

システム工学で何ができるか

An Introduction to Systems Engineering

劉 子昂

岡山大学 環境生命自然科学学域 助教

2024

目次

- 1 システム工学とは
- 2 システムモデル
- 3 システムの最適化
- 4 シミュレーション
- 5 データ分析
- 6 まとめ

目次

1 システム工学とは

2 システムモデル

3 システムの最適化

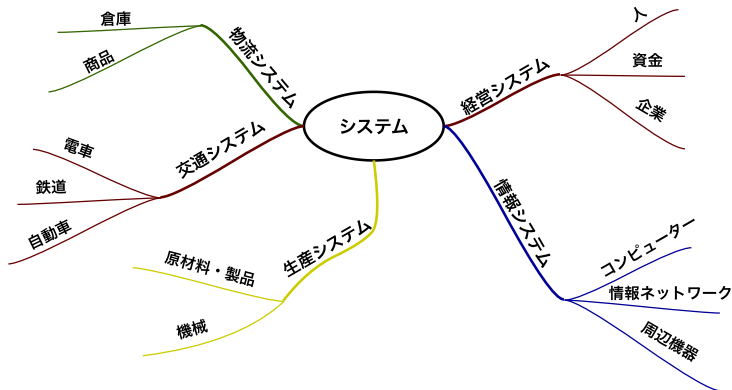
4 シミュレーション

5 データ分析

6 まとめ

システムとは

きわめて多数の構成要素から成る集合体で、各部分が有機的に連繋して、全体として一つの目的を持った仕事をするもの¹。



¹新明解国語辞典 第七版

配送システム

需要者に必要な商品を要求期日に，ミスなく配送するための施設で，荷受け，検品，保管，出庫やピッキング，流通加工，荷揃え，包装，仕分，出荷などの作業にかかわる物流機器，情報管理システムを総称する²．

要素： 倉庫，情報システム，人員，荷物など

目的： 需要者に必要な商品を要求期日に，ミスなく配送する

情報システム

情報を扱うためのシステム。情報システムが行う処理には一般には演算，蓄積，通信があるとされ，また，これに係するハードウェア的要素として計算機，通信網，端末装置など，ソフトウェア的要素として手順，規則，管理者，組織などがある³。

ハードウェア的要素： 計算機，通信網，端末装置など

ソフトウェア的要素： 手順，規則，管理者，組織など

目的： 情報を扱う

システム工学とは

システムの設計・開発・保守を研究する工学の一分野⁴。

システム工学の手法

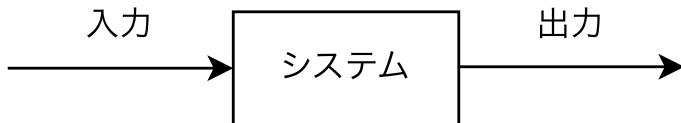
- ▶ システムモデル
- ▶ システムの最適化
- ▶ シミュレーション
- ▶ データ分析

⁴新明解国語辞典 第七版

システムと環境

システム 入力を出力に変換するもの

環境 システムに含まれないすべての世界



考えてみよう

- ▶ 日常生活でシステムという言葉が使われる例を挙げ、それがなぜシステムと呼ばれるかを考察せよ。
 - ▶ 要素、連繋、目的の観点から考える

目次

1 システム工学とは

2 システムモデル

3 システムの最適化

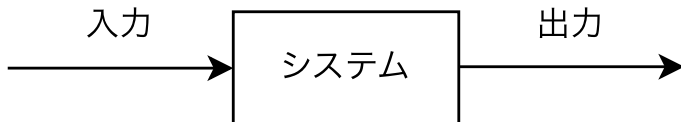
4 シミュレーション

5 データ分析

6 まとめ

システムモデル

システムモデル システムの入出力間の関係を表す数学モデル
モデリング 数学モデルを作成する操作



x 入力

y 出力

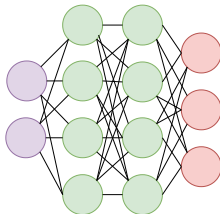
f システムモデル, $y = f(x)$

代表的なシステムモデル

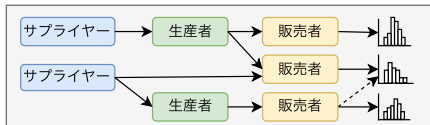
- ▶ ネットワークモデル (Network Model)
- ▶ マルコフモデル (Markov Model)
- ▶ エージェントベースモデル (Agent-Based Model)

