**Лабораторна робота 10. Наближення функцій поліномом Тейлора**

Знайти перші три похідні функції та розрахуйте значення за многочленом Тейлора.

Побудуйте на одному малюнку графік функції та наближення.

**Варіант 7**

f(x) = sin(4x)

Похідна 1:

f’(x) = 4cos(4x)

Похідна 2:

f”(x) = -16sin(4x)

Похідна 3:

f(3)(x) = -64cos(4x)

x = a = 0

f(0) = 0

f’(0) = 4

f”(0) = 0

f(3)(0) = -64

f(x) = f(0) + f’(0)(x-0) + f”(0)(x-0)\*\*2 / 2 + f’’’(0)(x-0)\*\*3/6

f(x) = 0 + 4 \* x + 0 \* x\*\*2/2 – 64 \* x\*\*3 / 6 = 4x – (32x\*\*3) / 3

Для оцінки похибки оцінимо третю похідну. Третя похідна при 𝑥∈[−1;1] не перевищуватиме 42, тому при оцінці похибки 𝑀 візьмемо рівним 42, і за виразом маємо:

|R4| = -7/4

Код:

import sympy as sp  
from math import factorial  
  
def taylor(x):  
 y = 0  
 d1 = sp.diff(f, x) *# перша похідна* d2 = sp.diff(d1, x) *#друга похідна* d3 = sp.diff(d2, x) *# третя похідна* print(**'d1='**,d1,**'d2='**,d2,**'d3='**,d3)  
 y += f + d1\*x + d2\*(x-0)\*\*2/factorial(2) + d3\*(x-0)\*\*3/factorial(3)  
 print (**'y = '**, y)  
 return y  
  
x = sp.symbols(**'x'**)  
f = sp.sin(4\*x)  
taylor\_x = taylor(x)  
sp.plot(taylor\_x, f, (x, -1, 1), label=**'Тейлор:'**)

Результат:

