

## **ВИРТУАЛЬНЫЙ ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ «МЕХАНИКА»**

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ИМИТАЦИОННЫХ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**



Официальные веб-ресурсы:  
[www.sunspire.ru](http://www.sunspire.ru) (русскоязычный)  
[www.virtlabs.tech](http://www.virtlabs.tech) (англоязычный)

## Содержание

Общее описание виртуального лабораторного практикума.....	3
Взаимодействие с элементами графического интерфейса.....	4
Лабораторная работа №1.Равноускоренное движение.....	9
Лабораторная работа №2.Движение с равномерным ускорением.....	12
Лабораторная работа №3.Законы соударения.....	15
Лабораторная работа №4.Свободное падение.....	19
Лабораторная работа №5.Пуск под углом.....	22
Лабораторная работа №6.Прецессия и нутация гироскопа.....	25
Лабораторная работа №7.Вращательное движение с равномерным ускорением.....	29
Лабораторная работа №8.Момент инерции горизонтального стержня.....	32
Лабораторная работа №9.Определение момента инерции различных тел.....	35
Лабораторная работа №10.Маятник Максвелла.....	38
Лабораторная работа №11.Закон Гука.....	42
Лабораторная работа №12.Рычаги первого и второго рода.....	45
Лабораторная работа №13.Параллелограмм сил.....	48
Лабораторная работа №14.Наклонная плоскость.....	52
Лабораторная работа №15.Статическое и динамическое трение.....	55
Лабораторная работа №16.Определение модуля Юнга.....	58
Лабораторная работа №17.Исследование скручивания на цилиндрических стержнях.....	62
Лабораторная работа №18.Вискозиметр с падающим шариком.....	66
Лабораторная работа №19.Поверхностное натяжение.....	70
Лабораторная работа №20.Закон Архимеда.....	73
Лабораторная работа №21.Гармоническое колебание подвесного маятника.....	76
Лабораторная работа №22.Эллиптическое колебание подвесного маятника.....	79
Лабораторная работа №23.Маятник с переменным g.....	81
Лабораторная работа №24.Оборотный маятник Катера.....	84
Лабораторная работа №25.Простые гармонические колебания.....	87
Лабораторная работа №26.Крутильный маятник Поля.....	90
Лабораторная работа №27.Вынужденные гармонические крутильные колебания.....	93
Лабораторная работа №28.Связанные колебания.....	96
Лабораторная работа №29.Механические волны.....	100
Лабораторная работа №30.Скорость звука в воздухе.....	104
Лабораторная работа №31.Исследование стоячих звуковых волн в трубке Кундта.....	107
Лабораторная работа №32.Распространение звука в стержнях.....	111

## **Общее описание виртуального лабораторного практикума**

Виртуальный лабораторный практикум «Механика» является учебно-методической разработкой, направленной на повышение эффективности процесса обучения студентов высших и средних учебных заведений по дисциплине «Общая физика». В состав практикума входят 32 имитационные лабораторные работы, охватывающие основные темы раздела «Механика»: поступательное движение, вращательное движение, силы, деформация твердых тел, механика жидкостей, механические колебания, акустика и звук.

Виртуальный лабораторный практикум представлен комплексом компьютерных программ, выполнение которых возможно в средах следующих операционных систем: Microsoft Windows, Linux, MacOS, Android, iOS, а также в среде веб-браузера с поддержкой технологии HTML5 и аппаратной поддержкой 3D графики (технология WebGL). Графическая составляющая программного обеспечения использует программный интерфейс и компонентную базу OpenGL 2.0. Графический интерфейс пользователя программы реализован на английском и русском языках. Версии программного комплекса для настольных компьютеров, работающие под управлением операционных систем Windows, Linux и MacOS, реализованы в двух вариантах: отдельными приложениями (по лабораторным работам) и единым приложением, оснащенным интерактивным меню выбора лабораторных работ, многоразовый запуск и выполнение которых осуществляется в течение одного сеанса работы программы. Мобильные и веб-версии программного комплекса поставляются только в дискретной форме по отдельным лабораторным работам.

Многоплатформенная поддержка позволяет использовать виртуальный лабораторный практикум на различных вычислительных устройствах, включая смартфоны, планшетные и настольные компьютеры, что, в свою очередь, повышает гибкость и мобильность образовательного процесса, соответствствуя современному уровню информатизации образования. Веб-версия дает возможность интеграции виртуального лабораторного практикума в системы дистанционного обучения.

Минимальные системные требования к вычислительному устройству:

- тактовая частота центрального процессора: 1,6 ГГц;
- объем оперативной памяти: 1 Гб;
- объем видеопамяти: 512 Мб;
- разрешение экрана: 1024×768 (для настольных компьютеров);
- поддержка OpenGL версии 2.0;
- стандартная клавиатура и компьютерная мышь с колесом прокрутки (для настольных компьютеров);
- средства воспроизведения звука (динамики, аудиоколонки или наушники).

При работе с веб-версиями виртуального лабораторного практикума рекомендуется использовать веб-браузер Microsoft Edge, входящий в состав операционной системы Windows 10.

Подробные ознакомительные материалы по всем виртуальным лабораторным работам, входящим в состав данного практикума, можно найти, посетив нижеследующие информационные интернет-ресурсы.

Русскоязычный веб-сайт «Виртуальные лаборатории и технические симуляторы»:  
<https://www.sunspire.ru/products/mechanics/>

Англоязычный веб-сайт «Virtual Laboratories & Technical Simulators»:  
<http://virtlabs.tech>

Сообщество в социальной сети «ВК»:  
<https://vk.com/sunspireartgroup>

Связаться с разработчиками можно по электронной почте:  
[scien.labs@gmail.com](mailto:scien.labs@gmail.com)

## Взаимодействие с элементами графического интерфейса

Интерфейс виртуальных лабораторных работ оснащен интерактивными элементами управления. После запуска исполняемого файла отдельной лабораторной работы сначала отображается начальный экран с кратким описанием опыта (рисунок 1).



Рисунок 1 – Начальный экран автономного приложения лабораторной работы

После запуска исполняемого файла виртуальной лаборатории (в случае работы с комплексной версией, объединяющей все лабораторные работы в единую оболочку), начальный экран приложения включает интерактивный прокручиваемый список лабораторных работ, расположенный в правой части экрана.

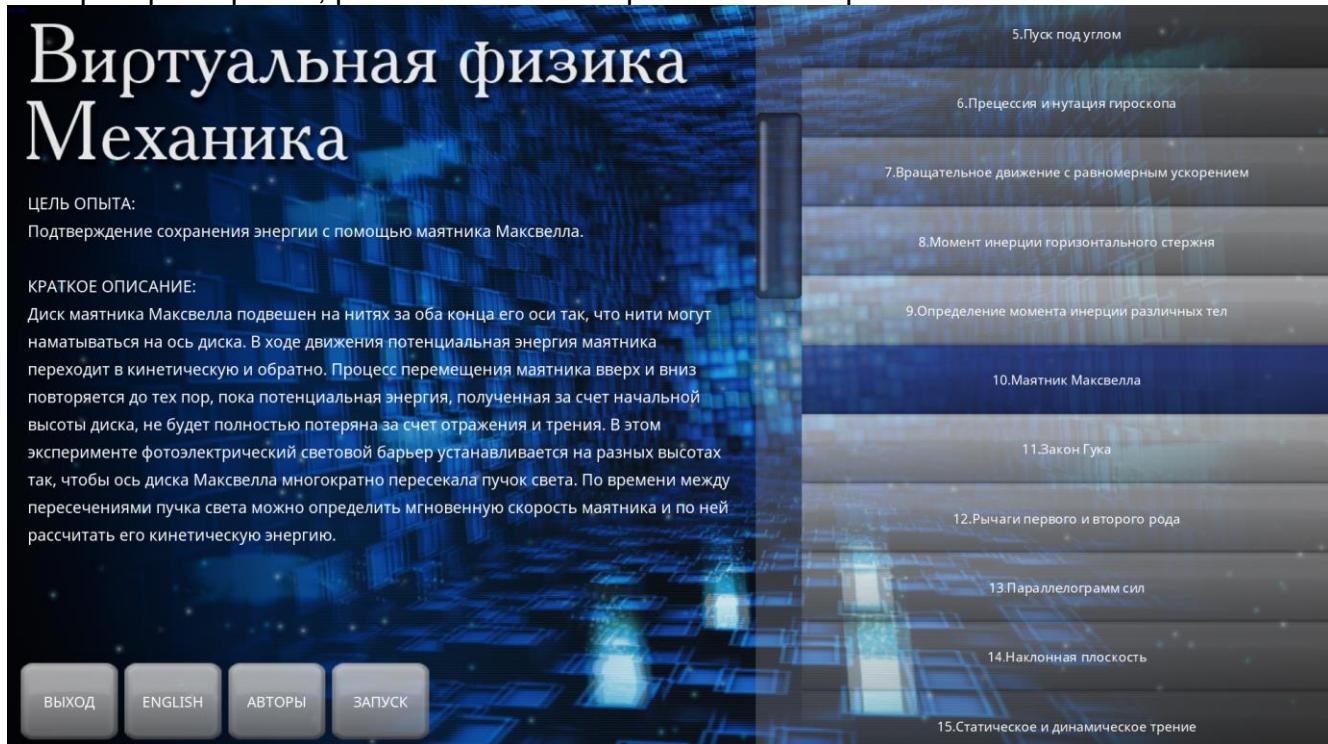


Рисунок 2 – Начальный экран комплексной версии виртуальной лаборатории

В левой нижней части начального экрана расположены функциональные кнопки (рисунок 3), состав которых может меняться в зависимости от версии приложения.

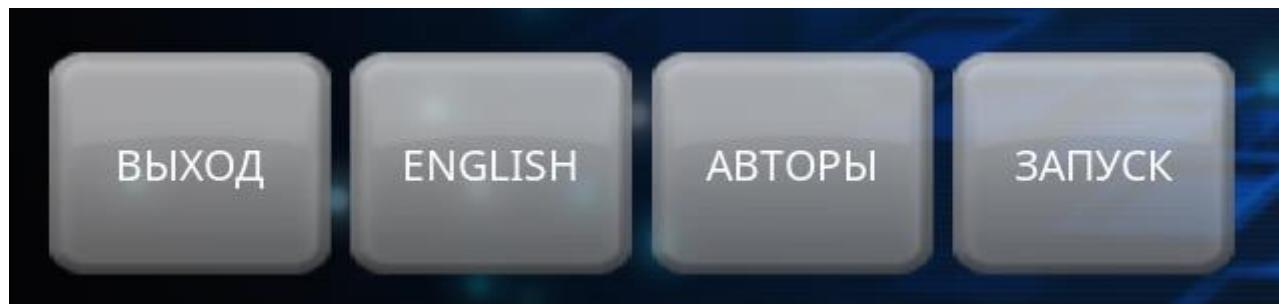


Рисунок 3 – Блок функциональных кнопок в левой нижней части начального экрана

В настольной и мобильной версиях приложения присутствует кнопка «Выход», при нажатии на которую, открывается контекстный диалог выхода из приложения (рисунок 4).

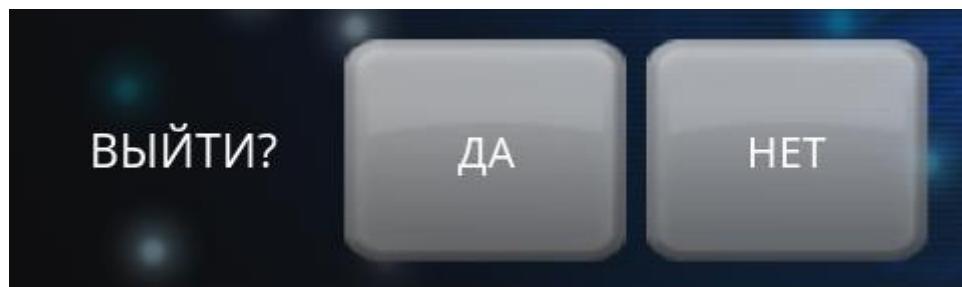


Рисунок 4 – Контекстный диалог выхода из приложения

Кнопка «English/Русский» позволяет переключать язык графического интерфейса пользователя между английским и русским. В настольной версии приложения настройки языка сохраняются. В мобильной и веб-версии сохранение настроек языка не осуществляется, при этом программа запускается в режиме английского языка.

Кнопка «Авторы» отображает экран с информацией о разработчиках приложения. Возврат к начальному экрану осуществляется кликом в любой области экрана «Авторы».

Кнопка «Запуск» присутствует во всех версиях приложения. В случае использования комплексной версии кнопка «Запуск» отображается при выборе лабораторной работы из интерактивного прокручиваемого списка. После нажатия на кнопку «Запуск» осуществляется загрузка компонентов лабораторной работы, при этом начальный экран будет скрыт и отобразится интерактивная 3D сцена виртуальной лабораторной работы (рисунок 5).

По краям экрана 3D сцены также расположены графические элементы управления. В случае, если устройство не оснащено мышью, в нижней части рабочего экрана расположены экранные джойстики, адаптированные для сенсорного управления виртуальной камерой. Левый джойстик осуществляет вращение камеры относительно точки ее фокусировки. Правый джойстик позволяет осуществлять планарное смещение камеры в вертикальной или горизонтальной плоскости (в зависимости от типа лабораторной работы). Дополнительные кнопки «Ближе»/«Дальше» приближают/отдаляют камеру относительно точки фокусировки. Точка фокусировки камеры на экране обозначена небольшим крестиком. При наличии в устройстве мыши (в случае настольного ПК) джойстики и блок дополнительных кнопок на экране не отображаются, при этом управление осуществляется с помощью компьютерной мыши.

При использовании компьютерной мыши планарное смещение камеры осуществляется перемещением мыши с нажатой левой кнопкой. Вращение камеры относительно точки фокусировки осуществляется перемещением мыши с нажатой правой кнопкой. Приближение/отдаление камеры осуществляется вращением колеса прокрутки в двух направлениях.

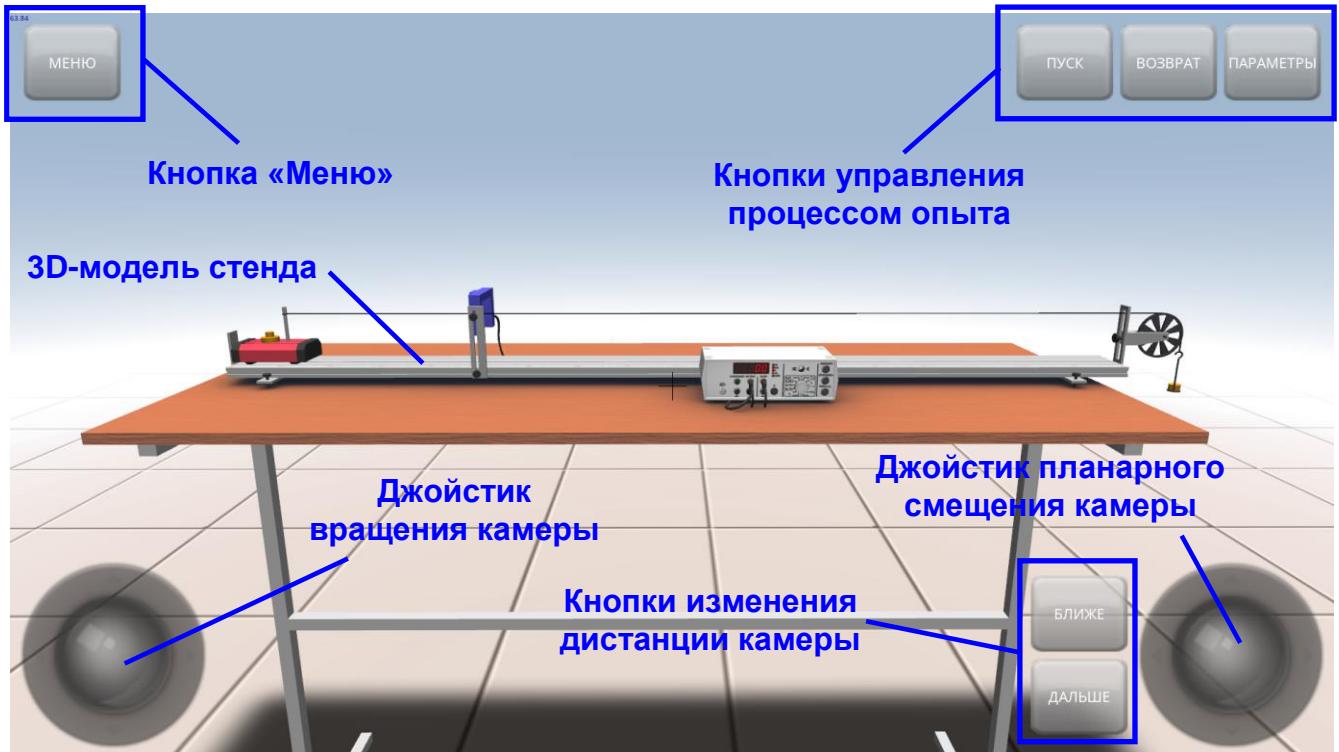


Рисунок 5 – Интерактивная 3D сцена виртуальной лабораторной работы

В верхней части экрана расположены функциональные кнопки. Левая кнопка-переключатель «Меню» позволяет открывать/закрывать выпадающее контекстное меню лабораторной работы (рисунок 6).



Рисунок 6 – Выпадающее контекстное меню лабораторной работы

Элемент меню «Инфо» предназначен для вывода на экран схемы лабораторной установки с обозначением основных параметров опыта (рисунок 7). Возврат к рабочему экрану 3D сцены при этом осуществляется кликом в любой области экрана.

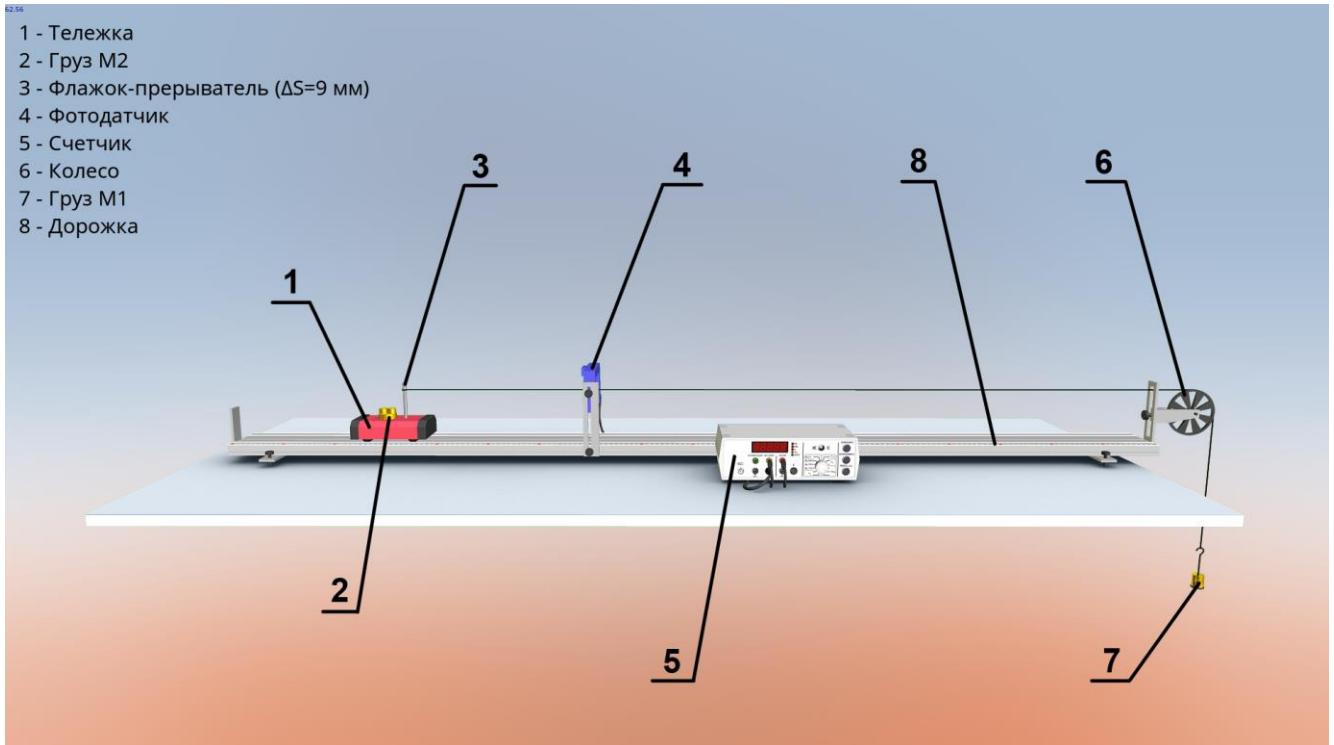


Рисунок 7 – Схема лабораторной установки и основные параметры опыта

При нажатии на кнопку «Выход» на экране будет отображен диалог выхода из 3D сцены лабораторной работы и возврата к начальному экрану приложения.

Функциональные кнопки, расположенные в правом верхнем углу экрана 3D сцены лабораторной работы (рисунок 8) необходимы для управления процессом выполнения лабораторного опыта. Кнопки «Пуск» и «Возврат» присутствуют на экране только в тех лабораторных работах, где имеет место быть некий протекающий во времени процесс. При этом кнопка «Пуск» осуществляет начало процесса, а кнопка «Возврат» возвращает лабораторную установку в исходное состояние. В лабораторных работах, где отклик осуществляется мгновенно, кнопки «Пуск» и «Возврат» отсутствуют.

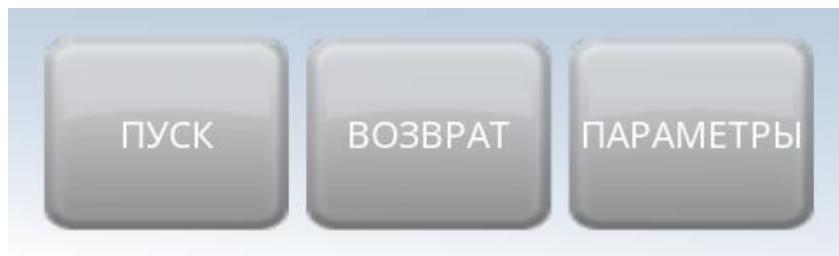


Рисунок 8 – Кнопки управления процессом выполнения лабораторного опыта

Кнопка-переключатель «Параметры» служит для отображения на экране контекстного меню индивидуальных параметров лабораторной работы. В каждой лабораторной работе свой определенный набор параметров, при этом все параметры делятся на два типа: дискретно-переключаемые и непрерывно-переключаемые.

При изменении дискретно-переключаемых параметров на экране всегда отображается диалоговое окно с кнопками-переключателями (рисунок 9).

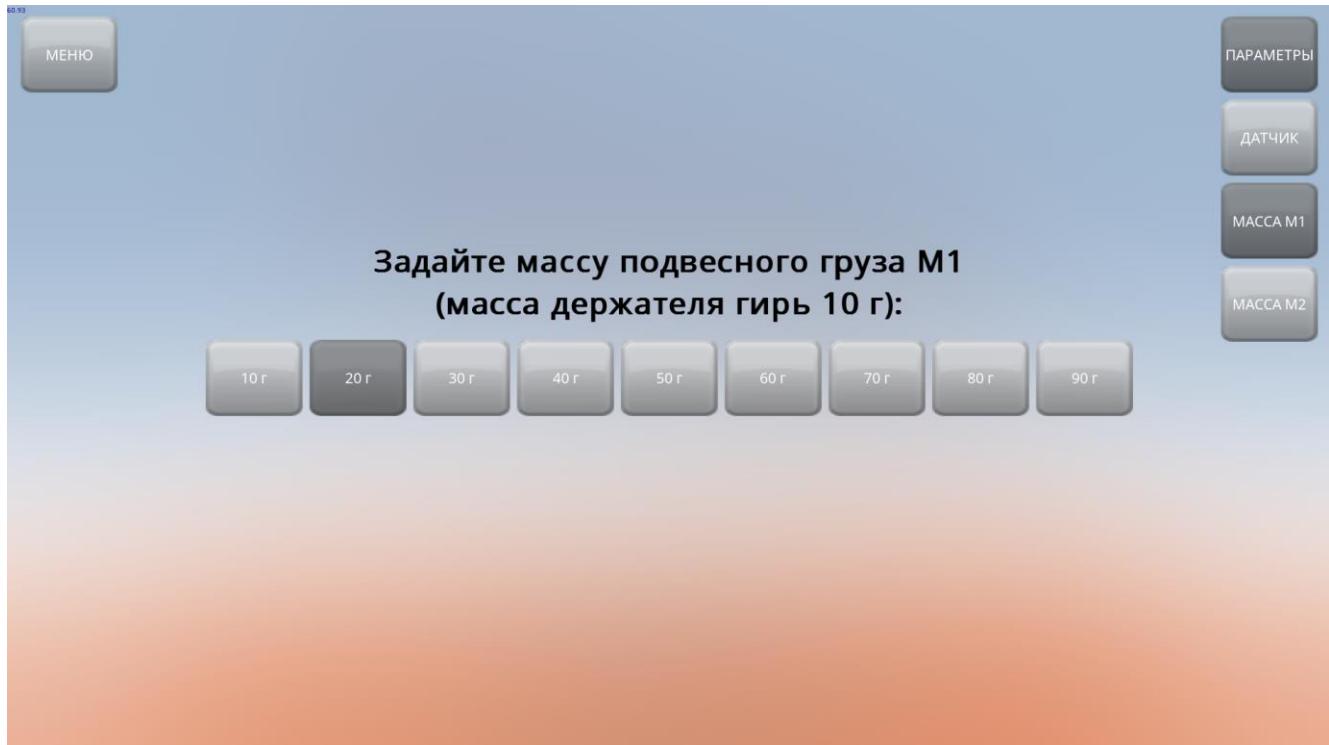


Рисунок 9 – Пример диалогового окна изменения дискретно-переключаемого параметра

В зависимости от типа параметра, кнопки изменения дискретно-переключаемого параметра могут работать как выключатели (все кнопки могут быть выключены) или переключатели (одна кнопка всегда нажата).

Непрерывно-переключаемые параметры изменяются без полноэкранного диалога. При этом на экране одновременно отображаются 3D сцена и кнопки переключения параметра «Минус» и «Плюс» (рисунок 10). Слева от кнопок отображается числовое значение изменяемого параметра.

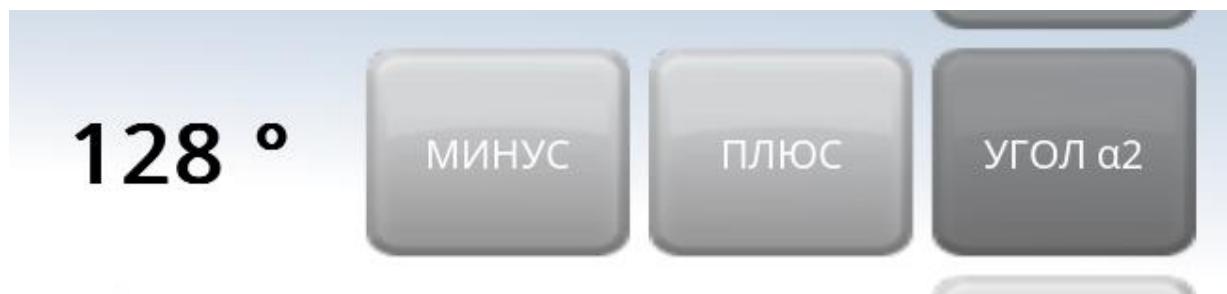


Рисунок 10 – Пример кнопок изменения непрерывно-переключаемого параметра

Ниже представлено теоретическое описание лабораторных работ и методики обработки экспериментальных данных.

# Лабораторная работа №1. Равноускоренное движение

## ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение зависимости мгновенной скорости подвижного тела различной массы от пройденного расстояния.

## КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

В случае равномерного ускорения мгновенная скорость увеличивается с увеличением пройденного расстояния. Постоянную пропорциональности между квадратом скорости и пройденным расстоянием можно использовать для расчета ускорения. Это явление исследуется при постановке данного опыта с использованием тележки и дорожки качения. Для измерения мгновенной скорости флагок известной ширины, прикрепленный к тележке, прерывает луч света фотоэлектрического датчика. Время, в течение которого луч прерван, измеряется с помощью цифрового счетчика.

## СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

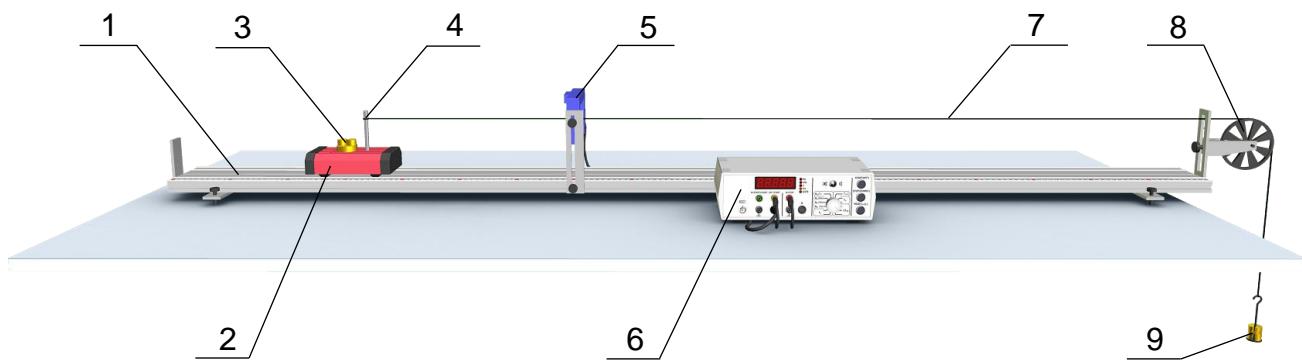


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Дорожка качения с сантиметровой линейкой	длина 180 см
2	Тележка	масса 400 г
3	Набор грузов $M_2$	3 шт. $\times$ 200 г, 1 шт. $\times$ 400 г
4	Флажок-прерыватель	ширина ( $\Delta s$ ) 9 мм
5	Рамка с фотоэлементами	
6	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
7	Бечевка	
8	Ролик	
9	Набор грузов $M_1$ (с прорезью)	9 шт. $\times$ 10 г

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В случае равномерного ускорения  $a$  скорость  $v$  и пройденное расстояние  $s$  увеличиваются со временем  $t$ . Таким образом, скорость возрастает по мере возрастания расстояния.

Мгновенная скорость после истечения периода времени  $t$  выражается следующим образом:

$$v(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \quad (1)$$

Пройденное расстояние определяется выражением

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

Мгновенная скорость определяется следующим выражением:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (3)$$

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

До начала опыта тележка находится в крайнем левом положении на дорожке качения. Масса тележки изменяется путем установки на нее груза с обозначением  $M_2$ . Тележка приводится в движение при опускании груза  $M_1$ , который связан с тележкой при помощи бечевки, пропущенной через канавку вращающегося ролика в правой части дорожки качения. Для измерения мгновенной скорости движущейся тележки к дорожке качения крепится фотоэлектрический датчик на расстоянии  $s$  от начала дорожки. Чтобы измерить мгновенную скорость в этом опыте, флагок-прерыватель известной ширины  $\Delta s$  крепится к тележке и прерывает луч света фотоэлектрического датчика, когда тележка проезжает мимо него. Время  $\Delta t$ , в течение которого луч оказывается прерван, измеряется с помощью цифрового счетчика. В ходе проведения опыта устанавливаются различные массы грузов  $M_1$  и  $M_2$ , изменяется положение фотоэлектрического датчика и снимаются показания с цифрового счетчика.

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

По полученным экспериментальным данным строится зависимость квадрата мгновенной скорости  $v^2$  от расстояния  $s$ . При построении графика зависимости квадратов мгновенной скорости каждого прохода тележки, рассчитанного по времени, в течение которого луч оказывается прерван, от пройденного расстояния, ожидается, что будет получено линейное соотношение в случае равномерного ускорения. Наклон прямой, проходящей через точку начала координат, равен удвоенному ускорению тележки. На рисунке 2 приведены графики  $v^2 = f(s)$  для различных значений масс грузов  $M_1$  и  $M_2$ .

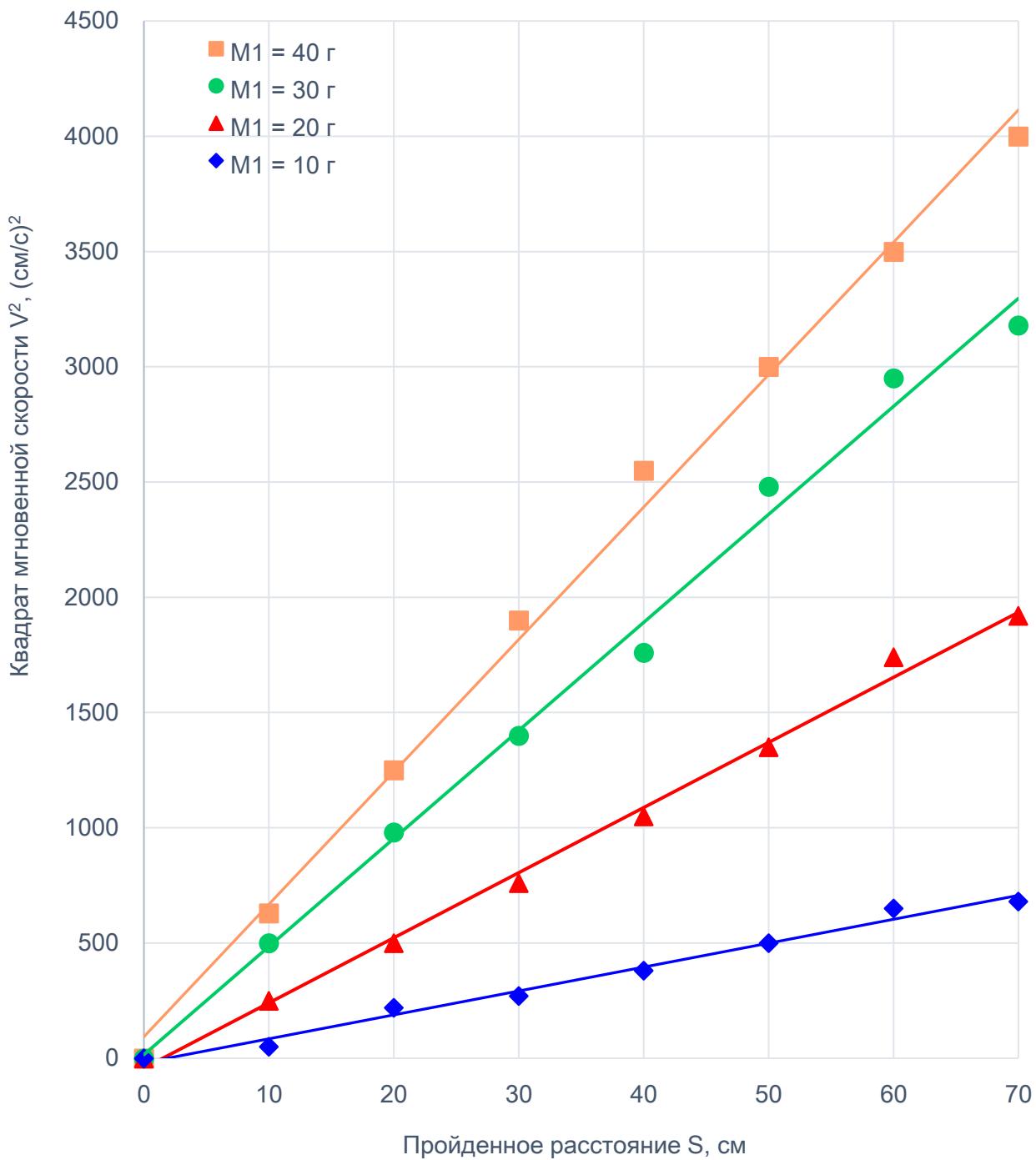


Рисунок 2 – Зависимость квадрата мгновенной скорости тележки от пройденного расстояния для различных значений массы  $M_1$  при  $M_2 = 1000$  г

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как изменяются скорость и расстояние во времени при равномерном ускорении подвижного тела?
2. Как определяется мгновенная скорость подвижного тела в данном опыте?
3. Как определяется величина ускорения подвижного тела в данном опыте?
4. Каким образом масса подвижного тела влияет на его мгновенную скорость?
5. В чем заключается принцип работы фотоэлектрического датчика?

## Лабораторная работа №2. Движение с равномерным ускорением

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Запись показаний и оценка полученных результатов при движении с равномерным ускорением на дорожке качения. Запись зависимости пройденного расстояния от времени. Определение зависимостей скорости и ускорения от времени в каждой заданной точке. Определение среднего ускорения по полученным данным и сравнение его с частным от деления силы на массу.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Если имеет место равноускоренное движение, скорость в каждый момент времени линейно пропорциональна времени, а зависимость пройденного расстояния от времени – квадратичная. Эти соотношения должны быть получены в ходе опыта с помощью дорожки качения и колеса со спицами, которое используется в качестве шкива, а также рамки с фотоэлементами.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

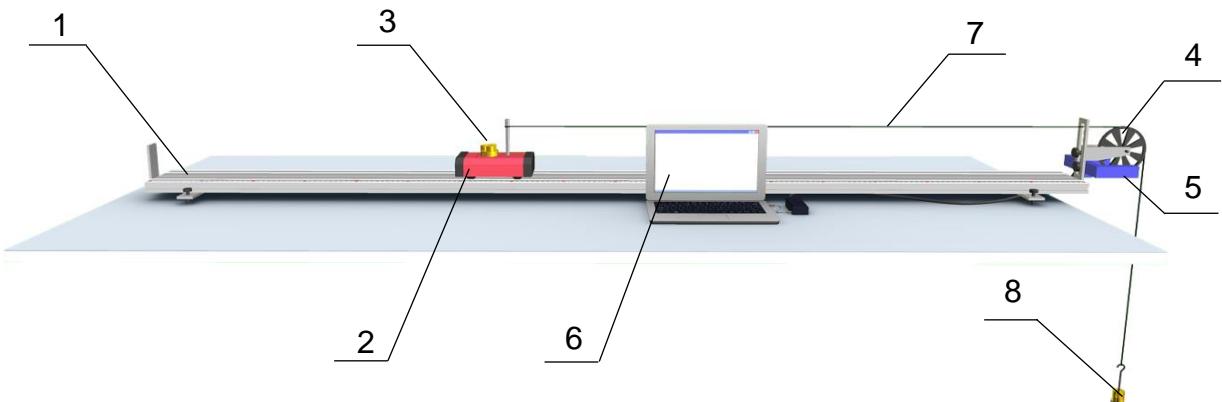


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Дорожка качения с сантиметровой линейкой	длина 180 см
2	Тележка	масса 400 г
3	Набор грузов $M_2$	3 шт. $\times$ 200 г, 1 шт. $\times$ 400 г
4	Ролик	радиус 45 мм, $\Delta=20$ мм
5	Рамка с фотоэлементами	
6	Ноутбук	
7	Бечевка	
8	Набор грузов $M_1$ (с прорезью)	9 шт. $\times$ 10 г

### ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Скорость  $v$  и ускорение  $a$  в любой заданный момент времени определяются как дифференциалы первого и второго порядка от расстояния  $s$ , пройденного за время  $t$ . Это определение можно проверить экспериментально, используя дифференциалы частного вместо фактических дифференциалов на графике, когда расстояние измеряется через малые интервалы, где точки смещения  $s$  согласуются с моментами

измерения времени  $t_n$ . Это создает основу для экспериментального исследования, например, равноускоренного движения.

В случае постоянного ускорения  $a$ , мгновенная скорость  $v$  увеличивается пропорционально времени  $t$ , при этом предполагается, что изначально центр тяжести находился в состоянии покоя:

$$v = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \quad (1)$$

Пройденное расстояние  $s$  увеличивается пропорционально квадрату времени:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

Постоянное ускорение появляется в результате действия постоянной ускоряющей силы  $F$ , если масса ускоряемого тела  $m$  остается неизменной:

$$a = F/m \quad (3)$$

Эти соотношения исследуются при постановке данного опыта с использованием тележки на дорожке качения.

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Тележка ускоряется равномерно, потому что ее тянет нить, на которую действует постоянная сила, созданная грузом известной массы, прикрепленным к другому концу нити (рисунок 2).

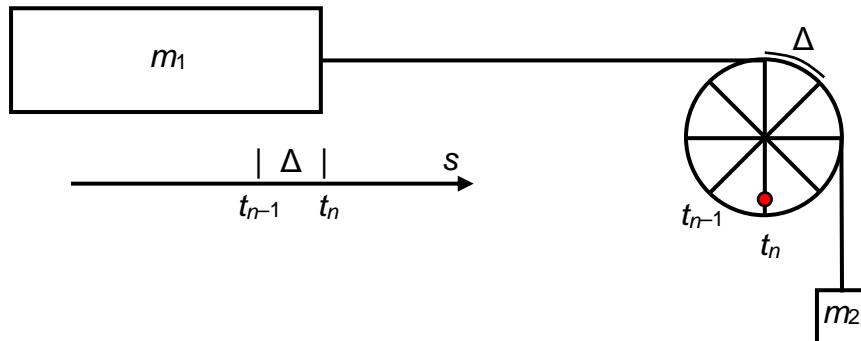


Рисунок 2 – Схема принципа измерения

В качестве шкива для нити используется колесо со спицами, и при движении спицы периодически пересекают луч света в рамке с фотоэлементами, прерывая его. Подключено измерительное устройство, которое измеряет время  $t_n$  каждый раз, когда спицы колеса прерывают луч, и отправляет данные измерения на компьютер для оценки. Программное обеспечение для анализа рассчитывает расстояние, пройденное в моменты времени  $t_n$ , а также соответствующие значения времени и ускорения в этот момент времени.

$$s_n = n \cdot \Delta \quad (4)$$

$$v_n = \frac{\Delta}{t_{n+1} - t_{n-1}} \quad (5)$$

$$a_n = \frac{\frac{\Delta}{t_{n+1} - t_n} - \frac{\Delta}{t_n - t_{n-1}}}{\frac{t_{n+1} - t_{n-1}}{2}} \quad (6)$$

где  $\Delta$  – расстояние между спицами, равное 20 мм.

Измерения проводятся при различных значениях ускоряющей силы  $F$  и ускоряемой массы  $m$ .

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Программное обеспечение отображает значения  $s$ ,  $v$  и  $a$  в зависимости от времени  $t$ . Применимость выражений (1) и (2) проверяется путем сопоставления результатов с различными выражениями, использующими ускорение  $a$  в качестве параметра.

Если  $m_1$  – масса груза, подвешенного на нити, а  $m_2$  – масса тележки, и поскольку  $m_1$  также испытывает ускорение, то значения, которые следует использовать в выражении (3), составляют:

$$F = m_1 \cdot g \quad \text{и} \quad m = m_1 + m_2 \quad (7)$$

Отсюда получаем:

$$a = (m_1/m) \cdot g \quad (8)$$

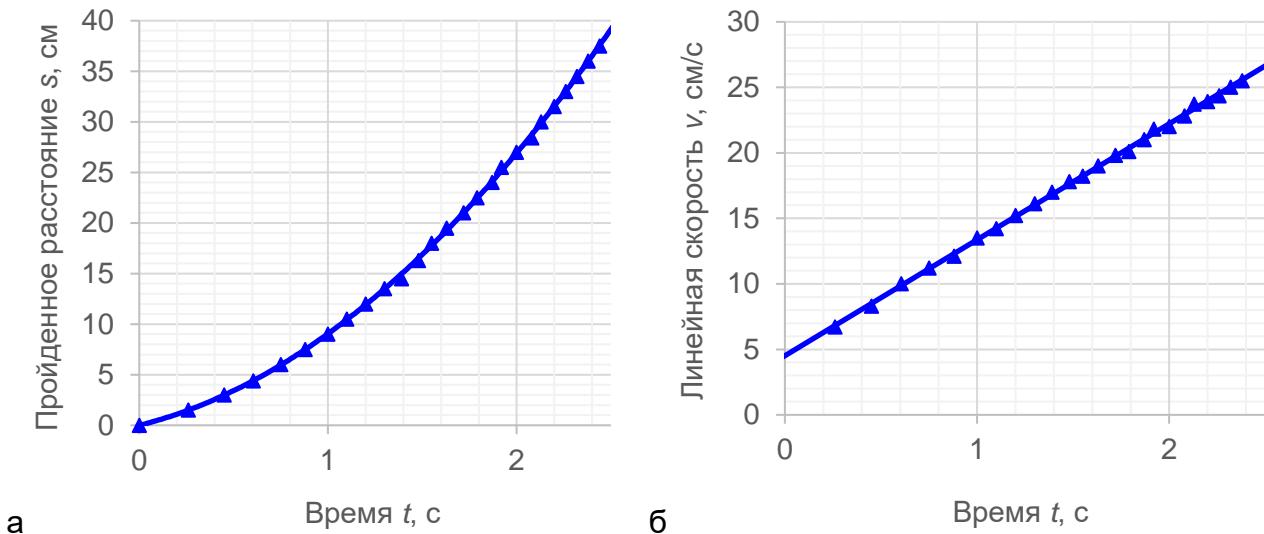


Рисунок 3 – Зависимости: приобретенного расстояния от времени (а); линейной скорости от времени (б)

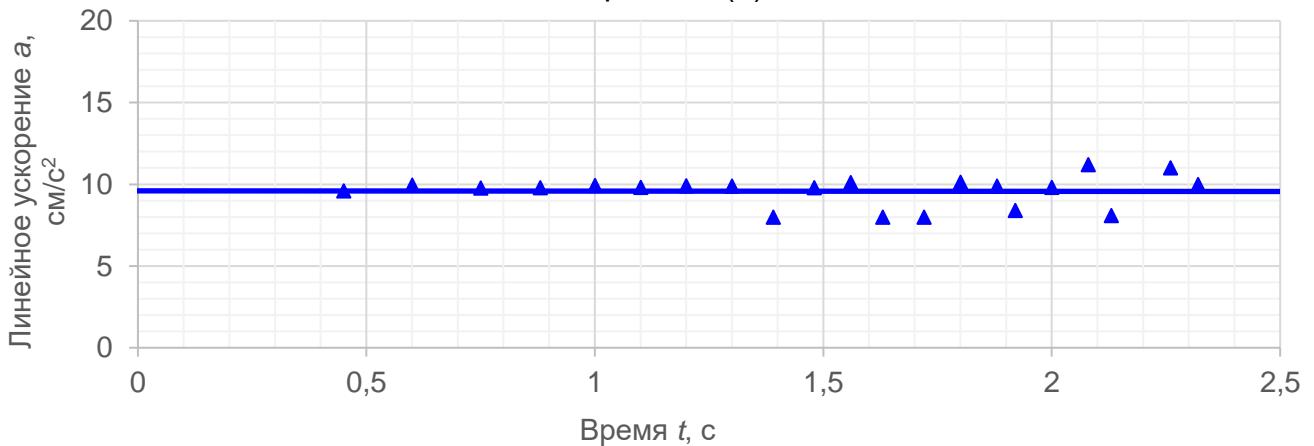


Рисунок 4 – Зависимость ускорения от времени

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите порядок выполнения лабораторной работы.
2. Каким образом поступательное движение тележки связано с вращательным движением шкива?
3. Каков характер зависимости приобретенного расстояния тележки от времени?
4. Каков характер зависимости линейной скорости тележки от времени?
5. Каков характер зависимости линейного ускорения тележки от времени?

## Лабораторная работа №3. Законы соударения

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Исследование упругих и неупругих соударений двух скользящих тел на воздушной дорожке. Исследование сохранения импульса при упругих и неупругих соударениях и наблюдение отдельных импульсов упругих соударений. Исследование распределения энергии при упругих и неупругих соударениях.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Одним из важных выводов из третьего закона Ньютона является сохранение импульса при соударении двух тел. Одним из способов проверки этого является исследование соударения двух скользящих тел на воздушной дорожке. Когда вся кинетическая энергия сохраняется, мы говорим об упругих соударениях. В случаях, когда кинетическая энергия сохраняется только для общего центра тяжести двух тел, мы используем термин неупругие соударения. В этом опыте отдельные скорости скользящих тел определяются по времени пересечения фотоэлектрических световых барьеров, а значения импульсов вычисляются исходя из этих скоростей.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

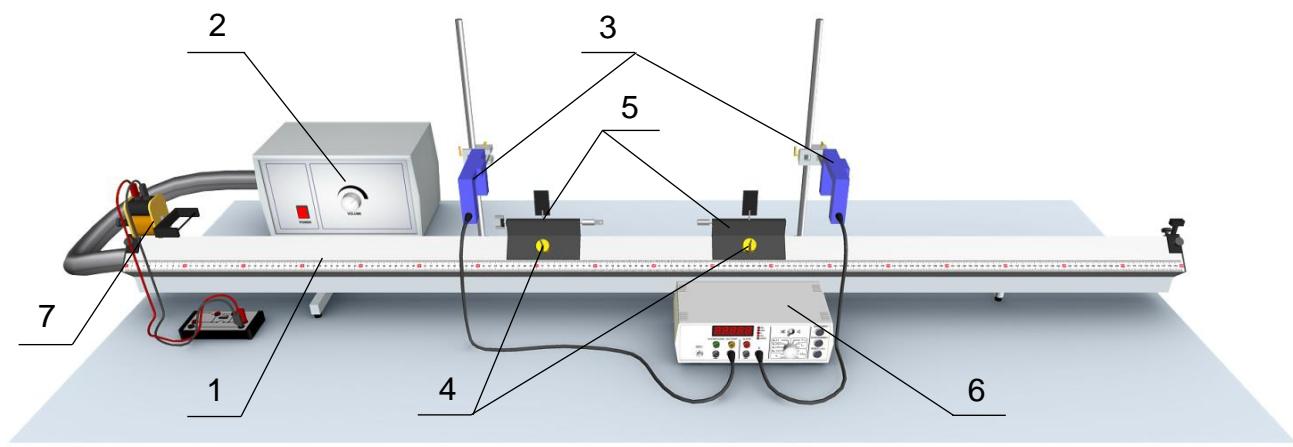


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Воздушная дорожка	длина 180 см
2	Генератор воздушного потока	
3	Рамка с фотоэлементами	2 шт.
4	Набор грузов (с прорезью)	10 шт. × 20 г
5	Испытуемое тело	2 шт. × 200 г, ширина флагка 25 мм
6	Цифровой счетчик	1 единица = 10 мс
7	Пусковой механизм	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В системе координат общего центра тяжести полный импульс двух тел массой  $m_1$  и  $m_2$  равен нулю до и после соударения.

$$\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 = \tilde{p}'_1 + \tilde{p}'_2 = 0 \quad (1)$$

где  $\tilde{p}_1$ ,  $\tilde{p}_2$  – отдельные импульсы перед соударением;  $\tilde{p}'_1$ ,  $\tilde{p}'_2$  – отдельные импульсы после соударения.

Кинетическая энергия двух скользящих тел в общей системе координат определяется выражением

$$\tilde{E} = \frac{\tilde{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\tilde{p}_2^2}{2m_2} \quad (2)$$

В зависимости от характера соударения кинетическая энергия может быть частично или даже полностью преобразована в другие виды энергии. Когда вся кинетическая энергия сохраняется в системе координат общего центра тяжести, мы говорим об упругих соударениях. При неупругом соударении вся энергия преобразуется в другую форму.

При использовании собственно дорожки в качестве системы координат сохранение импульса описывается следующим уравнением:

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 = p = \text{const} \quad (3)$$

где  $p_1$ ,  $p_2$  – отдельные импульсы перед соударением;  $p'_1$ ,  $p'_2$  – отдельные импульсы после соударения.

В результате сохранения импульса скорость центра тяжести

$$v_c = \frac{p}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

и его кинетическая энергия

$$E_c = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot v_c^2 \quad (5)$$

также сохраняются. Это справедливо как для упругих, так и для неупругих соударений. В этом опыте второе скользящее тело перед соударением находится в состоянии покоя. Следовательно, сохранение импульса (уравнение 3) определяется выражением

$$p = m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2 \quad (6)$$

Здесь скорости  $v'_1$  и  $v'_2$  имеют разные значения после упругого соударения и одинаковые после неупругого соударения.

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

При упругом соударении плоский буфер на первом скользящем теле ударяется об натянутую на второе скользящее тело резинку. В случае неупругого соударения длинный заостренный шип вдавливается в пластилин. Массы скользящих тел можно изменять добавлением грузов.

В случае упругого соударения справедливы следующие соотношения:

$$p'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot p, \quad p'_2 = \frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot p \quad (7)$$

и

$$E = \frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 = \frac{m_1}{2} \cdot v'^2_1 + \frac{m_2}{2} \cdot v'^2_2 \quad (8)$$

В случае неупругого соударения сохраняется только кинетическая энергия центра тяжести. Ее можно рассчитать с помощью уравнений (4), (5) и (6)

$$E_c = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot E \quad (9)$$

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Интервалы времени  $\Delta t$ , регистрируемые цифровым счетчиком, следует сравнить с экспериментальными процедурами. Для определения скорости скользящих тел применимо следующее выражение

$$v = \frac{25 \text{ мм}}{\Delta t} \quad (10)$$

В случае отсутствия весов массу скользящего тела можно принять равной 204 г. Общая масса всех грузов равна 200 г.

Для точной оценки распределения скоростей и импульса следует также принимать во внимание потери на трение. Полученные значения импульса достигают приблизительно 5%, а значения энергии – 10% (рисунки 1–5).