ネットワークモデル

- ▶ 大規模なシステムがサブシステムから構成される
- ▶ サブシステムごとにモデルを作成する
- ▶ それらを結合することで全体のモデリングを行う



(a) Neural Network



(b) Supply Chain

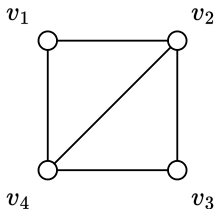
グラフ理論

Definition

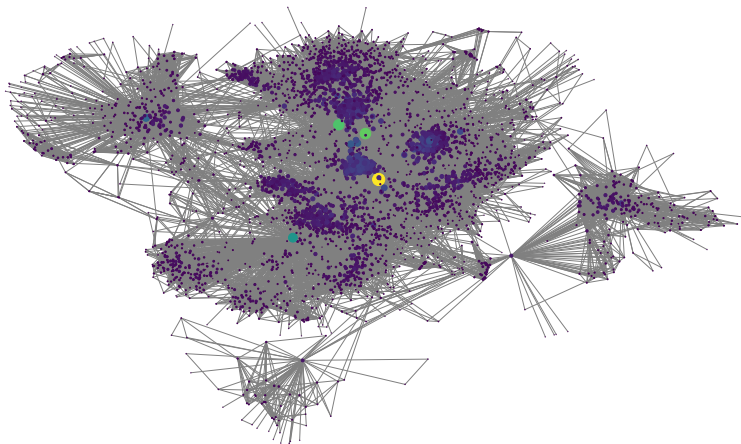
A graph is a pair $G = (V, E)$, where V is a finite set of vertices, and E is a set of edges.

Example

$G = (V, E)$, where $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ and $E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_1\}, \{v_2, v_4\}\}$.



Facebook の友達関係⁵



⁴<https://snap.stanford.edu/data/ego-Facebook.html>

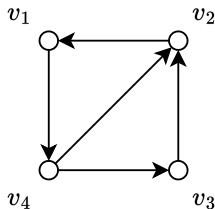
有向グラフ

Definition

A directed graph is a pair $D = (V, A)$, where V is a finite set of vertices, and A is a set of ordered pairs of vertices called arcs.

Example

$G = (V, E)$, where $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ and $E = \{(v_1, v_4), (v_2, v_1), (v_3, v_2), (v_4, v_2), (v_4, v_3)\}$.



有向グラフ：応用例

- ▶ 交通システム
- ▶ ソーシャルネットワーク (ユーザー間のフォロー関係)
- ▶ サプライチェーン (製品、情報、資金の流れ)

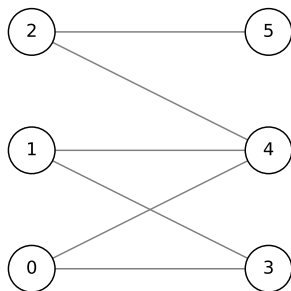
2部グラフ

Definition

A bipartite graph is denoted by $G = (U, V, E)$, where U and V are disjoint sets of vertices, and each edge in E has one vertex in U and one vertex in V .

