

# 2017年蓝桥杯软件类大学A组第3题

华东理工大学计算机系教师 罗勇军

原文链接: [https://blog.csdn.net/weixin\\_43914593/category\\_10721247.html](https://blog.csdn.net/weixin_43914593/category_10721247.html)

## 文章目录

- [1、题目大意](#)
- [2、我的尝试](#)
- [3、我的放弃](#)
- [4、大神的手算](#)

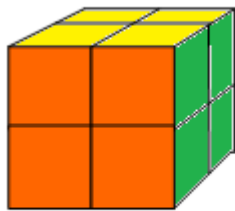
题目: **魔方状态** <http://oj.ecustacm.cn/problem.php?id=1319>

2017年蓝桥杯软件类省赛C++语言大学A组第3题, 一道填空题。

## 1、题目大意

---

一个二阶魔方, 由8个小块组成。它有6个面, 但是只涂了3种颜色:



- (1) 前面、下面: 涂橙色
- (2) 右面、左面: 涂绿色
- (3) 上面、后面: 涂黄色

然后随便你打乱它, 问一共有多少种不同状态。

如果两个状态经过魔方的整体旋转后, 各个面的颜色都一致, 则认为是同一状态。

## 2、我的尝试

---

既然是填空题，看有没有投机取巧的办法。

正常的二阶魔方，有6种颜色，每个角块都不同，共8种角块。以一个角块不动作为参考角块，其他7个角块都能任意转换方向。有 $7!$ 种情况。

7个角块排列的时候，只有6格角块可以自由选择方向，第7个角块的方向取决于前6个（玩过魔方都知道，其他7块固定时，1个角块不能在原地转动），有 $3^6$ 种情况。

所有情况一共有： $7! \times 3^6 = 3,674,160$ 。

正常魔方是很简单的。

本题只有三种颜色，却复杂得多。倪文迪说用排列组合很难做，本教师不相信。结果浪费半天时间之后，被迫同意他的说法。

为了找出到底有几种不同的角块，本教师用白纸做了一个破六面体，观察好久，终于发现：

本题的二阶魔方，涂3种颜色，只有4种不同的角块，每种2个。设三种颜色是1、2、3，这4种角块是：132、312、113、322。

这4种角块，有三种颜色的角块132、312，和两种颜色的角块113、322。

问有几种排列？下面尝试排列一下。

先看2个三色角块132，可以并排放、对角放、反对角放（互相看不见），共3种，每种有3个旋转，共 $3 \times 3 = 9$ 种情况。

然后再放2个三色角块312...

...

本教师已晕，做不下去了。

偷看了答案，是229878， $229878 = 43 \times 11 \times 3^5 \times 2$ ，估计不是一个简单的排列吧。

## 3、我的放弃

---

既然用数学方法想不通，就只能用计算机暴力求解了，基本思路是：模拟魔方的旋转，把每次新的旋转结果看成一个状态，然后用BFS搜索所有的状态，看一共有多少种。当然，还要对状态判重。

不过，这是一个代码很复杂（很恶心）的模拟题，比赛的时候做，简直是浪费生命、浪费其他题得分的机会。对省赛这种得奖面大的比赛，还是放弃吧。

最后是倪文迪说的话：“这道题目初看是排列组合，但由于其涂色的特殊性，不方便由组合数学解决。只能考虑终极搜索+模拟...对于这几个块形成的魔方，定义它为一种状态，我们需要做的就是模拟魔方的旋转，并判定当前状态是否与之前出现过的状态重复。然后我们建一维数组，人为规定状态表达，填入到数组中，再判重。”

