

一种改进的 LDPC 码 BP 译码算法

郭永富, 周傲松

(北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094)

摘 要: LDPC 码作为纠错能力最强的信道编码, 在深空通信中具有广泛的应用前景。研究了 LDPC 码的 BP 译码算法, 并对该算法进行了仿真, 分析了 LDPC 码的误码率随 BP 译码迭代次数的演化情况, 提出了一种改进的 BP 译码算法。经过仿真验证, 改进的 BP 译码算法, 在信噪比低于译码阈值时能够大幅地减少译码迭代次数, 降低运算复杂度, 而性能却几乎没有降低。这种改进的 BP 译码算法对 LDPC 码在深空通信中的应用具有重要的意义。

关键词: LDPC 码; BP 译码; 迭代次数; 复杂度

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-1328(2009)01-0240-04

DOI: 10.3873/j.issn.1009-1328.2009.00.042

0 引言

LDPC 码(Low Density Parity-Check, 低密度奇偶校验码)是 Gallager 于上世纪六十年代提出的一种性能接近 Shannon 极限的好码^[1]。但由于当时的计算能力有限, 而且级联码被认为具有更好的性能, 这样在很长的一段时间里 LDPC 码并未受到人们的重视。1996 年, MacKay 的研究发现了 LDPC 具有超越 Turbo 码的译码和纠错能力, 使 LDPC 码的研究跨入了一个新的阶段^[2]。

在深空通信中, 频带资源相对丰裕, 而有限的探测设备尺寸、极长的传输距离使得其功率资源严重受限。因此, 深空通信可视为功率受限而带宽丰裕的信道, 这样编码增益高的 LDPC 码就成为很好的选择。在 NASA 向 CCSDS 提出的 CCSDS 131.1-0-2(EXPERIMENTAL SPECIFICATION)中, 已经针对深空业务提出了 LDPC 码方案^[3]。

LDPC 码的译码算法中 BP(Belief Propagation, 置信传播)译码算法的性能很好, 但其复杂度也较高。本文提出了一种改进的 BP 译码算法, 能够降低译码复杂度, 对译码性能却几乎没有影响, 具有重要的应用价值。

1 BP 译码算法简介

BP 译码算法的核心思想在于利用从信道中接收

到的信息在变量节点和校验节点之间进行迭代运算, 从而获得最大的编码增益。

在 LDPC 码的校验矩阵 H 中, 将参与校验方程 m 的信息位的集合记为 $M(m) = \{n: H_{mn} = 1\}$; 同样, 将信息位 n 所参与的校验方程的集合记为 $N(n) = \{m: H_{mn} = 1\}$ 。 $M(m) \setminus n$ 表示在集合 $M(m)$ 中除去信息位 n , $N(n) \setminus m$ 表示在集合 $N(n)$ 中除去校验方程 m 。BP 译码算法中包含两个交替执行的部分, 与 LDPC 码的校验矩阵 H 中非零元素 H_{mn} 相关的数值 q_{mn}^x 和 r_{mn}^x 逐次更新。其中, q_{mn}^x 是指已知 $N(m) \setminus m$ 中的校验方程时, 码字的信息位 n 取值为 x 的概率; r_{mn}^x 是指已知码字的信息位 n 取值为 x , 其它信息位满足独立概率分布 $\{q_{mi}^x: i' \in M(n) \setminus n\}$ 时校验方程 m 得到满足的概率。

具体地, BP 译码算法的流程如图 1 所示, 一般有以下几个步骤^[4]:

(1) 初始化 对特定的信道预设信息比特的先验概率令 $p_n^0 = p(x_n = 0)$ (信息位 n 取值为 0 的先验概率), $p_n^1 = p(x_n = 1)$ (信息位 n 取值为 1 的先验概率)。对于每一个 $H_{mn} = 1$ 的 (m, n) , 变量 q_{mn}^0 和 q_{mn}^1 分别被初始化为 p_n^0 和 p_n^1 。

