

数据结构与算法365特训营

并查集刷题

并查集刷题

本次课内容

HDU1232

POJ1988

POJ1182

POJ1703

并查集刷题

HDU1232

畅通工程

描述 (<https://vjudge.net/problem/HDU-1232>)

某省调查城镇交通状况，得到现有城镇道路统计表，表中列出了每条道路直接连通的城镇。省政府“畅通工程”的目标是使全省任何两个城镇间都可以实现交通（但不一定有直接的道路相连，只要互相间接通过道路可达即可）。问最少还需要建设多少条道路？

Input

测试输入包含若干测试用例。每个测试用例的第 1 行给出两个正整数，分别是城镇数目 N (< 1000) 和道路数目 M ；随后的 M 行对应 M 条道路，每行给出一对正整数，分别是该条道路直接连通的两个城镇的编号。为简单起见，城镇从 1 到 N 编号。

并查集刷题

HDU1232

注意：两个城市之间可以有多条道路相通，也就是说，

3 3

1 2

1 2

2 1

这种输入也是合法的。

当 N 为 0 时，输入结束，该用例不被处理。

Output

对每个测试用例，在 1 行里输出最少还需要建设的道路数目。

并查集刷题

HDU1232

Sample Input	Sample Output
4 2	1
1 3	0
4 3	2
3 3	998
1 2	
1 3	
2 3	
5 2	
1 2	
3 5	
999 0	
0	

并查集刷题

HDU1232

题解：使用并查集，统计有多少个集合（集合号等于本身的根），减 1 即可。

```
for(i=1;i<=n;i++)  
{  
    if(i==Find(i))  
        ans++;  
}  
printf("%d\n",ans-1);
```

并查集刷题

POJ1988

方块栈

描述 (<https://vjudge.net/problem/POJ-1988>)

Farmer John 和 Betsy 正在玩 N ($1 \leq N \leq 30,000$) 个标记为 1 到 N 的方块游戏。它们以 N 个栈开始，每个栈包含一个方块。

Farmer John 要求 Betsy 执行 P 个 ($1 \leq P \leq 100,000$) 操作。

有两种类型的操作：移动和计数。

- 在移动操作中，Farmer John 要求 Bessie 将包含 X 的栈整体移动到包含 Y 的栈顶部。
 - 在计数操作中，Farmer John 要求 Bessie 统计 X 方块下的方块数量并报告该值。
- 编写一个可以验证游戏结果的程序。

并查集刷题

POJ1988

输入

*第 1 行：单个整数， P

*第 2 行..... $P + 1$ ：这些行中的每一行都描述了合法操作。第 2 行描述了第一个操作，等等。每行以“M”表示移动操作，或“C”表示计数操作。对于移动操作，该行还包含两个整数： X 和 Y 。对于计数操作，该行还包含一个整数： X 。

请注意， N 的值不会出现在输入文件中。没有移动操作会请求将栈移动到自身。

输出

以与输入文件相同的顺序打印每个计数操作的输出。

并查集刷题

POJ1988

样本输入 样本输出

6 1

M 1 6 0

C 1 2

M 2 4

M 2 6

C 3

C 4

并查集刷题

POJ1988

题解:

方块的整体移动, 可以使用二维数组实现, 但是操作数量很大 ($1 \leq P \leq 100,000$) 如果一个一个移动, 会超时。整体移动相当于集合的合并, 因此可以借助并查集实现, 并在集合查找和合并时, 更新树根的 $d[]$ 值即可。并查集快速高效。

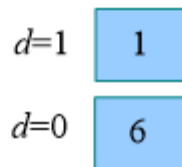
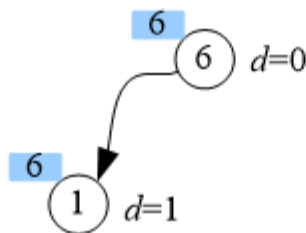
$fa[i]=i$: 每个方块的集合号为本身;
 $d[i]=0$: 第 i 个结点下方的方块数为 0;
 $cnt[i]=1$: 第 i 个栈的方块数为 1。

并查集刷题

POJ1988

M16: 将包含 1 的栈整体移动到包含 6 的栈。

相当于 1 所在的集合，合并到 6 所在的集合。合并时首先找到 1 和 6 所在的集合祖宗 1、6，然后将 1 的集合号改为 6，更新 $d[1]=cnt[6]=1$ 。



```
void Union(int x,int y)
{
    int a,b;
    a=Find(x);
    b=Find(y);
    fa[a]=b;
    d[a]=cnt[b];
    cnt[b]+=cnt[a];
}
```