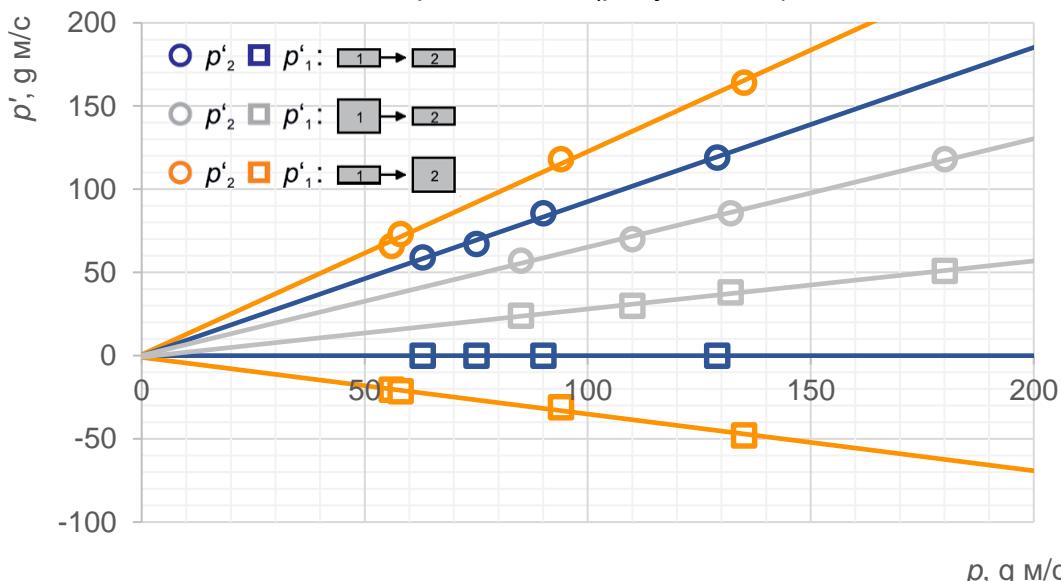


Рисунок 1 – Отдельные импульсы соударяющихся тел после неупругого соударения как функция начального импульса

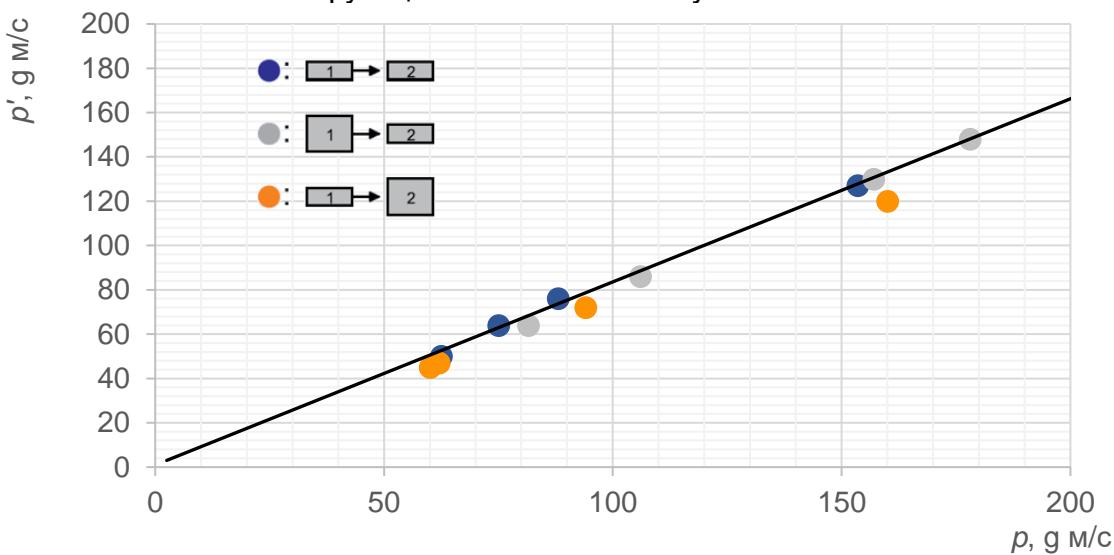


Рисунок 2 – Полный импульс соударяющихся тел после упругого соударения как функция начального импульса

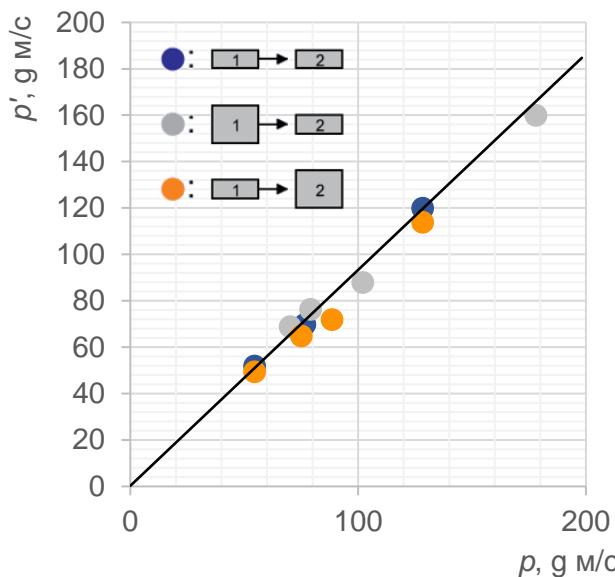


Рисунок 3 – Полный импульс соударяющихся тел после неупругого соударения как функция начального импульса

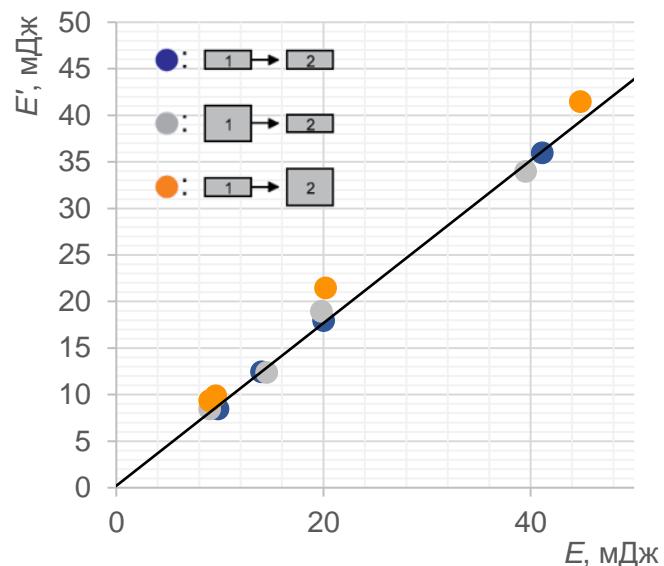


Рисунок 4 – Полная энергия соударяющихся тел после упругого соударения как функция начальной энергии

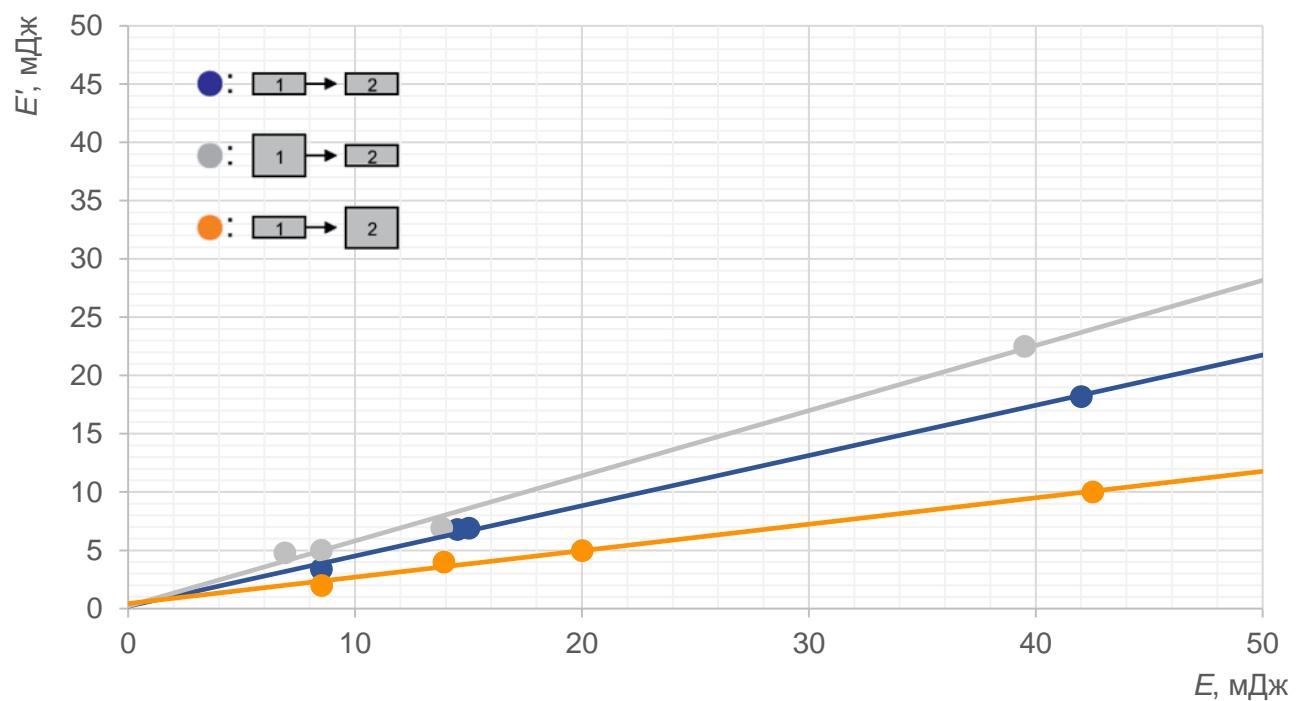


Рисунок 5 – Полная энергия соударяющихся тел после неупругого соударения как функция начальной энергии

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. В чем отличие упругих и неупругих соударений двух тел?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса.
4. С помощью чего реализуются упругие и неупругие столкновения двух тел в данном опыте?
5. Каким способом минимизируется трение в исследуемой системе?

## Лабораторная работа №4. Свободное падение

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение времени, за которое шарик пролетает в свободном падении расстояние между спусковым механизмом и кружком внизу. Построение точек графика зависимости пройденного расстояния от времени для случая равноускоренного движения. Проверка того, что пройденное при падении расстояние пропорционально квадрату времени. Расчет ускорения свободного падения  $g$ .

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

При свободном падении пройденное расстояние  $h$  пропорционально квадрату времени  $t$ , за которое тело пролетает это расстояние. Коэффициент этой пропорциональности можно использовать для расчета ускорения свободного падения  $g$ .

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

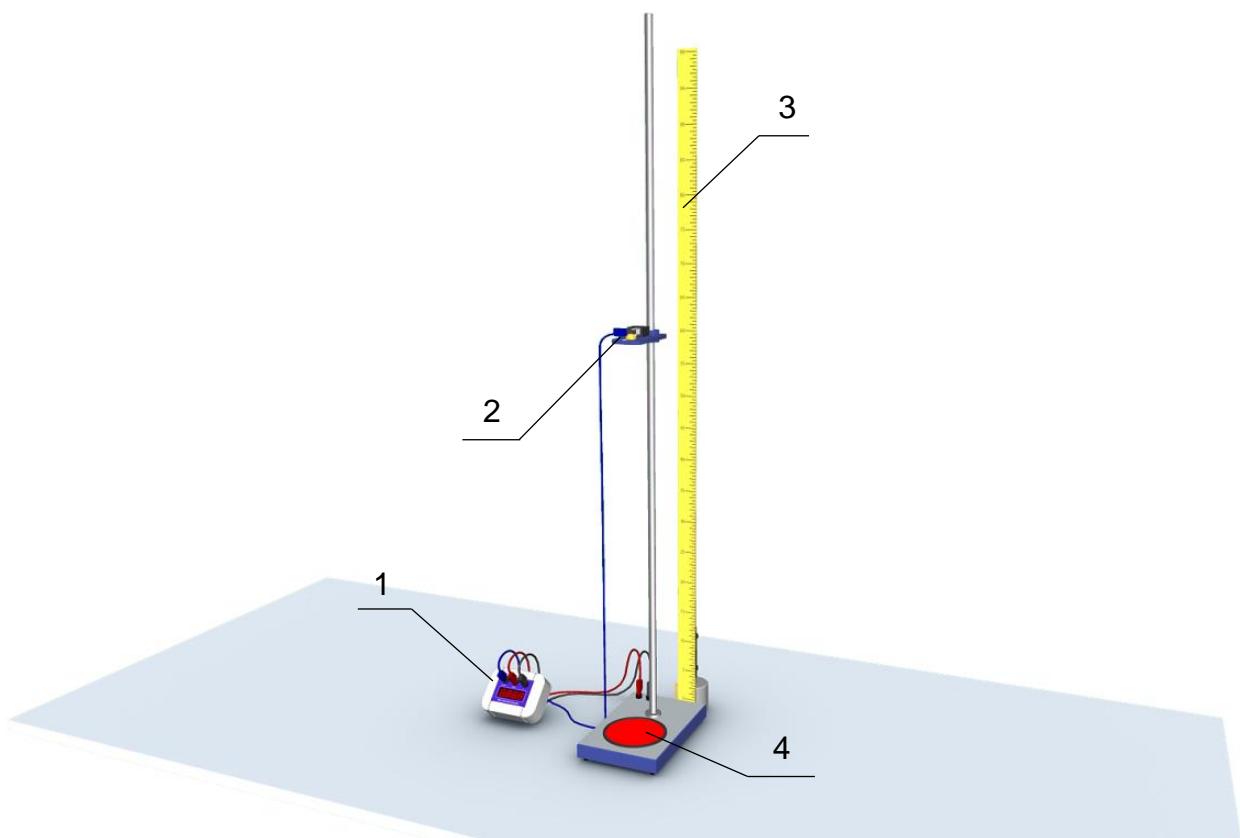


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Микросекундный счетчик	измерения в миллисекундах
2	Пусковое устройство	
3	Линейка	длина 1 м
4	Кружок-мишень	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Если тело падает на землю под действием гравитационного поля Земли с высоты  $h$ , оно испытывает постоянное ускорение  $g$ , и пока скорость падения мала, трением можно пренебречь. Такое движение называется свободным падением.

В этом опыте стальной шарик подвешивается на спусковом механизме. Как только он отпускается в свободное падение, запускается электронный таймер. После того как он проходит в падении расстояние  $h$ , шарик ударяется о кружок внизу, который останавливает измерение времени в момент времени  $t$ .

Поскольку шарик до этого был неподвижен, он начинает падение в момент времени  $t_0 = 0$ , и его начальная скорость равна нулю, т.е.  $v_0 = 0$ . Поэтому расстояние, которое он проходит за время  $t$ , выражается следующим образом

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (1)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте измеряется время  $t$ , за которое шарик пролетает в свободном падении расстояние  $h$  между спусковым механизмом и кружком внизу. По полученным данным необходимо построить точки графика зависимости пройденного расстояния от времени для случая равноускоренного движения, осуществить проверку того, что пройденное при падении расстояние пропорционально квадрату времени, рассчитать значение ускорения свободного падения  $g$ .

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Свободное падение шарика можно оценить двумя способами:

1) время падения изменяется в соотношении 2:1, если высота падения изменяется в соотношении 4:1. Это подтверждает то, что высота пропорциональна квадрату времени.

2) результаты измерений для различных высот падения следует нанести на график зависимости пройденного расстояния от времени. Высота  $h$  не линейно пропорциональна времени  $t$ , в чем можно убедиться, попытавшись аппроксимировать кривую прямой линией, а затем – параболой. Чтобы получить прямую линию, нужно построить зависимость высоты от квадрата времени. Полученная таким образом прямолинейная зависимость подтверждает уравнение (1). Наклон такой линии соответствует ускорению свободного падения.

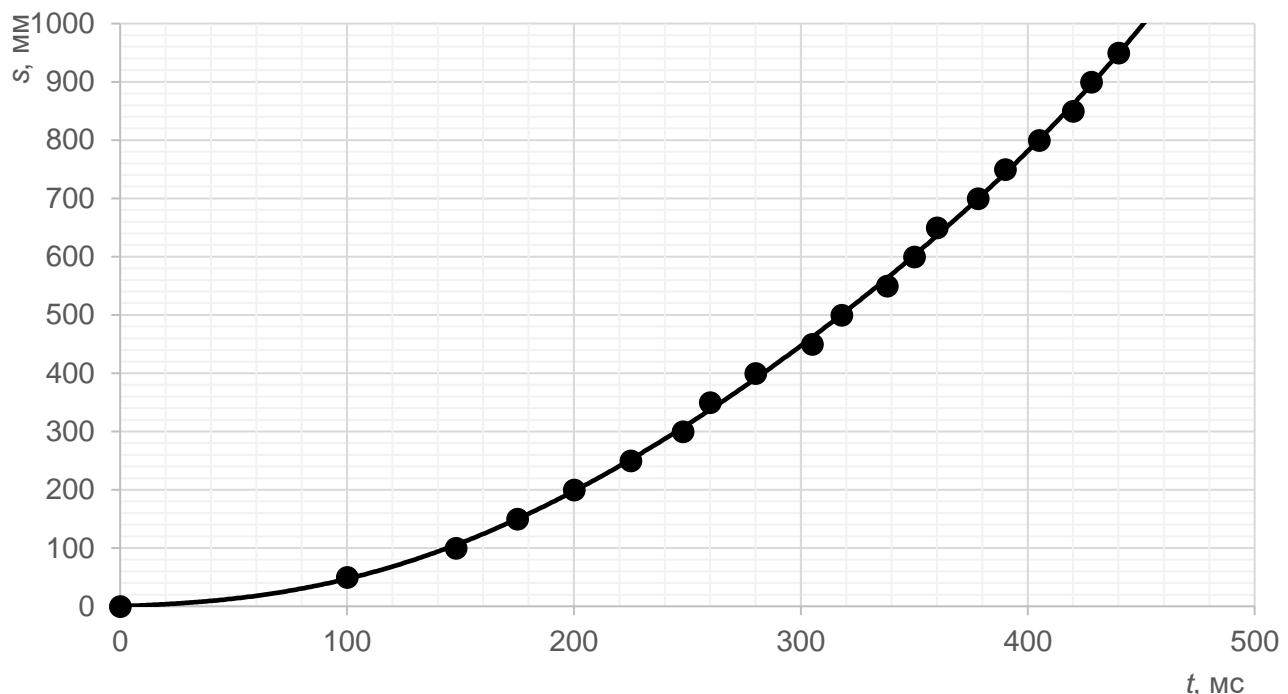


Рисунок 1 – График зависимости пройденного расстояния от времени при свободном падении

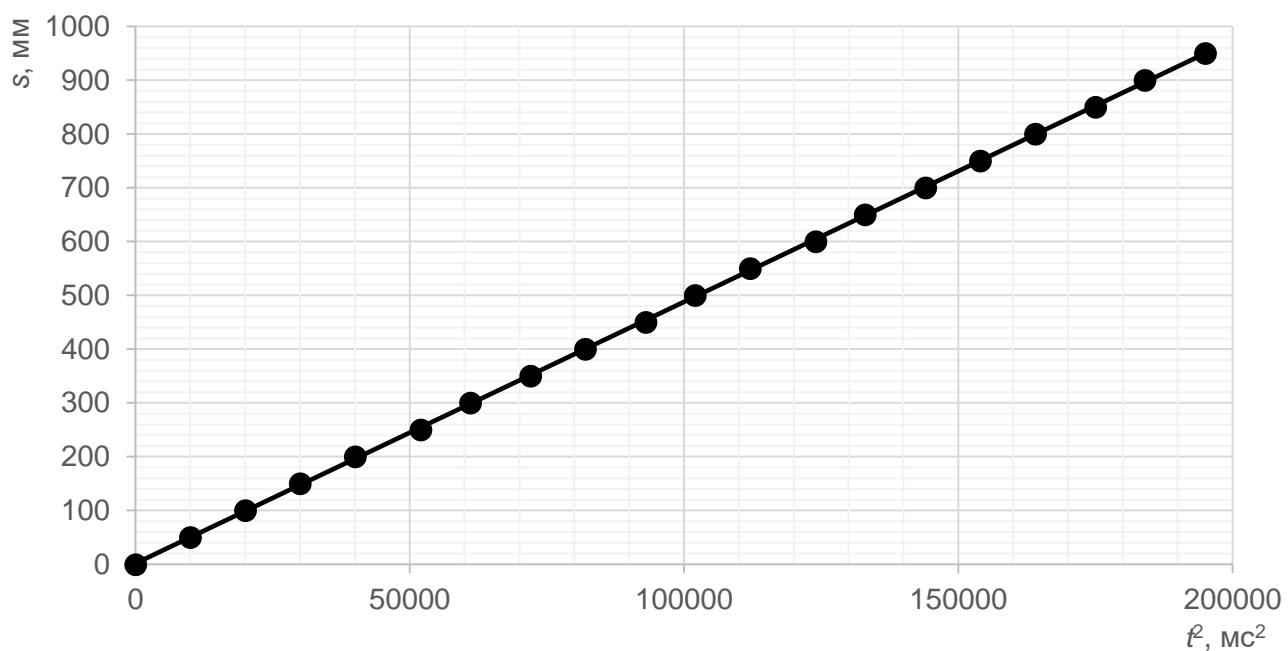


Рисунок 2 – График зависимости высоты от квадрата времени

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите порядок выполнения лабораторной работы.
2. Какое движение называют свободным падением?
3. Как определяется расстояние, которое преодолевает тело при свободном падении?
4. Каков характер зависимости пройденного расстояния тела от времени при свободном падении?
5. Каков характер зависимости пройденного расстояния тела от квадрата времени при свободном падении?

## Лабораторная работа №5. Пуск под углом

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение ширины траектории в зависимости от угла, под которым брошен шарик, и его начальной скорости. Расчет начальной скорости по максимальной ширине траектории. Поточечное построение «параболической» траектории в зависимости от угла, под которым брошен шарик, и его начальной скорости. Проверка принципа суперпозиции.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Движение шарика, который брошен вверх под углом к горизонтальной поверхности в поле тяготения Земли, происходит по параболической траектории, чья высота и ширина зависят от угла, под которым брошен шарик, и его начальной скорости. Кривая измеряется точкой с помощью шкалы высот с двумя маркерами.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

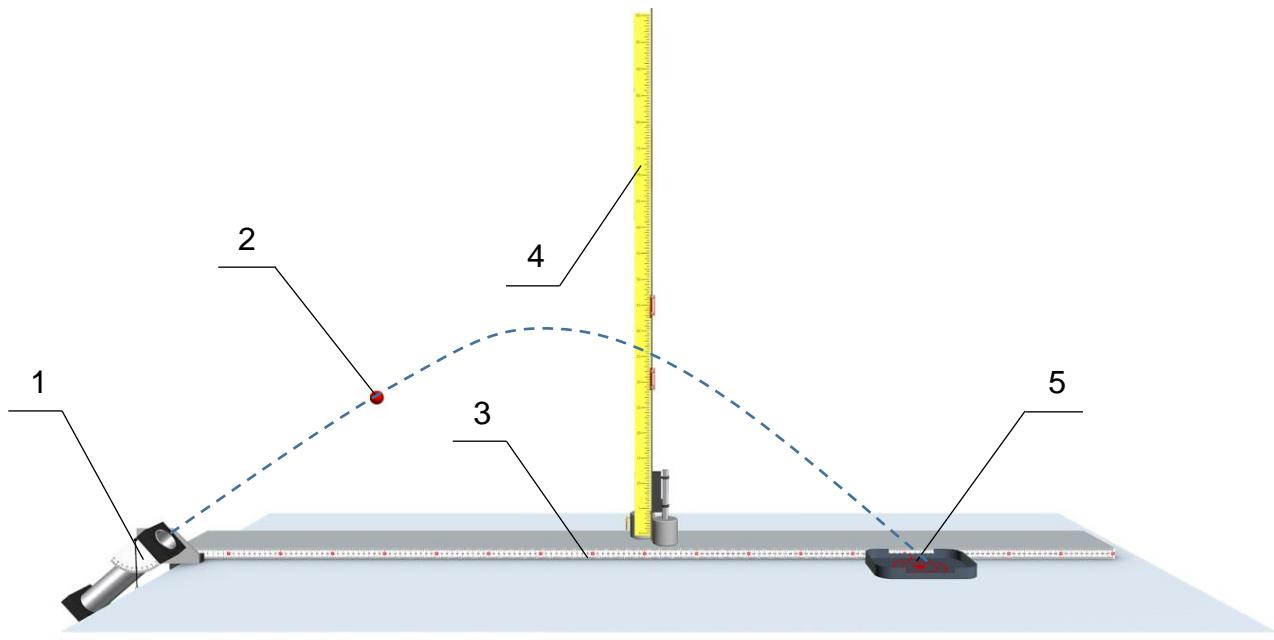


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Пусковой механизм	
2	Шарик	масса 7 г
3	Горизонтальная линейка	длина 180 см
4	Вертикальная линейка	длина 100 см
5	Мишень	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В соответствии с принципом суперпозиции, движение шарика, брошенного вверх под углом к горизонтальной плоскости в поле тяготения Земли, представляет собой сочетание движения с постоянной скоростью в направлении броска и падения под действием силы тяжести. В результате этого получается параболическая кривая полета, чья высота и ширина зависят от угла  $\alpha$ , под которым брошен шарик, и его начальной скорости  $v_0$ .

Для расчета теоретической кривой полета для простоты примем центр сферического шарика за точку начала системы координат и пренебрежем сопротивлением трения шарика о воздух. Тогда шарик сохраняет свою начальную скорость в горизонтальном направлении,

$$v_x(0) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \quad (1)$$

и, следовательно, в момент времени  $t$  расстояние, которое шарик пролетит по горизонтали, составляет

$$x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \quad (2)$$

В вертикальном направлении под действием поля тяготения шарик испытывает ускорение свободного падения  $g$ . Поэтому в момент времени  $t$  его вертикальная скорость равна

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t \quad (3)$$

а пройденное по вертикали расстояние составляет

$$y(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (4)$$

Кривая полета шарика имеет форму параболы, поскольку она подчиняется уравнению

$$y(x) = \tan(\alpha) \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos(\alpha))^2} \cdot x^2 \quad (5)$$

В момент времени  $t_1$ , определяемый выражением

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \quad (6)$$

шарик достигает наивысшей точки параболы, а в момент времени  $t_2$ , определяемый выражением

$$t_2 = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \quad (7)$$

он вновь оказывается на начальной высоте 0. Таким образом, высота параболы составляет

$$h = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2(\alpha) \quad (8)$$

а ее ширина равна

$$s = x(t_2) = 2 \cdot \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \quad (9)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте с помощью шкалы высот с двумя маркерами поточечно измеряются кривые полета шарика в зависимости от угла бросания и начальной скорости. Горизонтальное расстояние измеряется с помощью сантиметровой линейки.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Максимальная ширина всех кривых полета,  $s_{\max}$ , достигается при угле бросания  $\alpha$ , равном  $45^\circ$ . По этой максимальной ширине можно рассчитать начальную скорость. С помощью уравнения 9 получаем

$$v_0 = \sqrt{g \cdot s_{\max}} \quad (10)$$

Точный анализ экспериментальных данных показывает, что необходимо учесть сопротивление трения при движении шарика в воздухе и что кривые полета фактически несколько отклоняются от строгой параболы.

