & \text{若 } \bar{a} < \hat{a} < \hat{a}. \end{cases} \quad (48)$$

证明见附录.

从商品需求变化 ΔQ 的表达式中可以看出, 随着抽佣比例 δ 增加, 商品需求增加的幅度 ΔQ 减小; 随着市场规模 M 增加, 商品需求增加的幅度 ΔQ 减小; 随着电商平台投入广告 A 增加, 商品需求增加的幅度 ΔQ 减小.

推论 2 当入驻商家广告投入的金额上限 \bar{a} 满足 $\bar{a} < \hat{a}$ 或入驻商家投入广告的金额上限 $\bar{a} \geq \hat{a}$ 且入驻商家的广告投入对其平台渠道的商品需求的影响系数满足 $b_{ae} < \sqrt{\frac{2}{1-\delta}}$ 时, 消费者实付价格 p_e^c 的变化 Δp_e^c 满足

$$\Delta p_e^c < 0. \quad (49)$$

然而当入驻商家的广告预算充足 $\hat{a} < \bar{a} \leq \hat{a}$ 并且当入驻商家投入的广告对其平台渠道需求影响系数较大, 满足 $b_{ae} \geq \sqrt{\frac{2}{1-\delta}}$ 时, 单位商品价格的提高量将不小于优惠券额度, 因而消费者的实付价格将不变甚至提高.

证明及 Δp_e^c 和 \hat{a} 的表达式见附录.

推论 1 表明入驻商家参与合作发放优惠券后确实可以拉动需求, 即新兴的合作发放优惠券可以潜在提升居民消费; 推论 2 表明同时考虑广告投入与合作发放优惠券的相关决策时, 入驻商家参与合作发放优惠券后, 个体消费者不一定受益. 具体而言, 当入驻商家广告预算充足且广告对需求提升效果显著时, 消费者实付价格上升⁷. 因此, 电商平台与入驻商家在合作发放优惠券的同时, 投放广告对个体消费者而言不一定有利, 体现在当入驻商家的广告对消费者购买意愿的影响较大时, 入驻商家参与合作发放优惠券后往往会设置更高的价格, 使消费者的实付价格比没有优惠券时的商品价格更高, 损害个体消费者的利益.

⁷反之, 若商家的广告预算紧张, 商家参与合作发放优惠券后消费者的实付价格将降低; 而若商家的广告预算较充裕, 则只有当商家投入的广告对平台渠道需求的影响较小时, 其参与合作发放优惠券后消费者的实付价格才会降低.

5 双渠道销售情形

本节讨论双销售渠道情形. 双销售渠道既可代表多个线上平台, 也可代表线上线下同时销售. 随着平台反垄断的相关政策不断出台, 商家不再需要“二选一”⁸, 可以同时多个平台渠道进行销售. 此外考虑到现实中一些较大的商家 (例如美的、苏宁等) 本身会在线上 and 线下渠道都进行销售, 因此在日常实践中也有很多本文讨论的类似情形. 5.1 节仅考虑合作发放优惠券的最优策略, 5.2 节进一步将广告投入纳入分析框架, 综合考虑广告投入与合作发放优惠券的最优策略.

5.1 不考虑广告投入与双销售渠道的情形

在仅考虑合作发放优惠券的情形下, 本小节试图得到纳入双销售渠道影响时的解析解, 从而更清晰地展示电商平台与其入驻商家合作发放优惠券的最优策略. 此处为简化分析, 本小节暂不考虑两个销售渠道之间的交互影响以及广告对销售量的影响, 在此情形下, 入驻商家面临的平台渠道销售需求为 $Q_e = \mu M - (p_e - Ic)$, 其他渠道需求为 $Q_r = (1 - \mu)M - p_r$. 首先考虑入驻商家参与合作发放优惠券时, 其平台渠道以及其他渠道的销售利润分别为:

$$\pi^e(I=1) = \{(1-\delta)[p_e - (1-\alpha)c] - c_0\}[\mu M - (p_e - c)] - F_c, \quad (50)$$

$$\pi^r(I=1) = (p_r - c_0)[(1-\mu)M - p_r]. \quad (51)$$

此时通过求解入驻商家的优化问题, 可得入驻商家制定的最优平台渠道和其他渠道销售价格 (p_e^* 和 p_r^*) 分别为:

$$p_e^* = \frac{(M\mu + 2c - \alpha c)(1-\delta) + c_0}{2(1-\delta)}, \quad (52)$$

$$p_r^* = \frac{M(1-\mu) + c_0}{2}. \quad (53)$$

进而可得入驻商家在选择参与合作发放优惠券时的最大利润为:

$$\pi^*(I=1) = \frac{1}{4} \left\{ (c_0 - M + M\mu)^2 - \frac{[c_0 - (M\mu + \alpha c)(1-\delta)]^2}{\delta - 1} \right\} - F_c. \quad (54)$$

同理, 当入驻商家选择不参与合作发放优惠券时, 其平台渠道和其他渠道销售利润分别为:

$$\pi^e(I=0) = [(1-\delta)p_e - c_0](\mu M - p_e), \quad (55)$$

$$\pi^r(I=0) = (p_r - c_0)[(1-\mu)M - p_r]. \quad (56)$$

此时通过求解入驻商家的优化问题, 可得入驻商家制定的最优平台渠道和其他渠道销售价格 (p_e^* 和 p_r^*) 分别为:

$$p_e^* = \frac{c_0 + M\mu - M\delta\mu}{2(1-\delta)}, \quad (57)$$

$$p_r^* = \frac{M(1-\mu) + c_0}{2}. \quad (58)$$

进而可得入驻商家在选择不参与合作发放优惠券时的最大利润为:

$$\pi^*(I=0) = \frac{1}{4} \left[(c_0 - M + M\mu)^2 - \frac{(c_0 - M\mu + M\delta\mu)^2}{\delta - 1} \right]. \quad (59)$$

为使得入驻商家参与合作发放优惠券, 电商平台需使得入驻商家在参与合作发放优惠券后的利润大于不参与合作发放优惠券时的利润. 由此可得双渠道情形下的激励相容条件:

$$\alpha \geq \frac{1}{c} \left[\sqrt{\left(\mu M - \frac{c_0}{1-\delta} \right)^2 + \frac{4F_c}{1-\delta}} - \mu M + \frac{c_0}{1-\delta} \right]. \quad (60)$$

⁸指平台利用优势地位和商家对其的依赖性, 采取不正当手段强迫经营者在平台间“二选一”.

现考虑电商平台的最优决策问题. 在使得入驻商家愿意参与合作发放优惠券的前提下, 电商平台制定合作发放优惠券额度 c 以及承担比例 α 使得其利润最大化, 即求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\alpha, c \geq 0} & [\delta(p_e - (1 - \alpha)c) - \alpha c] [\mu M - (p_e - c)] \\ \text{s.t. } & \alpha \geq \frac{1}{c} \left[\sqrt{\left(\mu M - \frac{c_0}{1 - \delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1 - \delta}} - \mu M + \frac{c_0}{1 - \delta} \right]. \end{aligned} \quad (61)$$

通过求解上述最优化问题, 可得商家的最优策略需要满足下述条件:

$$\alpha^* c^* = \left[\sqrt{\left(\mu M - \frac{c_0}{1 - \delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1 - \delta}} - \mu M + \frac{c_0}{1 - \delta} \right]. \quad (62)$$

因此此时消费者的实付价格为:

$$p_e^c = \mu M - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\mu M - \frac{c_0}{1 - \delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1 - \delta}}, \quad (63)$$

$$p_r^* = \frac{M(1 - \mu) + c_0}{2}. \quad (64)$$

将上述结论代入需求函数可知, 对于入驻商家而言, 其在平台销售渠道和其他销售渠道加总的销售量为:

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\mu M - \frac{c_0}{1 - \delta}\right)^2 + \frac{4F_c}{1 - \delta}} + \frac{M(1 - \mu) - c_0}{2}. \quad (65)$$

由此可见, 与单销售渠道情形相类似, 在双销售渠道情形下, 抽佣比例下降会提升销售量. 但是入驻商家在电商平台销售比例 (μ) 将会影响抽佣比例下降对销售量提升的作用效果.

5.2 考虑广告投入与双销售渠道的情形

由于该情形下无法得到解析解, 本小节采用数值分析以直观展示相关结果. 本小节首先将部分电商平台的费率与固定费用总结于表 4. 数值分析中, 变量的取值如表 5 所示. 具体变量的取值依据可参见表 5, 本小节选取的抽佣比例为 $\delta = 0.005^9$, 固定费用分别为 $F_e = 5000$ 元、 $F = 500$ 元、 $F_c = 450$ 元, 入驻商家投入广告的金额上限分别为高 ($\bar{a} = 30000$ 元) 和低 ($\bar{a} = 17400$ 元) 两个水平, 对应入驻商家的广告预算充裕和紧张两种情况. 参照陈国鹏等^[8], 本文选取的平台渠道需求占基本市场规模的比例为 $\mu = 0.6$, 交叉价格系数为 $\theta = 0.3$, 平台投入的广告对入驻商家的平台渠道商品需求的影响系数为 $b_{Ae} = 0.6$, 入驻商家投入的广告对其平台渠道的商品需求的影响系数为 $b_{ae} = 1.2$, 入驻商家投入的广告对其其他渠道的商品需求的影响系数为 $b_{ar} = 0.8$. 其余变量的选取见表 5.

表 4 部分电商平台的费率与固定费用

电商平台	按商家实际收入额抽取的费率	固定费用的收取 (保证金、软件服务年费等)
拼多多	0.6%, 1.4%, 2.5%, 4.4%	1000~50000 元
淘宝	0.5%~5%, 10%	1000~5000 元
天猫	0.5%~5%, 10%	10000~60000 元
京东	京喜 0.6% 左右; POP 店 0.5%~10%	京喜 4000~30000 元; POP 店 33000~205000 元 + 1000 元/月

资料来源: 笔者根据公开资料整理.

⁹在天猫中类似图书、音像、服务类等的抽佣比例大体都在 0.5% 左右, 京东上类似于 QQ 充值、打蛋器、汽车陪练、SOP 上的商用电器等的抽佣比例也在 0.5% 上下, 具体可查阅京东规则以及天猫规则.

表5 变量取值

变量	数值
抽佣比例 δ	0.005
电商平台向代表性入驻商家收取的固定费用 F_e (元)	5000
商家的固定费用 F (元)	500
入驻商家参与合作发放优惠券产生的固定费用 F_c (元)	450
入驻商家投入广告的金额上限 \bar{a} 的高、低水平 (元)	30000、17400
平台渠道需求占基本市场规模的比例 μ	0.6
基本市场规模 M	100
交叉价格系数 θ	0.3
单位商品的成本 c_0 (元)	4
电商平台投入的广告对入驻商家平台渠道商品需求的影响系数 b_{Ae}	0.6
入驻商家投入的广告对其平台渠道的商品需求的影响系数 b_{ae}	1.2
入驻商家投入的广告对其其他渠道的商品需求的影响系数 b_{ar}	0.8

5.2.1 广告投入决策和合作发放优惠券决策之间的相互作用关系

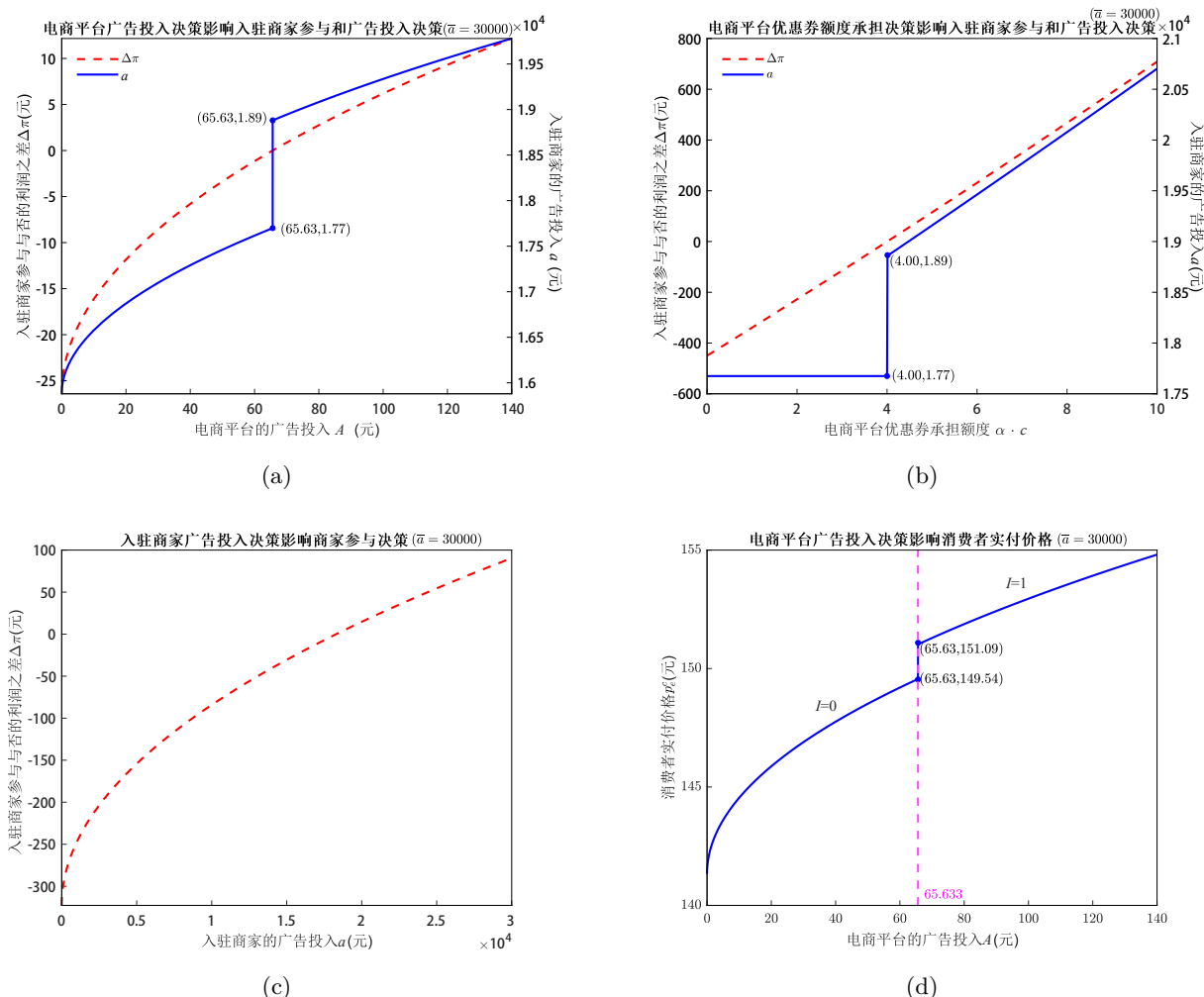
首先, 本小节考虑电商平台的决策 $\{A, c, \alpha\}$ 对其入驻商家的决策 $\{I, a\}$ 的影响. 图 1(a)、(b) 描述了给定电商平台决策时, 参与合作发放优惠券后入驻商家利润的变化 ($\Delta\pi = \pi_e^*(I=1) - \pi_e^*(I=0)$) 以及入驻商家的最优广告投入决策如何随电商平台的营销投入变化. 图 1(a)、(b) 表明电商平台更高的广告投入以及更多的合作发放优惠券投入不仅能提升入驻商家广告的投入, 也可以提高入驻商家参与合作发放优惠券的意愿. 具体地, 一方面, 给定相应的参数条件和电商平台决策, 随着电商平台投入广告的金额或电商平台承担优惠券额度的增加, 入驻商家参与合作发放优惠券的收益将逐渐增加并超过不与合作发放优惠券的收益, 此后入驻商家将参与合作发放优惠券. 另一方面, 随着电商平台投入广告的金额或电商平台承担的优惠券额度的增加, 入驻商家的广告投入也会上升¹⁰. 因此, 电商平台增加广告投入和合作发放优惠券的金额可以有效提高入驻商家的促销积极性.