Example

$G = (U, V, E)$, where $U = \{0, 1, 2\}$,
 $V = \{3, 4, 5\}$, and
 $E = \{\{0, 3\}, \{0, 4\},$
 $\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}\}.$



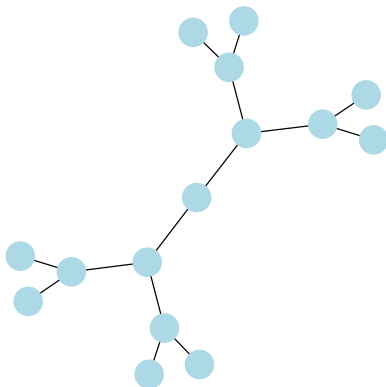
2部グラフ: 応用例

- ▶ 結婚問題
- ▶ 研究室配属問題
- ▶ ゲームのマッチング
- ▶ タクシー配車問題

木

Definition

A tree $G = (V, T)$ is a connected graph with no cycles.



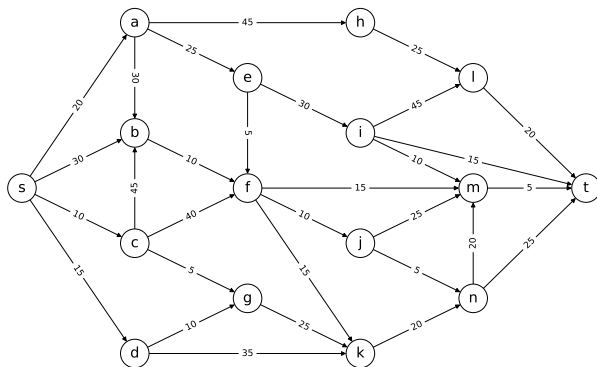
木: 応用例

- ▶ 決定木
- ▶ アルゴリズムとデータ構造
- ▶ 経路計画: RRT (Rapidly-exploring Random Tree)

ネットワーク

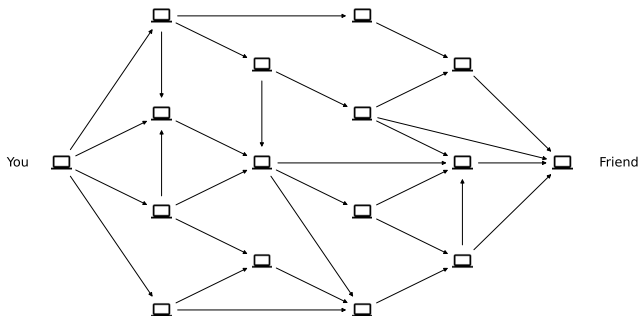
Definition

A network $N = (s, t, V, A, b)$ is a digraph (V, A) with a source vertex $s \in V$, a terminal vertex $t \in V$, and a capacity b on each $(u, v) \in A$.



