

2019 简量期末

by [Arthals](#)

blog: [Arthals' ink](#)

1. 原子有着许多轨道量子态。按能量从低到高它们分别是 1s, 2s, 2p 等。锂原子有 3 个电子, 将这 3 个电子放到 1s, 2s 这 2 个轨道量子态

- (a) 请问共有多少种放法? (注意: 由于电子有自旋, 一个轨道量子态可以同时放 2 个电子: 1 个自旋向上的电子和 1 个自旋向下的电子)
- (b) 其中能量最低的放法是怎样的? (假设电子能量和它的自旋状态无关)
- (c) 如果电子没有全同性, 是可区分的, 有多少种放法?
- (d) 如果电子是玻色子, 能量最低的放法是怎样的?

2. 在二维希尔伯特空间里有两个向量

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix}, \quad |\psi_2\rangle = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 12i \\ 5 \end{pmatrix} \quad (1)$$

计算 $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$ 。

3. 现在有两个矩阵

$$M_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1+i \\ 1-i & -2 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 2i \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

请回答:

- (a) $M_1 M_2 = M_2 M_1$ 吗?
- (b) M_1 和 M_2 中哪个是厄密矩阵?

4. 给定一个自旋态

$$|\psi\rangle = \frac{2}{3}|u\rangle + \frac{i\sqrt{5}}{3}|d\rangle \quad (3)$$

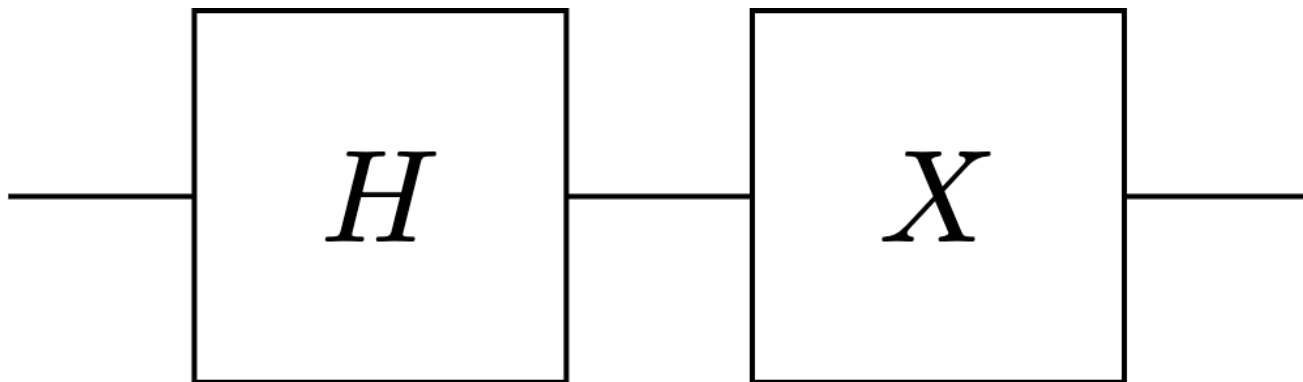
问测得

- (a) 自旋沿 y 方向向上的几率是多少?
- (b) 自旋沿 y 方向向下的几率是多少?

5. 回答下列问题

- (a) 给定一个双自旋态 $|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|uu\rangle + \frac{1}{2}|ud\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|dd\rangle$, 这是纠缠态吗? 给出理由。
- (b) 计算 $\langle\Psi|\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_z|\Psi\rangle$ 。

6. 有一个量子计算机程序, 它只涉及一个量子比特, 由两个量子逻辑门组成。先进行一个哈达玛门操作, 然后进行一个 X 门操作 (见图)。

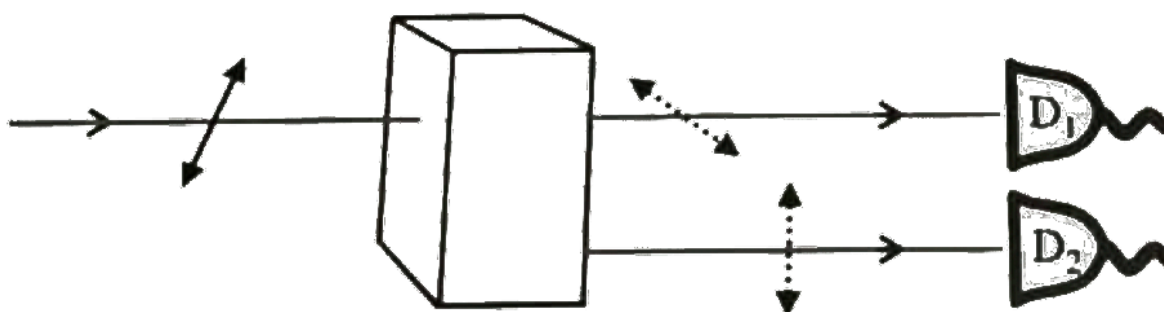


- (a) 如果量子比特的输入态是 $|0\rangle$ ，请问输出态是什么？
- (b) 如果量子比特的输入态是 $|1\rangle$ ，请问输出态是什么？
- (c) 如果量子比特的输入态是 $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ ，请问输出态是什么？

7. 给定一个自旋态 $|\phi\rangle = (|u\rangle + i|d\rangle)/\sqrt{2}$

- (a) 计算关于 σ_y 测量的不确定度 $\Delta\hat{\sigma}_y^2$;
- (b) 计算关于 σ_x 测量的不确定度 $\Delta\hat{\sigma}_x^2$;
- (c) 有两个自旋，自旋 1 的分量是 σ_x ，自旋 2 的分量是 τ_y 。存在不存在一个双自旋态使得 $\Delta\hat{\sigma}_x^2$ 和 $\Delta\hat{\tau}_y^2$ 同时为零？如果存在，请写下这个自旋态。

8. 小刚测定在一个量子光学实验室做实验。他调试好了一个单光子发生器，每次发出的光子处于如下偏振态 $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ 。这样，如果这个光子通过一个方解石棱镜，它被探测器 1 和探测器 2 探测到的几率各是 50%。



这时小刚正在犹豫，暑期是出去旅行呢？还是继续待在实验室做实验？他决定利用刚刚调试好的实验装置来帮他决定。他让单光子发生器发出一个光子：

- (a) 如果探测器 1 探测到了光子，他就去旅行；
- (b) 如果探测器 2 探测到了光子，他就留在实验室继续做实验。

分别用波包塌缩理论和多世界理论来描述实验结果。