

2018 简量期末

by [Arthals](#)

blog: [Arthals' ink](#)

1. 将 3 个粒子放入 4 个不同的量子态

- (a) 如果这 3 个粒子互不相同, 有多少种放法?
- (b) 如果这 3 个粒子是全同的玻色子, 有多少种放法?
- (c) 如果这 3 个粒子是全同的费米子, 有多少种放法?

2. 在二维希尔伯特空间里有两个向量

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{41} \begin{pmatrix} -9 \\ 40 \end{pmatrix}, \quad |\psi_2\rangle = \frac{1}{29} \begin{pmatrix} 20i \\ 21 \end{pmatrix} \quad (1)$$

计算 $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$ 。

3. 现在有两个矩阵

$$M_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1+3i \\ 1-3i & 3 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

请回答:

- (a) $M_1 M_2 = M_2 M_1$ 吗?
- (b) M_1 和 M_2 中哪个是厄密矩阵?

4. 给定一个自旋态

$$|\psi\rangle = \frac{8}{17}|u\rangle + \frac{15i}{17}|d\rangle \quad (3)$$

问测得

- (a) 自旋沿 x 方向向上的几率是多少?
- (b) 自旋沿 x 方向向下的几率是多少?

5. 回答下列问题

- (a) 举一个双自旋纠缠态的例子, 证明这个态是纠缠态。不能用讲义中的 $|S\rangle$ 和 $|S_3\rangle$
- (b) 如果你给出的这个纠缠态叫 $|\Psi\rangle$, 计算 $\langle\Psi|\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\tau}_z|\Psi\rangle$

6. 假设有 $2N$ 块巧克力, 其中 N 块是黑色的, N 块是方形的, N 块是酒心的。它们都装在一模一样的盒子里。它们都装在一模一样的盒子里, 并且两个巧克力一组分成 N 组。分组的原则是: 同组的巧克力不能都是黑色, 不能都是方形, 不能都是酒心。将巧克力按组分给一对情侣, 小刚和小红。这样, 小刚打开盒子看到黑色巧克力时, 他知道小红从同组中拿走的巧克力一定不是黑色。以此类推。巧克力分完后, 小刚被华为派到非洲去工作了。思念的小红渐渐意识到: 自己拿到黑色巧克力时小刚拿到了 M_1 方形巧克力; 自己拿到方形巧克力时小刚拿到了 M_2 个酒心巧克力; 自己拿到黑色巧克力时小刚拿到了 M_3 酒心巧克力。

请证明巧克力版贝尔不等式 $M_1 + M_2 \geq M_3$ 。

7. 回答下列问题

(a) 证明

$$U(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) & \sin(t)e^{it} \\ \sin(t)e^{-it} & -\cos(t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

是一个么正矩阵。

(b) 矩阵 $U(t)$ 给出了一个自旋态的时间演化算符。如果初始的自旋态是 $|f\rangle = (|u\rangle + i|d\rangle)/\sqrt{2}$, 那么时刻 t , 自旋态会演化成什么态?

8. 证明 $\Delta\hat{\sigma}_y^2 + \Delta\hat{\sigma}_z^2 \geq 1$

9. 这门课你最大的收获是什么? 对本课有什么建设性意见?