ネットワーク: 応用例

- ▶ 交通ネットワーク
- ▶ 配送ネットワーク
- ▶ 電力ネットワーク
- ▶ 通信ネットワーク



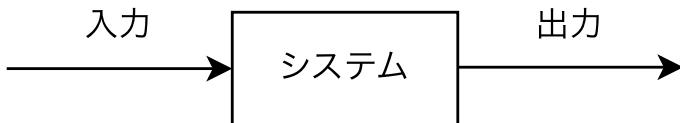
目次

- 1 システム工学とは
- 2 システムモデル
- 3 システムの最適化**
- 4 シミュレーション
- 5 データ分析
- 6 まとめ

システムの最適化

最適化 システムの目的関数を最小化する入力を求める操作

$$\min_x f(x)$$



x 入力

y 出力

f システムモデル, $y = f(x)$

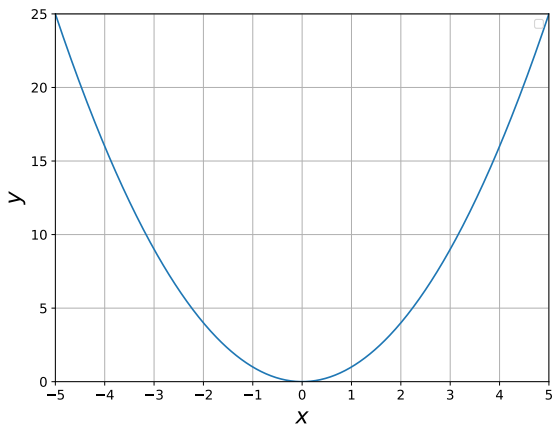
最適化問題の例

最適化問題

$$\min_x x^2$$

最適解

$$x^* = 0$$



最適化問題の例

最適化問題

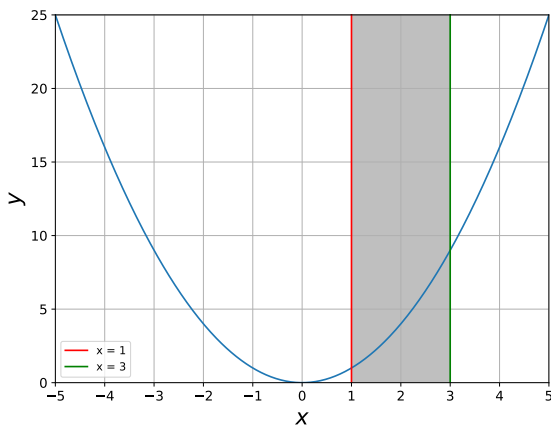
$$\begin{array}{ll}\min_x & x^2 \\ \text{s.t.} & 1 \leq x \leq 3\end{array}$$

最適解

$$x^* = 1$$

実行可能領域

$$1 \leq x \leq 3$$



生産計画問題 (例 1)

- ▶ ある企業が A、B 二つの製品を生産している。
- ▶ 生産には三つの資源が使われるとする。

Table: 製品 A、B の生産に必要な資源の使用量、利益と資源の利用可能量

製品	資源 1	資源 2	資源 3	利益
A	1	2	3	10
B	2	1	2	20
利用可能量	5	5	5	

生産計画問題 (例 1) の定式化

Table: 製品 A、B の生産に必要な資源の使用量、利益と資源の利用可能量

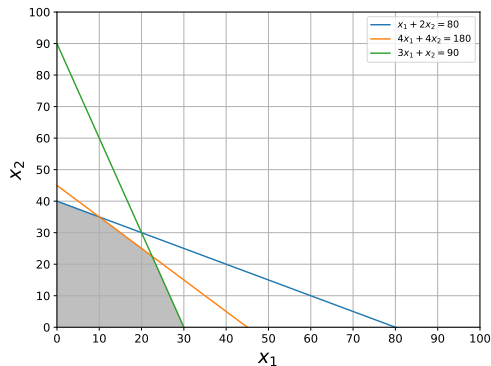
製品	資源 1	資源 2	資源 3	利益
A	1	4	3	5
B	2	4	1	4
利用可能量	80	180	90	

- ▶ x_1 : 製品 A の生産量
- ▶ x_2 : 製品 B の生産量
- ▶ 目的: 利益を最大化
- ▶ 制約: 資源の利用可能量を超えない

$$\begin{aligned} \max \quad & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 80 \\ & 4x_1 + 4x_2 \leq 180 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 90 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

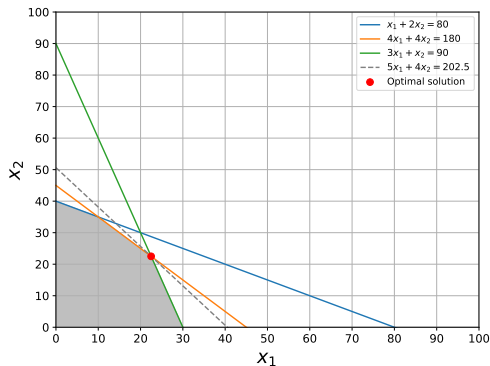
生産計画問題 (例 1) の実行可能領域

$$\begin{array}{ll}\max & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 \leq 80 \\ & 4x_1 + 4x_2 \leq 180 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 90 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$



生産計画問題 (例 1) の最適解

$$\begin{aligned} \max \quad & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 80 \\ & 4x_1 + 4x_2 \leq 180 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 90 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