其次, 本小节考虑入驻商家合作发放优惠券和广告投入等策略之间的相互作用关系. 图 1(c) 描述了给定电商平台决策以及入驻商家广告投入时, 参与合作发放优惠券后入驻商家利润的变化如何受到入驻商家广告投入的影响. 一方面, 入驻商家选择参与合作发放优惠券后, 其投入广告的金额将增加. 当电商平台广告投入超过 65.63 元 (图 1(a)) 或者在合作发放优惠券上投入超过 4 元 (图 1(b)) 时, 入驻商家参与合作发放优惠券. 当入驻商家参与合作发放优惠券时, 商品的需求量上升, 每单位广告的边际收益上升, 因此入驻商家更愿意在广告上增加投入. 另一方面, 随着入驻商家投入广告的金额增加, 其参与合作发放优惠券和不参与合作发放优惠券的收益之差增加, 这表明入驻商家更愿意参与合作发放优惠券. 当入驻商家投入广告时, 商品的需求量上升, 平摊到每单位销量上的合作发放优惠券的平均成本下降, 此时入驻商家更愿意参与合作发放优惠券. 上述分析表明入驻商家的参与合作发放优惠券决策和其广告投入决策之间存在相互促进效应.

同时考虑广告投入与合作发放优惠券的相关决策时, 图 1(d) 描述了给定电商平台决策条件下, 消费者实付价格 (即商品售价减去合作发放优惠券补贴 $p_e^c = p_e^* - Ic$) 如何随着电商平台广告投入变化. 图 1(d) 表明若入驻商家广告预算充足且广告对需求提升效果显著, 入驻商家从不参与合作发放优惠券转变到参与合作发放优惠券时 (当 $A = 65.63$ 时), 消费者实付价格上升 (从 149.54 升至 151.09). 提高实付价格一方面可以增加单位商品收益, 另一方面会降低总需求. 在其他条件相同时, 若入驻商家的广告预算充裕, 且入驻商家投入的广告对其平台渠道的商品需求的影响较大时, 入驻商家可通过投入广告来弥补增加实付价格的负向效应¹¹.

¹⁰当商家的广告预算充裕且不参与合作发放优惠券时, 其最优广告投入的金额和收益不受平台承担的优惠券额度的影响.

¹¹反之, 如果入驻商家广告预算不充裕或广告对需求的影响很低, 此时入驻商家无法靠广告投入消除增加实付价格的负向效应, 因此商家不会提升实付价格.



注: 两种决策指商家投放广告和参与合作发放优惠券两种决策. (a) 中优惠券额度 $c = 8$, 平台承担比例 $\alpha = 0.5$; (b) 中平台投入广告的金额 $A = 64$; (c) 中 $c = 8$, $\alpha = 0.5$, $A = 64$; (d) 中 $c = 8$, $\alpha = 0.5$; 其余参数取值见表 5.

图 1 电商平台决策对入驻商家决策的正向影响及入驻商家两种决策的相互促进关系

观察 1 1) 电商平台增加广告投入和合作发放优惠券的金额可以有效提高入驻商家的促销积极性; 2) 入驻商家的参与合作发放优惠券决策和其广告投入决策之间存在相互促进效应.

5.2.2 市场规模对入驻商家最优决策及经济效益的影响

本小节考虑基本市场规模 M 对入驻商家最优决策及经济效益¹²的影响. 图 2 描述了给定电商平台的决策时, 入驻商家的最优广告投入决策、参与合作发放优惠券后入驻商家利润的变化、商品总需求及消费者实付价格如何随市场规模发生变化.

图 2(a) 表明, 随着平台渠道市场规模的扩大, 入驻商家更可能参与合作发放优惠券并增加自身广告投入金额. 随着数字经济发展, 线上购物规模日渐增大. 除传统的广告营销外, 营销的优惠活动也呈现多样化趋势, 合作发放优惠券也随电商平台兴起成为日益流行的营销方式; 图 2(b) 表明若入驻商家的广告预算充裕, 且入驻商家投入的广告对平台渠道需求的影响较大, 当入驻商家从不参与合作发放优惠券转变到参与合作发放优惠券时 (当 $M = 100$ 时), 商品的总需求上升 (从 182.39 升至 188.87), 消费者实付价格上升 (从 149.22 升至 151.29), 个体消费者利益受损.

若广告预算约束很紧张 ($\bar{a} = 17400$) 或入驻商家投入的广告对平台渠道需求的影响较小 ($b_{ae} = 0.9$) (见图 2(c) 和 (d)), 当入驻商家从不参与合作发放优惠券转变到参与合作发放优惠券时 (图 2(c) 中当

¹² 本文主要关注商品需求和消费者利益.

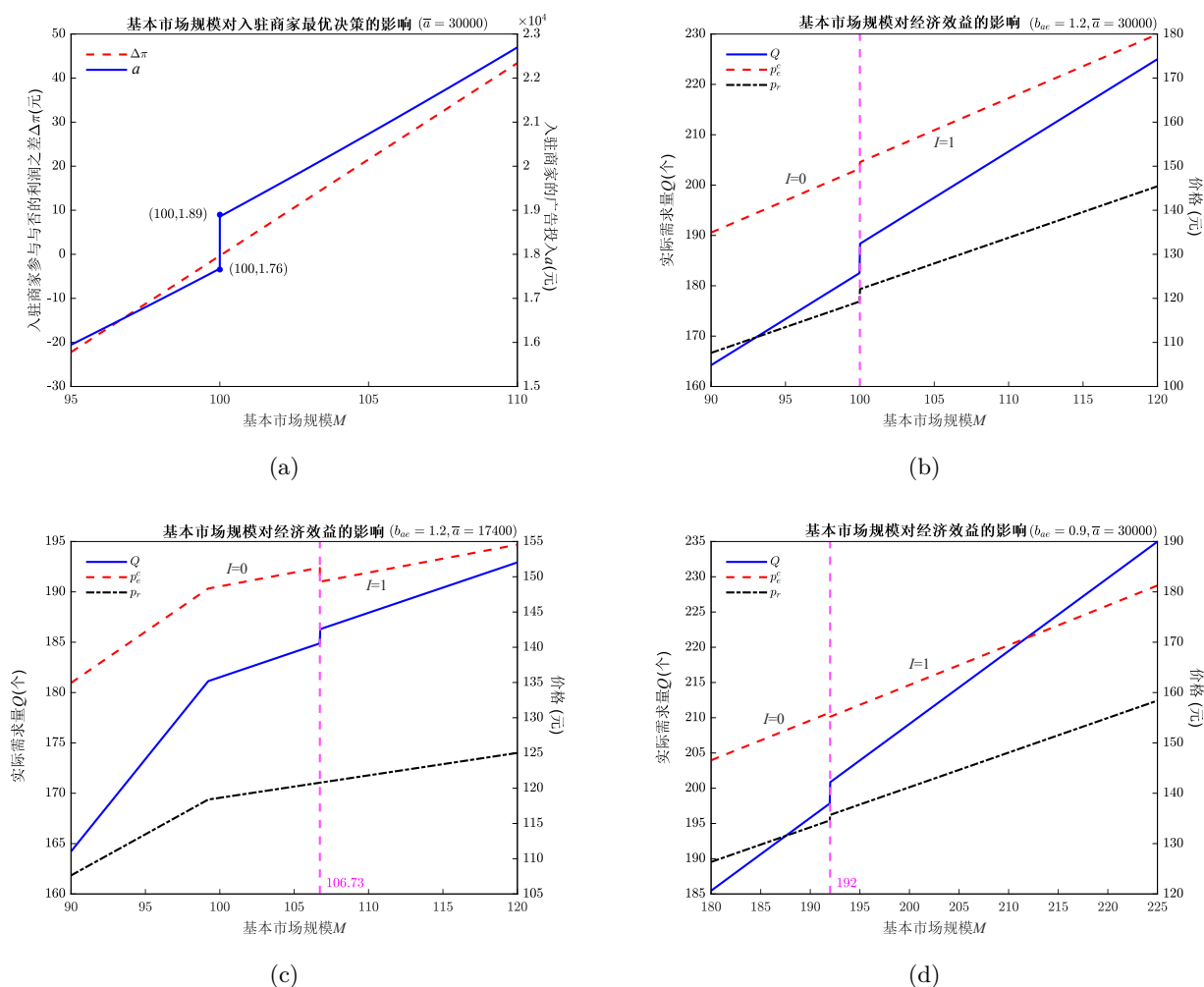
$M = 106.73$ 以及图 2(d) 中当 $M = 192$ 时), 商品的总需求上升 (图 2(c) 中从 184.83 升至 186.37 以及图 2(d) 中从 197.62 升至 201.02), 消费者实付价格下降 (图 2(c) 中从 151.24 降至 149.43 以及图 2(d) 中从 155.88 降至 155.34). 此外, 当广告预算约束很紧张 (图 2(c)), 入驻商家参与合作发放优惠券时不会提高其他渠道商品的价格 (图 2(c) 中 $M = 106.73$ 处需求量 Q 没有跳跃). 但是, 当广告预算约束不紧张时 (图 2(d)), 其它渠道商品的价格也有可能上升 (图 2(d) 中 $M = 192$ 处需求量 Q 有跳跃).

观察 2 1) 随着平台渠道市场规模增加, 入驻商家更可能参与合作发放优惠券并增加自身广告投入金额; 2) 当商家投入的广告对其平台渠道需求的影响较大或者商家的广告预算充足时, 电商平台与其入驻商家合作发放优惠券后消费者的实付价格不降反升.

5.2.3 抽佣比例及参与费用对入驻商家最优决策及经济效益的影响

本小节考虑电商平台抽取的佣金比例 δ 以及参与费用 F_c 对入驻商家最优决策及经济效益的影响. 图 3 描述了给定电商平台的决策时, 入驻商家的最优广告投入决策、参与合作发放优惠券后入驻商家利润的变化、商品总需求以及消费者实付价格如何随抽佣比例发生变化.

图 3(a) 表明, 随着抽佣比例降低, 入驻商家更可能参与合作发放优惠券并增加自身投入广告的金额. 图 3(b) 表明固定费用增加将削弱入驻商家参与合作发放优惠券的意愿. 可见, 参与合作发放优惠券



注: 图中优惠券额度 $c = 8$, 平台承担比例 $\alpha = 0.5$, 平台投入广告的金额 $A = 64$.

除图中说明的参数取值, 其余参数取值见表 5

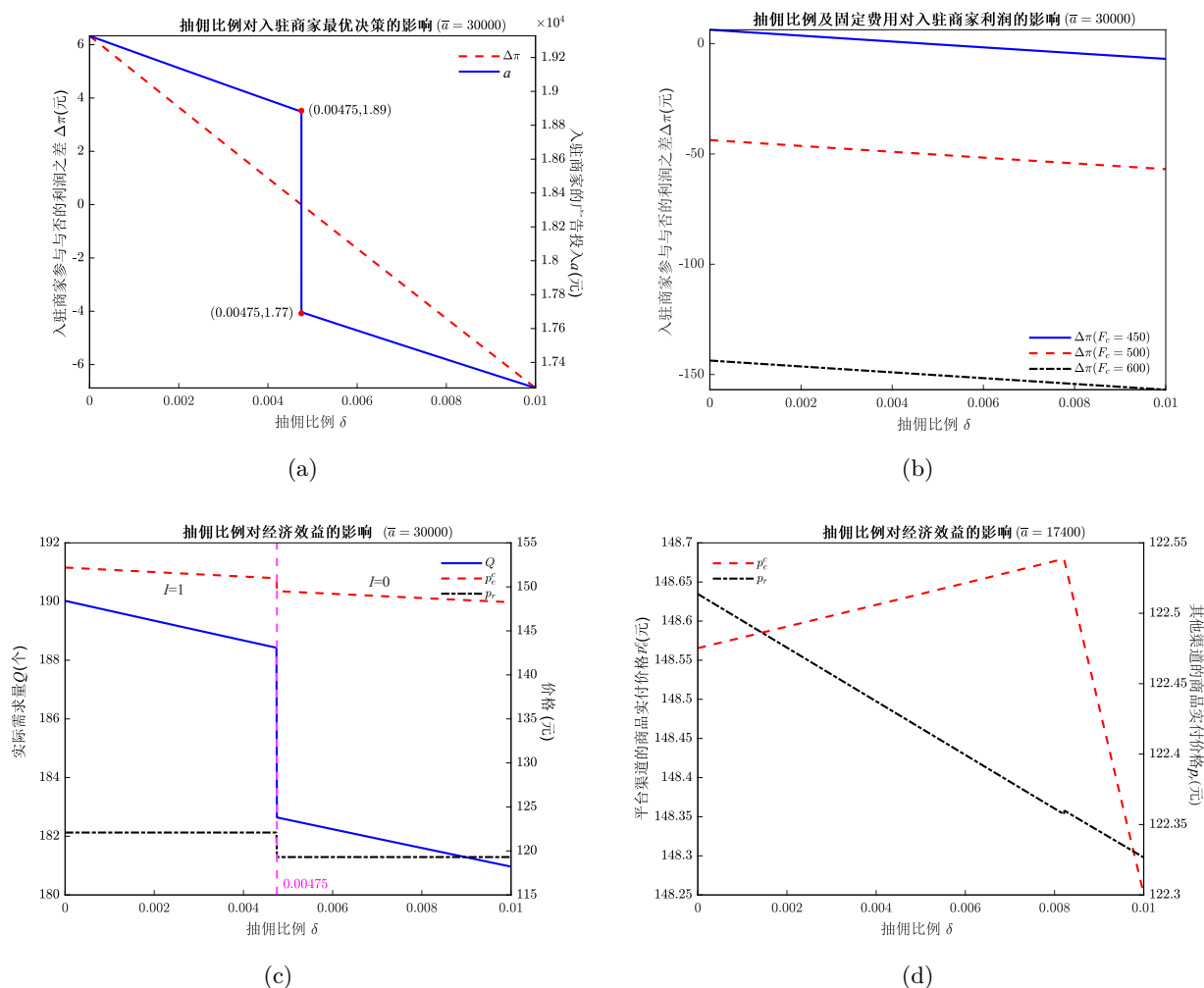
图 2 基本市场规模对入驻商家最优决策及经济效益的影响

的费用降低将会提升入驻商家参与的意愿。

图 3(c) 表明入驻商家参与合作发放优惠券会使得商品需求增加, 而若商家的广告预算充裕 ($\bar{a} = 30000$), 当入驻商家从不参与合作发放优惠券转变到参与合作发放优惠券时 (当 $\delta = 0.00475$ 时), 消费者的实付价格也增加 (从 149.502 升至 150.991)。因此, 商家的广告预算充裕时, 电商平台通过下调抽佣比例以减少入驻商家成本有利于促进入驻商家参与合作发放优惠券, 从而增加商品需求, 但这一举措同时将不可避免地带来消费者实付价格的提高¹³。

图 3(d) 表明当入驻商家广告预算紧张时 ($\bar{a} = 17400$), 随着抽佣比例减小, 当入驻商家参与合作发放优惠券后, 电商平台消费者实付价格随抽佣比例降低而下降。此时电商平台适当降低抽佣比例可以使个体消费者受益。但进一步考察后发现, 与平台渠道相反, 对其他渠道的商品, 随着抽佣比例减小, 当入驻商家参与合作发放优惠券后, 消费者实付价格随着抽佣比例下降而上升。可见此时电商平台适当降低抽佣比例虽然可以使平台渠道个体消费者受益, 但却是以牺牲其他渠道的个体消费者的利益为代价。

观察 3 1) 随着抽佣比例降低, 入驻商家更可能参与合作发放优惠券并增加自身广告投入金额; 2) 当



注: 图中优惠券额度 $c = 8$, 平台承担比例 $\alpha = 0.5$, 平台投入广告的金额 $A = 64$ 。

除图中说明的参数取值, 其余参数取值见表 5。

图 3 抽佣比例、参与费用对商家最优决策及经济效益的影响

¹³相对应地, 入驻商家投入广告的金额达到上限后, 随着抽佣比例降低, 消费者实付价格下降。入驻商家的广告预算较紧张时, 相关部门激励电商平台通过降低抽佣比例来进行一定程度的让利, 变相对入驻商家进行补贴, 可以降低消费者实付价格。

商家投入的广告对其平台渠道需求的影响较大或者商家的广告预算充足时,电商平台与其入驻商家合作发放优惠券后消费者的实付价格不降反升。

6 结论与展望

随着数字经济和电商平台发展,企业的促销手段逐渐丰富且促销投入日益增加。面对各大企业日益复杂的促销策略,如何引导作为拉动消费重要引擎的平台经济健康发展并保护消费者合法权益成为极为重要的话题。越来越多的电商平台开始采用与入驻商家合作发放优惠券的促销策略。合作发放优惠券在拉动需求的同时,给电商平台和入驻商家的运营决策增加了复杂性。本文在现有研究的基础上构建理论模型,为研究电商平台与其入驻商家的合作发放优惠券和广告投入策略提供参考,并为理解新兴的合作发放优惠券的经济效益提供了新视角和新见解。本文的主要结论及其现实启示包括:

第一,入驻商家参与合作发放优惠券的意愿与广告投入存在促进关系:入驻商家在增加广告投入的同时更愿意参与合作发放优惠券,而商家参与合作发放优惠券后也将投放更多的广告。此外,电商平台增加其在广告和优惠券上的投入可以有效提升入驻商家参与合作发放优惠券的积极性。

第二,平台渠道市场规模扩大会促进入驻商家参与合作发放优惠券,进而增加商品需求。但是只有当入驻商家投入的广告对平台渠道需求的影响较小或商家的广告预算紧张时,发放优惠券时消费者的实付价格才会降低。因此,“先涨后降”损害消费者利益的情形往往发生在商家广告对消费者购买决策影响较大或商家投入的广告较多时,故有关部门和电商平台应制定相关政策和规则加强监管,禁止商家进行关于商品价格的虚假宣传,这将有利于打破不良商家“先涨后降”损害个体消费者利益的消费骗局,在提振消费的同时保障个体消费者的利益。

第三,抽佣比例或入驻商家发放优惠券产生的固定费用的减少会促进入驻商家参与合作发放优惠券,从而增加商品需求拉动消费。入驻商家的广告预算充裕时,其参与合作发放优惠券后消费者实付价格将提高;而当商家投入广告的金额达上限后,消费者实付价格随着抽佣比例降低而降低。因此,商家的广告预算充裕时,电商平台可以降低抽佣比例或入驻商家发放优惠券的固定费用来降低入驻商家的成本,鼓励入驻商家参与合作发放优惠券并有效地拉动需求,但这一举措同时将不可避免地带来消费者实付价格的提高。而入驻商家的广告预算较紧张时,有关部门可以激励电商平台降低抽佣比例进行适当让利,从而降低消费者的实付价格,保障个体消费者利益,促进平台经济的健康发展。

后续研究可从以下四个方向拓展: 1) 本文模型仅考虑一个电商平台,后续研究可考虑多个平台的合作博弈对定价、营销策略以及消费者获利的影响; 2) 本文尚未考虑到电商平台旗下其余入驻企业的内生最优决策问题,后续研究可以考虑当入驻企业之间呈现不同的替代或者互补关系时,电商平台发放补贴的不同影响; 3) 本文考虑的主体为电商平台与入驻商家,后续研究可将本文的模型推广到政府与相关企业合作补贴消费者(如新冠疫情中各地政府采取“政商合作”的方式通过各大互联网平台,包括美团、支付宝、京东等,发放消费券,在短期内有效地刺激经济)的研究,从微观视角分析相关补贴拉动消费并促进经济内循环的作用; 4) 李静和张玉林^[32]在跨市场网络效应和双边平台特性下,建立序贯博弈模型,研究平台进行业务拓展时的定价策略。网络效应是平台经济重要的特征,后续研究可以进一步将网络效应纳入合作发放优惠券的研究框架之中。

参考文献

- [1] 浦徐进, 龚磊, 张兴. 考虑零售商公平偏好的促销努力激励机制设计 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(9): 2271-2279.
Pu X J, Gong L, Zhang X. The incentive mechanism design for promotion effort considering the retailer's fairness preference[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(9): 2271-2279.
- [2] 王聪, 杨德礼. 电商平台折扣券对制造商双渠道策略的影响研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(6): 1525-1535.
Wang C, Yang D L. A study of the influence of the platform coupons on the dual-channel supply chain strategy of manufacturers[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2018, 38(6): 1525-1535.
- [3] 张华, 李莉, 朱星圳, 等. 网络购物平台最优价格促销策略: 价格折扣还是现金券 [J]. 中国管理科学, 2021(12): 1-11.