(2) 横向步骤 由变量节点的概率信息得出校验节点的后验概率

对于每一个校验方程 m 和对应的每一个 $n \in$

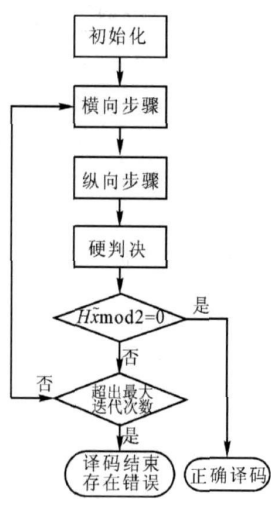


图 1 BP 译码算法流程图

Fig. 1 Flow chart of BP decoding algorithm

$M(n)$ 计算两个概率: r_{mn}^0 和 r_{mn}^1 。定义 $\delta_{q_{mn}} \equiv q_{mn}^0 - q_{mn}^1$, $\delta_{r_{mn}} = r_{mn}^0 - r_{mn}^1$, 计算 $\delta_{q_{mn}} \equiv \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \delta_{q_{mn'}}$, 这样 $r_{mn}^0 = \frac{1}{2}(1 + \delta_{q_{mn}})$, $r_{mn}^1 = \frac{1}{2}(1 - \delta_{q_{mn}})$ 。

(3) 纵向步骤 由校验节点的后验概率计算变量节点的后验概率

利用计算所得的 r_{mn}^0 和 r_{mn}^1 更新概率值 $q_{mn}^x = \alpha_{mn} p_n^x \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}^x, x = \pm 1$, α_{mn} 为归一化系数, 使得 $q_{mn}^0 + q_{mn}^1 = 1$ 。同时更新概率值 $q_n^x = \alpha_n p_n^x \prod_{m \in M(n)} r_{mn}^x, x = \pm 1$, α_n 为归一化系数, 使得 $q_n^0 + q_n^1 = 1$ 。

(4) 硬判决 将变量节点的后验概率对照判决条件做硬判决

当 $q_n^1 > 0.5$ 时, 令 $\hat{x}_n = 1$; 反之, 令 $\hat{x}_n = 0$ 。如果此时

$$H\hat{x} \bmod 2 = 0 \tag{1}$$

则译码成功并结束, $x = \hat{x}$ 。否则重复以上的(2)~(4)步骤, 直到满足条件式(1), 得出译码结果。如果迭代次数达到预设的最大次数, 条件式(1)仍然不满足, 则宣布译码失败。

BP 译码算法的迭代过程中, 如果译码取得成功, 译码过程立即结束而不是进行固定次数的迭代, 有效地减少了算法的迭代次数。如果算法在达到预先设定的最大迭代次数后仍未找到正确的译码结果, 译码器将报错。这时的译码错误为“可检测的”。

2 对 BP 译码迭代次数的分析

笔者采用 DVB-S2^[4,5] 中提出的 LDPC 码对 BP 译码算法对进行了仿真分析, 研究了不同信噪比下误码率随译码迭代次数的演化情况。

图 2 是码长为 64800 比特、码率为 2/3 的二进制 LDPC 码在不同信噪比条件下误码率随译码迭代次数的演变情况, 最大译码迭代次数设为 100, 仿真信噪比区间为[-1.0dB 4.0dB], 步长取 0.2dB, 图中左下方的曲线对应的信噪比高, 愈向右上方, 对应的信噪比愈低。由图 2 可见:

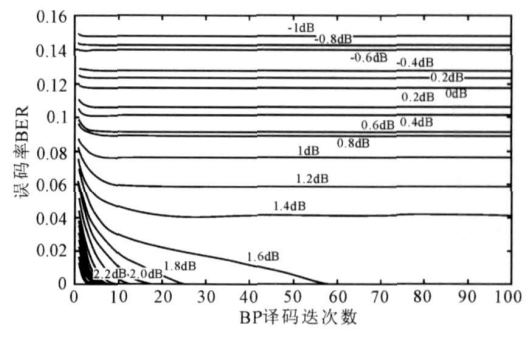


图 2 误码率随迭代次数的演化

Fig. 2 BER transformation with decoding iteration number

(1) 在信噪比较高时, 经过少数几次译码迭代误码率即可收敛至 0, 实现正确译码, 如信噪比为 2.2dB 的曲线。当信噪比降低时, 需要迭代的次数会增加, 但随着迭代次数的增加, 误码率仍然可以收敛至 0, 如图中信噪比为 1.8dB 的曲线。

(2) 对于信噪比较低的情况, 误码率将收敛到一个非 0 常数。收敛之后, BP 译码迭代次数的增加将不会降低误码率, 此时仅仅依靠增加译码迭代的次数将不能够改善译码性能, 如图中信噪比为-0.6dB、-0.8dB 和-1dB 的曲线。这就证明 LDPC 码也存在一个译码阈值, 当信噪比低于此值时, 将无法正确译码。

在 BP 译码算法中, 译码过程并不是都要经过固定次数的迭代, 而是在每一次迭代过程中进行判断。如果已经正确译码, 译码过程就可以结束, 这样可以降低运算复杂度。但这只是对信噪比高于译码阈值的情况成立, 对于信噪比低于译码阈值的情况, 因为误码率收敛到一个非 0 常数, 都要进行最大次数的迭代, 根据图 2 可知, 此时有很大一部分迭代过

程对译码性能并没有改善作用。这样就可以对 BP 译码算法进行改进, 在信噪比低于译码阈值时, 如果连续数次译码迭代误码率都没有改善或改善得极少, 就可以停止迭代, 这样即使没有正确译码, 也不必进行最大次数的迭代, 从而降低运算复杂度。

3 改进的 BP 译码算法

根据前一部分的分析, 可以对 BP 译码算法进行改进。主要针对 BP 译码算法中的步骤 4), 改进后的 BP 译码算法流程如图 3 所示, 具体步骤如下:

- (1) 初始化
同 BP 算法。
- (2) 横向步骤
同 BP 算法。
- (3) 纵向步骤
同 BP 算法。
- (4) 硬判决 将变量节点的后验概率对照判决条件作硬判决

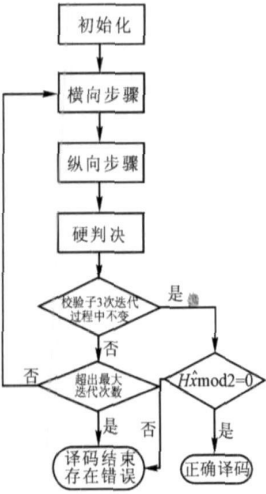


图 3 改进的 BP 译码算法流程图

比低于译码阈值的情况, 改进的 BP 算法能够显著地减少译码迭代次数, 降低运算复杂度; 对于信噪比高于译码阈值的情况, BP 译码算法的迭代次数已经得到了优化, 改进的 BP 译码算法与 BP 译码算法迭代次数相近。

4 改进 BP 译码算法的性能仿真

笔者对本文中提出的改进的 BP 译码算法进行了仿真, 在译码性能和迭代次数两方面与 BP 译码算法相比较。图 4 和图 5 是 DVB-S2 中码长为 64800 比特、码率为 2/3 的二进制 LDPC 码采用两种方法译码性能的比较。由图 4 可见, 两种译码方法的误码率几乎没有差别。由图 5 可见, 在信噪比较高时, 两种译码方法的迭代次数差别不大; 在信噪比较低时, 改进的 BP 译码方法译码迭代次数有大幅的减少。