輸送計画問題の例

- ▶ ある企業が同一の製品を三つの工場で生産している。
- ▶ 三つの倉庫に製品を輸送する。
- ▶ 輸送にはコストがかかる。
- ▶ 総輸送コストを最小化する輸送計画を求める。

Table: 製品 1 個あたりの輸送コスト、各工場の最大生産量、各倉庫の需要量

工場/倉庫	倉庫 1	倉庫 2	倉庫 3	最大生産量
工場 1	3	1	3	200
工場 2	3	2	1	300
工場 3	2	2	2	500
倉庫需要量	350	350	300	

輸送計画問題の定式化

工場/倉庫	倉庫 1	倉庫 2	倉庫 3	最大生産量
工場 1	3	1	3	200
工場 2	3	2	1	300
工場 3	2	2	2	500
倉庫需要量	350	350	300	

- ▶ x_{ij} : 工場 i から倉庫 j への輸送量
- ▶ 目的: 総輸送コストを最小化
- ▶ 制約: 各工場の最大生産量を超えない
- ▶ 制約: 各倉庫の需要量を満たす

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_{11} + x_{12} + 3x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} \\ & + x_{23} + 2x_{31} + 2x_{32} + 2x_{33} \\ \text{s.t.} \quad & x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 200 \\ & x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 300 \\ & x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 500 \\ & x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 350 \\ & x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 350 \\ & x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 300 \\ & x_{ij} \geq 0 \end{aligned}$$

線形計画問題

$$\begin{array}{ll}\min & c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\ \text{s.t.} & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \geq b_i, \quad i \in M_1 \\ & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leq b_i, \quad i \in M_2 \\ & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i, \quad i \in M_3 \\ & x_j \geq 0, \quad j \in N_1 \\ & x_j \leq 0, \quad j \in N_2\end{array}$$

線形計画問題 目的関数と制約条件が線形である最適化問題

x_1, x_2, \dots, x_n 決定変数

c_1, c_2, \dots, c_n 目的関数の係数

a_{ij} 制約条件の係数

b_i 制約条件の右辺

最適化問題

線形計画問題 目的関数と制約条件が線形である最適化問題

非線形計画問題 目的関数または制約条件に非線形関数を含む最適化問題

整数計画問題 決定変数が整数である最適化問題

ネットワーク最適化問題 ネットワークモデルを用いた最適化問題

ネットワーク最適化問題

最短路問題 ある始点から終点までの最短経路を求める問題

最大流問題 ネットワーク内での最大の流れを求める問題

最短路問題

- ある始点から終点までの最短経路を求める問題

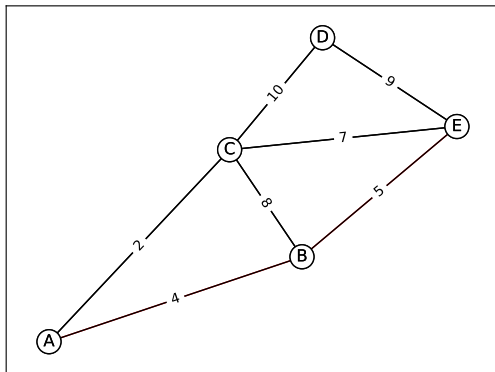


Figure: A から E までの最短経路は?

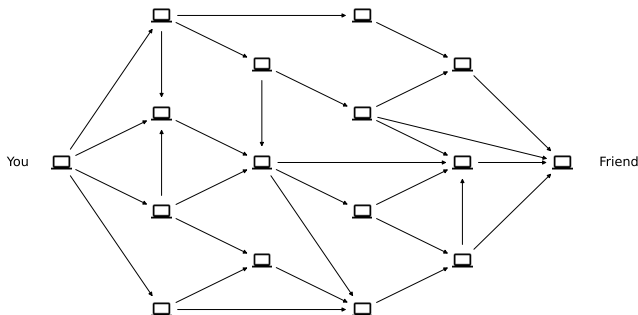
最短路問題

Definition

A shortest path problem is to find a directed path from a vertex s to a vertex t with the minimum total weight.

