

## 第五次习题

1. (12分) 有两个自旋态

$$|\psi_1\rangle = \frac{5}{13}|u\rangle + \frac{12}{13}i|d\rangle$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{12}{13}|u\rangle - \frac{5}{13}|d\rangle$$

(1) (6分) 计算 $|\psi_3\rangle = \hat{\sigma}_x |\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_4\rangle = \hat{\sigma}_y |\psi_2\rangle$ .

(2) (6分) 计算 $\langle\psi_1|\hat{\sigma}_x|\psi_1\rangle = \langle\psi_1|\psi_3\rangle$ 和 $\langle\psi_2|\hat{\sigma}_y|\psi_2\rangle = \langle\psi_2|\psi_4\rangle$ .

2. (8分) 验算 $\vec{n} \cdot \hat{\sigma} |n_+\rangle = |n_+\rangle$ . ( $|n_+\rangle$ 的定义见课本92页)

3. (10分) 假设施特恩-格拉赫实验中(磁场沿z方向)的银原子总是处于下面这个自旋态

$$|\psi\rangle = \frac{3}{5}|u\rangle + \frac{4i}{5}|d\rangle.$$

如果最后检测屏上共有400个银原子, 那么上斑点中有大约有多少个银原子, 下斑点中大约有多少个银原子?

4. (10分) 假设施特恩-格拉赫实验中的银原子总是处于下面这个自旋态

$$|\phi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|u\rangle + \frac{1}{2}|d\rangle$$

那么磁场沿什么方向 $\vec{n}$ 的时候, 检测屏上只会出现一个斑点.

**附加题** (0分): 随机数

假设施特恩-格拉赫实验中(磁场沿z方向), 银原子一个一个从粒子源发出, 每一个银原子都处于下面这个自旋态

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle - i|d\rangle).$$

当银原子在检测屏上方形成一个斑点, 我们记为1; 当银原子在检测屏下方形成一个斑点, 我们记为0. 这样我们就会得到一串随机数, 比如

1011000110101011100010...

在我们的电脑中都有一个随机数产生器, 它也会产生一串类似的随机数. 请思考和讨论这两种方式产生的随机数的区别. 由于训练AI时需要用随机数, 现在有人正在思考如何利用电脑中产生的随机数和真正的随机数之间的区别来给AI产生的图像加上“水印”.