

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

《工科数学分析（二）》

2016-2017 学年第二学期期末考试试卷 B 卷

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 所有答案请直接答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 6 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分

一、 填空题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分.

1. 由方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1, 0, 1)$ 处的全微分 $dz =$ _____;

2. 设 Γ 为椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 取逆时针方向，则第二类曲线积分 $\oint_{\Gamma} xdy - ydx =$ _____;

3. 向量场 $x^2yz\vec{i} + xy^2z\vec{j} + xyz^2\vec{k}$ 在点 $(1, 1, 1)$ 的散度为 _____;

4. 初值问题 $\begin{cases} y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3} \\ y|_{x=1} = 1 \end{cases}$ 的解为 _____;

5. 设周期为 2π 的函数 $f(x)$ 在区间 $(-\pi, \pi]$ 的表达式为 $f(x) = \pi x + x^2, -\pi < x \leq \pi$. 若其

傅里叶 (Fourier) 级数为 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$, 则其中系数 $b_2 =$ _____.

得分

二、 单选题（每题只有一个正确选项）： 共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

1、 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (a, b) 处的两个偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}(a, b)$ 和 $\frac{\partial f}{\partial y}(a, b)$ 存在，则（ ）；

- A. $f(x, y)$ 在点 (a, b) 处连续 B. $f(x, y)$ 在点 (a, b) 处可微
- C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x, b)$ 和 $\lim_{y \rightarrow b} f(a, y)$ 都存在 D. $\lim_{(x, y) \rightarrow (a, b)} f(x, y)$ 存在

2、 已知曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 上点 P 处的切平面平行于平面 $2x + 2y + z = 1$ ，则 P 点的坐标是（ ）；

- A. $(1, -1, 2)$ B. $(-1, 1, 2)$ C. $(1, 1, 2)$ D. $(-1, -1, 2)$

3、 一个均匀物体由曲面 $z = x^2 + y^2$ 及 $z = 1$ 围成，则该物体的质心坐标为（ ）；

- A. $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left(0, 0, \frac{2}{3}\right)$ C. $(0, 0, 1)$ D. $\left(\frac{2}{3}, 0, 0\right)$

4、 关于未知函数 y 的微分方程 $(y - \ln x)dx + xdy = 0$ 是（ ）；

- A. 可分离变量方程 B. 一阶非齐次线性方程
- C. 一阶齐次线性方程 D. 非线性方程

5、 下列级数条件收敛的是（ ）。

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

得分

三、 计算题：共 4 题，每题 7 分，共 28 分.

1. 设函数 $u(x, y) = yf\left(\frac{x}{y}\right) + xg\left(\frac{y}{x}\right)$, 其中 f 和 g 具有连续的二阶导数, 计算 $x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

2. 计算二重积分 $\iint_D \frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2} dx dy$ 其中 D 是区域 $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$.

3. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$ ，其中 Ω 是平面 $x + y + z = 1$ 与三个坐标面围成的区域.

4. 计算第一类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x + y + z) dS$ ，其中 Σ 为平面 $y + z = 5$ 被柱面 $x^2 + y^2 = 25$ 所截得的部分.

四、解答题：共 4 题，每题 8 分，共 32 分.

1. 求方程 $y'' + 4y' + 3y = 0$ 的一个解 $y = y(x)$ ，使其图像在点 $(0, 2)$ 处与直线 $x - y + 2 = 0$ 相切.

2. 求圆柱面 $x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0$ 介于 Oxy 平面和曲面 $z = xy$ 之间的部分的面积.

3. 设 Σ 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被平面 $z = 0$ 及 $z = 1$ 截下的部分的下侧, 计算第二类曲面积分

$$\iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + (z^2 - 2z) dx dy .$$

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域, 并在收敛域上求其和函数.

得分

五、证明题：共 2 题，每题 6 分，共 12 分.

1. 证明：曲面 $z = xe^{\frac{y}{x}}$ 上所有点处的切平面都过一定点.

2. 证明：函数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ 在区间 $(0,1)$ 上点态收敛，但不一致收敛.

得分

六、应用题：共 1 题，共 8 分.

从斜边长为 l 的直角三角形中，求周长最大的直角三角形.