

2021 简量期末

by [Arthals](#)

blog: [Arthals' ink](#)

1. 请选出正确的选项

- (a) 量子计算机能快速破解所有密码
- (b) 现在已经有超越经典算法的量子算法
- (c) 对于任何计算问题，都有比经典算法更快的量子算法
- (d) 量子通信技术可以安全地分发维南密码

2. 下面哪些技术是隐性量子技术？

- (a) 量子计算机
- (b) 量子点显示器
- (c) 激光打印机
- (d) 量子中医

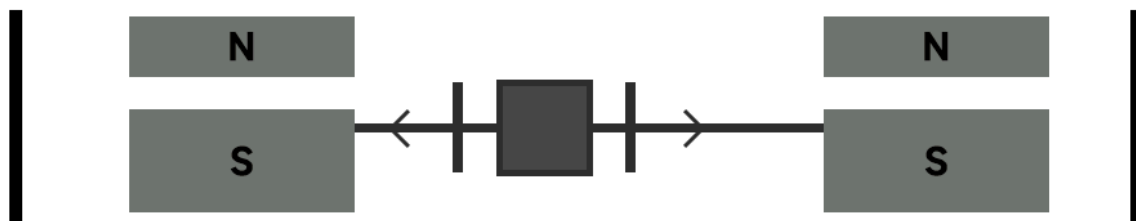
3. 请选出正确的选项

- (a) 电子是全同费米子
- (b) 氦元素有两种同位素，氦 4 和氦 3。氦 4 原子和氦 3 原子是全同的。
- (c) 氦 4 原子是全同费米子
- (d) 光子是全同费米子

注：一个氦 4 原子由两个质子，两个中子，两个电子组成；一个氦 3 原子由两个质子，一个中子，两个电子组成。

4. 在下图的双施特恩 - 盖拉赫实验中，一个自旋向左飞行，一个自旋向右飞行，双自旋处于纠缠态 $|S_3\rangle$ ，选出正确的表述。

$$|S_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ud\rangle + |du\rangle) \quad (1)$$



- (a) 假设两边的磁场都是沿 z 方向。如果左边自旋在检测屏上方产生一个斑点，那么右边自旋在检测屏下方产生一个斑点。
- (b) 如果左边磁场沿 $\vec{n} = (7/25, 0, -24/25)$ 方向，那么左边检测屏上的两个斑点大小不同。
- (c) 图中右边磁场离粒子源更远，测量完成得更晚，所以右边的测量结果会受左边测量结果的影响。
- (d) 下方假设两边的磁场沿同一个方向（但不是 z 方向）。如果左边自旋在检测屏下方产生一个斑点，那么右边自旋在检测屏上方产生一个斑点。

5. 利用弗雷德金门 (Fredkin gate) 实现经典与非门。

6. 在二维希尔伯特空间里有两个向量

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 15 \\ -i8 \end{pmatrix}, \quad |\psi_2\rangle = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} i \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

计算内积 $\langle\psi_2|\psi_1\rangle$ 。

7. 现在有两个矩阵

$$M_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1+2i \\ 2-i & -7 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1-3i \\ 1+3i & -1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