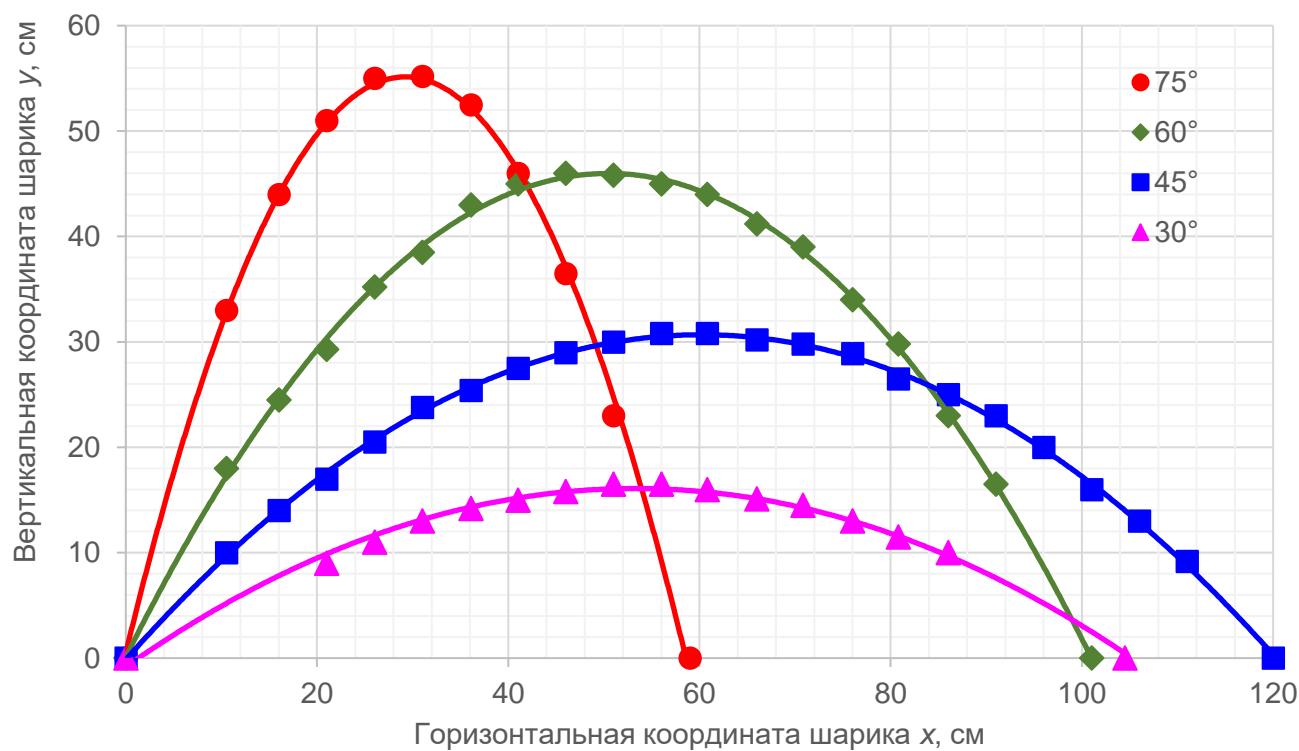


Рисунок 2 – Кривые полета при наименьшей начальной скорости и различных углах бросания

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. От чего зависят высота и ширина параболической траектории при баллистическом движении тела?
3. Как ускорение свободного падения учитывается при описании движения тела, брошенного под углом к горизонту?
4. При каких условиях параболическая траектория тела имеет максимальную ширину?
5. При каких условиях параболическая траектория тела имеет максимальную высоту?

## Лабораторная работа №6. Прецессия и нутация гироскопа

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Экспериментальное исследование прецессии и нутации гироскопа и определение момента инерции. Проверка пропорциональной зависимости частоты вращения вращающегося диска от периода прецессии гироскопа и определение момента инерции графоаналитическим методом. Проверка пропорциональной зависимости частоты вращения вращающегося диска от частоты нутации графоаналитическим методом.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Вращающийся вокруг своей оси диск, помимо своего вращательного движения, совершает движения, которые называют прецессией и нутацией, зависящие от того, действует ли внешняя сила и, следовательно, дополнительный крутящий момент, на его ось, а также от того, отклоняется ли из положения равновесия ось вращения диска, находившаяся до этого в положении равновесия. Период прецессии обратно пропорционален периоду вращения, а период нутации прямо пропорционален периоду вращения. Зависимость периода прецессии от периода вращения позволяет определить момент инерции вращающегося диска.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

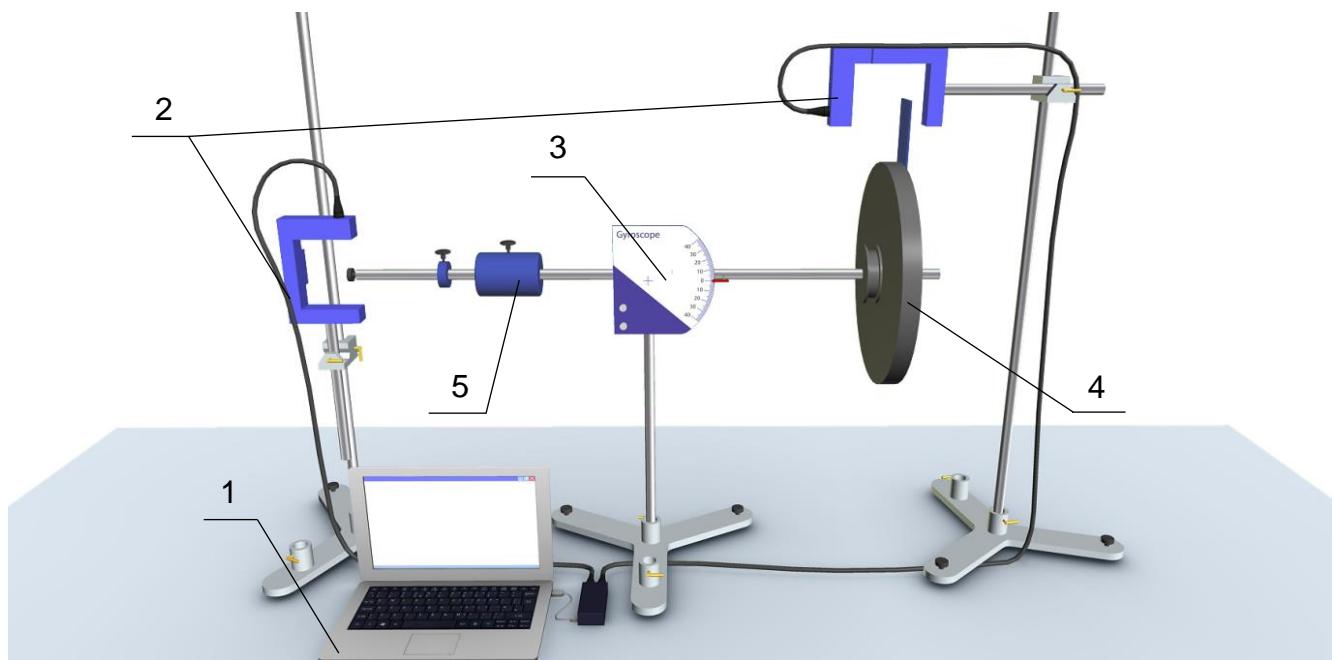


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Ноутбук	
2	Рамка с фотоэлементами	2 шт.
3	Транспортир	шкала $-40\ldots40^\circ$
4	Диск	радиус 125 мм, толщина 20 мм, масса 1,5 кг
5	Уравновешивающий груз	
6	Расстояние от точки опоры оси вращения до точки, на которую воздействует дополнительная масса	0,208 м

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Волчок – это твердое тело, которое вращается вокруг оси, закрепленной в некоторой точке. Если на ось действует внешняя сила, ее крутящий момент вызывает изменение момента количества движения. Тогда волчок начинает двигаться в направлении, перпендикулярном оси и силе, действующей на него. Такое движение называется прецессией. Если толкнуть волчок, тем самым сместив ось его вращения, он начнет совершать качающееся движение. Такое движение называется нутацией. В общем случае эти два вида движения накладываются друг на друга.

В данном опыте используется гироскоп, а не волчок. Его большой вращающийся диск вращается с малым трением вокруг оси, которая закреплена в определенной точке опоры. Противовес отрегулирован таким образом, что точка опоры совпадает с центром тяжести. Если гироскоп находится в состоянии равновесия и диск раскручен, момент  $L$  будет постоянным:

$$L = I \cdot \omega_R \quad (1)$$

где  $I$  – момент инерции диска,  $\omega_R$  – угловая скорость диска.

Момент инерции вращающегося диска гироскопа определяется выражением:

$$I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \quad (2)$$

где  $M$  – масса диска,  $R$  – радиус диска.

Если на ось вращения поместить дополнительный вес, добавив массу  $m$ , этот дополнительный вес создает крутящий момент  $\tau$ , который изменяет момент количества движения:

$$\tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt} \quad (3)$$

где  $r$  – расстояние от точки опоры оси вращения до точки, на которую воздействует дополнительная масса.

Тогда ось вращения начинает двигаться так, как показано на рисунке 2, под углом:

$$d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L} \quad (4)$$

Помимо этого начинается ее прецессия. Угловую скорость этой прецессии можно рассчитать следующим образом:

$$\omega_P = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R} \quad (5)$$

где  $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ :

$$\frac{1}{T_R} = f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot T_P \quad (6)$$

Если диск раскручен без какого-либо дополнительного крутящего момента и ось вращения слегка отклоняют в одну сторону, начинается нутация гироскопа. В этом случае угловая скорость нутации прямо пропорциональна угловой скорости вращения:

$$\omega_N = C \cdot \omega_R \quad \text{и} \quad T_R = C \cdot T_N \quad (7)$$

где  $C$  – постоянная.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Этот опыт подразумевает запись вращательного движения, прецессии и нутации с помощью рамки с фотоэлементами, посредством которой характер изменения импульсов со временем регистрируется и выводится на индикацию на дисплей компьютера.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Периоды вращения, прецессии и нутации определяются на основании изменения импульсов в зависимости от времени. Согласно выражению (6), период прецессии обратно пропорционален периоду вращения, а из выражения (7) следует, что период нутации прямо пропорционален периоду вращения. Следовательно, на соответствующих графиках измеренные значения будут располагаться вдоль прямой линии, проходящей через начало координат. По наклону линии, проведенной через эти точки  $f_R(T_P)$ , можно определить момент инерции вращающегося диска гироскопа опытным путем, а затем сравнить полученный результат с теоретическим расчетом с помощью выражения (2).

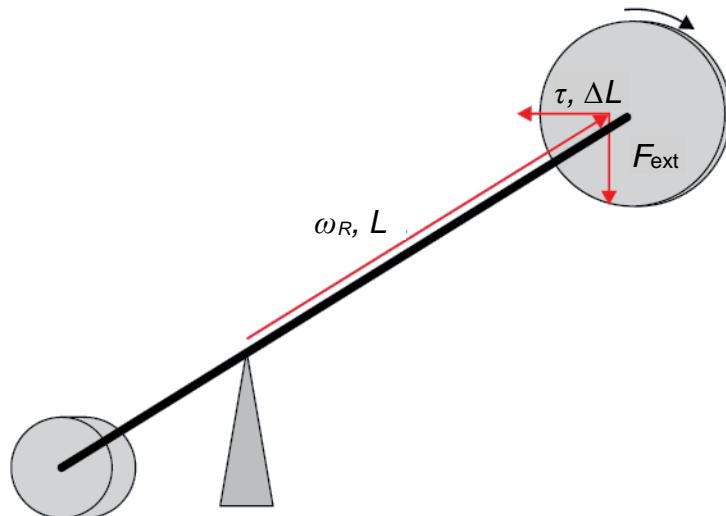


Рисунок 2 – Схема гироскопа, иллюстрирующая явление прецессии

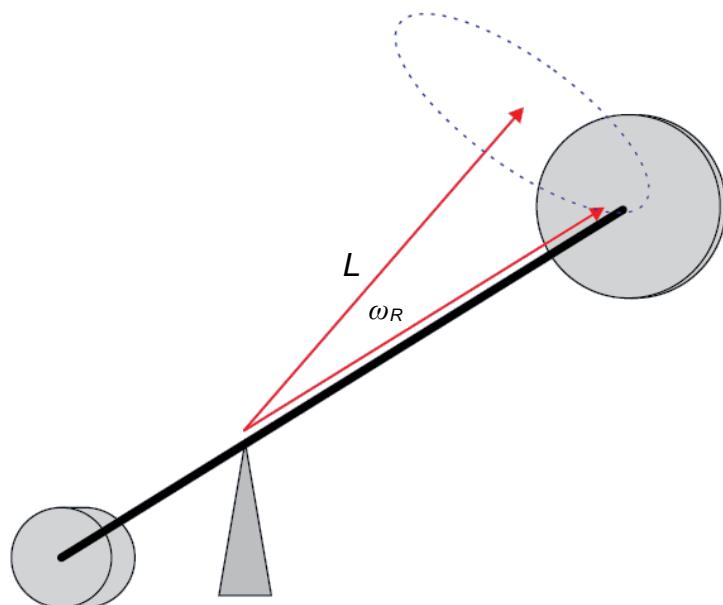


Рисунок 3 – Схема гироскопа, иллюстрирующая явление нутации

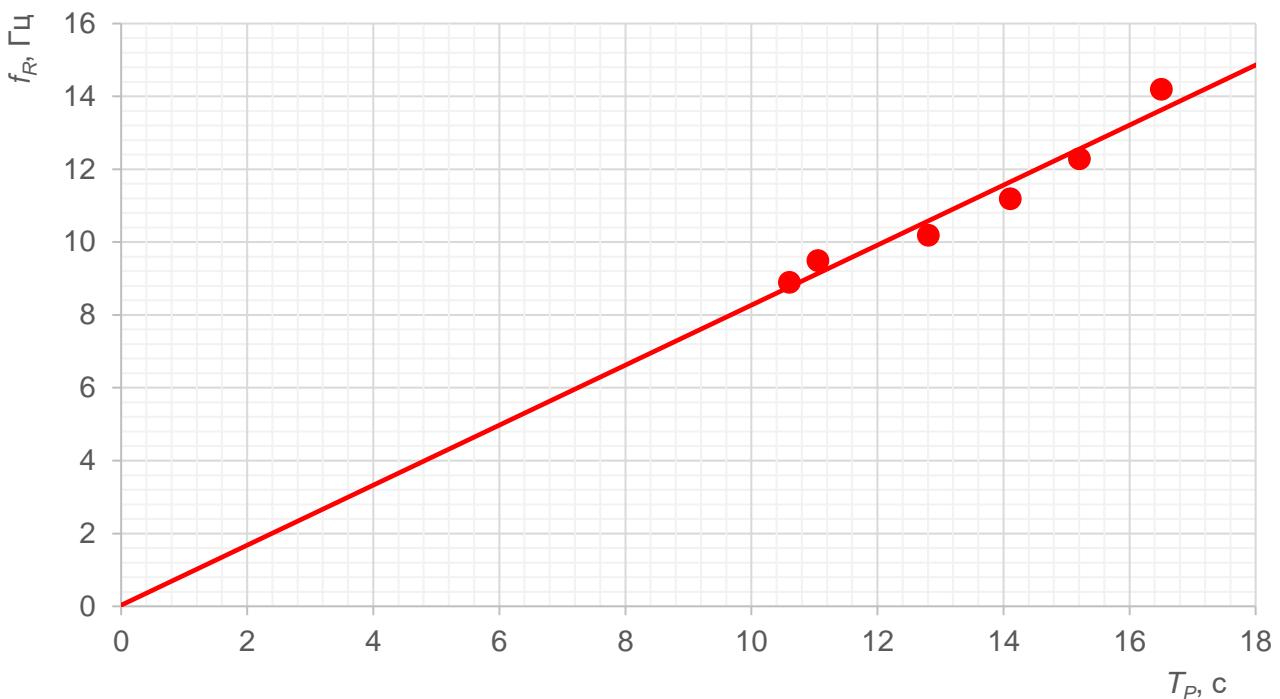


Рисунок 4 – Зависимость частоты вращения  $f_R$  вращающегося диска от периода прецессии  $T_P$

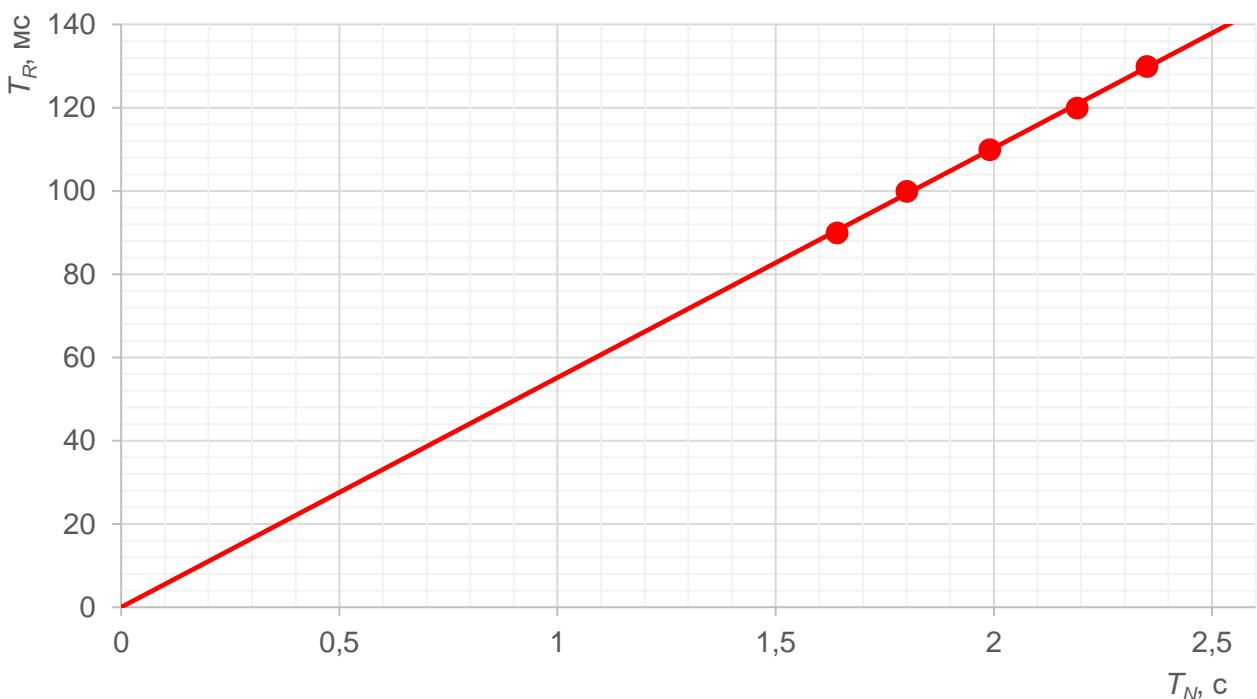


Рисунок 5 – Зависимость периода вращения  $T_R$  от периода нутации  $T_N$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение гироскопу.
2. Что такое прецессия и нутация гироскопа?
3. Как определяется момент инерции диска гироскопа?
4. Что такое момент количества движения применительно к гироскопу?
5. Как взаимосвязаны периоды вращения, прецессии и нутации гироскопа?

## Лабораторная работа №7. Вращательное движение с равномерным ускорением

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Поточечное построение графика угла поворота в зависимости от времени для равноускоренного вращательного движения. Подтверждение пропорциональной зависимости между углом вращения и квадратом времени. Определение зависимости углового ускорения от крутящего момента и подтверждение согласованности результата с уравнением движения Ньютона. Определение зависимости углового ускорения от момента инерции и подтверждение согласованности результата с уравнением движения Ньютона.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Для тела, которое вращается вокруг фиксированной оси с равномерным ускорением, угол поворота  $\phi$  возрастает пропорционально квадрату времени  $t$ . По этому коэффициенту пропорциональности можно рассчитать угловое ускорение  $a$ , которое, в свою очередь, зависит, в соответствии с уравнением движения Ньютона, от ускоряющего крутящего момента (вращающего момента) и момента инерции твердого тела.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

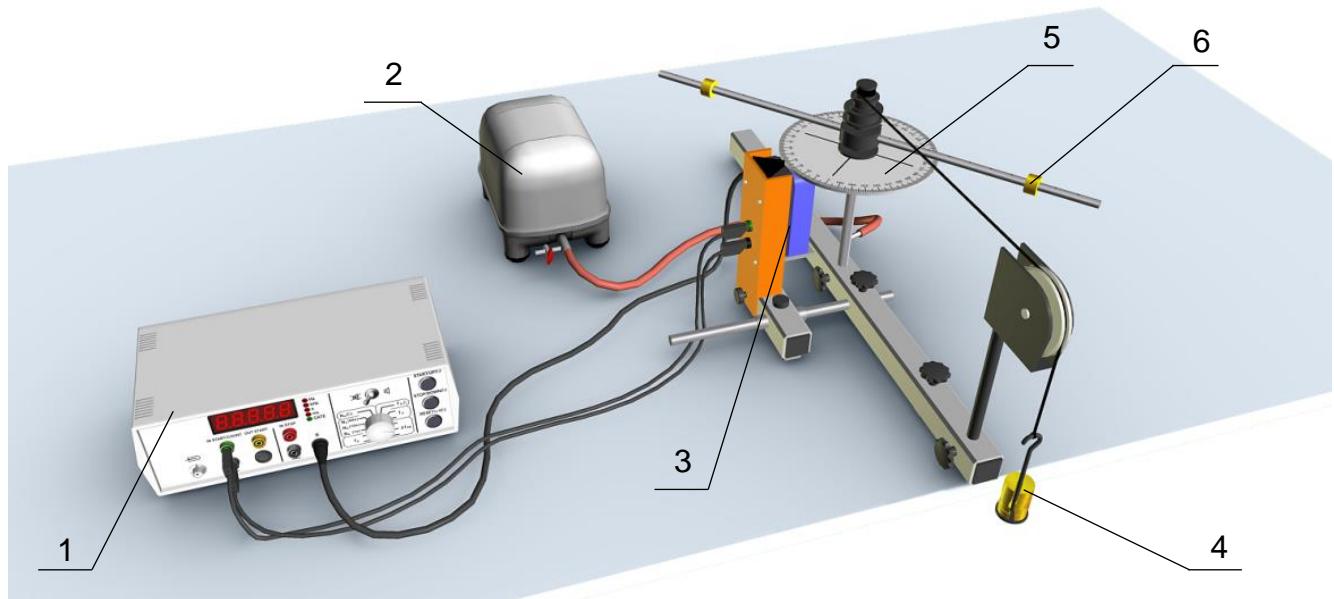


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
2	Компрессор	
3	Датчик угла	
4	Набор грузов (с прорезью)	4 шт. × 20 г
5	Диск-транспортир	шкала 0–360°
6	Грузы	2 шт. × (12,5; 25 и 50 г)

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Вращение твердого тела вокруг фиксированной оси можно описать аналогично одномерному поступательному движению. Расстояние  $s$  заменяется углом поворота  $\varphi$ , линейная скорость  $v$  – угловой скоростью  $\omega$ , ускорение – угловым ускорением  $\alpha$ , ускоряющая сила  $F$  – крутящим моментом  $M$ , действующим на твердое тело, а инерциальная масса  $m$  – моментом инерции твердого тела  $J$  относительно оси вращения.

По аналогии с уравнением движения Ньютона для поступательного движения, взаимосвязь между крутящим моментом (вращающим моментом)  $M$ , который приложен к твердому телу с моментом инерции  $J$ , поддерживается таким образом, чтобы оно могло вращаться, и угловое ускорение  $\alpha$  равно:

$$M = J \cdot \alpha \quad (1)$$

Если прилагаемый крутящий момент не изменяется, тело вращается с постоянной скоростью изменения углового ускорения.

В этом опыте такое движение исследуется с помощью вращающейся системы, которая находится на воздушной подушке и поэтому испытывает очень слабое трение. Движение начинается в момент времени  $t_0 = 0$  с нулевой начальной угловой скоростью  $\omega = 0$ , и в момент времени  $t$  тело поворачивается на угол:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$

Крутящий момент  $M$  возникает вследствие силы тяжести ускоряющей массы  $tm$ , приложенной на расстоянии  $r_M$  от оси вращения тела, и, следовательно:

$$M = r_M \cdot m_M \cdot g \quad (3)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения ( $9,81 \text{ м/с}^2$ ).

Если две дополнительные гирьки массой  $m_J$  прикрепить к горизонтальному стержню вращающейся системы на одинаковом фиксированном расстоянии  $r_J$  от оси вращения, момент инерции увеличивается до:

$$J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2 \quad (4)$$

где  $J_0$  – момент инерции без дополнительного груза.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В состав лабораторной установки входит некоторое количество гирек как для создания ускоряющей силы, так и для увеличения момента инерции. Расстояния  $r_M$  и  $r_J$  также можно изменять. Таким образом, можно исследовать, как угловое ускорение зависит от крутящего момента и момента инерции, для того чтобы подтвердить соотношение (1).

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Пропорциональность угла поворота квадрату времени демонстрируется путем измерения интервалов времени, требующихся для поворота на углы  $10^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $160^\circ$  и  $250^\circ$ .

