

Лабораторная работа 2.2.1
Взаимная диффузия газов

Журавлёв Максим

06.02.25

Диффузия - самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, вследствие хаотичного теплового движения частиц

Рассмотрим двухкомпонентную систему газов (*бинарная смесь*)

Закон Фика

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}$$

где j_a - плотность потока частиц вещества a

Равновесное состояние при постоянной концентрации по всему объёму

Оценим коэффициент взаимной диффузии D

В проводимом опыте $n_{He} \ll n_{air}$, а также атомы He значительно легче молекул, содержащихся в воздухе (N_2, O_2), поэтому их скорости больше. Тогда диффузию гелия и воздуха можно рассматривать как проникновение молекул гелия в стационарный воздух

В таком приближении:

$$D = \frac{1}{3n_{air}\sigma} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_{He}}} = \frac{1}{3}\lambda v_{add}$$

σ - площадь сечения области столкновения, λ - длина свободного пробега частиц гелия, v_{add} средняя тепловая скорость частиц гелия

Так как $n = \frac{P}{kT}$, то $D \propto \frac{1}{P}$

Границы применимости:

- 1) Постоянная температура
- 2) Длина свободного пробега частиц много меньше характерных размеров установки
- 3) Выполняется для бинарной диффузии или при наличии растворителя (вещество с высокой концентрацией)

В более общем случае для бинарной смеси вместо n_{air} можно использовать n_{summ} , а вместо v_{add} - $v_{relative}$

Закон Фурье

Аналог закона Фика для теплопроводности: удельный поток тепла пропорционален градиенту температуры:

$$q_s = -\beta \text{grad} T$$

β - константа, зависящая от среды, в которой происходит теплообмен

Два сосуда равного объема соединены трубкой длины L и сечения S . Через некоторое время τ концентрации в сосудах должны выравняться

Если объём трубки мал, то можно считать что концентрации в сосудах зависят только от времени, а выравнивание концентраций происходит за счёт диффузии в трубке

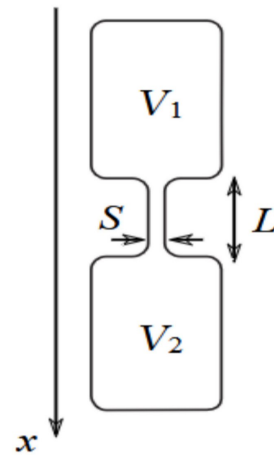


Рис. 1

Рассмотрим подзадачу диффузии в трубке

Пусть концентрации на концах трубки - n_1 и n_2 . Через время τ в трубке установится стационарный поток частиц, одинаковый в любом сечении трубки. Тогда из з-на Фика:

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x} = \text{const}$$

$$j = -D \frac{\Delta n}{L}$$

Воспользуемся квазистационарным приближением. Будем считать, что в каждый момент времени в трубке успевает установиться стационарное течение. К тому же, будем считать что концентрации в сосуде не зависят от x , то есть n_1 - концентрация в первом сосуде, n_2 - во втором. Тогда в первом сосуде число частиц $N_1 = n_1 * V$, во втором $N_2 = n_2 * V$. За время dt через трубку проходит $j * S$ частиц.

$$\frac{dN}{dt} = jS$$

Тогда изменение числа частиц в сосуде:

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = 2jS = \frac{-2DS\Delta n}{VL} = \frac{\Delta n}{\tau}$$

проинтегрируем

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

τ можно назвать характерным временем установления равновесия. $\tau = \frac{VL}{2DS}$

Проверим выполнение квазистатического приближения. Процесс должен быть достаточно продолжительным, то есть время установления равновесия должно быть много больше времени диффузии отдельной частицы: $\tau \gg \tau_1$. По з-ну *Эйнштейна-Смолуховского* τ_1 одного порядка с величиной $\frac{L^2}{2D}$. Тогда $V \gg SL$, то есть объём трубки д.б. много меньше объёмов сосудов

Методика измерений

Датчики теплопроводности. Теплопроводность смеси зависит от концентраций. При малой концентрации примеси зависимость можно считать линейной (отклонение не более 0.5 процента):

$$\Delta k = \text{const} \Delta n$$

В цилиндре, соединённом с сосудом, протянута проволока, которая нагревается током. Приращение температуры проволоки приводит к увеличению её сопротивления (которое в данных условиях меняется пропорционально теплопроводности газа). Показания гальванометра в мостовой схеме зависят от состава газов, баланс (0 на гальванометре) достигается при равном составе, напряжение на гальванометре пропорционально разности теплопроводностей в сосудах, а значит и разности концентраций:

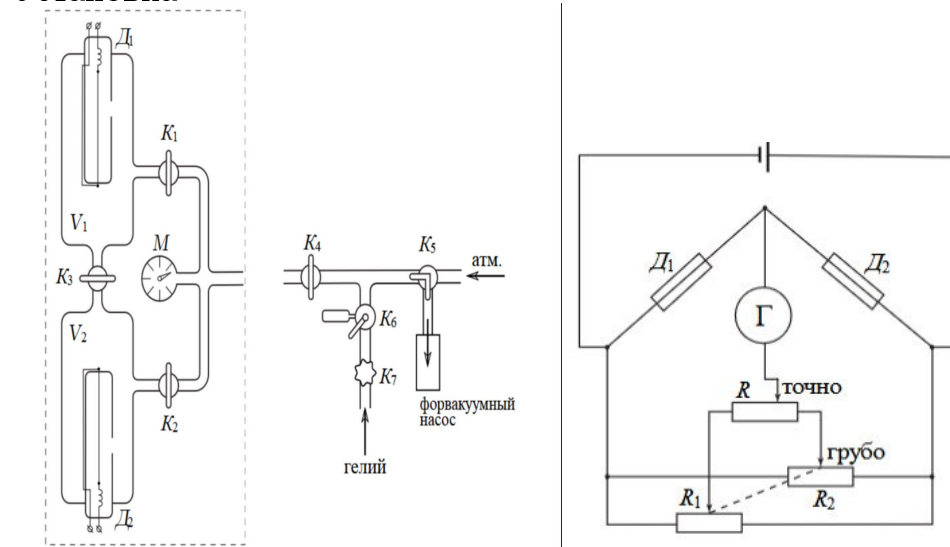
$$U \propto \Delta k \propto \Delta n$$

Таким образом напряжение должно меняться по тому же закону, что и Δn

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Отсюда следует, что из зависимости $U(t)$ можно оценить характерное время диффузии τ

Установка



Данные:

Объём сосудов - $(775 \pm 10) \text{ см}^3$

Длина трубки к сечению трубки - $(5,3 \pm 0,1) \frac{1}{\text{см}}$

Манометр: ц.д. - 7.5 тор,

Вольтметр: цифровой(4 знака после запятой) ,

Давления(в торрах) - 40, 50, 60, 70, 100

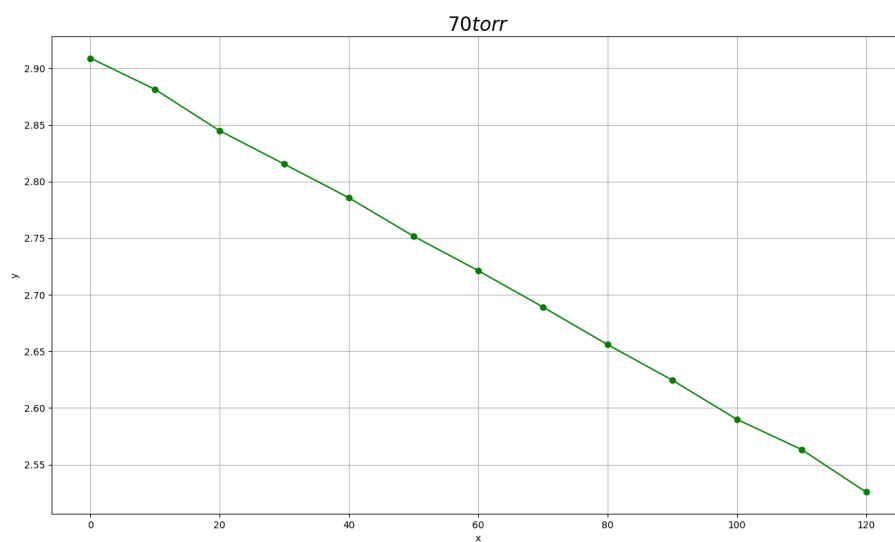
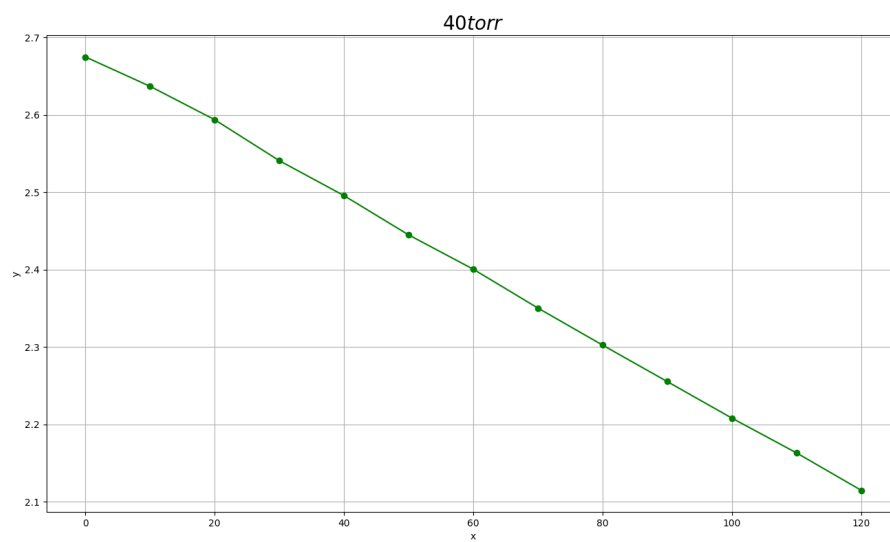
Проверить выполнение экспоненциальной зависимости напряжения от времени(то есть и концентраций)

Проверить истинность начальной теории, предполагающей в опыте диффузию примеси лёгких частиц на фоне неподвижных частиц воздуха, которая предсказывает обратную пропорциональность коэффициента диффузии и давления

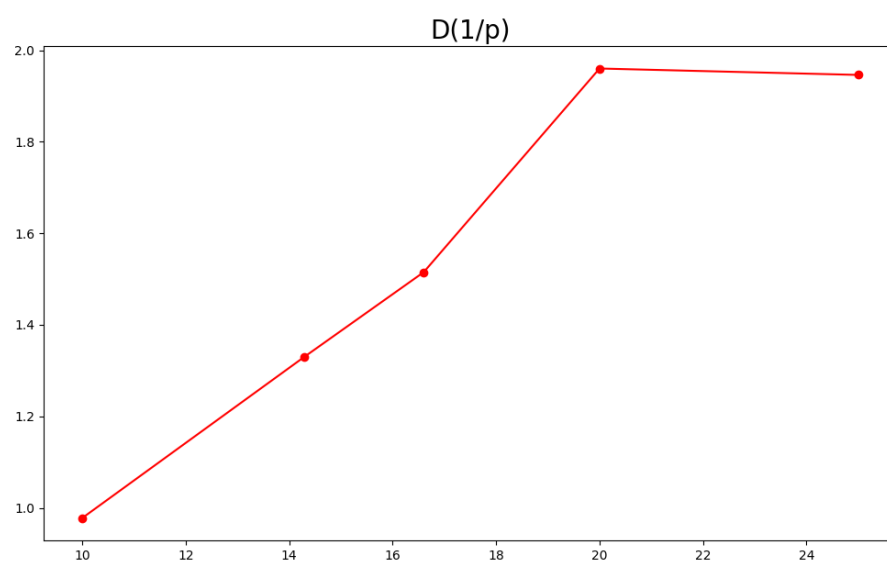
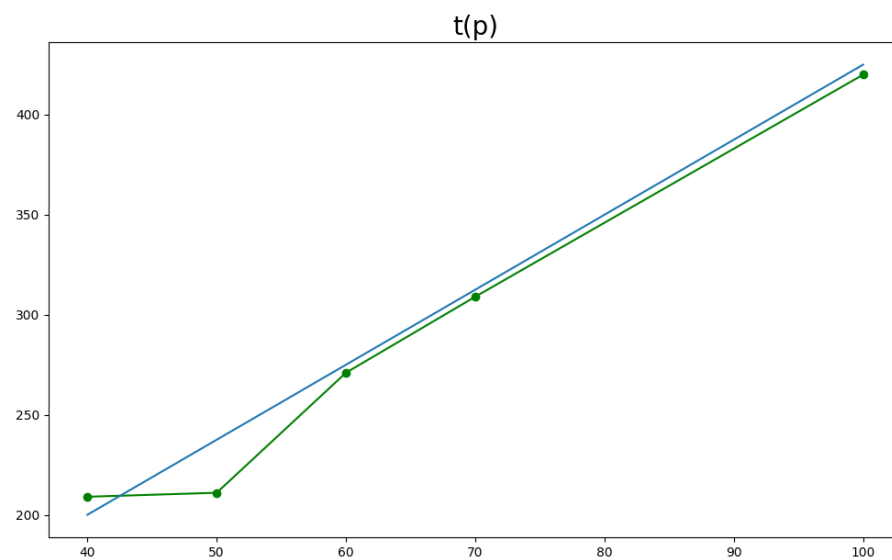
Расчётные значения:

P, torr	τ , с	D, $\frac{m^2}{c} * 10^{-3}$
40	211	1.946
50	209	1.965
60	271	1.515
70	309	1.329
100	420	0.978

Графики $\ln(U)$ от t



Графики показывают экспоненциальную зависимость U от t .
 Можно оценить τ как $\frac{\Delta t}{\Delta \ln(U)}$



Оценим погрешность τ . Учитывая ожидаемую линейную зависимость $U(t)$, точность оценки τ зависит от полученных экспериментальных точек. Эту погрешность оценим с помощью метода наименьших квадратов (учитывая, что погрешность измерений вольтметра пренебрежимо мала)

$$\sigma^2\tau = \sigma^2U + \sigma^2\left(\frac{1}{k}\right)$$

Оценим погрешность $D = \frac{VL}{2\tau s}$
 $\sigma^2D = \sigma^2V + \sigma^2\frac{L}{s} + \sigma^2\tau$

Итоговые значения:

P, тор	τ , с	D, $\frac{m^2}{c} * 10^{-5}$
40	211 ± 12	1.946 ± 0.121
50	209 ± 17	1.964 ± 0.260
60	271 ± 12	1.515 ± 0.075
70	309 ± 9	1.329 ± 0.045
100	420 ± 12	0.978 ± 0.039

Экстраполируя данные, полученные из графиков $(D(\frac{1}{p}), \tau(p))$, получим коэффициент диффузии при нормальном атмосферном давлении 746 тор.

$$\tau_{746} = 2760c, D_{746} = (7,44 \pm 0,16) * 10^{-5} \frac{m^2}{c}$$

Табличное значение коэффициента диффузии: $6,2 * 10^{-5} \frac{m^2}{c}$

Таким образом мы проверили выполнение закона Фика для диффузии бинарной смеси (получена экспоненциальная зависимость концентрации от времени), а также, за исключением 1 точки ($p = 40$ тор), убедились в том что для диффузии в растворителе верно соотношение $D = \frac{1}{3}v\lambda$ (обратная пропорциональность D и P). С помощью полученных данных удалось экстраполировать значение коэффициента диффузии с относительной точностью 19%