- (a) 计算 M_1M_2 和 M_2M_1 ，它们相等吗？
- (b) M_1 和 M_2 中哪一个是厄米矩阵？

8. 给定一个自旋态

$$|\psi\rangle = \frac{2}{3}|u\rangle - \frac{i\sqrt{5}}{3}|d\rangle \quad (4)$$

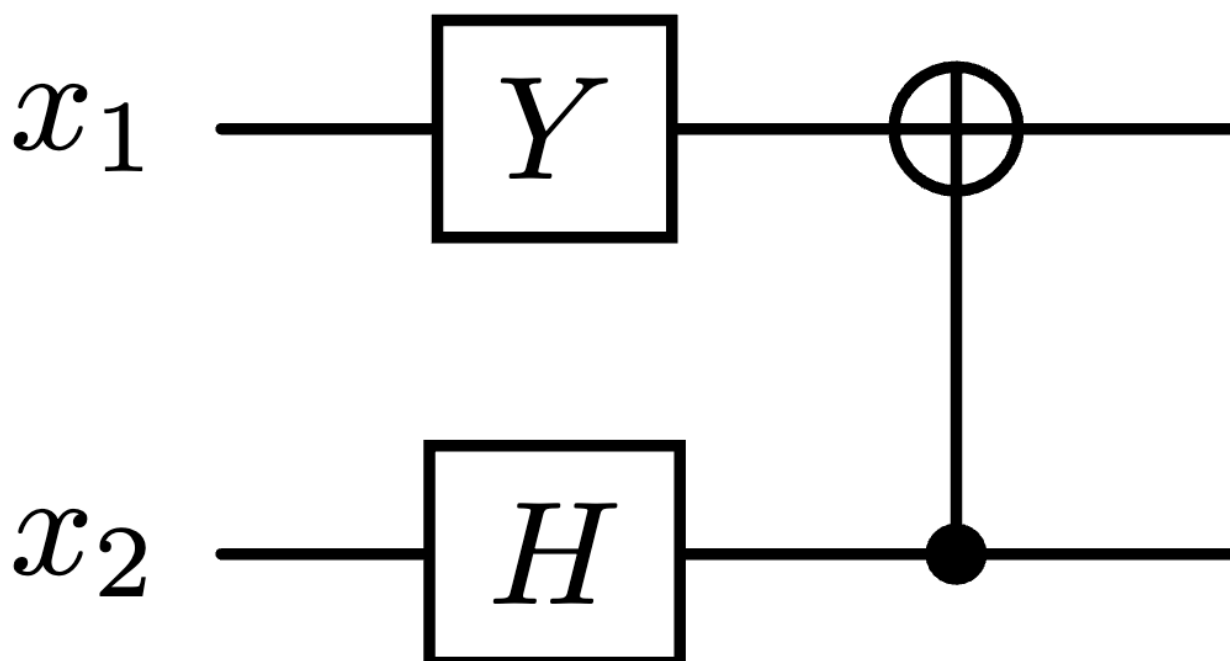
- (a) 自旋沿 z 方向向上的几率是多少？
- (b) 自旋沿 y 方向向上（对应 $\hat{\sigma}_y$ 的本征值为 1）的几率是多少？

9. 给定一个双自旋态

$$|\Psi\rangle = \frac{3}{5}|uu\rangle - \frac{2\sqrt{2}}{5}i|ud\rangle + \frac{2\sqrt{2}}{5}|dd\rangle \quad (5)$$

计算 $\langle\Psi|\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\tau}_x|\Psi\rangle$

10. 有一个量子计算程序，它作用在两个量子比特的 x_1 和 x_2 上。由三个量子逻辑门组成。先对 x_1, x_2 分别进行一个 Y 门操作和一个哈达玛门操作最后是一个 CNOT 门（见图）。我们用 $|x_1, x_2\rangle$ 表示两个量子比特的状态，比如 $|01\rangle$ 表示第一个量子比特 x_1 处于状态 $|0\rangle$ ，第二个量子比特 x_2 处于状态 $|1\rangle$ 。



- (a) 如果输入态是 $|00\rangle$, 请问输出态是什么?
- (b) 如果输入态是 $|11\rangle$, 请问输出态是什么? 输出态是纠缠态吗? 如果是, 请证明。
- (c) 如果输入态是 $\frac{4}{5}|00\rangle - \frac{3}{5}i|11\rangle$, 请问输出态是什么?

11. 给定一个自旋态 $|\phi\rangle = \frac{5}{13}|u\rangle - i\frac{12}{13}|d\rangle$

- (a) 计算关于 $\hat{\sigma}_z$ 测量的测量的不确定度 $\Delta\hat{\sigma}_z^2$ 。
- (b) 计算关于 $\hat{\sigma}_x$ 测量的测量的不确定度 $\Delta\hat{\sigma}_x^2$ 。
- (c) 有两个自旋, 对自旋 1 我们测量它的 x 分量, 即 $\hat{\sigma}_x$; 对自旋 2 我们测量它的 y 分量是 $\hat{\tau}_y$ 。存不存在一个双自旋态使得 $\Delta\hat{\sigma}_x^2$ 和 $\Delta\hat{\tau}_y^2$ 同时为零? 如果存在, 请写下这个自旋态。