最大流問題

▶ ネットワーク内での最大の流れを求める問題

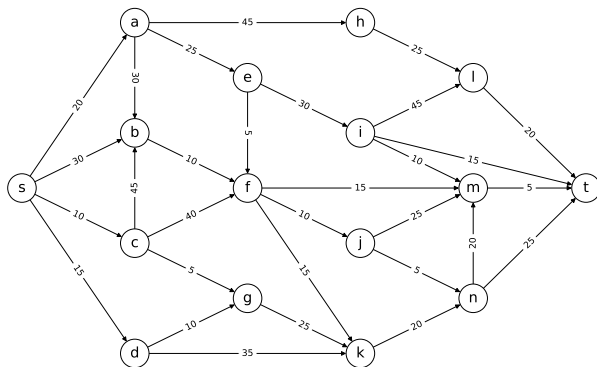


最大流問題

容量制約 輸送量が各辺の容量以下である

流量保存条件 各頂点での流入量と流出量が等しい

目的 始点から終点までの最大の流れを求める



生産計画問題 (2): 演習

- ▶ ある企業が A、B 二つの製品を生産している。
- ▶ 生産には三つの資源が使われるとする。

Table: 製品 A、B の生産に必要な資源の使用量、利益と資源の利用可能量

製品	資源 1	資源 2	資源 3	利益
A	1	1	2	3
B	2	1	1	2
利用可能量	10	6	10	

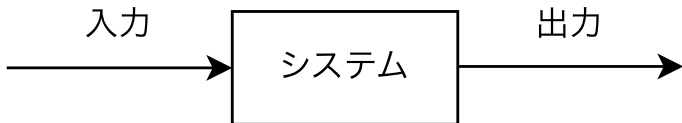
目次

- 1 システム工学とは
- 2 システムモデル
- 3 システムの最適化
- 4 シミュレーション**
- 5 データ分析
- 6 まとめ

シミュレーション

シミュレーションの定義⁶

- ▶ 物理的あるいは抽象的なシステムをモデルで表現し、そのモデルを使って実験を行うこと
- ▶ 実際に模型を作って行う物理的シミュレーションと、数学的モデルをコンピュータ上で扱う論理的シミュレーションがある。



x 入力

y 出力

θ サンプルパス

f システムのシミュレーションモデル, $y = f(x, \theta)$

⁶大辞林

Why Simulate?

- ▶ 現実のシステムの相互接続性、変動性、複雑性
- ▶ シミュレーション vs 実システムでの実験
 - ▶ コスト
 - ▶ 時間
 - ▶ 実験条件の制御
 - ▶ 実システムが存在しない
- ▶ シミュレーション vs 他の手法 (数理計画法など)
 - ▶ 変動性のモデリング
 - ▶ 専門知識をあまり必要としない
 - ▶ 説明が容易である

シミュレーションの種類

- ▶ 離散事象シミュレーション (Discrete-Event Simulation)
- ▶ モンテカルロシミュレーション (Monte Carlo Simulation)
- ▶ システムダイナミクス (System Dynamics)
- ▶ エージェントベースシミュレーション (Agent-Based Simulation)

離散事象シミュレーション

待ち行列理論⁷

- ▶ 客がサービス待ちの行列を作る場合について、その混雑の様子を数学的モデルによって解析する理論。

離散事象シミュレーション⁸

- ▶ 待ち行列型モデルの混雑現象を分析・評価するためのシミュレーションのこと。
- ▶ システムの状態変化を起こす出来事は事象と呼ばれ、離散事象システムを対象とするので離散事象 (型) シミュレーションとも呼ばれる。
- ▶ システムへの要素 (顧客, 呼, ジョブ等) の到着のしかた, サービスのしかた, 要素の動き等でモデルが規定される。
- ▶ 到着やサービスの確率的な変動を乱数によって再現し, 混雑状況进行分析することが多い。