并查集刷题

POJ1988

C 1: 查询 1 下面有多少个方块。

首先查询 1 的集合号，查询的过程中，当前结点的集合号等于父亲的集合号，当前结点的 d 值加上其父亲的 d 值， $d[x] += d[fx]$ ； $d[1] += d[6] = 1$ ，然后输出 $d[1]$ 就是所要的答案。

```
int Find(int x)
{
    int fx=fa[x];
    if(x!=fa[x])
    {
        fa[x]=Find(fa[x]);
        d[x] += d[fx];
    }
    return fa[x];
}
```

并查集刷题

POJ1988

样本输入 样本输出

6 1

M 1 6 0

C 1 2

M 2 4

M 2 6

C 3

C 4

并查集刷题

POJ1182

食物链

描述 (<https://vjudge.net/problem/POJ-1182>)

动物王国中有三类动物 A,B,C，这三类动物的食物链构成了有趣的环形。A 吃 B， B 吃 C， C 吃 A。

现有 N 个动物，以 $1-N$ 编号。每个动物都是 A,B,C 中的一种，但是我们并不知道它到底是哪一种。

有人用两种说法对这 N 个动物所构成的食物链关系进行描述：

第一种说法是 "1 X Y"，表示 X 和 Y 是同类。

第二种说法是 "2 X Y"，表示 X 吃 Y。

并查集刷题

POJ1182

此人对 N 个动物，用上述两种说法，一句接一句地说出 K 句话，这 K 句话有的是真的，有的是假的。当一句话满足下列三条之一时，这句话就是假话，否则就是真话。

- 1) 当前的话与前面的某些真的话冲突，就是假话；
- 2) 当前的话中 X 或 Y 比 N 大，就是假话；
- 3) 当前的话表示 X 吃 X ，就是假话。

你的任务是根据给定的 N ($1 \leq N \leq 50,000$) 和 K 句话 ($0 \leq K \leq 100,000$)，输出假话的总数。

并查集刷题

POJ1182

Input

第一行是两个整数 N 和 K ，以一个空格分隔。

以下 K 行每行是三个正整数 D , X , Y ，两数之间用一个空格隔开，其中 D 表示说法的种类。

若 $D=1$ ，则表示 X 和 Y 是同类。

若 $D=2$ ，则表示 X 吃 Y 。

Output

只有一个整数，表示假话的数目。

并查集刷题

POJ1182

Sample Input	Sample Output
100 7	3
1 101 1	
2 1 2	
2 2 3	
2 3 3	
1 1 3	
2 3 1	
1 5 5	

并查集刷题

POJ1182

题解:

分析: 可以使用并查集来查询和合并他们之间的关系。

算法步骤:

- 1) 如果 $(x > n || y > n || (c == 2 \&\& x == y))$, 则为假话;
- 2) 查询 x , y 的集合号, 查询的过程中, 更新 d 值 (当前结点 d 值累加其父亲的 d 值);
两个集合号不等时, 合并, $fa[a] = b$; $d[a] = (d[y] - d[x] + 3 + c - 1) \% 3$;
两个集合号相等时, 判断, 如果 $((d[x] - d[y] + 3) \% 3 != c - 1)$, 则为假话。

并查集刷题

POJ1182

- 1) 如果 $(x > n || y > n || (c == 2 \& \& x == y))$, 则为假话;
- 2) 查询 x, y 的集合号, 查询的过程中, 更新 d 值 (当前结点 d 值累加其父亲的 d 值);
两个集合号不等时, 合并, $fa[a] = b; d[a] = (d[y] - d[x] + 3 + c - 1) \% 3$;
两个集合号相等时, 判断, 如果 $((d[x] - d[y] + 3) \% 3 != c - 1)$, 则为假话。

Sample Input

100 7

1 101 1

2 1 2

2 2 3

2 3 3

1 1 3

2 3 1

1 5 5

并查集刷题

POJ1182

输入样例（一共 3 个非法操作）

100 7

1 101 1 非法（ x 超过 n ）

2 1 2

2 2 3

2 3 3 非法（ x 吃 x ）

1 1 3 非法（1 3 不是同类，差值加 3 模 3 不等于 0）

2 3 1

1 5 5

并查集刷题

POJ1703

找到他们，抓住他们

描述 (<https://vjudge.net/problem/POJ-1703>)