Для того чтобы определить зависимость углового ускорения  $\alpha$  от переменных  $M$  и  $J$ , измеряется время  $t(90^\circ)$ , необходимое для поворота на угол  $90^\circ$  при различных значениях переменной в обоих случаях. Для данного особого случая угловое ускорение составляет

$$\alpha = \frac{\pi}{t(90^\circ)^2} \quad (5)$$

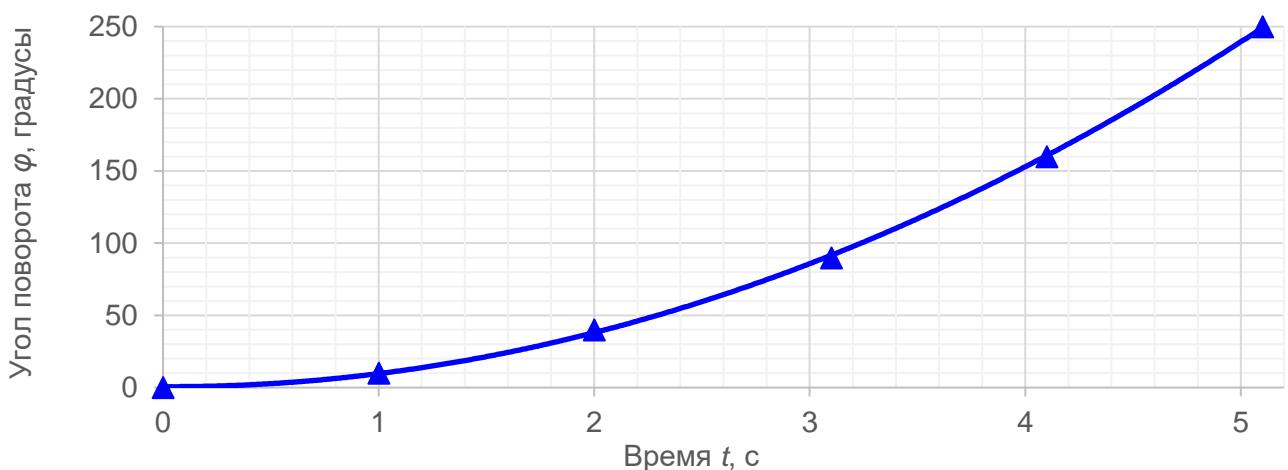


Рисунок 2 – Зависимость угла поворота от времени для равноускоренного вращательного движения

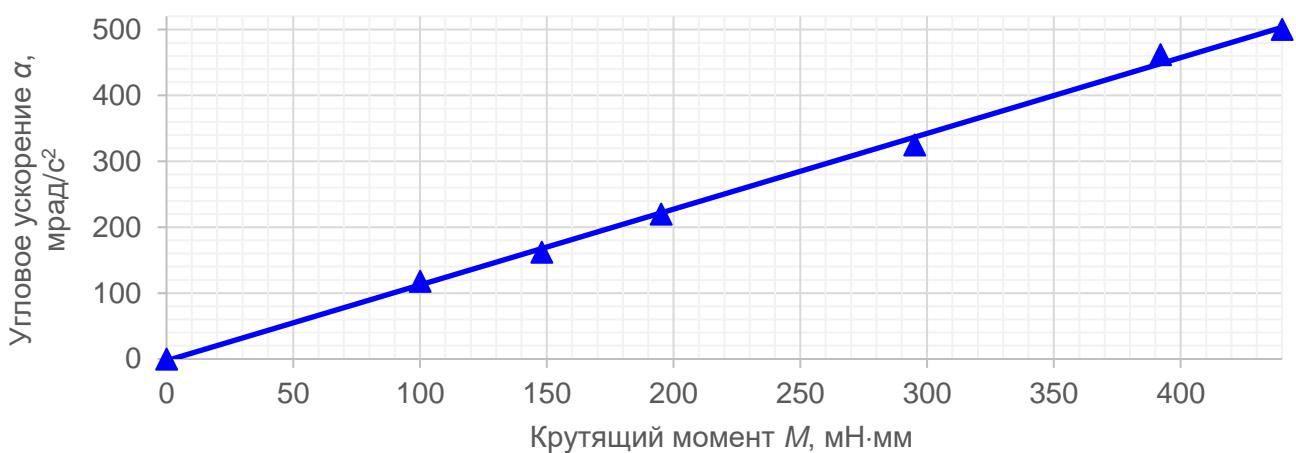


Рисунок 3 – Зависимость углового ускорения  $\alpha$  от крутящего момента  $M$

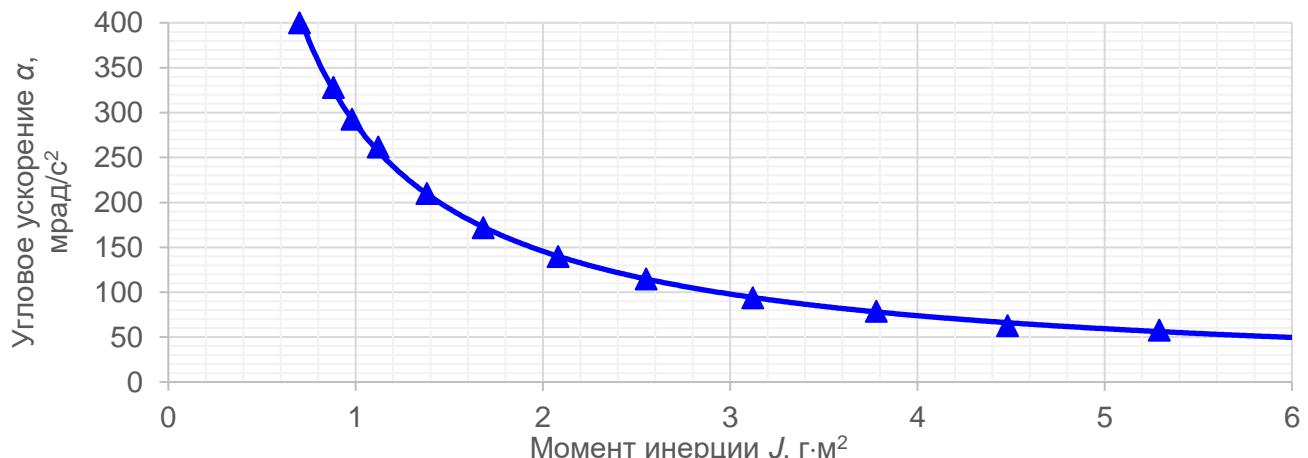


Рисунок 4 – Зависимость углового ускорения  $\alpha$  от момента инерции  $J$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. Как крутящий момент связан с моментом инерции вращающегося тела?
3. С помощью чего минимизируется трение в исследуемой вращающейся системе?
4. Каким образом демонстрируется пропорциональность угла поворота квадрату времени в данном опыте?
5. Каков характер зависимости углового ускорения от крутящего момента?

## Лабораторная работа №8. Момент инерции горизонтального стержня

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Определение момента инерции горизонтального стержня с прикрепленными дополнительными гирьками. Определение крутильного коэффициента соединенной со стержнем пружины. Определение зависимости момента инерции стержня от расстояния добавляемых гирек от оси вращения. Определение зависимости момента инерции от значения массы добавляемых гирек.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Момент инерции тела относительно его оси вращения зависит от распределения его веса по отношению к оси. Эта взаимосвязь исследуется для случая горизонтального стержня, к которому прикрепляются две дополнительные гирьки симметрично относительно оси его вращения. Стержень соединен с крутильной пружиной и период его колебаний возрастает по мере того, как увеличивается его момент инерции, который определяется дополнительными гирьками и их расстоянием от оси.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

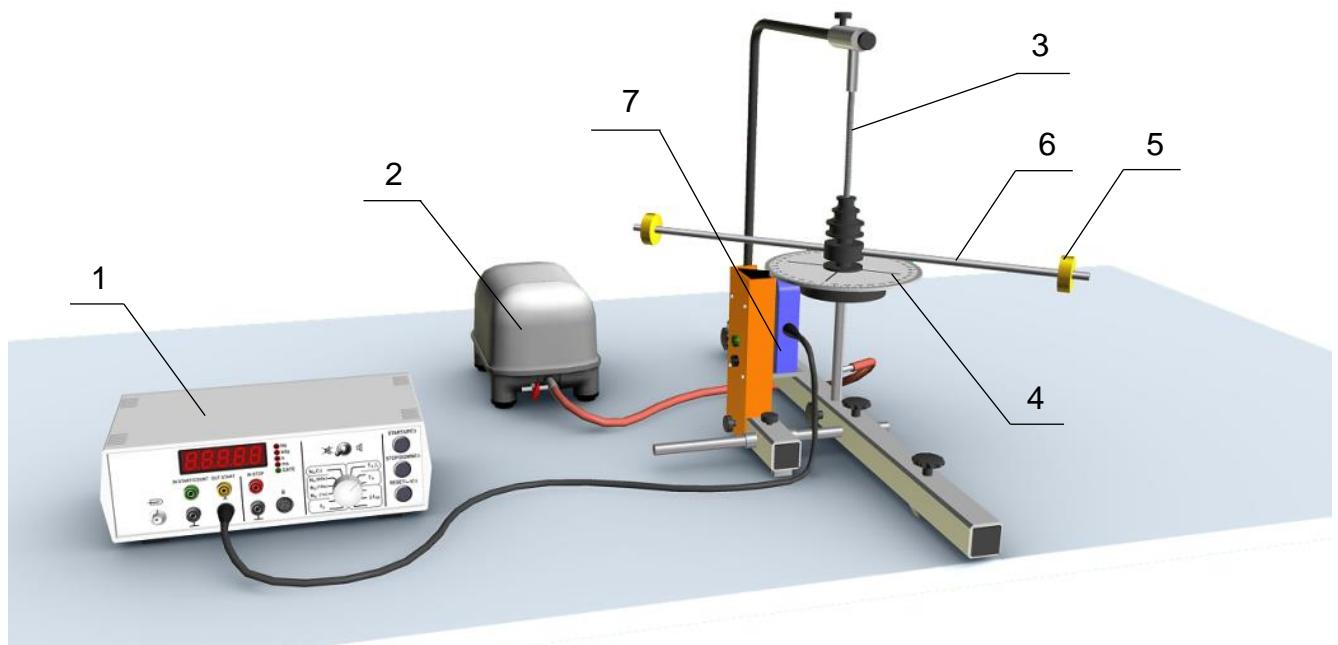


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
2	Компрессор	
3	Крутильная пружина	жесткость 0,001 Н·м/град (0,057296 Н·м/рад)
4	Диск-транспортир	шкала 0–360°
5	Грузы	2 шт. × (12,5; 25 и 50 г)
6	Стержень	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Инерция твердого тела, которая противодействует изменению его вращательного движения вокруг фиксированной оси, описывается моментом инерции  $J$ . Он зависит от распределения веса по отношению к оси вращения. Чем больше расстояние массы от оси вращения, тем больше и создаваемый ею момент инерции.

В данном опыте это исследуется на примере вращающегося диска с горизонтальным стержнем, к которому симметрично крепятся две дополнительные гирьки массой  $m$  на расстоянии  $r$  от оси вращения. Момент инерции такой системы определяется выражением:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \quad (1)$$

где  $J_0$  – момент инерции без дополнительных гирек.

Если вращающийся диск упруго соединен цилиндрической пружиной с жесткой стойкой, момент инерции можно определить по периоду крутильных колебаний диска относительно его положения покоя. Взаимосвязь выглядит следующим образом:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \quad (2)$$

где  $D_r$  – крутильный коэффициент цилиндрической пружины.

Таким образом, чем больше момент инерции  $J$  диска с прикрепленным к нему горизонтальным стержнем, который зависит от массы  $m$  и расстояния  $r$ , тем больше период колебаний  $T$ .

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте необходимо определить крутильный коэффициент  $D_r$  соединенной со стержнем пружины. Далее исследуется зависимость момента инерции  $J$  от расстояния  $r$  добавляемых гирек от оси вращения. Затем определяется зависимость момента инерции  $J$  от значения  $m$  добавляемых гирек. Период крутильных колебаний измеряется с помощью цифрового счетчика.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Из выражения (2) получаем следующее уравнение для определения момента инерции:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} \quad (3)$$

На рисунке 2 представлена зависимость момента инерции  $J$  вращающегося диска с горизонтальным стержнем от квадрата расстояния  $r$  от оси вращения для трех различных дополнительных гирек массой  $m$ .

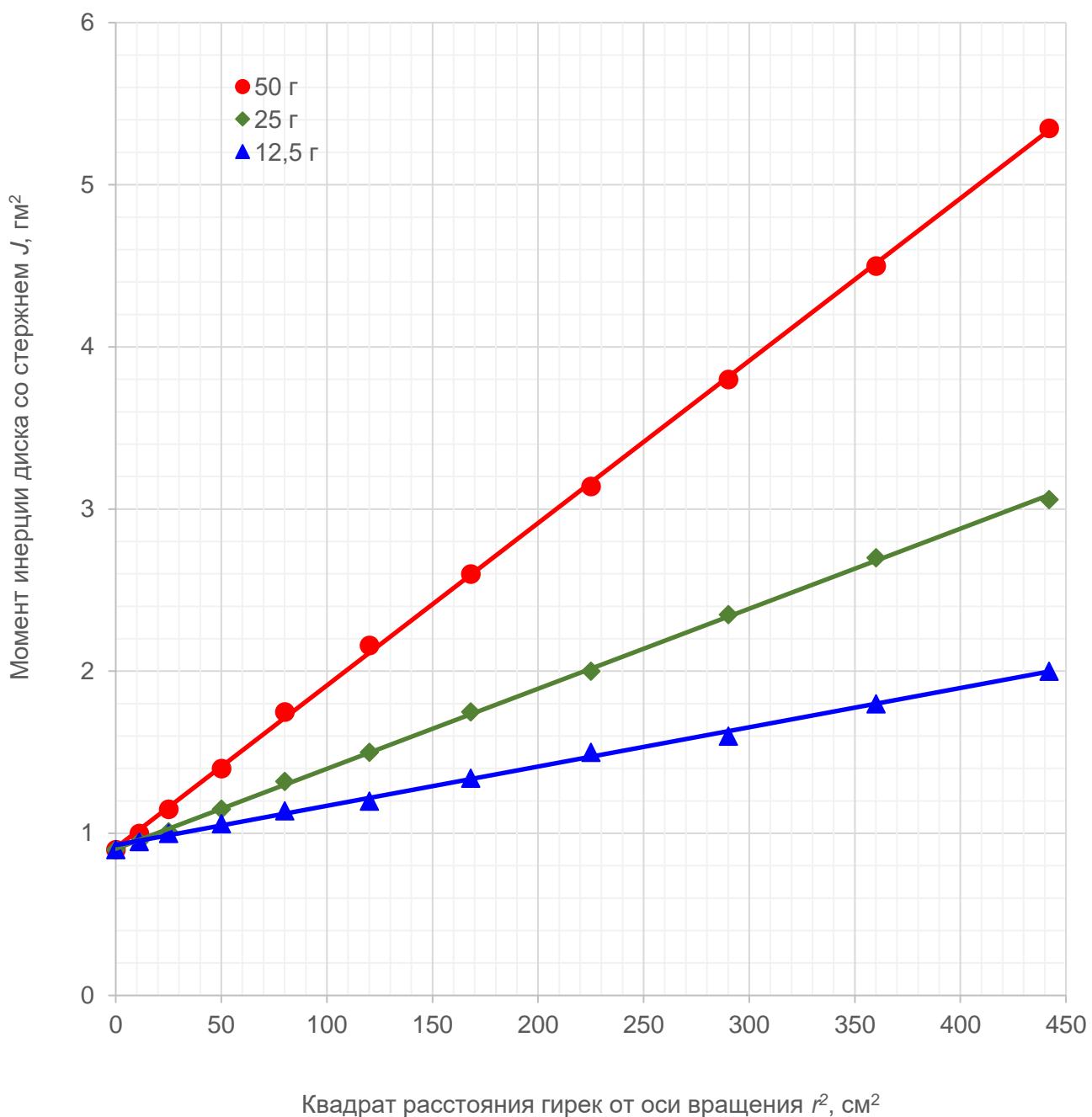


Рисунок 2 – Зависимость момента инерции  $J$  вращающегося диска с горизонтальным стержнем от квадрата расстояния  $r$  от оси вращения для трех различных дополнительных гирек массой  $m$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. Как изменяется период колебаний горизонтального стержня в зависимости от его момента инерции в данном опыте?
3. На что влияет крутильный коэффициент цилиндрической пружины в данном опыте?
4. Как взаимосвязан момент инерции диска со стержнем с расстоянием установленных на нем гирек от оси вращения?
5. Как взаимосвязан момент инерции диска со стержнем с массой установленных на нем гирек?

## Лабораторная работа №9. Определение момента инерции различных тел

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Определение момента инерции штанги без гирь. Определение зависимости момента инерции от расстояния между гирей и осью вращения. Определение зависимости момента инерции деревянного диска, деревянного шара, полого и сплошного цилиндров.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Момент инерции тела, вращающегося вокруг своей оси, зависит от того, как распределяется его масса относительно этой оси. Эта зависимость исследуется при помощи штанги с двумя гирами, которые располагаются симметрично относительно оси вращения, деревянного диска, деревянного шара, а также полого и сплошного цилиндров. Период колебаний исследуемых тел зависит от распределения массы и эффективного радиуса тела.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

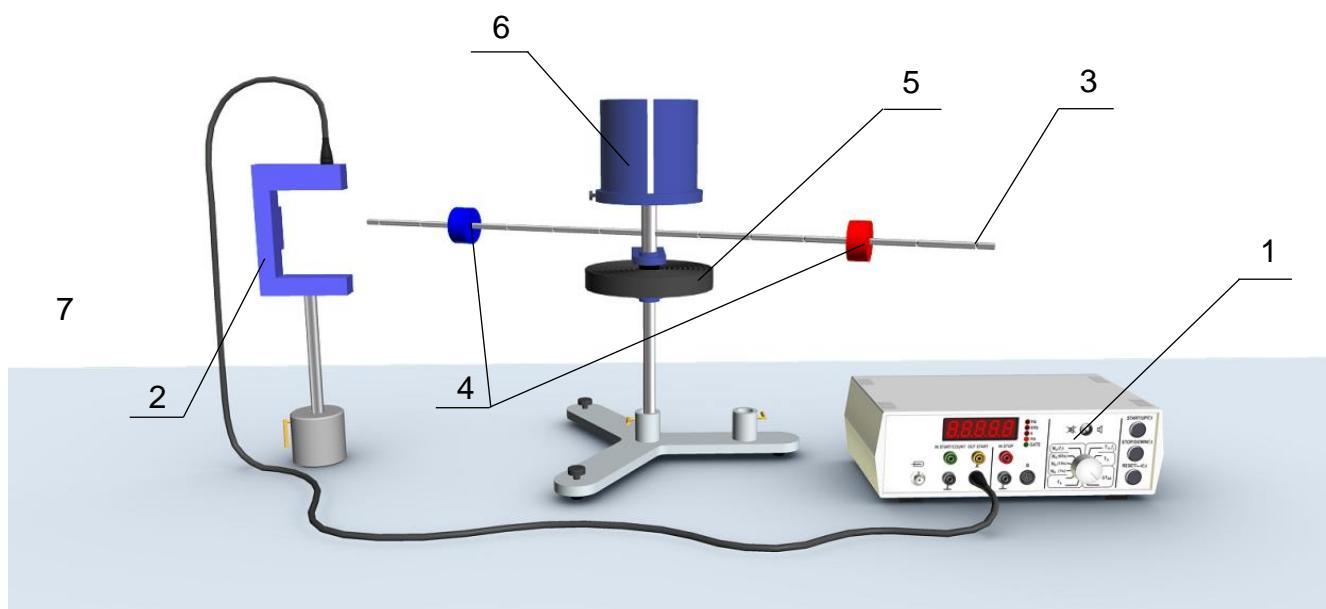


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
2	Рамка с фотоэлементами	
3	Стержень	
4	Грузы на стержне	2 шт. × 260 г
5	Крутильная пружина	
6	Испытуемое тело	5 шт.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Инерция твердого тела в отношении изменения его вращательного движения вокруг неподвижной оси определяется его моментом инерции  $J$ . Он зависит от распределения массы тела относительно оси вращения и возрастает с увеличением расстояния до оси вращения.

В общем случае момент инерции определяется с помощью объемного интеграла:

$$J = \int_v r_s^2 \cdot \rho(r) \cdot dV \quad (1)$$

где  $r_s$  – составляющая  $r$ , перпендикулярная оси вращения;  $\rho(r)$  – распределение массы в теле.

Возьмем в качестве примера штангу с двумя гирами массой  $m$ , симметрично расположеннымми на расстоянии  $r$  от оси вращения. Тогда момент инерции определяется следующим образом:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \quad (2)$$

где  $J_0$  – момент инерции штанги без гирь.

Теперь мы можем прикрепить различные тела к крутильной оси, чтобы они могли колебаться. Если период колебания равен  $T$ , справедливо следующее:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \quad (3)$$

где  $D_r$  – крутильный коэффициент цилиндрической пружины.

Это означает, что период колебания  $T$  будет возрастать с увеличением момента инерции  $J$ .

Крутильный коэффициент цилиндрической пружины можно определить с помощью пружинного динамометра:

$$D_r = \frac{F \cdot r}{\alpha} \quad (4)$$

где  $\alpha$  – отклонение от состояния равновесия.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте с помощью пружинного динамометра необходимо определить крутильный коэффициент  $D_r$  цилиндрической пружины, используемой для сцепления тел. Далее необходимо определить момент инерции  $J$  штанги без гирь, после чего следует определить зависимость момента инерции  $J$  от расстояния  $r$  между гирами и осью вращения. Оставшаяся часть опыта посвящена определению зависимости момента инерции  $J$  различных тел (деревянного диска, деревянного шара, полого и сплошного цилиндров). Для измерения временных интервалов используется цифровой счетчик.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Из выражения (3) можно получить формулу для определения момента инерции:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} \quad (5)$$

В случае установки со штангой с гирами необходимо вычесть момент инерции самой штанги:  $J(\text{гиры}) = J(\text{штанга} + \text{гиры}) - J(\text{штанга})$ .

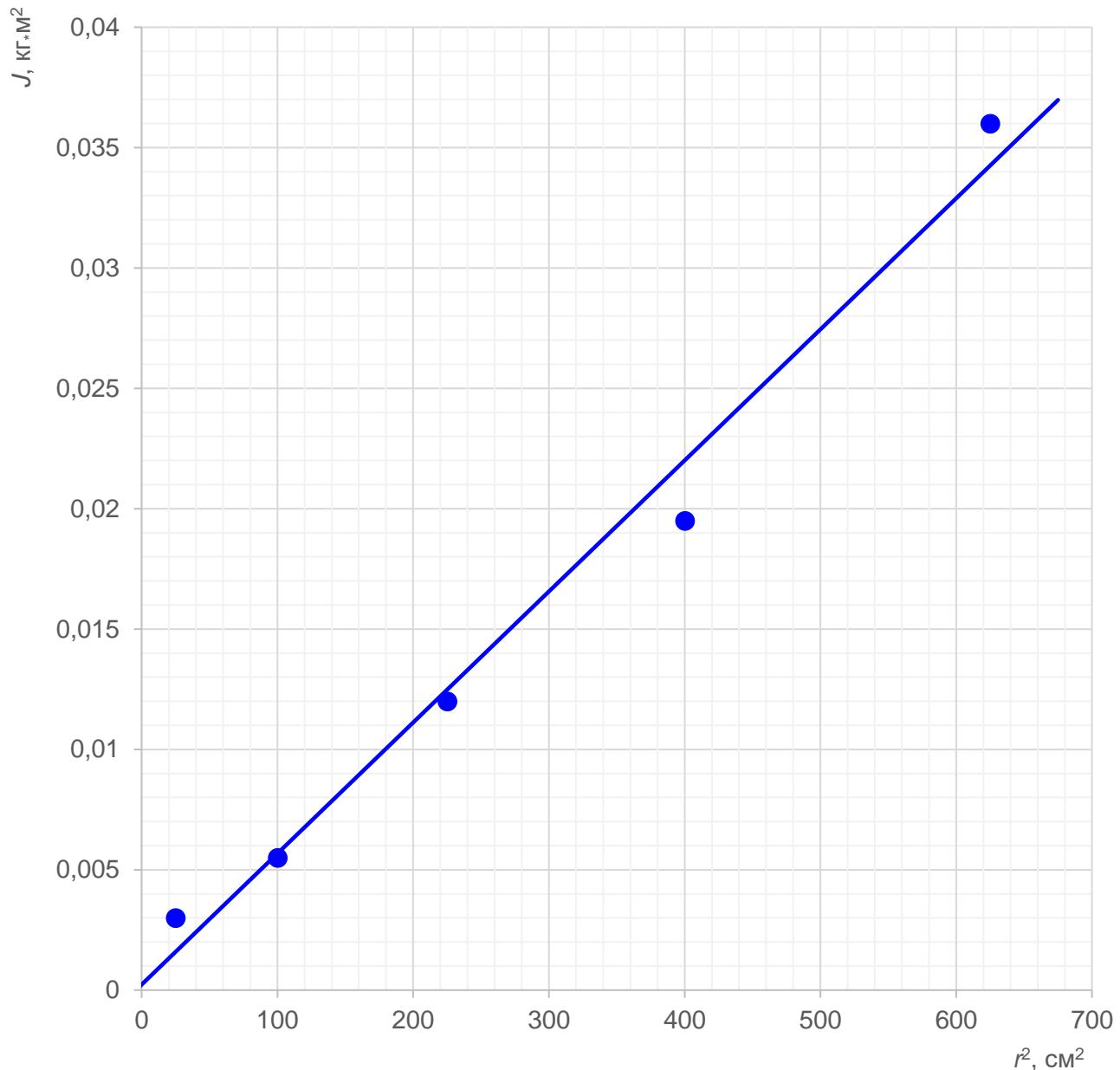


Рисунок 2 – Зависимость момента инерции  $J$  гирь от их расстояния  $r$  от оси вращения

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. Как определяется момент инерции тела, врачающегося вокруг своей оси?
3. От чего зависит период колебаний исследуемых тел в данном опыте?
4. Как экспериментально определить крутильный коэффициент цилиндрической пружины, закрепленной на оси вращения лабораторной установки?
5. Каков характер зависимости момента инерции гирь от их расстояния от оси вращения?