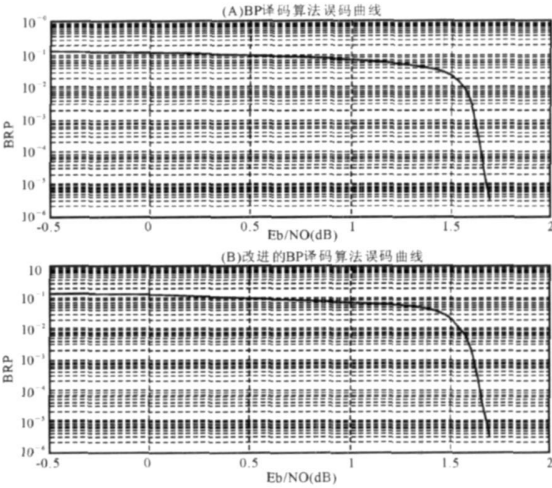


图 4 两种译码算法性能的比较

Fig. 4 Comparison of performance of the two decoding algorithms

5 结论

本文提出了一种改进的 BP 译码算法。经过仿真验证, 改进的 BP 译码算法相对于原来的 BP 译码算法, 在信噪比低于译码阈值时能够大幅地减少译码迭代次数, 降低了运算复杂度, 而性能却几乎没有降低。

BP 译码迭代次数的多少直接决定着译码的运算量, 关系到译码的速度。深空通信中传输距离远, 而且要求设备复杂度低, 该改进算法具有重要的实用价值。

当 $q_n^1 > 0.5$ 时, 令 $\hat{x}_n = 1$; 反之, 令 $\hat{x}_n = 0$ 。计算校验子

$$z = H\hat{x} \bmod 2$$

若 z 中非零元素的数目在连续 3 次迭代过程中保持不变, 则停止迭代, 若此时条件式 (1) 得到满足, 则表示正确译码, 否则存在译码错误。如果迭代次数达到预设的最大次数, 则也停止迭代。

结合图 2, 对上述算法进行分析可知: 对于信噪

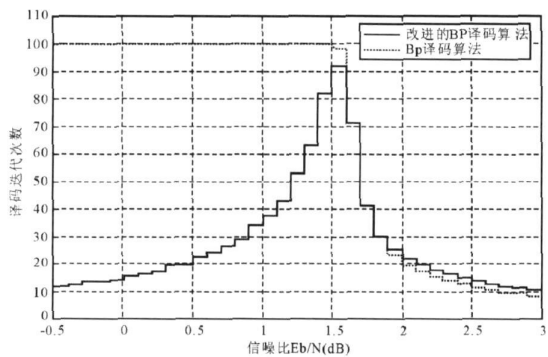


图5 两种译码算法迭代次数的比较

Fig.5 Comparison of the iteration number of the two decoding algorithms

参考文献:

[1] Gallager R G. Low density pasity check codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(3): 208– 320.

[2] MacKay D J C, Neal R M. Near shannon limit performance of low density parity check codes [J]. Electronic Ltters, 1996, 32(18): 1645– 1646.

[3] Low Density Parity Check Codes for Use in Near-Earth and Deep Space Applications, CCSDS 131.1-0-2. 2007– 09.

[4] Digital Video Broadcasting (DVB). Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications[S]. ETSI EN 302 307 V1.1.2 (2006– 06).

[5] Digital Video Broadcasting (DVB) User guidelines for the second generation system for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2) [S]. ETSI TR 102 376 V1.1.1 (2005– 02).

作者简介: 郭永富(1982–), 男, 北京空间飞行器总体设计部硕士研究生, 主要从事 LDPC 研究及其在深空通信中应用的研究。
通讯地址: 北京市 5142 信箱 60 分箱(100094)
电话: (010) 68744319
E-mail: pekingguo@ 126. com

An Improved BP Decoding Algorithm of LDPC Codes

GUO Yong-fu, ZHOU A-o song
(Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: With the best error-correcting performance, LDPC codes can be widely used in deep space communication. Based on the study of BP decoding algorithm, LDPC codes were stimulated and the BER performance transforming with the decoding iteration number was analyzed. Then an improved BP decoding algorithm, which significantly reduced the iteration number when SNR was lower than the decoding threshold, but, hardly degraded the decoding performance, was proposed. The performance of the improved BP decoding algorithm was validated by stimulation. This improved BP decoding algorithm is valuable to deep space communication where small-scale equipment is required.

Key words: LDPC codes; BP decoding; Iteration number; Complexity