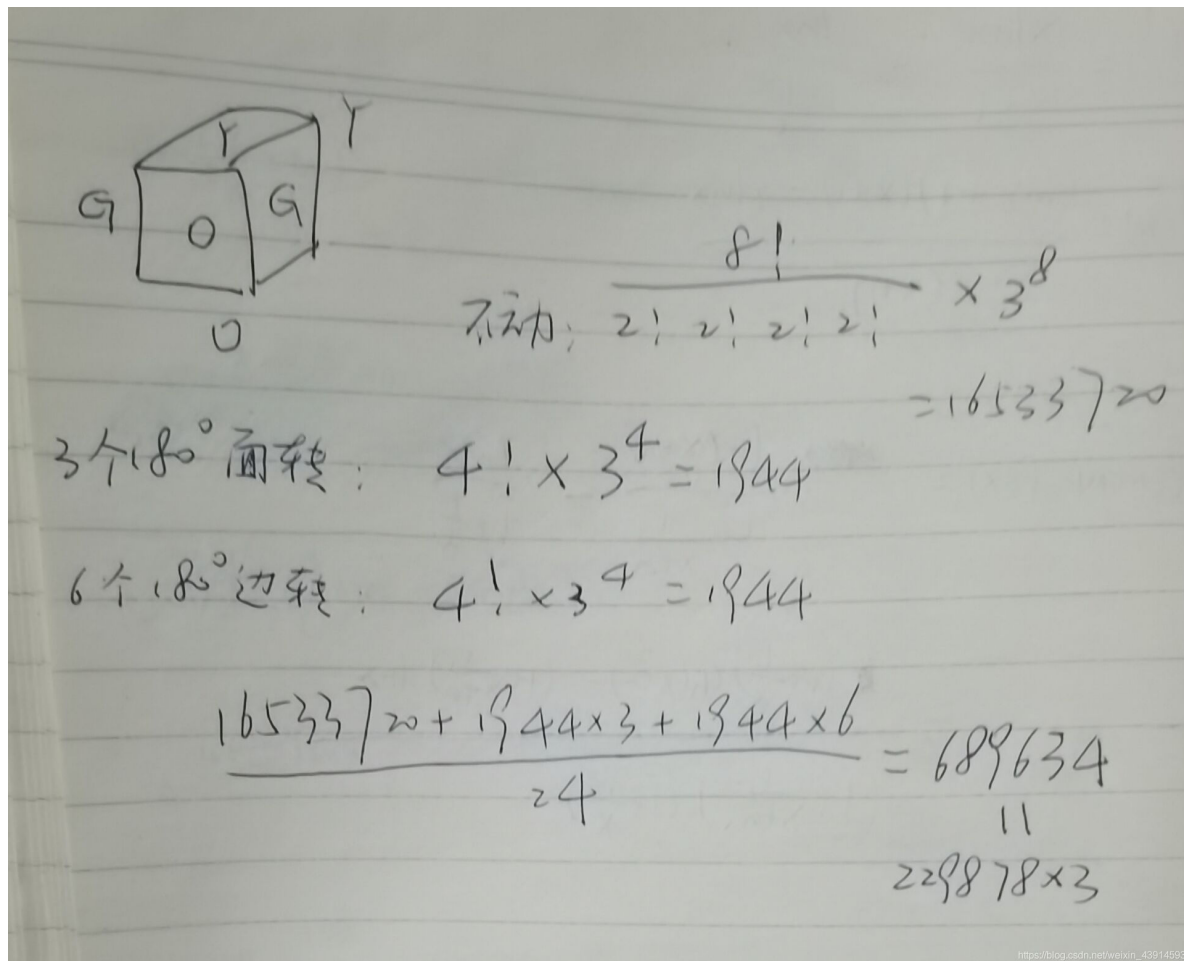
参考一位大神写的模拟，非常佩服（小声说一句，运行时间**很长很长**，不要误会死机了）：[https://blog.csdn.net/qg\\_35222235/article/details/79725363](https://blog.csdn.net/qg_35222235/article/details/79725363)

## 4、大神的手算

本博客发布之后，本校大神杭业晟（获得2020年第十一届蓝桥杯全国总决赛A组一等奖）看了之后，去学了一下Burnside引理，然后手算了这个题。

先学这个: [Burnside引理](#)

下面是杭业晟的手算：“我发现立方体有24个置换群...最后再除3是因为只有1/3是能够转的出来的”。



参考文献:《算法竞赛入门到进阶》清华大学出版社, 网购: [京东](#) [当当](#)