塔都市的警察局决定治理混乱，从城市中的两个帮派开始行动，Gang Dragon 和 Gang Snake。但是，警方首先需要确定犯罪分子属于哪个团伙。目前的问题是，两名罪犯，他们属于同一个帮派吗？您必须根据不完整的信息做出判断。（因为歹徒总是暗中行动。）

假设 N ($N \leq 10^5$) 罪犯目前在塔都市，编号从 1 到 N 。当然，他们中至少有一人属于 Gang Dragon，同样至少有一人属于 Gang Snake。将按顺序给出 M ($M \leq 10^5$) 个消息，它们分为以下两种：

1. D [a] [b]

其中[a]和[b]是两个罪犯的编号，以及他们属于不同的帮派。

2. A [a] [b]

其中[a]和[b]是两个罪犯的编号。这需要您决定 a 和 b 是否属于同一个帮派。

并查集刷题

POJ1703

输入

输入的第一行包含单个整数 T ($1 \leq T \leq 20$)，即测试用例的数量。然后是 T 案例。每个测试用例以具有两个整数 N 和 M 的行开始，接着是 M 行，每行包含如上所述的一个消息。

输出

对于每种情况下的每条消息“A [a] [b]”，您的程序应根据之前获得的信息进行判断。答案可能是“在同一帮派中”，“在不同的帮派中”和“还不确定”。

并查集刷题

POJ1703

样本输入

1

5 5

A 1 2

D 1 2

A 1 2

D 2 4

A 1 4

样本输出

Not sure yet.

In different gangs.

In the same gang.

并查集刷题

POJ1703

题解:

1. 不同集合合并的方法:

本来 $\text{Union}(x,y)$ 表示 x,y 属于同一个集合, 现在用 $\text{Union}(x,y+n)$ 来表示 x,y 属于不同集合, 即 x 属于第一个集合, y 属于第二个集合。同理 $\text{Union}(x+n,y)$ 表示 x 属于第二个集合, y 属于第一个集合。

2. 不同集合查询方法:

- $(\text{Find}(y+n) == \text{Find}(x) \parallel \text{Find}(x+n) == \text{Find}(y))$ 不同集合
- $(\text{Find}(x) == \text{Find}(y) \parallel \text{Find}(x+n) == \text{Find}(y+n))$ 相同集合
- 不确定是否同一集合

3. 合并优化

启发式合并, 就是把矮的树合并到高的树之下, 若树的高度一样, 合并后作为父亲的树 $d+1$ 。

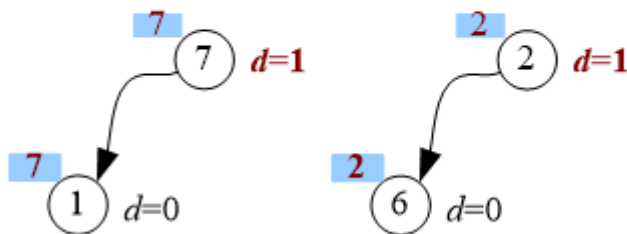
并查集刷题

POJ1703

1) A 1 2

集合号都不同，不确定是否同一集合。

2) D 1 2: Union(1,2+5); Union(1+5,2);



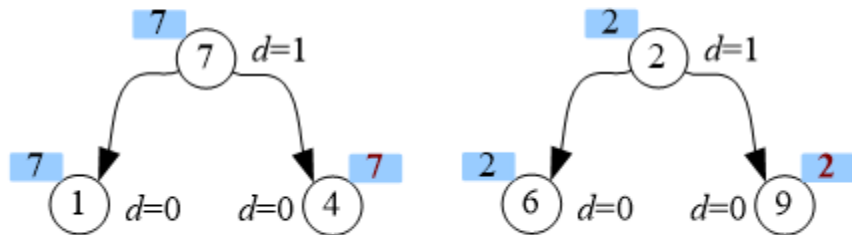
3) A 1 2: (Find(2+5)==Find(1))||Find(1+5)==Find(2)) 不同集合。

并查集刷题

POJ1703

4) D 2 4: Union(2,4+5); Union(2+5,4);

深度小的合并到深度大的下面，因此 9 合并到 2 下面，4 合并到 7 下面。



- A 1 4: (Find(1)==Find(4)||Find(1+5)==Find(4+5)) 相同集合

作业

HDU1232

POJ1988

POJ1182

POJ1703