⁸大辞林

⁸OR 事典

離散事象シミュレーションの応用例

スーパーマーケットのレジ

客の到着 客が会計に来る

サービス 合計金額を計算し、支払いを受ける

客の退出 支払いを済ませて退出

サーバ数 レジの数

電話網

客の到着 呼の発生

サービス 通話

客の退出 通話終了

サーバ数 回線数

目次

- 1 システム工学とは
- 2 システムモデル
- 3 システムの最適化
- 4 シミュレーション
- 5 データ分析**
- 6 まとめ

データ分析

回帰分析 多変量の関係を解析する手法。

分類 データをクラスに分類する手法。

クラスタ分析 データをある基準に基づいて集団に分けて解析するもの。

California housing dataset

California Housing データセット⁹

- ▶ 1990 年の米国国勢調査から得られたカリフォルニア州の住宅価格
- ▶ 住宅価格（中央値）、所得（中央値）、築年数（中央値）、総部屋数、総寝室数、人口、総世帯数、緯度、経度

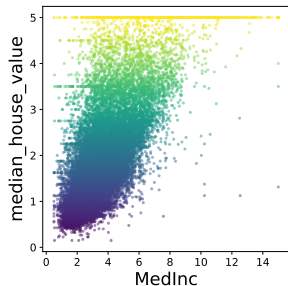


Figure: 横軸が所得、縦軸が住宅価格

⁹Pace, R. Kelley, and Ronald Barry. "Sparse spatial autoregressions." Statistics & Probability Letters 33.3 (1997): 291-297.

California housing dataset

線形単回帰モデル

- ▶ x : 所得 (説明変数)
- ▶ y : 住宅価格 (目的変数)
- ▶ $y = 0.42x + 0.45$

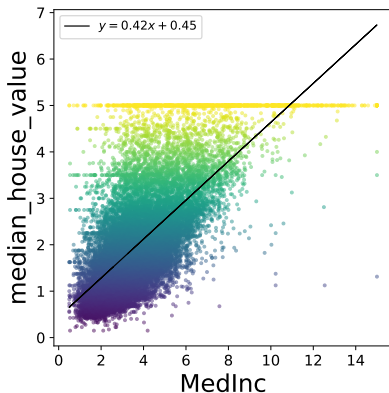


Figure: 横軸が所得、縦軸が住宅価格

California housing dataset

線形単回帰モデル

- ▶ データセット: $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$
- ▶ $\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$

$$\min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

線形回帰

線形重回帰モデル

- ▶ x_{ij} : 第 j 説明変数の i 番目のデータ
- ▶ $\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip}$

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

データセット

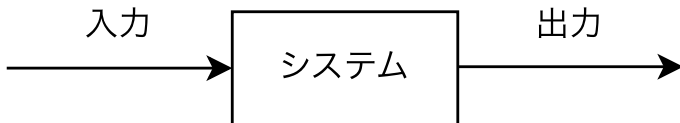
$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

目次

- 1 システム工学とは
- 2 システムモデル
- 3 システムの最適化
- 4 シミュレーション
- 5 データ分析
- 6 まとめ**

システム工学的手法

- ▶ システムモデル
- ▶ システムの最適化
- ▶ シミュレーション
- ▶ データ分析



システム工学とプログラミング

- ▶ 大規模なシステムの設計、開発、運用にはプログラミングが必要
- ▶ プログラミングを使ってシステムの最適化、シミュレーション、データ分析が行われる（反復計算）
- ▶ 自動化、可視化、効率化

システム工学とサプライチェーンマネジメント

サプライチェーンマネジメント (SCM):
企業の生産、在庫、物流、販売などのプロセスを最適化する手法

最適化 生産計画、在庫管理、輸送計画

シミュレーション 生産ライン、物流ネットワーク

データ分析 顧客の需要予測