- Zhang H, Li L, Zhu X Z, et al. Online shopping platform optimal price promotion strategy: Price discount or cash coupon[J]. Chinese Journal of Management Science, 2021(12): 1–11.
- [4] Xie J, Wei J C. Coordinating advertising and pricing in a manufacturer-retailer channel[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197(2): 785–791.
- [5] 冯健, 刘斌. 考虑长效作用的竞争供应链合作广告决策分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(1): 126–140.
Feng J, Liu B. Decision analysis of cooperative advertising for competitive supply chain considering long-term effects[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2019, 39(1): 126–140.
- [6] 高丹, 王义宝, 陈敬文. 面向网络零售平台的合作广告策略研究 [J]. 中国管理科学, 2020, 28(9): 176–187.
Gao D, Wang Y B, Chen J W. Cooperative advertising models in supply chains with online platform[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(9): 176–187.
- [7] Yue J, Austin J, Wang M C, et al. Coordination of cooperative advertising in a two-level supply chain when manufacturer offers discount[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 168(1): 65–85.
- [8] 陈国鹏, 张旭梅, 肖剑. 双渠道供应链中制造商与零售商合作广告协调模型 [J]. 系统管理学报, 2017, 26(6): 1168–1175.
Chen G P, Zhang X M, Xiao J. Coordination model for cooperative advertising between manufacturers and retailers in dual-channel supply chain[J]. Journal of Systems & Management, 2017, 26(6): 1168–1175.
- [9] Evans D S. The antitrust economics of multi-sided platforms markets[J]. Yale Journal on Regulation, 2003, 20: 325–382.
- [10] 曾燕, 杨雅婷, 徐凤敏, 等. 消费金融研究综述 [J]. 系统工程理论与实践, 2022, 42(1): 84–109.
Zeng Y, Yang Y T, Xu F M, et al. Survey of consumer finance research[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2022, 42(1): 84–109.
- [11] 曾燕, 康俊卿, 王一君. 消费券政策可以有效刺激消费吗? ——对消费券政策精准补贴与自筛选特征的微观机制理论分析 [J]. 计量经济学报, 2022, 2(3): 548–577.
Zeng Y, Kang J Q, Wang Y J. Does issuing consumption vouchers effectively stimulate residents' consumption? — Theoretical analysis on the micro-mechanism of the precise subsidy and self-screening characteristics of the consumption voucher policy[J]. China Journal of Econometrics, 2022, 2(3): 548–577.
- [12] 杨丰梅, 王安瑛, 吴军, 等. 基于博弈论的 C2B2C 模式下电商信用监管机制研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(8): 2102–2110.
Yang F M, Wang A Y, Wu J, et al. Designing credit supervision mechanism in C2B2C e-commerce based on game theory[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2017, 37(8): 2102–2110.
- [13] 赵菊, 刘龙, 王艳, 等. 基于电商平台的供应商竞争和模式选择研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(8): 2058–2069.
Zhao J, Liu L, Wang Y, et al. Research on competition and mode selection of suppliers based on e-commerce platform[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2019, 39(8): 2058–2069.
- [14] 康俊卿, 曾燕, 陈凤雨, 等. 重大突发公共事件下的电商平台应对举措——论电商平台救助入驻企业的最优策略与救助效益 [J]. 系统工程理论与实践, 2022, 42(2): 345–367.
Kang J Q, Zeng Y, Chen S Y, et al. E-commerce platform response to major public emergencies — Optimal strategies and benefits of e-commerce platform subsidies[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2022, 42(2): 345–367.
- [15] McGuire T W, Staelin R. An industry equilibrium analysis of downstream vertical integration[J]. Marketing Science, 1983, 2(2): 161–191.
- [16] Ingene C A, Parry M E. Channel coordination when retailers compete[J]. Marketing Science, 1995, 14(4): 360–377.
- [17] 陈树桢, 熊中楷, 梁喜. 补偿激励下双渠道供应链协调的合同设计 [J]. 中国管理科学, 2009, 17(1): 64–75.
Chen S Z, Xiong Z K, Liang X. Contract design for a dual-channel supply chain coordination with incentive compensation[J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(1): 64–75.
- [18] 王先甲, 周亚平, 钱桂生. 生产商规模不经济的双渠道供应链协调策略选择 [J]. 管理科学学报, 2017, 20(1): 17–31.
Wang X J, Zhou Y P, Qian G S. The selection of dual-channel supply chain coordination strategy considering manufacturer's economies of scale[J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(1): 17–31.
- [19] Lal R, Matutes C. Retail pricing and advertising strategies[J]. Journal of Business, 1994, 67(3): 345–370.

- [20] Huang W, Swaminathan J M. Introduction of a second channel: Implications for pricing and profits[J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 194(1): 258–279.
- [21] 艾兴政, 唐小我, 马永开. 传统渠道与电子渠道预测信息分享的绩效研究 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(1): 12–21.
Ai X Z, Tang X W, Ma Y K. Performance of forecasting information sharing between traditional channel and E-channel[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(1): 12–21.
- [22] 杨磊, 张琴, 张智勇. 碳交易机制下供应链渠道选择与减排策略 [J]. *管理科学学报*, 2017, 20(11): 75–87.
Yang L, Zhang Q, Zhang Z Y. Channel selection and carbon emissions reduction policies in supply chains with the cap-and-trade scheme[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2017, 20(11): 75–87.
- [23] 毛照昉, 刘鹭, 李辉. 考虑售后服务合作的双渠道营销定价决策研究 [J]. *管理科学学报*, 2019, 22(5): 47–56.
Mao Z F, Liu L, Li H. Price decision of a dual channel under after-sales service cooperation[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2019, 22(5): 47–56.
- [24] Chiang W K, Chhajed D, Hess J D. Direct marketing, indirect profits: A strategic analysis of dual-channel supply-chain design[J]. *Management Science*, 2003, 49(1): 1–20.
- [25] Bass F M. A new product growth for model consumer durables[J]. *Management Science*, 2004, 50(12 _supplement): 1825–1832.
- [26] Bakos Y, Brynjolfsson E. Bundling and competition on the internet[J]. *Marketing Science*, 2000, 19(1): 63–82.
- [27] Sayman S, Hoch S J, Raju J S. Positioning of store brands[J]. *Marketing Science*, 2002, 21(4): 378–397.
- [28] Kim S Y, Staelin R. Manufacturer allowances and retailer pass-through rates in a competitive environment[J]. *Marketing Science*, 1999, 18(1): 59–76.
- [29] Jørgensen S, Zaccour G. A survey of game-theoretic models of cooperative advertising[J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 237(1): 1–14.
- [30] Aust G, Buscher U. Cooperative advertising models in supply chain management: A review[J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 234(1): 1–14.
- [31] Karray S. Periodicity of pricing and marketing efforts in a distribution channel[J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 228(3): 635–647.
- [32] 李静, 张玉林. 考虑网络效应和业务拓展的平台定价策略研究 [J]. *系统工程理论与实践*, 2020, 40(3): 593–604.
Li J, Zhang Y L. Pricing strategy of the platform considering network effects and business expansion[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2020, 40(3): 593–604.

附录

对电商平台中绝大多数商家来讲, 基本市场规模 M 在数值上远大于单位商品成本 c_0 , 因此本文假定总存在 $c_0 < (1 - \delta)M$ 的关系.

命题 2, 3 的证明过程

首先, 没有合作发放优惠券的情形 (命题 2) 下, 入驻商家的优化问题为

$$\pi_e = \max_{a, p_e} \left\{ \left(M - p_e + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a} \right) [(1 - \delta)p_e - c_0] - a - F - F_e \right\} \quad (66)$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} 0 \leq a \leq \bar{a}, \\ M - p_e + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a} \geq 0, \\ (1 - \delta)p_e - c_0 \geq 0. \end{cases}$$

假设无广告投入资金约束时, 求 π_e 关于 p_e 和 a 的偏导数, 得

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_e(p_e, a)}{\partial p_e} = -2(1 - \delta)p_e + (1 - \delta) \left(M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a} \right) + c_0, \\ \frac{\partial \pi_e(p_e, a)}{\partial a} = -1 + \frac{b_{ae}[(1 - \delta)p_e - c_0]}{2\sqrt{a}}. \end{cases} \quad (67)$$

令两式均为零, 联立两个方程求解, 可得入驻商家的最优定价和广告投入决策为

$$\begin{cases} \hat{p}_e = \frac{2(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A}) + c_0[2 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}{(1 - \delta)[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}, \\ \hat{a} = \frac{b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A}) - c_0]^2}{[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]^2}. \end{cases} \quad (68)$$

参考陈国鹏等^[8] 的设定, 假设商家的广告投入对需求的影响系数不会过大, 即 $b_{ae} < 2$. 由 (\hat{p}_e) 的表达式可见, 随着电商平台投入的广告的增加, 入驻商家将提高定价, 因此, 消费者的实付价格将增加. 由 \hat{a} 的表达式可见, 当商品的单位成本较小, 即 $c_0 < (M + b_{Ae}\sqrt{A})(1 - \delta)$ 时, 随着电商平台投入的广告的增加, 入驻商家也将增加其自身投入的广告.

将入驻商家的最优决策代入电商平台的收益函数并求导, 可得电商平台的最优广告投入决策为

$$\tilde{A} = \frac{\{b_{Ao}\delta p_o[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]^2 + 2b_{Ae}\delta(4M - b_{ae}^2c_0)\}^2}{2[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]^2 - 8b_{Ae}^2\delta^2}. \quad (69)$$

可见电商平台的最优决策受到抽佣比例、各广告投入对需求的影响系数、入驻商家的基本市场规模、平台上其他商家的定价等因素的影响.

将电商平台与入驻商家的资金约束纳入考虑后, 首先, 若电商平台与入驻商家的广告预算充裕, 即 $\tilde{a} \leq \bar{a}$ 且 $\tilde{A} \leq \bar{A}$ 时 (相关符号的具体表达式见式 (13)), 电商平台与入驻商家的投入广告的金额均可以达到无约束情况下的最优值; 其次, 若电商平台的广告预算紧张而入驻商家的广告预算较充裕时, 电商平台投入广告的金额为其金额上限; 最后, 若入驻商家的广告预算紧张时, 入驻商家投入广告的金额为其金额上限, 对应各情形的求解结果如下.

命题 2 不参与合作发放优惠券时, 入驻商家的最优广告投入为

$$a^*(I = 0) = \begin{cases} \tilde{a}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}, \\ \bar{a}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A} \text{ 或 } \tilde{a} \leq \bar{a} < \tilde{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}, \\ \bar{a}, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A} \text{ 或 } \min\{\tilde{a}, \bar{a}\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}. \end{cases} \quad (70)$$

入驻商家的平台渠道的最优定价策略为

$$p_e^*(I=0) = \begin{cases} \tilde{p}_e, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}, \\ \check{p}_e, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A} \text{ 或 } \check{a} \leq \bar{a} < \tilde{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}, \\ \frac{(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}}+b_{ae}\sqrt{\tilde{a}})+c_0}{2(1-\delta)}, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}, \\ \frac{(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\bar{A}}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}})+c_0}{2(1-\delta)}, & \text{若 } \min\{\tilde{a}, \check{a}\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}. \end{cases} \quad (71)$$

电商平台的最优广告投入策略为

$$A^*(I=0) = \begin{cases} \tilde{A}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}, \\ \check{A}, & \text{若 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} \leq \bar{A}, \\ \bar{A}, & \text{若 } \tilde{a} \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A} \text{ 或 } \tilde{a} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A} > \bar{A}. \end{cases} \quad (72)$$

此时 $(I=0)$ 代表性入驻商家的最大利润为

$$\pi_e^*(I=1) = \begin{cases} \left[M - (\tilde{p}_e' - \tilde{c}) + b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}'} \right] \{ (1-\delta) [\tilde{p}_e' - (1-\tilde{\alpha})\tilde{c}] - c_0 \} \\ \quad - \tilde{a}' - F - F_e - F_c, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \\ \left[M - (\check{p}_e' - \check{c}) + b_{Ae}\sqrt{\bar{A}} + b_{ae}\sqrt{\tilde{a}'} \right] \{ (1-\delta) [\check{p}_e' - (1-\hat{\alpha})\check{c}] - c_0 \} \\ \quad - \check{a}' - F - F_e - F_c, & \text{若 } \tilde{a}' \leq \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A} \\ & \text{或 } \check{a}' \leq \bar{a} < \tilde{a}' \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \left\{ \frac{(1-\delta)[M+b_{Ae}\sqrt{\bar{A}}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}}-\check{c}'(1-\hat{\alpha}')] - c_0}{2(1-\delta)} \right\} \left[\frac{(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\bar{A}}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}}+\check{c}'\hat{\alpha}') - c_0}{2} \right] \\ \quad - \bar{a} - F - F_e - F_c, & \text{若 } \min\{\tilde{a}', \check{a}'\} > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' > \bar{A}; \\ \left\{ \frac{(1-\delta)[M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}}-\check{c}'(1-\tilde{\alpha}')] - c_0}{2(1-\delta)} \right\} \left[\frac{(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}'}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}}+\check{c}'\tilde{\alpha}') - c_0}{2} \right] \\ \quad - \bar{a} - F - F_e - F_c, & \text{若 } \tilde{a}' > \bar{a} \text{ 且 } \tilde{A}' \leq \bar{A}; \end{cases} \quad (73)$$

其中

$$\tilde{a} = \frac{b_{ae}^2[(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}})-c_0]^2}{[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2}, \quad \check{a} = \frac{b_{ae}^2[(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\bar{A}})-c_0]^2}{[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2}, \quad (74)$$

$$\tilde{p}_e = \frac{2(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\tilde{A}})+c_0[2-b_{ae}^2(1-\delta)]}{(1-\delta)[4-b_{ae}^2(1-\delta)]}, \quad (75)$$

$$\check{p}_e = \frac{2(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{\bar{A}})+c_0[2-b_{ae}^2(1-\delta)]}{(1-\delta)[4-b_{ae}^2(1-\delta)]}, \quad (76)$$

$$\tilde{A} = \frac{\{b_{Ao}\delta p_o[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2+2b_{Ae}\delta(4M-b_{ae}^2c_0)\}^2}{\{2[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2-8b_{Ae}^2\delta\}^2}, \quad (77)$$

$$\check{A} = \frac{[2b_{Ao}\delta p_o+b_{Ae}\delta(M+b_{ae}\sqrt{\bar{a}})]^2}{(4-b_{ae}^2\delta)^2}. \quad (78)$$

具体而言, 首先假设入驻商家的广告预算充裕, 则入驻商家可以实现最优决策 $p_e^* = \tilde{p}_e$ $a^* = \tilde{a}$, 此时若电商平台的广告预算较紧张, 即 $\tilde{A} > \bar{A}$, 则电商平台的最优广告投入决策为 $A^* = \bar{A}$, 则入驻商家的最优决策为 $p_e^* = \tilde{p}_e$ $a^* = \tilde{a}$. 其次, 假设入驻商家的广告预算较紧张, 即 $\tilde{a} > \bar{a}$, 此时入驻商家的最优广

告投入决策为 $a^* = \bar{a}$, 由此可得入驻商家的最优定价决策为 $p_e^* = \frac{(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{A}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}})+c_0}{2(1-\delta)}$, 将入驻商家最优决策代入平台的利润函数, 若电商平台的广告预算充裕, 即 $\hat{A} > \bar{A}$, 则电商平台可实现其最优广告投入决策为 $\hat{A} = \frac{[2b_{Ao}\delta p_o + b_{Ae}\delta(M+b_{ae}\bar{a})]^2}{(4-b_{ae}^2\delta)^2}$, 而若电商平台的广告预算也较紧张, 即 $\hat{A} > \bar{A}$, 则平台最多投入 \bar{A} , 此时入驻商家的最优决策为 $\hat{a} = \frac{b_{ae}^2[(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{A})-c_0]^2}{[4-b_{ae}^2(1-\delta)]^2}$, 再次考虑入驻商家的金额上限, 若 $\hat{a} \leq \bar{a}$, 则入驻商家最优广告投入为 \hat{a} , 而若入驻商家的广告预算非常紧张, 即 $\hat{a} > \bar{a}$, 则入驻商家最优广告投入为 \bar{a} . 由入驻商家的最优广告投入函数可见, 当 $c_0 < (1-\delta)b_{Ae}\sqrt{A}$, 有合作发放优惠券的情形 (即命题 3), 其求解过程类似, 此处不再赘述.

证毕.

