

2 第二次作业

题目 1

氦-4(He-4) 和氦-3(He-3) 是同位素, 前者是玻色子, 后者是费米子。将两个原子放入 7 个不同的量子态 (30 分)

1. 如果两个原子分别是氦-4 原子和氦-3 原子, 有多少种放法?
2. 如果两个原子都是氦-4 原子 (玻色子), 有多少种放法?
3. 如果两个原子都是氦-3 原子 (费米子), 有多少种放法?

1. 当我们有一个玻色子 (氦-4) 和一个费米子 (氦-3) 时, 由于它们遵循不同的统计规律 (玻色-爱因斯坦统计和费米-狄拉克统计), 它们可以独立地占据任何给定的量子态。对于 7 个不同的量子态, 玻色子可以选择任何一个态, 费米子也是如此 (两者可以同时处于一个态)。因此, 放法的总数就是每个原子的选择数相乘, 即 $7 \times 7 = 49$ 种。

2. 玻色子遵循玻色-爱因斯坦统计, 可以共享相同的量子态。对于两个玻色子在 7 个量子态中的放法, 我们可以考虑它们是不可区分的。这个问题等同于在 7 个桶中放 2 个完全相同的球, 允许一个桶中放多个球。即 $(6 + 5 + \dots + 1) + 7 = 28$ 种。

另解: 首先考虑把两个玻色子放进同一个量子态, 因为多个玻色子可以处于相同的量子态, 所以这个做法是合法的, 而这样的放法一共有 7 种。其次考虑两个玻色子处于不同的量子态, 由于它们是全同粒子 (不可区分的), 所以这样的放法一共有 $C_7^2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$ 种。因此, 此问题的答案是 $7 + 21 = 28$ 种。

3. 费米子遵循泡利不相容原理, 意味着两个相同的费米子不能占据同一个量子态。对于 7 个量子态中的两个费米子, 我们可以简单地将这看作是从 7 个不同的量子态中选择 2 个不同状态放置两个费米子的问题。这是一个没有重复的组合问题。即 $(6 + 5 + \dots + 1) = 21$ 种。

另解: 费米子和玻色子的其中之一的不同之处在于费米子遵循泡利不相容原理, 所以此问题与第二问的不同之处在于两个费米子不可以放进同一个量子态中, 只能各自占据不同的量子态, 所以这样的放法一共有 $C_7^2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$ 种。

题目 2

哪位量子英雄给你留下的印象最深? 请简要描述他对量子力学发展的贡献。(10 分)

示例: 埃尔温·薛定谔 (Erwin·Schrödinger)。

1914-1918 参加完一战之后，薛定谔在苏黎世大学任职。1926 年 1 月，薛定谔在物理年鉴发表文章“以特征值问题处理量子化理论”来处理波动力学，并引入了现在称之为薛定谔方程，以用于描述微观粒子的波动性，由此创立了波动力学学说用来描述量子力学；文中“推导”了不含时的波动方程，并证明它正确地给出了类氢原子的能量特征值。四周之后，第二篇文章给出了量子谐振子、刚体及双原子分子的解，并给出了薛定谔方程一个新的推导方式。五月，他发表了第三篇文章中，证明了他的做法数学上等价于比他提出时间略早的海森伯的矩阵力学，并处理了斯塔克效应。第四篇文章说明了如何处理随时间演化的系统，例如散射问题；并在此论文中，通过引入波动方程的复数解，解开了波动方程最后的神秘。

1933 年因为纳粹党掌权而离开德国移居英国牛津，同年拿到诺贝尔物理学奖。

1935 年提出薛定谔的猫这一思想实验。本意是指出 EPR 佯谬（以爱因斯坦、波多尔斯基、罗森三位科学家首字母命名，他们合作的论文首次提出了量子纠缠效应）的不合理之处。据此指出，应用量子力学的哥本哈根诠释于宏观物体会产生的问题，以及其与物理常识间的矛盾。在此思想实验里，由于先前发生事件的随机性质，猫会处于生存与死亡的叠加态。为了解释这一实验结果，科学家们由此开始分成了不同流派。

1940 年在爱尔兰都柏林建立了理论物理学院并一直担任主任。

1944 年薛定谔出版了《生命是什么》，此书中提出了负熵的概念。他自己发展了分子生物学，想通过用物理的语言描述生物学中的课题，发现 DNA 双螺旋的沃森与克里克表示受薛定谔影响颇深。他还发表了许多科普论文，它们至今仍然是进入到广义相对论和统计力学的世界的最好向导。

题目 3

附加题 (0 分)：阅读 Beginning of Infinity (by Deutsch) 第 11 章，了解 fungible 或 fungibility 的定义，用一个实际生活中的例子描述你理解的 fungible。

英文中 fungible 或 fungibility，中文可以理解为“不可区分的”、“可替代的”，指无法通过已知手段对两个事物进行区分。

例如电子钱包中的两块钱、成绩单中的两分、手机剩余电量中的两格电等等。
