

1. РЕШЕНИЕ:

p - вероятность, что лампочка не работает

A - не работают лампочки №1 и №5, а остальные работают

$$P(A) = p^2(1-p)^3.$$

ОТВЕТ: $p^2(1-p)^3$

2. РЕШЕНИЕ:

$$P(\xi \leq x) = F_\xi(x)$$

$$f_\xi(x) = F'_\xi(x)$$

$$\int_4^8 \frac{dx}{6} = \frac{1}{6}x \Big|_4^8 = \frac{2}{3}$$

ОТВЕТ: $\frac{2}{3}$

3. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:

4. РЕШЕНИЕ:

$$\mathbb{E}(X) = 2, \text{Var}(X) = 3$$

$$\mathbb{E}(5X + 2) = ?, \text{Var}(5X + 2) = ?$$

$$\mathbb{E}(5X + 2) = 5 * \mathbb{E}(X) + 2 = 5 * 2 + 2 = 12, \text{Var}(5X + 2) = 5^2 \text{Var}(X) + 0 = 25 * 3 = 75$$

ОТВЕТ: 12, 75

5. РЕШЕНИЕ:

ξ - случайная величина, число нот, за которое Баба Маша угадает мелодию

ξ	1	2	3	4	5	6	7
p	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0

η - случайная величина, число нот, за которое Тетя Зина угадает мелодию

η	1	2	3	4	5	6	7
p	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Т.к. $P(\xi \geq 4) = 1 - P(\xi < 4) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ получаем $P(\xi \geq 4) * P(\eta = 5) = \frac{3}{4} * \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$

ОТВЕТ: $\frac{3}{16}$

6. РЕШЕНИЕ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{4}, & x \in [0, 1) \\ \frac{3}{4}, & x \in [1, 2) \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\mathbb{E}(x) = \frac{1}{4} * 0 + \frac{1}{2} * 1 + \frac{1}{4} * 2 = 1$$

ОТВЕТ: 1

7. РЕШЕНИЕ:

Заданы распределения случайных величин: $\frac{X}{p} \begin{array}{c|c|c} -1 & 0 & 1 \\ \hline \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array}$ и $\frac{Y}{p} \begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 2 \\ \hline \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{array}$

Тогда закон распределения случайной величины $X * Y$ можно записать так:

$X*Y$	-1	0	1
p	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$

$$\mathbb{E}(X) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0, \mathbb{E}(Y) = \frac{2}{3}, \mathbb{E}(X * Y) = -1 * \frac{2}{9} + 0 * \frac{5}{9} + 1 * \frac{2}{9} = 0$$

$$Cov(X, Y) = \mathbb{E}(X * Y) - \mathbb{E}(X) * \mathbb{E}(Y) = 0 - 0 * \frac{2}{3} = 0$$

ОТВЕТ: $Cov(X, Y) = 0$, они независимы, потому что функции x и x^2 линейно независимы.

8. РЕШЕНИЕ:

$$Var(X) = 1, Y = 2 * X - 3, Z = 6 - 3 * X$$

$$Corr(Y, Z) = \frac{Cov(Y, Z)}{\sqrt{Var(Y)}\sqrt{Var(Z)}}$$

Найдем $\mathbb{E}(Y) = 2 * \mathbb{E}(X) - 3$ и $\mathbb{E}(Z) = 6 - 3 * \mathbb{E}(X)$. Т.к. $Var(X) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2$, откуда получаем, что $\mathbb{E}(X^2) = 1 + (\mathbb{E}(X))^2$.

Также $\mathbb{E}(Y * Z) = \mathbb{E}((2 * X - 3) * (6 - 3 * X)) = -6 * \mathbb{E}(X^2) + 21 * \mathbb{E}(X) - 18$, тогда

$$Cov(Y, Z) = -6 * \mathbb{E}(X^2) + 21 * \mathbb{E}(X) - 18 - (2 * \mathbb{E}(X) - 3) * (6 - 3 * \mathbb{E}(X)) = -6.$$

Вычислим

$$Var(Y) = 4 * Var(X) = 4, Var(Z) = 9 * Var(X) = 9$$

Получаем

$$Corr(Y, Z) = \frac{-6}{2 * 3} = -1$$

ОТВЕТ: -1

9. РЕШЕНИЕ:

$$n = 10 \text{ лампочек, } F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\alpha x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

X_{min} - случайная величина, время, через которое перегорит 1-ая лампочка

$$P(X_{\min} \leq 1) = 1 - (1 - F(x))^{10} = 1 - \left(\frac{1}{e}\right)^{10} \approx 0.99$$

ОТВЕТ: 0.99

10. РЕШЕНИЕ: X_{\max} - случайная величина, время, через которое перегорит последняя лампочка

$$P(X_{\max} \leq 1) = F_{X_{\max}}(1) = \left(1 - \frac{1}{e}\right)^{10} \approx 0.01$$

ОТВЕТ:

11. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:

12. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:

13. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:

14. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:

15. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:

16. РЕШЕНИЕ: ОТВЕТ:



Спасибо за проверку ДЗ!