推论 1, 2 的证明过程

给定平台决策, 类似命题 2, 3 的证明过程, 首先分别求解商家不参与合作发放优惠券与参与合作发放优惠券的最优收益, 对比后决定商家是否参与合作发放优惠券. 商家不参与合作发放优惠券时, 其优化问题如式 (8) 所示. 当商家无广告投入资金约束时, 得式 (9). 令两式均为零, 联立两个方程并求解, 得商家不参与合作发放优惠券时最优决策 (10). 而当商家的广告预算紧张 ($\hat{a} > \bar{a}$) 时, 其最优广告投入为 \bar{a} , 此时令 $\frac{\partial \pi_e(p_e, \bar{a})}{\partial p_e} = -2(1-\delta)p_e + (1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{A}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}})+c_0 = 0$, 可得其最优定价为 $\hat{p}_e' = \frac{(1-\delta)(M+b_{Ae}\sqrt{A}+b_{ae}\sqrt{\bar{a}})+c_0}{2(1-\delta)}$. 整理可得商家不参与合作发放优惠券时的最优决策为

$$\begin{aligned} a^*(I=0) &= \begin{cases} \hat{a}, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a}, \\ \bar{a}, & \text{若 } \hat{a} > \bar{a}, \end{cases} \\ p_e^*(I=0) &= \begin{cases} \hat{p}_e, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a}, \\ \hat{p}_e', & \text{若 } \hat{a} > \bar{a}. \end{cases} \end{aligned} \quad (79)$$

相似地, 商家参与合作发放优惠券时, 其优化问题为

$$\begin{aligned} \pi_e = \max_{a, p_e} & \left\{ [M - (p_e - c) + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a}] \{ (1-\delta)[p_e - (1-\alpha)c] - c_0 \} - a - F - F_e - F_c \right\} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 0 \leq a \leq \bar{a}, \\ M - p_e + c + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a} \geq 0, \\ (1-\delta)[p_e - (1-\alpha)c] - c_0 \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (80)$$

当商家无广告投入资金约束时, 求解 π_e 关于 p_e 和 a 的偏导数, 得

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_e(p_e, a)}{\partial p_e} = -2(1-\delta)p_e + (1-\delta)[M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{a} + c(2-\alpha)] + c_0, \\ \frac{\partial \pi_e(p_e, a)}{\partial a} = -1 + \frac{b_{ae}\{(1-\delta)[(p_e - c(1-\alpha))] - c_0\}}{2\sqrt{a}}. \end{cases} \quad (81)$$

令两式均为零, 得

$$\begin{cases} \hat{p}_e = \frac{\sqrt{\hat{a}}(1-\delta)b_{ae} + (1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A}) + c_0 + (1-\delta)(2-\alpha)c}{2(1-\delta)}, \\ \hat{a} = \frac{b_{ae}^2((1-\delta)[\hat{p}_e - c(1-\alpha)] - c_0)^2}{4}. \end{cases} \quad (82)$$

联立两个方程并求解, 得商家参与合作发放优惠券时的最优定价和广告投入决策分别为

$$\begin{cases} \hat{p}_e = \frac{2(1-\delta)b_{Ae}\sqrt{A} + 2M(1-\delta) + c_0[2 - b_{ae}^2(1-\delta)]}{(1-\delta)[4 - b_{ae}^2(1-\delta)]} + c - \frac{2 - b_{ae}^2(1-\delta)}{4 - b_{ae}^2(1-\delta)}c_p, \\ \hat{a} = \frac{b_{ae}^2[(1-\delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A} + c_p) - c_0]^2}{[4 - b_{ae}^2(1-\delta)]^2}. \end{cases} \quad (83)$$

类似命题 2, 假设 $b_{ae} < 2$. 易知 $4 - b_{ae}^2(1 - \delta) > 0$.

而当商家的广告预算紧张 ($\hat{a} > \bar{a}$) 时, 其最优广告投入为 \bar{a} , 此时令 $\frac{\partial \pi_e(p_e, a)}{\partial p_e} = -2(1 - \delta)p_e + (1 - \delta)[M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + c(2 - \alpha)] + c_0 = 0$, 可得其最优定价为 $\hat{p}_e' = \frac{(1 - \delta)[M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + c(2 - \alpha)] + c_0}{2(1 - \delta)}$. 整理可得商家参与合作发放优惠券时的最优决策为

$$\begin{aligned} a^*(I = 1) &= \begin{cases} \hat{a}, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a}_1 \\ \bar{a}, & \text{若 } \hat{a} > \bar{a}, \end{cases} \\ p_e^*(I = 1) &= \begin{cases} \hat{p}_e, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a}, \\ \hat{p}_e', & \text{若 } \hat{a} > \bar{a}. \end{cases} \end{aligned} \quad (84)$$

将商家参与和不参与合作发放优惠券时的最优定价和广告投入策略代入相应需求函数, 可得商家参与合作发放优惠券后, 需求变化为

$$\Delta Q = \begin{cases} \frac{2}{4 - b_{ae}^2(1 - \delta)} c_p, & \text{若 } \hat{a} < \hat{a} \leq \bar{a}, \\ \frac{4b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + 4c_p - b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} + c_p) - c_0]}{2[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a} < \hat{a}^\kappa, \\ \frac{c_p}{2}, & \text{若 } \bar{a} < \hat{a} < \hat{a}. \end{cases} \quad (85)$$

由于 $\hat{a} \leq \bar{a}$ 且 $b_{ae} < 2$, 易知 $b_{ae}[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]\sqrt{\bar{a}} + 4c_p \geq b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A} + \alpha c) - c_0]$ 总是成立, 故 $\Delta Q \geq 0$.

消费者实付价格表示为 $p_e^c = p_e^* - Ic$, 因此商家参与合作发放优惠券后其变化为

$$\Delta p_e^c = \begin{cases} -\frac{2 - b_{ae}^2(1 - \delta)}{4 - b_{ae}^2(1 - \delta)} c_p, & \text{若 } \hat{a} < \hat{a} \leq \bar{a}, \\ \frac{4b_{ae}\sqrt{\bar{a}} - 4c_p - b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A} + b_{ae}\sqrt{\bar{a}} - c_p) - c_0]}{2[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]}, & \text{若 } \hat{a} \leq \bar{a} < \hat{a}, \\ -\frac{c_p}{2}, & \text{若 } \bar{a} < \hat{a} < \hat{a}. \end{cases} \quad (86)$$

若商家的广告预算较紧张, 即 $\hat{a} \leq \bar{a} < \hat{a}$, 由于 $\bar{a} < \hat{a}$ 且 $b_{ae} < 2$, 易知当商家投入的广告对平台渠道需求的影响系数较小, 即 $b_{ae} < \sqrt{\frac{2}{1 - \delta}}$ 时,

$$b_{ae}[4 - b_{ae}^2(1 - \delta)]\sqrt{\bar{a}} - 4c_p < b_{ae}^2[(1 - \delta)(M + b_{Ae}\sqrt{A} - c_p) - c_0], \quad (87)$$

此时 $\Delta p_e^c < 0$. 而若商家的广告预算充足, 即 $\hat{a} < \hat{a} \leq \bar{a}$, 由 Δp_e^c 的表达式可见, 当商家投入的广告对平台渠道需求的影响系数较小, 即 $b_{ae} < \sqrt{\frac{2}{1 - \delta}}$ 时, 单位商品价格的提高量将小于优惠券额度, 此时消费者实付价格降低; 而当商家投入的广告对平台渠道需求的影响系数较大, 即 $b_{ae} \geq \sqrt{\frac{2}{1 - \delta}}$ 时, 单位商品价格的提高量将不小于优惠券额度, 消费者实付价格将不变甚至提高. 因此, 当商家投入的广告对平台渠道需求的影响系数较小, 即 $b_{ae} < \sqrt{\frac{2}{1 - \delta}}$ 时, 总有 $\Delta p_e^c < 0$.

证毕.