## Лабораторная работа №10. Маятник Максвелла

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Подтверждение сохранения энергии с помощью маятника Максвелла с учетом потерь на отражение и трение. Построение графика перемещения в зависимости от времени и графика зависимости скорости от времени для начального движения вниз. Определение ускорения и момента инерции. Определение кинетической энергии и потенциальной энергии при движении вверх и вниз.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Диск маятника Максвелла подвешен на нитях за оба конца его оси так, что нити могут наматываться на ось диска. В ходе движения потенциальная энергия маятника переходит в кинетическую и обратно. Процесс перемещения маятника вверх и вниз повторяется до тех пор, пока потенциальная энергия, полученная за счет начальной высоты диска, не будет полностью потеряна за счет отражения и трения. В этом эксперименте фотоэлектрический световой барьер устанавливается на разных высотах так, чтобы ось диска Максвелла многократно пересекала пучок света. По времени между пересечениями пучка света можно определить мгновенную скорость маятника и по ней рассчитать его кинетическую энергию.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

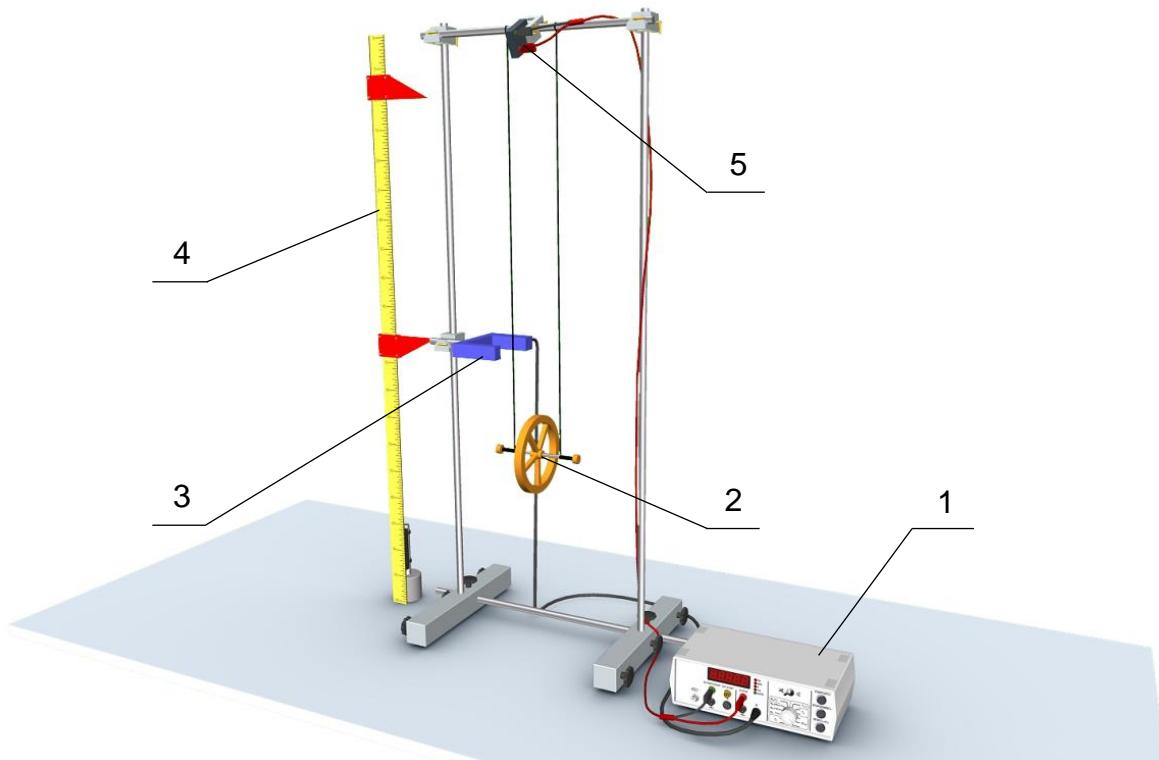


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
2	Колесо	$\varnothing 130$ мм; масса 470 г; радиус оси 2,5 мм
3	Рамка с фотоэлементами	
4	Вертикальная линейка	длина 100 см
5	Пусковой механизм	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При вращении диск движется вверх и вниз со скоростью  $v$ . Скорость определяется следующей заданной зависимостью от угловой скорости  $\omega$ , с которой диск вращается вокруг своей оси:

$$v = \omega \cdot r \quad (1)$$

где  $r$  – радиус оси.

Таким образом, общая энергия определяется выражением

$$E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( \frac{I}{m \cdot r^2} + 1 \right) \cdot v^2 \quad (2)$$

где  $m$  – масса;  $I$  – момент инерции;  $h$  – высота над нижней точкой обратного хода;  $g$  – ускорение свободного падения.

Это описывает поступательное движение с направленным вниз ускорением, определяемым выражением

$$\dot{v} = a = \frac{g}{\frac{I}{m \cdot r^2} + 1} \quad (3)$$

Это ускорение определяется в опыте по расстоянию, пройденному за время  $t$ .

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (4)$$

Его также можно определить по мгновенной скорости, достигаемой по истечении времени  $t$

$$v = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \quad (5)$$

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Измерение подразумевает установку фотоэлектрического светового барьера на разной высоте  $h$ , на которой пучок света многократно прерывается осью диска при его перемещении вверх и вниз (рисунок 2). Цифровой счетчик измеряет время между пересечениями пучка света  $\Delta t$  и время  $t$ , за которое диск достигает начальной нижней точки.

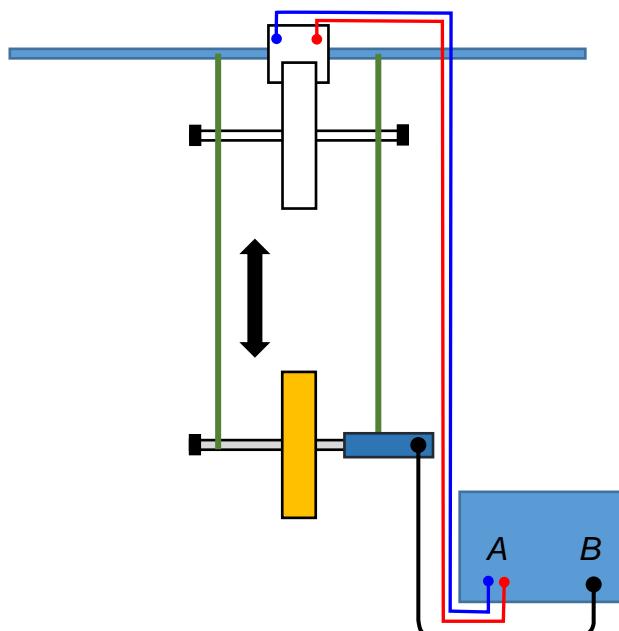


Рисунок 2 – Схема соединения основных элементов лабораторной установки

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Если масса диска маятника  $m$  и радиус его оси  $r$  известны, момент инерции можно определить по ускорению  $a$ . В соответствии с уравнением (3) справедливо следующее:

$$I = m \cdot r^2 \cdot \left( \frac{g}{a} - 1 \right) \quad (6)$$

Мгновенные значения скорости  $v$  и кинетической энергии  $E_{kin}$  рассчитываются по интервалам времени  $\Delta t$  между прерываниями, как описано ниже:

$$v = \frac{2 \cdot r}{\Delta t} \quad (7)$$

и

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left( \frac{I}{m \cdot r^2} + 1 \right) \cdot v^2$$

Потенциальная энергия определяется по формуле

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad (8)$$

Потери энергии, которые ясно видны на рисунке 5, описываются достаточно хорошо, если учитывать постоянную силу трения, действующую в направлении, противоположном направлению движения, и значительную потерю энергии при изменении направления в нижней точке.

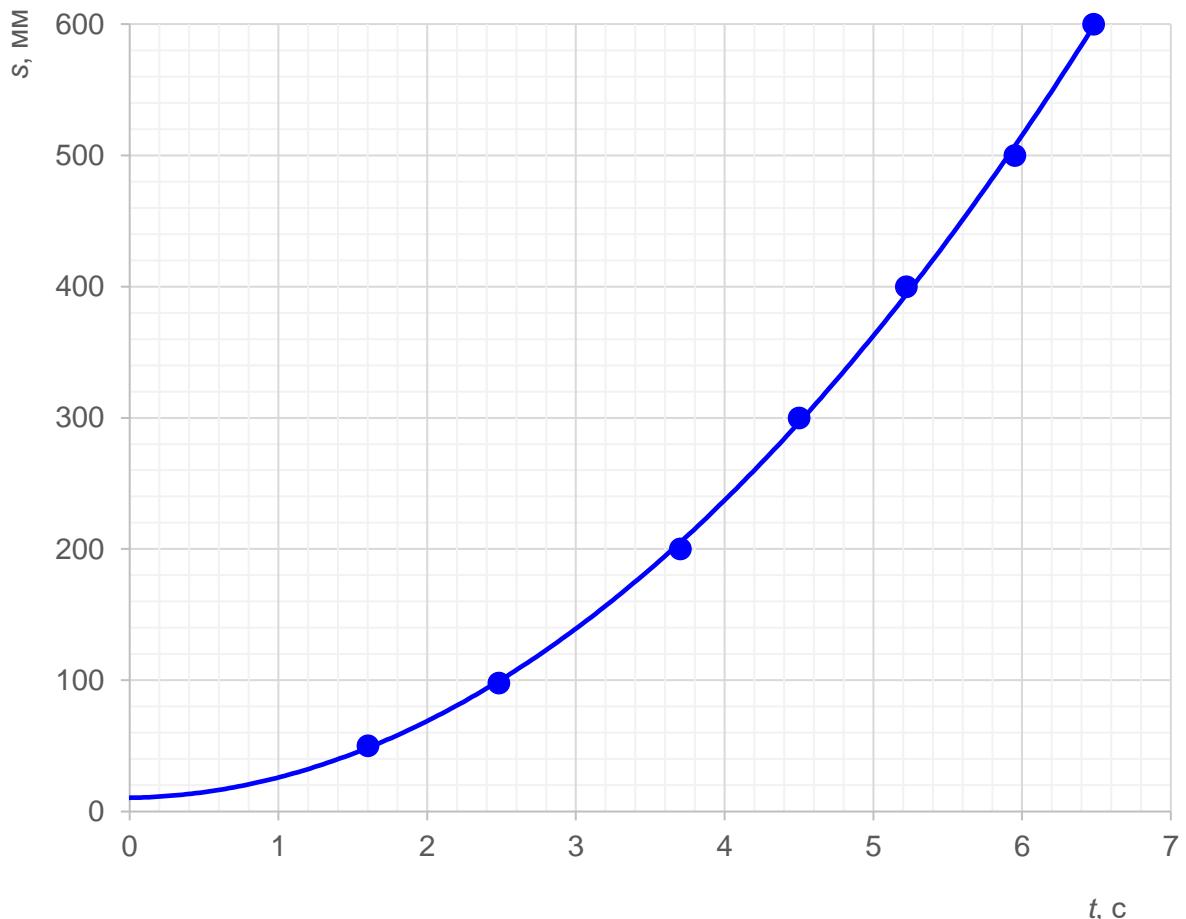


Рисунок 3 – График перемещения в зависимости от времени для начального движения вниз

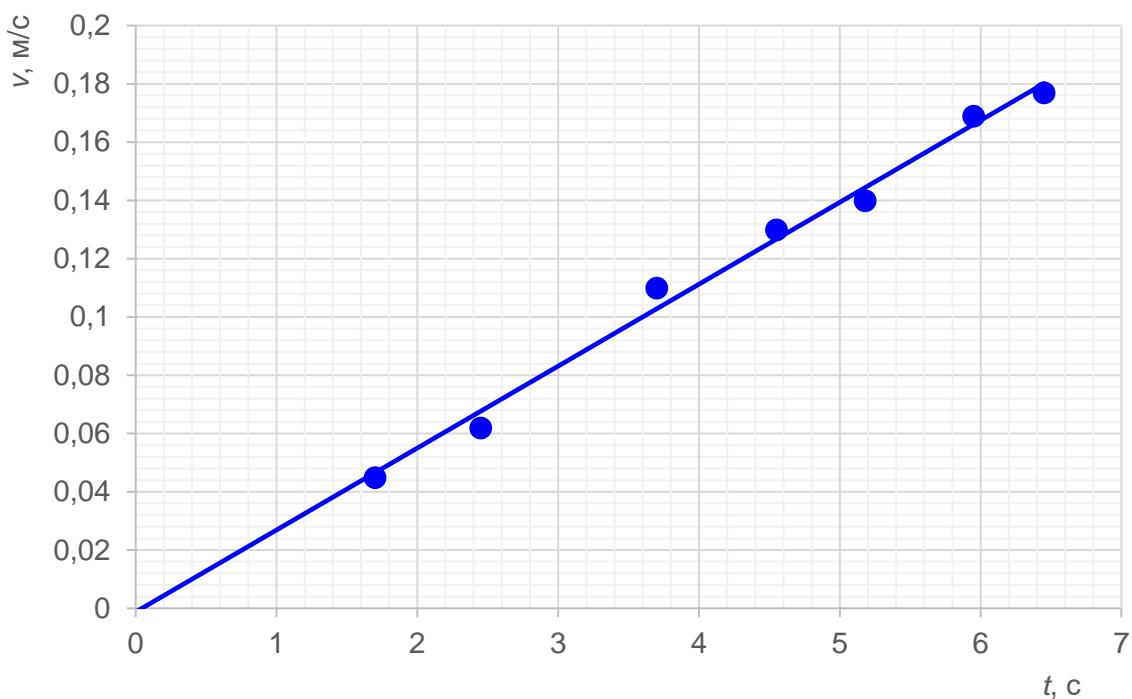


Рисунок 4 – График скорости в зависимости от времени для начального движения вниз

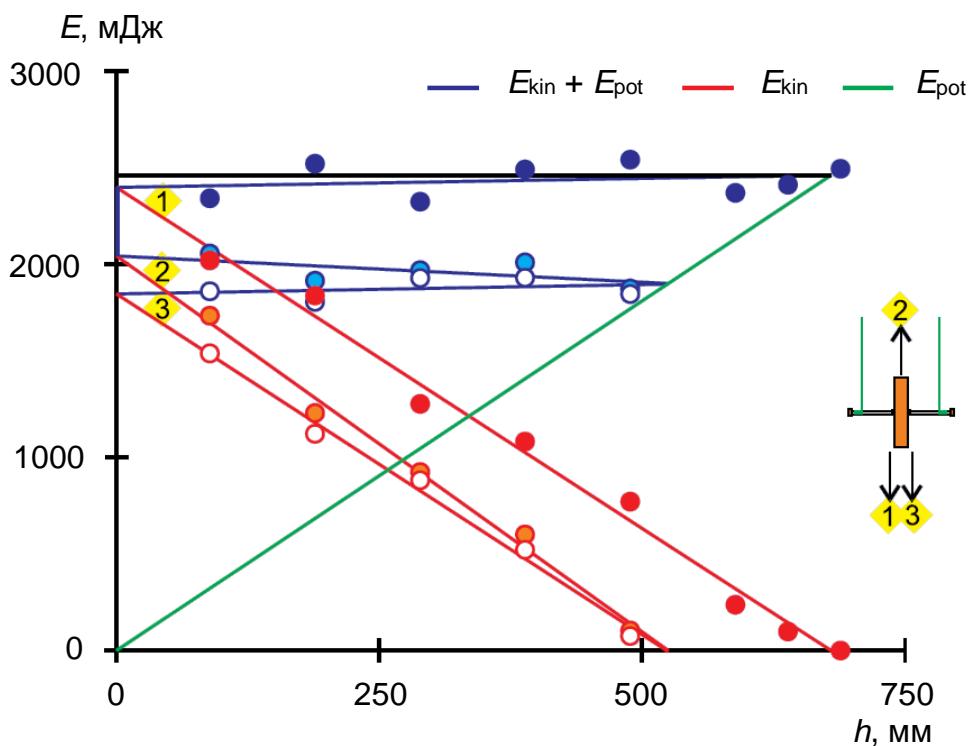


Рисунок 5 – Распределение энергии как функция высоты  $h$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. Каким образом маятник Максвелла иллюстрирует закон сохранения энергии?
3. Как определяется кинетическая энергия маятника Максвелла?
4. Как определяется момент инерции диска маятника Максвелла?
5. Как скорость зависит от времени для начального движения диска маятника Максвелла вниз?

## Лабораторная работа №11. Закон Гука

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Подтверждение закона Гука и определение коэффициента упругости пяти разных цилиндрических пружин. Сравнение измеренных значений коэффициента упругости с рассчитанными теоретическими значениями.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

В любом упругом теле деформация и напряжение пропорциональны друг другу. Это соотношение открыто Робертом Гуком и часто демонстрируется с помощью цилиндрической пружины с подвешенными к ней грузами. Изменение длины пружины пропорционально силе тяжести подвешенного груза. В этом опыте измерение выполняется на пяти разных цилиндрических пружинах. Благодаря подходящему выбору диаметра проволоки и диаметру витка значения коэффициента упругости всех пружин находятся в одном порядке величин. В каждом случае действие закона Гука будет демонстрироваться для сил, превосходящих первичное напряжение.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

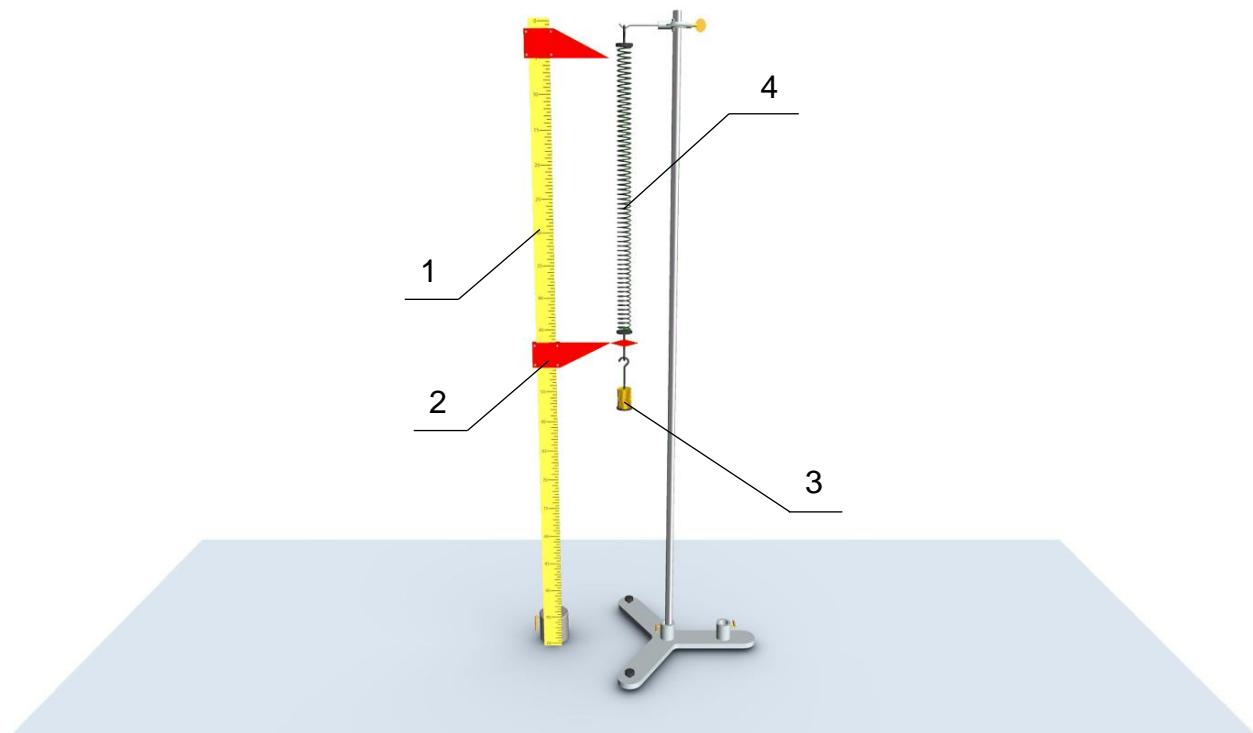


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Вертикальная линейка	длина 100 см
2	Флажок-маркер	2 шт.
3	Набор грузов (с прорезью)	5 шт. × 20 г
4	Цилиндрическая пружина	5 шт.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для повышения точности сначала следует определить первичное напряжение, которое может показываться пружиной, как результат процесса ее изготовления. Следует компенсировать первичное напряжение добавлением груза, который создаст силу  $F_1$ , которая вызовет удлинение пружины сверх ее естественной длины без приложения груза  $s_0$  до длины  $s_1$ . Для грузов, создающих силу более  $F_1$ , закон Гука применяется в следующем виде:

$$F - F_1 = k \cdot (s - s_1) \quad (1)$$

Это действительно для случаев, когда длина пружины  $s$  не превышает определенную критическую длину.

Коэффициент упругости  $k$  пружины зависит от ее материала и геометрических размеров. Для цилиндрической пружины с  $n$  витками и постоянным диаметром  $D$  справедливо следующее:

$$k = G \cdot \frac{d^4}{D^3} \cdot \frac{1}{8 \cdot n} \quad (2)$$

где  $d$  – диаметр проволоки витков пружины.

Модуль сдвига  $G$  стальной проволоки, образующей витки пружины, составляет 81,5 ГПа.

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте измерение выполняется на пяти разных цилиндрических пружинах. Благодаря подходящему выбору диаметра проволоки и диаметру витка значения коэффициента упругости всех пружин находятся в одном порядке величин. В каждом случае действенность закона Гука будет демонстрироваться для сил, превосходящих первичное напряжение.

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Силу тяжести  $F$  можно определить с достаточной точностью на основании массы  $m$  груза, как описано ниже:

$$F_G = m \cdot g = k_s \cdot s = F_F \quad (3)$$

где:  $F_G$  – сила тяжести,  $g$  – ускорение свободного падения ( $9,81 \text{ м/с}^2$ ),  
коэффициент упругости  $k$  пружины,  $s$  - прогиб пружины.

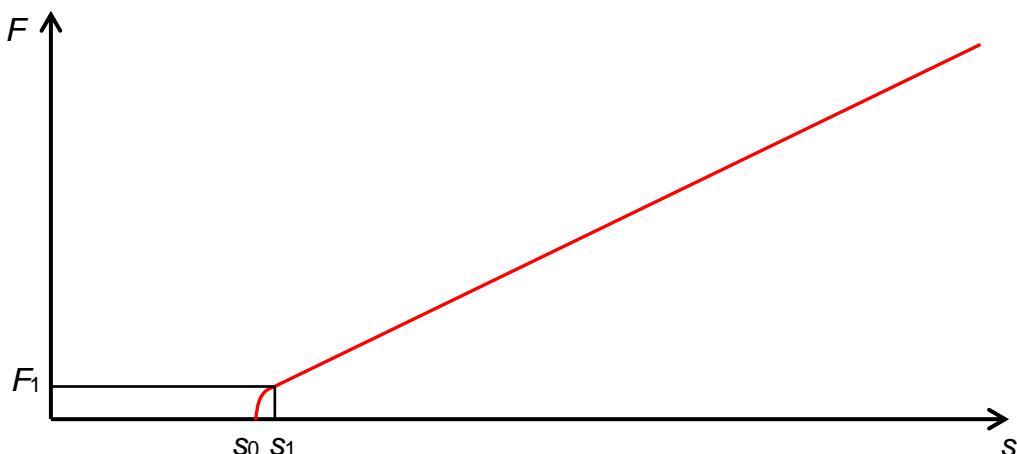


Рисунок 2 – Схематическое изображение характеристической кривой цилиндрической пружины длиной  $s$  и с определенным первичным напряжением

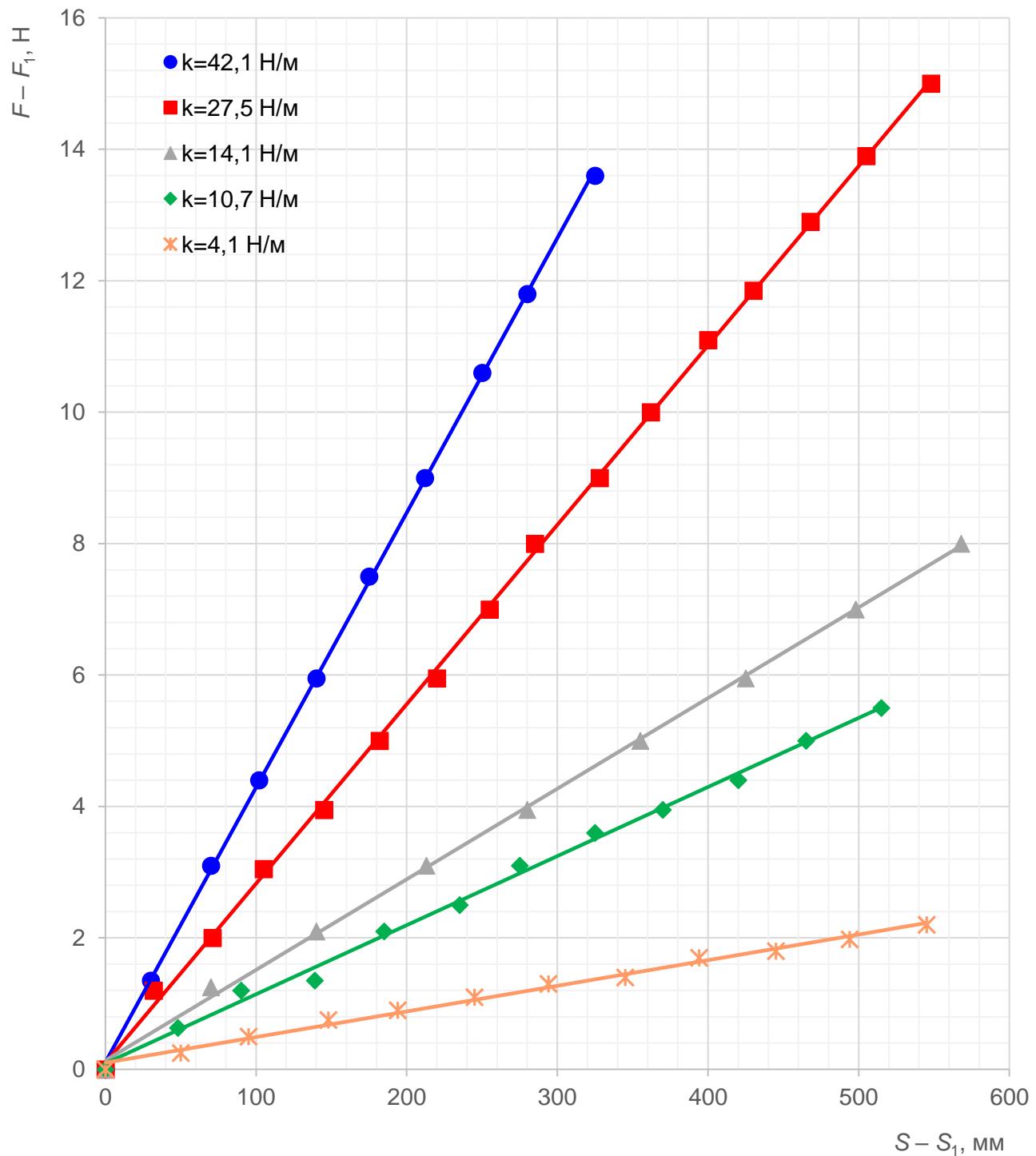


Рисунок 3 – Нагрузка как функция изменения длины

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Что гласит закон Гука?
- Что такое первичное напряжение пружины?
- От чего зависит коэффициент жесткости пружины?
- Какова взаимосвязь между приложенной нагрузкой и изменением длины пружины в данном опыте?
- При каких условиях упругая деформация пружины будет максимальной?

## Лабораторная работа №12. Рычаги первого и второго рода

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Проверка закона рычага. Измерение зависимости уравновешивающей силы от массы груза, расстояния между грузом и точкой опоры рычага, расстояния между точкой приложения уравновешивающей силы и точкой опоры для рычагов первого и второго рода.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Закон рычага следует из равновесия моментов и работает для рычагов всех трех родов. Этот закон представляет собой физическую основу всех видов механической передачи сил.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

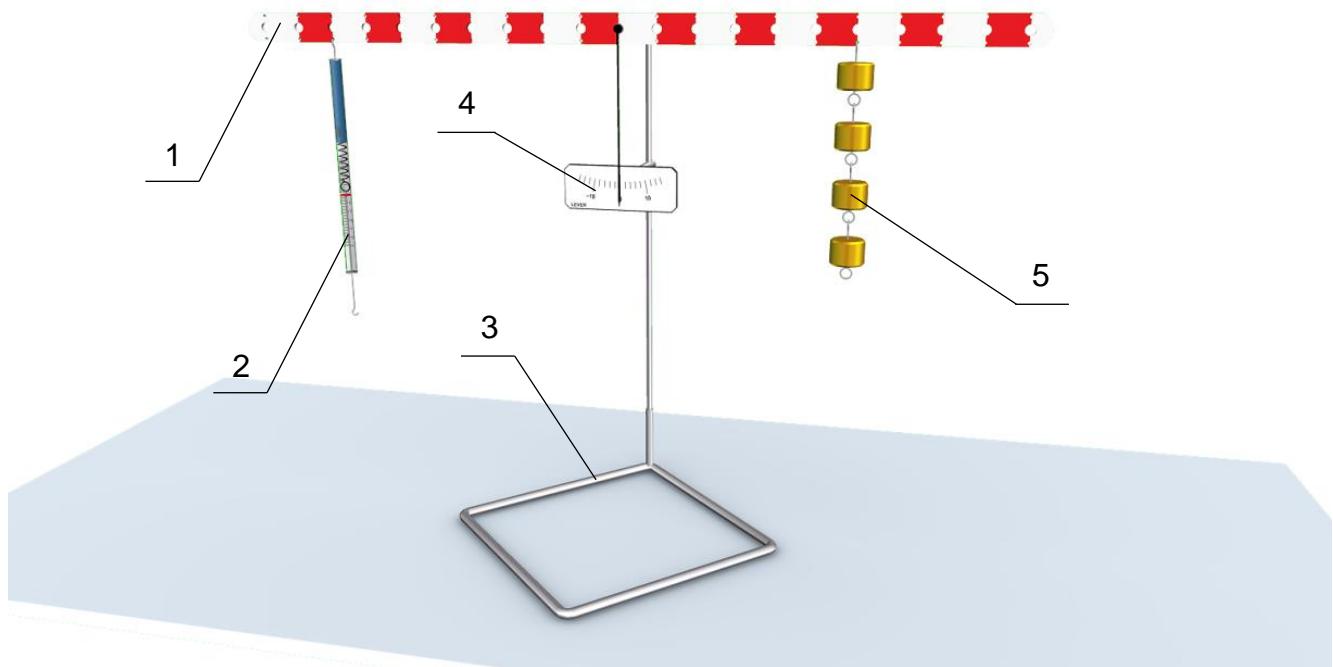


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Рычаг	длина 1,1 м
2	Пружинный динамометр	2 шт.; 0–2 и 0–5 Н
3	Опорная конструкция	
4	Транспортир	шкала –16...16 <sup>0</sup>
5	Набор грузов	7 шт. × 50 г

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Рычаг – это закрепленное тело, которое может поворачиваться вокруг неподвижной оси и использоваться для поднятия и перемещения грузов. Сила (усилие) прикладывается в определенной точке на некотором расстоянии от точки опоры, для того чтобы переместить груз или преодолеть сопротивление в другой точке вдоль рычага. В случае рычага второго рода усилие  $F_1$  и груз  $F_2$  находятся по одну сторону от точки опоры, и эти две силы действуют в противоположных направлениях. В случае рычага первого рода силы прикладываются по разные стороны от точки опоры и действуют в одном направлении.

Для рычагов обоих родов закон рычага следует из равенства моментов:

$$F_1 \cdot x_1 = F_2 \cdot x_2 \quad (1)$$

Этот закон представляет собой физическую основу всех видов механической передачи сил.

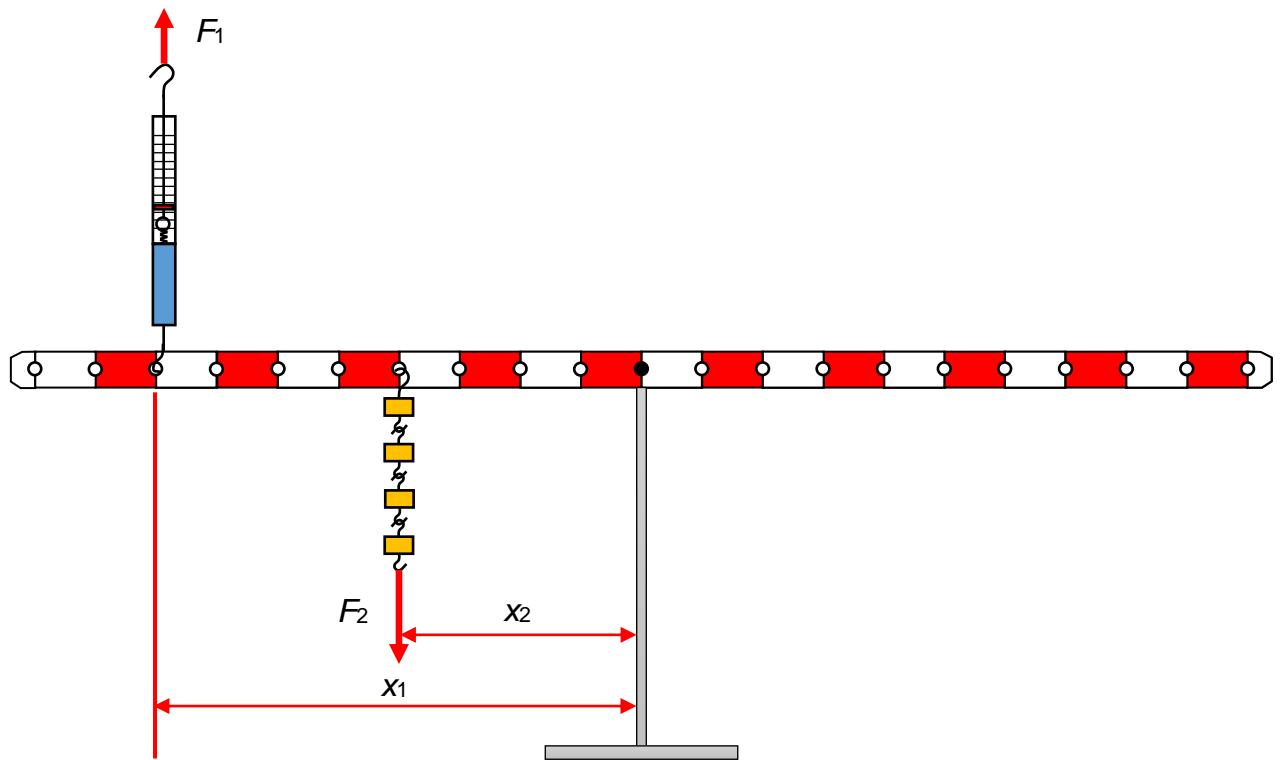


Рисунок 2 – Рычаг 2-ого рода

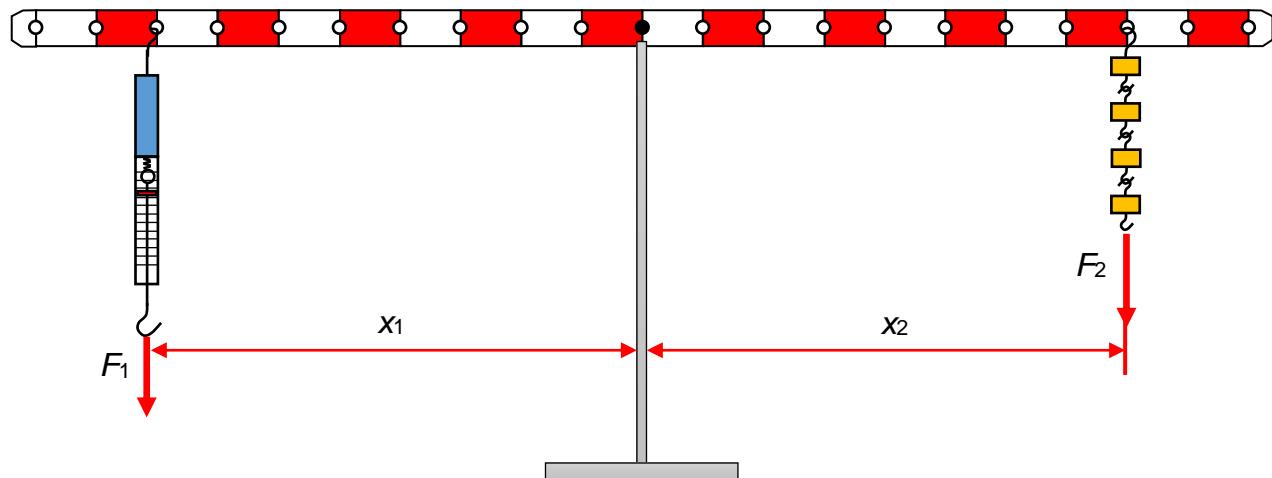


Рисунок 3 – Рычаг 1-ого рода

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В первой части данной лабораторной работы производится измерение зависимости силы  $F_1$  от груза  $F_2$ , расстояния между грузом и точкой опоры рычага  $x_2$  и расстояния между точкой приложения силы и точкой опоры  $x_1$  для рычага второго рода. Во второй части лабораторной работы измеряется зависимость силы  $F_1$  от груза  $F_2$ , расстояние между грузом и точкой опоры рычага  $x_2$  и расстояние между точкой приложения силы и точкой опоры  $x_1$  для рычага первого рода.

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

По измеренным значениям необходимо рассчитать в каждом случае произведения  $F_1 \cdot x_1$  и  $F_2 \cdot x_2$  и сравнить их.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение рычагу, назовите практические примеры рычагов.
2. Чем отличаются рычаги первого и второго рода?
3. Что такое плечо силы применительно к рычагу?
4. Сформулируйте закон равновесия рычага.
5. Для чего применяется пружинный динамометр в данном опыте?

## Лабораторная работа №13. Параллелограмм сил

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Экспериментальное исследование векторного сложения сил. Графическое представление равновесия трех произвольных сил. Аналитическое исследование точки равновесия в случае, когда силы симметричны.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Векторное сложение сил можно просто и наглядно представить на столе для демонстрации сил. Точка приложения трех отдельных сил в состоянии равновесия находится строго по середине стола. Величины отдельных сил определяются по подвешенным грузикам, а угол каждого из векторов силы (направление действия каждой из сил) определяется с помощью транспортира. Результат опыта можно оценить аналитически или представить графически.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

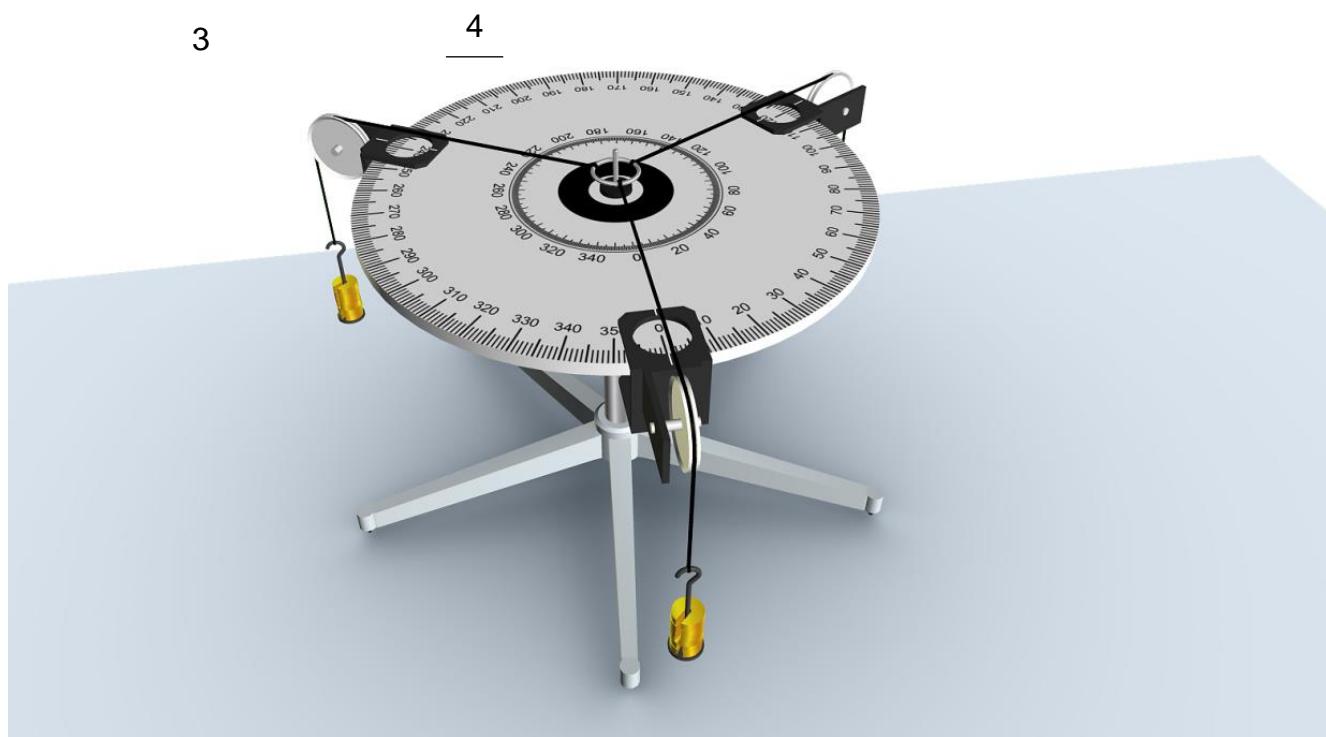


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Диск-транспортир	шкала 0–360°
2	Набор грузов (с прорезью)	3 × (9 шт. × 10 г)
3	Ролик	3 шт.
4	Кольцо	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Силы – это векторы, и, следовательно, их можно складывать, используя правила сложения векторов. Чтобы представить сумму двух векторов графически, начало второго вектора помещается в точку конца первого вектора. Стрелка из точки начала первого вектора до точки конца второго вектора представляет собой вектор, полученный в результате сложения этих векторов. Если построить параллелограмм (в котором два складываемых вектора являются сторонами), диагональ, проведенная из угла начальной точки в противоположный угол, будет представлять собой результат сложения векторов (рисунок 2).

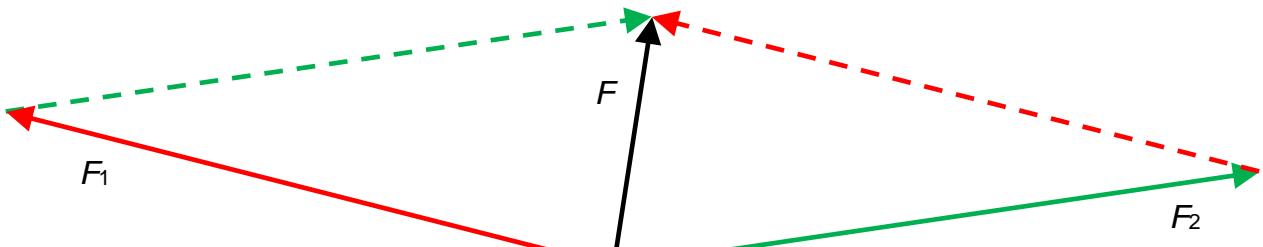


Рисунок 2 – Векторная сумма сил (параллелограмм сил)

Векторное сложение сил можно просто и наглядно представить на столе для демонстрации сил. Точка приложения трех отдельных сил в состоянии равновесия находится строго по середине стола. Величины отдельных сил определяются по подвешенным грузикам, а угол каждого из векторов силы (направление действия каждой из сил) определяется с помощью транспортира.

В состоянии равновесия сумма трех отдельных сил определяется выражением:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 \quad (1)$$

Поэтому  $F_3$  – это сумма отдельных сил  $F_1$  и  $F_2$  (рисунок 3):

$$-F_3 = F = F_1 + F_2 \quad (2)$$

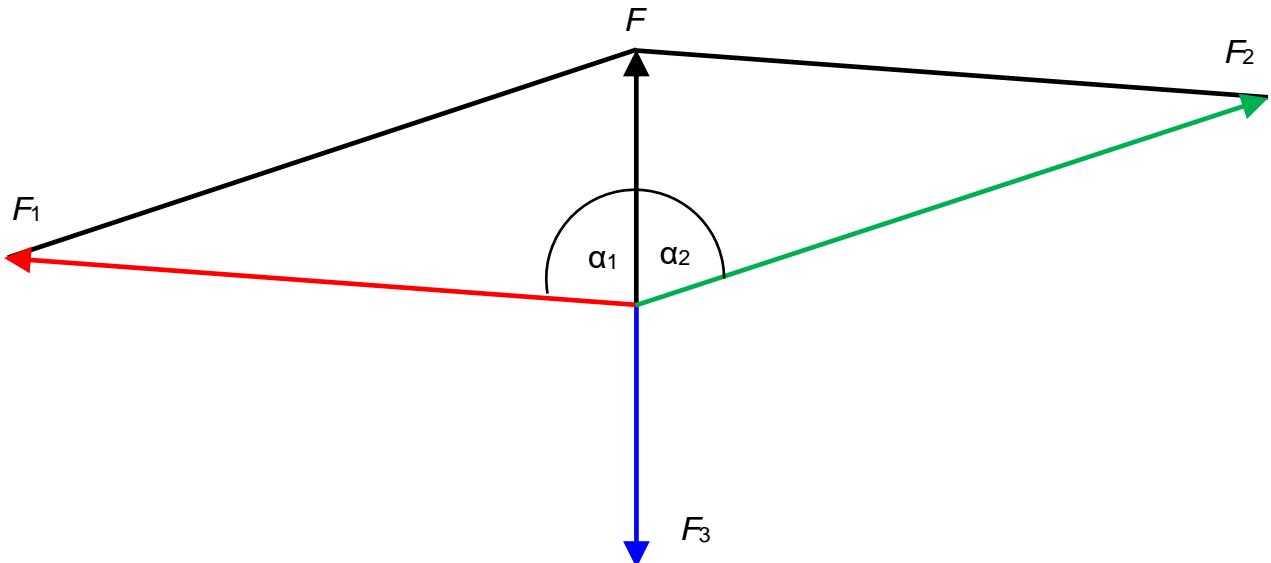


Рисунок 3 – Определение суммы векторов двух сил  $F_1$  и  $F_2$  по уравновешивающей силе  $F_3$

Параллельные векторные составляющие для суммы  $F$  определяются уравнением

$$-F_3 = F = F_1 \cdot \cos(\alpha_1) + F_2 \cdot \cos(\alpha_2) \quad (3)$$

Параллельные векторные составляющие для суммы  $F$  определяются уравнением

$$0 = F_1 \cdot \sin(\alpha_1) + F_2 \cdot \sin(\alpha_2) \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) представляют собой математический анализ векторного сложения. Для проведения данного опыта рекомендуется направить силу  $F_3$  так, чтобы ее угол был равен  $0^\circ$ .

В качестве альтернативы аналитическому представлению равновесия сил можно исследовать графически. Для того чтобы это сделать, нарисуем линии, представляющие все три силы и исходящие из центральной точки приложения. Отметим величину и угол каждой силы. Затем сместим силы  $F_2$  и  $F_3$  вдоль параллельных линий, пока точка начала не окажется в конце предыдущего вектора. Полученный в результате вектор равен 0 (рисунок 4). При проведении данного опыта эту операцию выполняют для трех произвольных сил, следя за тем, чтобы все время сохранялось состояние равновесия.

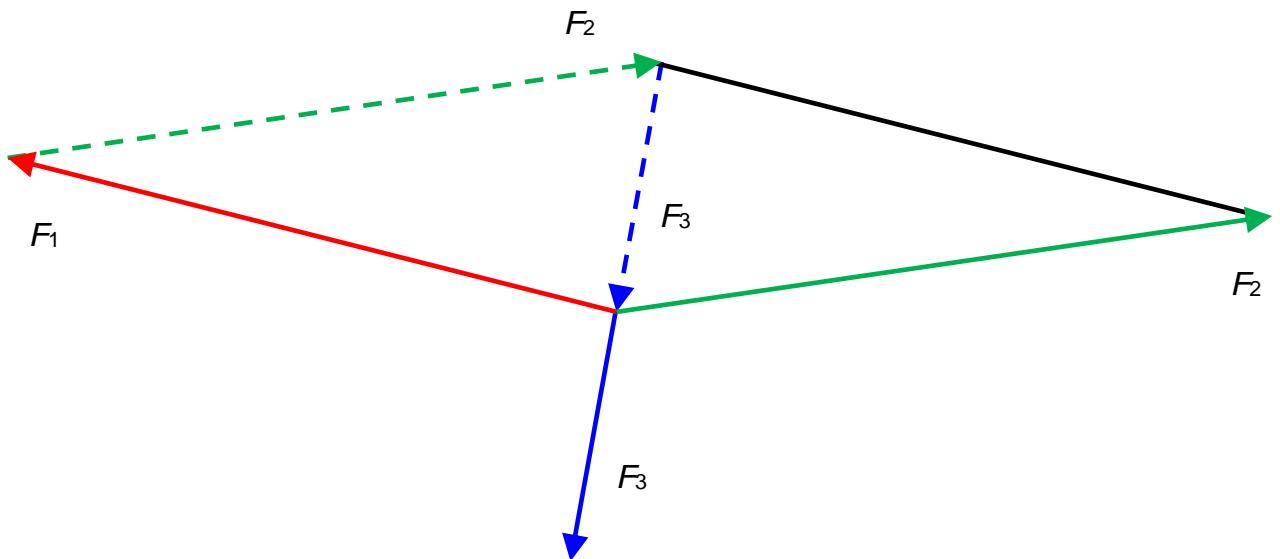


Рисунок 4 – Графическое исследование равновесия трех произвольных сил, действующих в различных направлениях

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Лабораторная работа выполняется на специальном столике, оснащенным диском-транспортиром и тремя креплениями для подвески грузов. Грузы радиально перемещаются по диску-транспортиру с возможностью фиксирования их углового положения относительно центра диска. В данном опыте аналитическое наблюдение ограничивается особым случаем, когда две силы  $F_1$  и  $F_2$  симметричны  $F_3$ .

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Равенство (4) выполняется в симметричном случае ( $F_1 = F_2$  и  $\alpha_1 = -\alpha_2$ ). Из уравнения (3) получаем уравнение характеристики, с помощью которого построен график на рисунке 5, описывающий данные измерения.

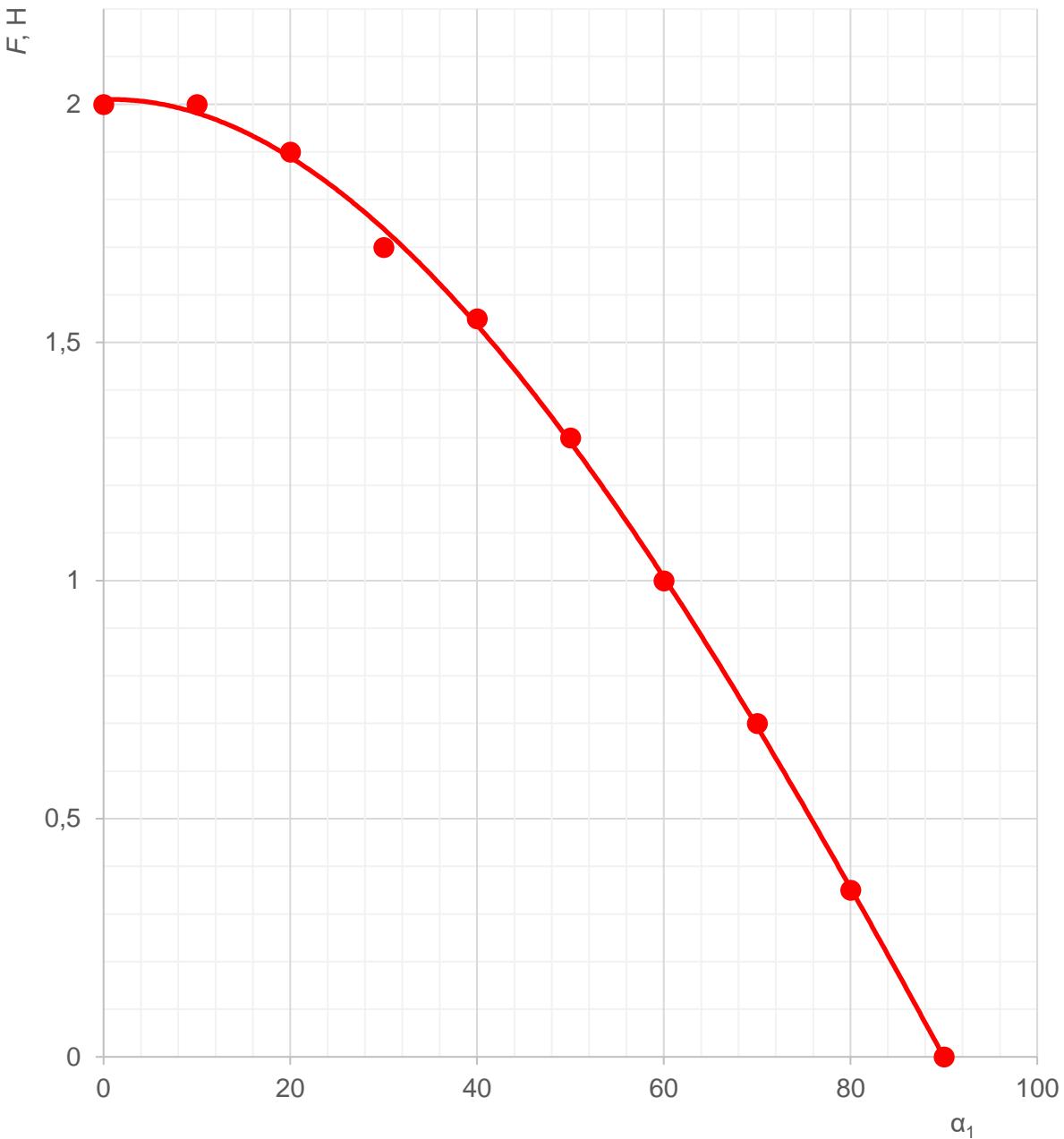


Рисунок 5 – Измеренная и рассчитанная суммы двух симметричных сил в зависимости от угла  $\alpha_1$ .

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое сила в физическом понимании?
2. Сформулируйте условие равновесия сил применительно к данной лабораторной установке.
3. Как графически представить равновесие трех сил, действующих в разных направлениях?
4. Как определяются величины отдельных сил в данном опыте?
5. Опишите частный случай расположения сил, рассматриваемый в данной лабораторной работе?

## Лабораторная работа №14. Наклонная плоскость

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение составляющей веса тела, которая направлена вниз параллельно наклонной плоскости, в зависимости от угла наклона плоскости. Построение графика зависимости отношения параллельной составляющей веса к весу тела от синуса угла наклона плоскости. Расчет составляющей силы, действующей перпендикулярно плоскости.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

При перемещении тела по наклонной плоскости нужно преодолеть не полный вес тела  $G$ , а только ту его составляющую, которая действует параллельно плоскости,  $F_1$ . Тот факт, что эта составляющая меньше веса, становится более очевидным по мере уменьшения угла наклона плоскости  $\alpha$ .

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

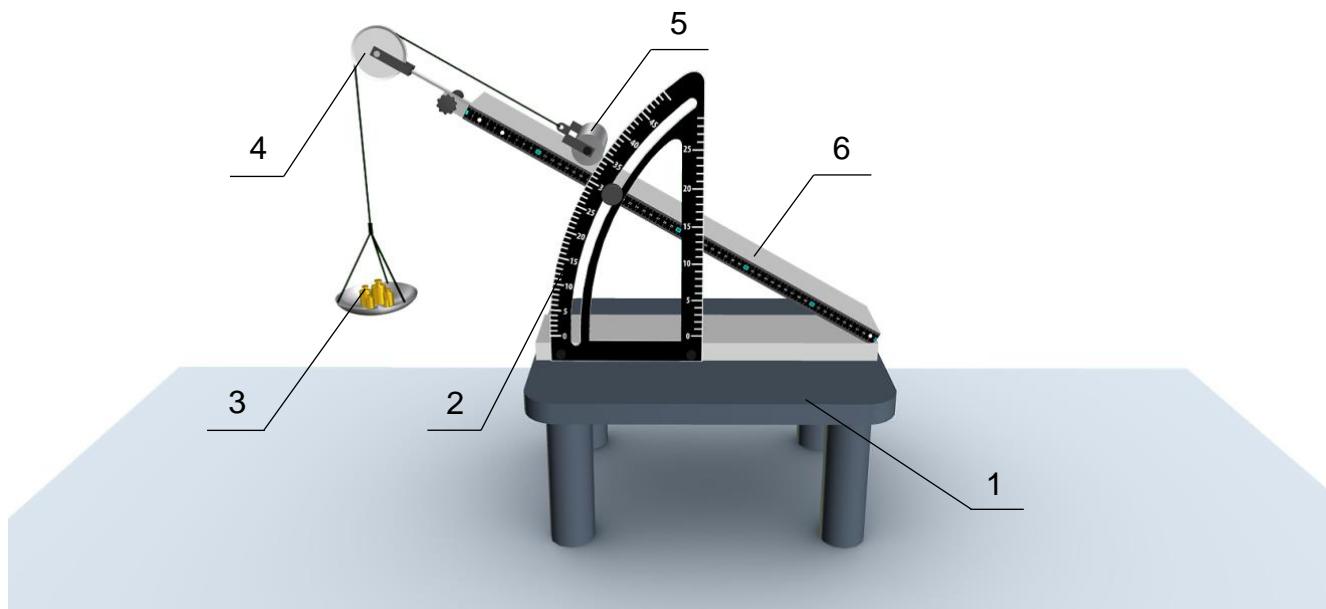


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Опора	
2	Транспортир	шкала 0–50 <sup>0</sup>
3	Чаша с грузами	
4	Ролик	
5	Цилиндрическое тело	
6	Наклонная плоскость	длина 0,6 м

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Векторная разность между весом и составляющей, направленной вниз по плоскости, выражается составляющей, перпендикулярной плоскости,  $F_2$  (рисунок 2).

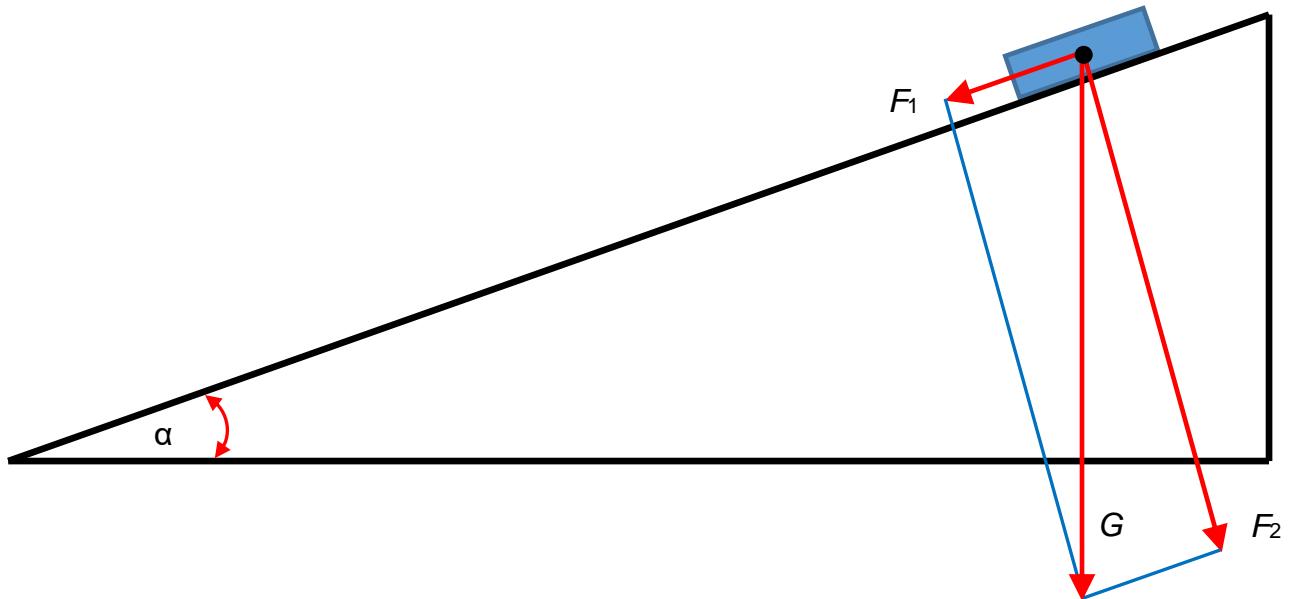


Рисунок 2 – Разложение веса  $G$  на векторные составляющие, параллельные плоскости,  $F_1$ , и перпендикулярные плоскости,  $F_2$

Величины этих сил определяются следующими соотношениями:

$$F_1 = G \cdot \sin(\alpha) \quad (1)$$

$$F_2 = G \cdot \cos(\alpha) \quad (2)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте тело подвешивается на бечевке, которая пропускается через шкив. Затем сила, действующая вдоль плоскости, уравновешивается гирьками, расположенными на чаше для гирь, которая подвешена на другом конце бечевки. Поскольку трение между телом и наклонной плоскостью влияет на результаты опыта, в качестве значения для измерений берется среднее между минимальным и максимальным значением; при этом величина составляющей силы, направленной вниз по плоскости ровно такая, чтобы остановить соскальзывание тела вниз и не увлечь его за собой вверх по плоскости.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Чтобы оценить данные, полученные в результате опыта, отношение параллельной составляющей силы  $F_1$ , измеренной при различных углах наклона  $\alpha$  к весу тела  $G$ , наносится на график зависимости от  $\sin(\alpha)$ . Все полученные значения в пределах погрешности измерений лежат на прямой, проходящей через точку начала координат.

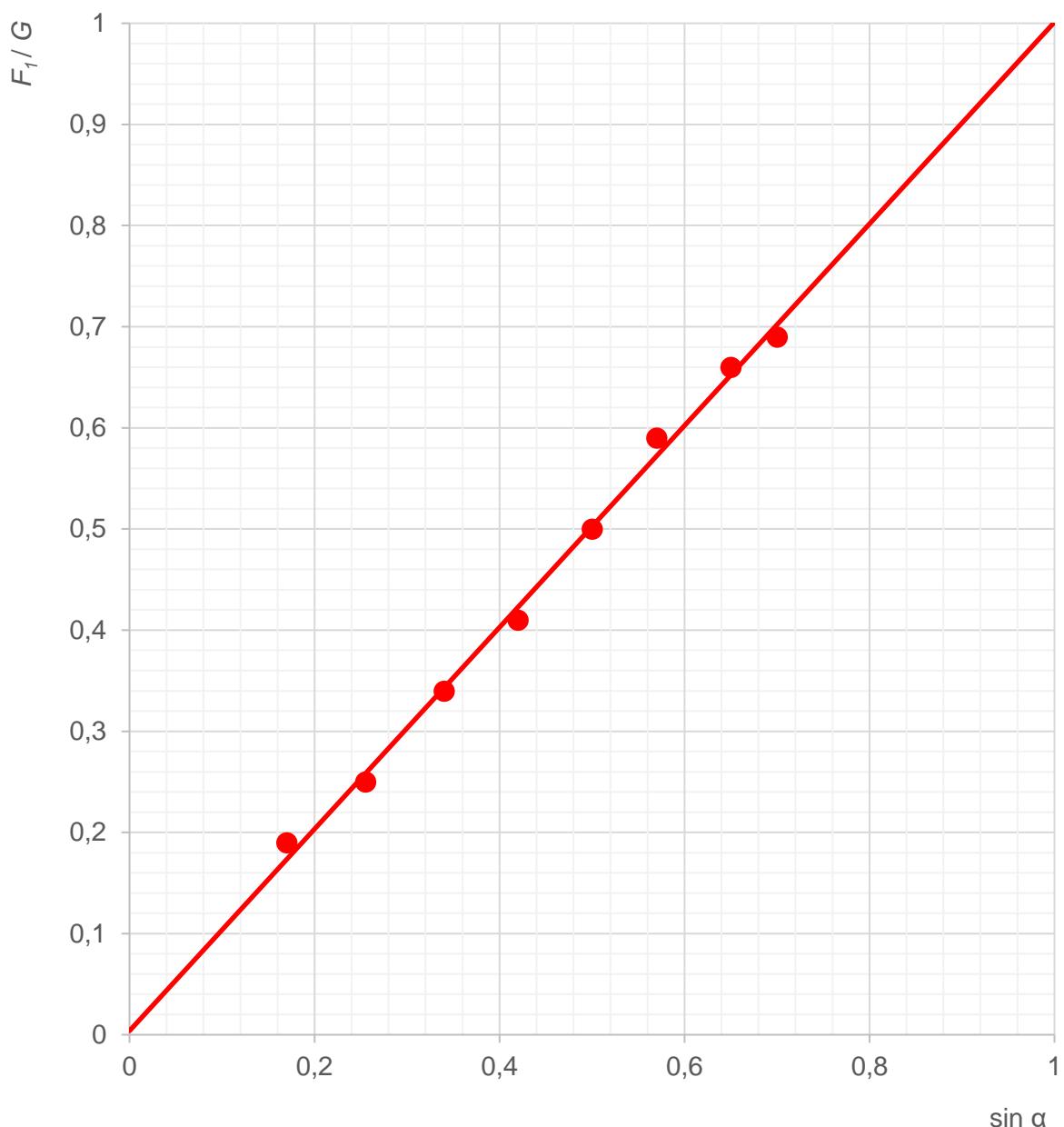


Рисунок 3 – Зависимость отношения составляющей  $F_1$  к весу  $G$  от  $\sin(\alpha)$ .

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие силы действуют на тело, находящееся на наклонной поверхности?
2. Опишите принцип работы лабораторной установки.
3. Как отношение параллельной составляющей силы тяжести к весу тела зависит от угла наклона плоскости?
4. Каким образом учитывается влияние трения между телом и наклонной плоскостью в данном опыте?

## Лабораторная работа №15. Статическое и динамическое трение

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Сравнение статического и динамического трения. Измерение зависимости динамического трения от площади соприкосновения. Измерение зависимости динамического трения от сочетания материалов. Измерение зависимости динамического трения от силы, действующей в направлении, перпендикулярном плоскости между двумя соприкасающимися поверхностями (силы в направлении нормали).

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Для того чтобы измерить динамическое трение, используется устройство для измерения силы трения. Оно состоит из подвижных полосок трения, которые вытягиваются с постоянной скоростью из-под неподвижного негладкого тела, соединенного с динамометром. Для того чтобы изменять эффективную весовую нагрузку (следовательно, силу, действующую по нормали) неподвижного тела, необходимо установить любое значение угла наклона дорожки.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

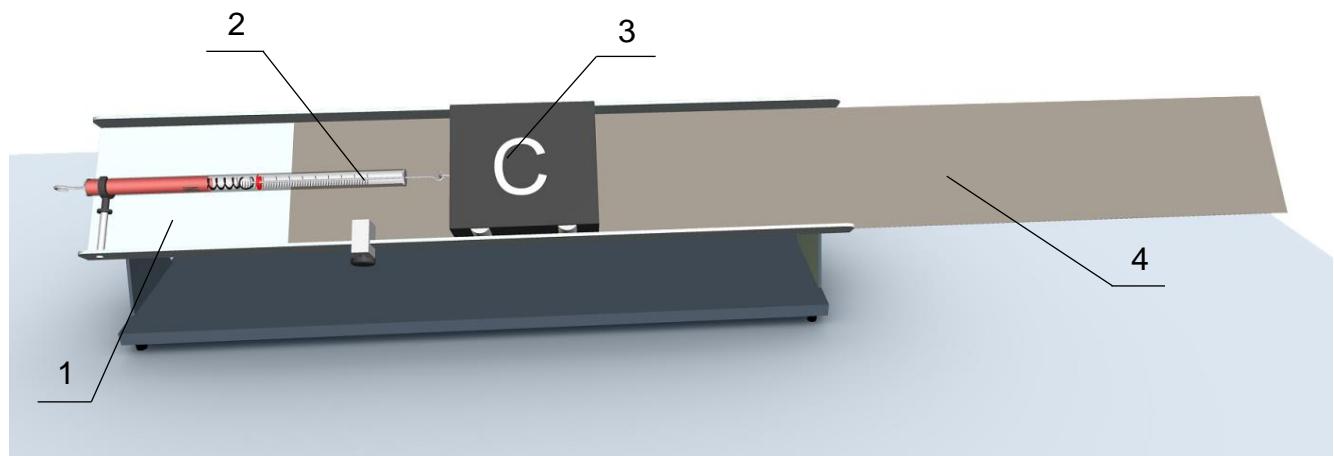


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Дорожка	длина 180 см
2	Пружинный динамометр	0–2 Н
3	Испытуемое тело	325 г, 200 г
4	Фрикционная лента	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для того чтобы переместить тело, находящееся в состоянии покоя, по горизонтальной поверхности, нужно преодолеть силу инерции. Она возникает вследствие статического трения между телом и поверхностью, на которой оно покойится. Если начавшее движение тело нужно заставить продолжать скользить по поверхности, требуется приложить силу  $F_{dyn}$ , чтобы преодолеть динамическое трение. Эта сила меньше, чем начальная сила, которая требуется для преодоления инерции, обусловленной статическим трением  $F_{stat}$ , поскольку степень взаимодействия между скользящим телом и поверхностью под ним меньше.

Ни одна из этих сил не зависит от площади соприкосновения, а определяется в основном типами материалов и степенью шероховатости соприкасающихся поверхностей. Они также пропорциональны силе, которая прижимает поверхности друг к другу и действует в плоскости, перпендикулярной плоскости самих поверхностей. Эта сила называется нормальной силой  $F_N$  (она действует по нормали, т.е. перпендикулярно поверхности). Таким образом, коэффициенты статического трения  $\mu_{stat}$  и динамического трения  $\mu_{dyn}$  определяются следующими двумя уравнениями:

$$F_{stat} = \mu_{stat} \cdot F_N \quad (1)$$

и

$$F_{dyn} = \mu_{dyn} \cdot F_N$$

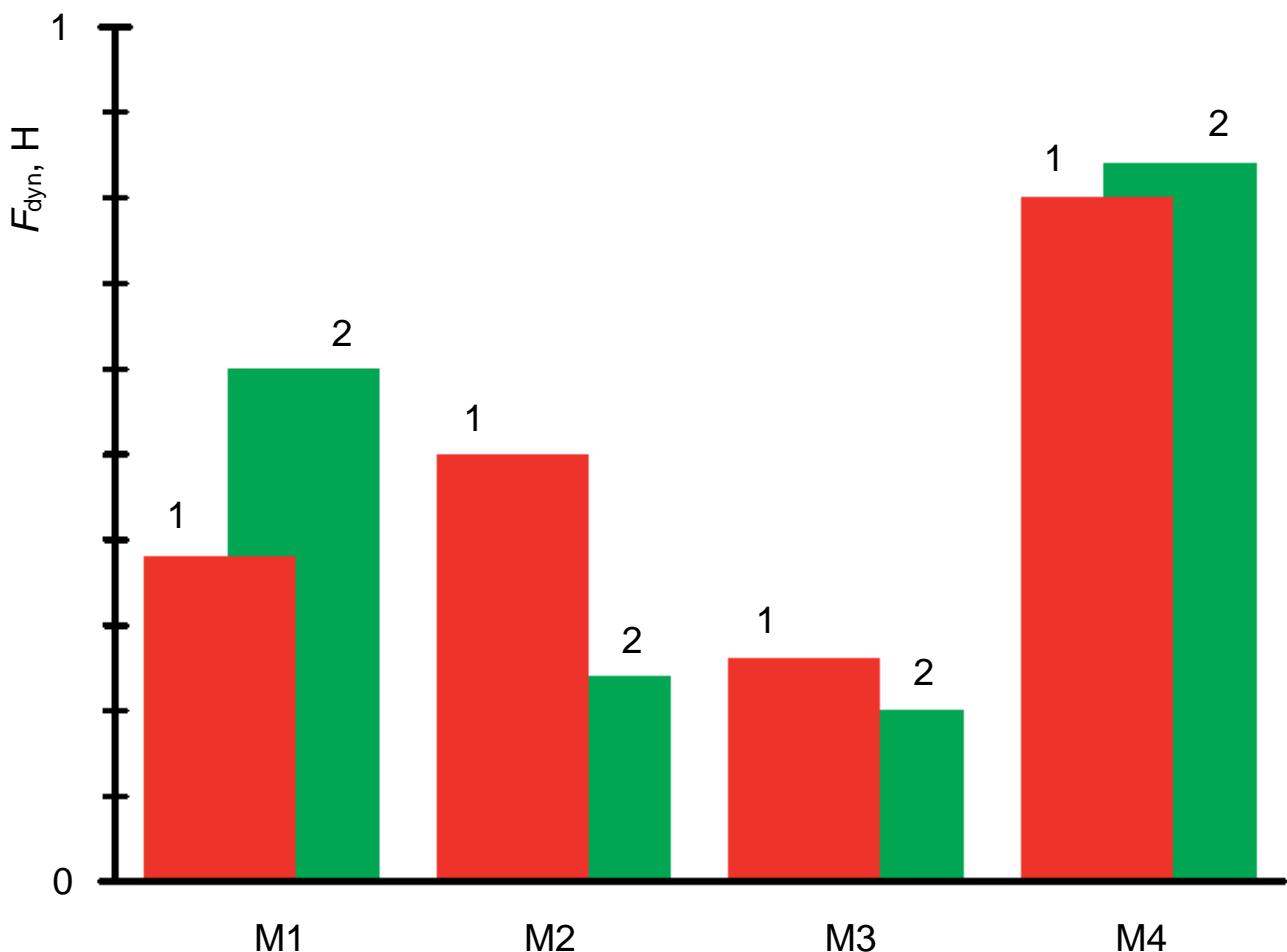


Рисунок 2 – Динамическое трение  $F_{dyn}$  в случае четырех различных материалов на гладкой поверхности (1) и на негладкой поверхности (2)

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Для того чтобы измерить динамическое трение, используется устройство для измерения трения, в котором негладкие полоски вытаскиваются с постоянной скоростью из-под тела, остающегося неподвижным и соединенным с динамометром. Измерения проводятся при различных сочетаниях материалов и площадей соприкосновения. Чтобы изменить нормальную силу, дорожку можно наклонить так, чтобы изменилась составляющая нагрузки неподвижного тела, которая действует по нормали к плоскости поверхности.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Если дорожку наклонить на угол  $\alpha$ , нормальная составляющая силы, которую создает тело массой  $m$  в направлении, перпендикулярном наклонной плоскости, выражается следующим образом:

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \quad (2)$$

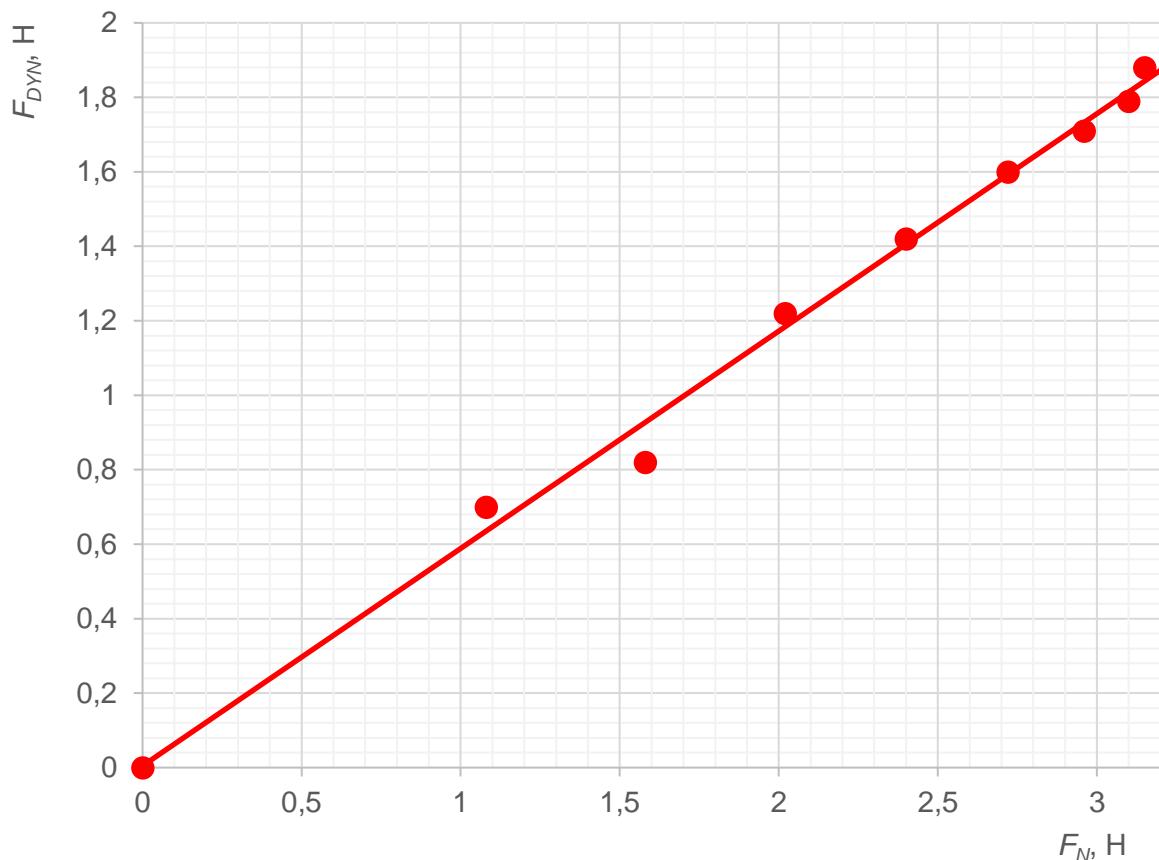


Рисунок 3 – Зависимость динамического трения  $F_{dyn}$  от силы, действующей по нормали к плоскости между двумя соприкасающимися поверхностями,  $F_N$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определения статическому и динамическому видам трения.
2. От чего зависят коэффициенты статического и динамического трения?
3. Какие физические характеристики измеряются в данном опыте?
4. Для чего изменяется угол наклона дорожки?
5. Какова взаимосвязь между динамической и статической силами трения?

## Лабораторная работа №16. Определение модуля Юнга

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение профиля деформации плоского бруса с опорами на обоих концах при центральной и смещенной от центра нагрузке. Измерение деформации как функции силы. Измерение деформации как функции длины, ширины и высоты, а также зависимости деформации от материала бруса. Определение модуля упругости материала.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Сопротивление плоского горизонтального бруса деформации в форме изгиба под действием внешней силы можно рассчитать математически, если степень деформации значительно меньше, чем длина бруса. Деформация пропорциональна модулю упругости  $E$  материала, из которого изготовлен брус. В этом опыте деформацию под воздействием известной силы можно измерить, а результаты измерения использовать для определения модуля упругости стали и алюминия.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

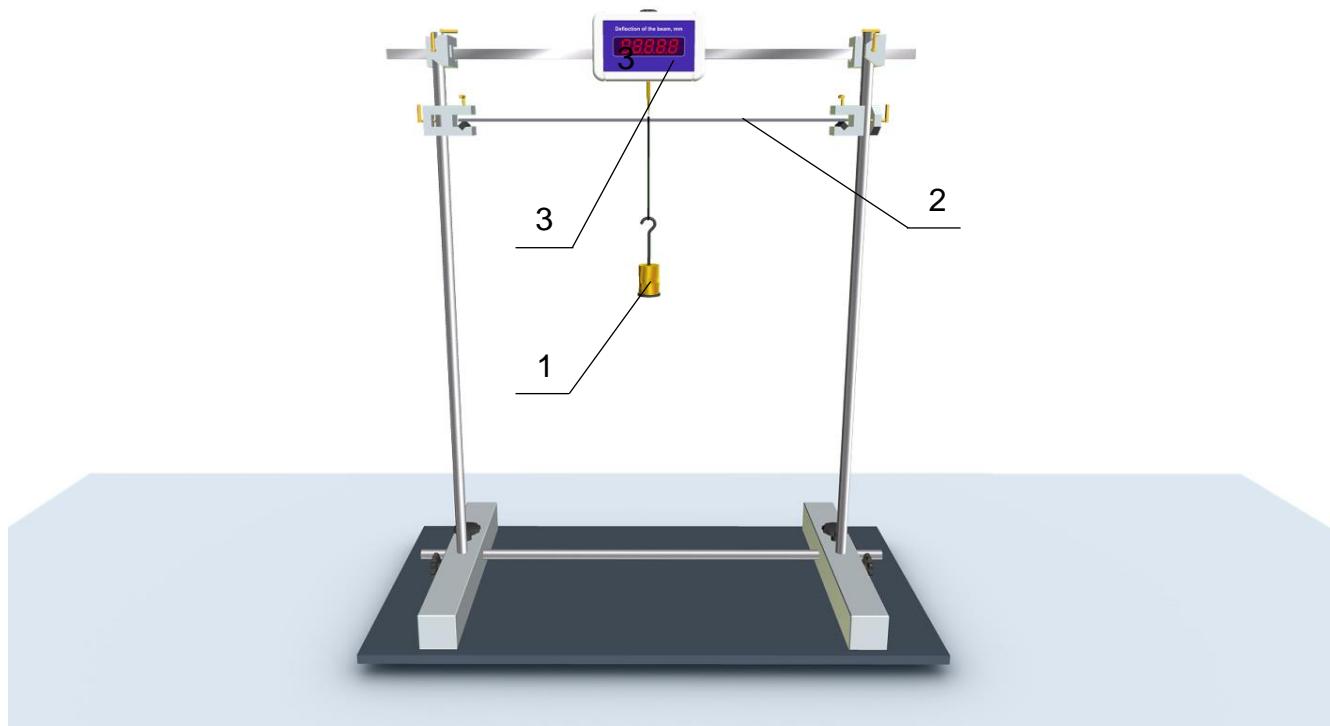


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Набор грузов (с прорезью)	масса 200–400 г
2	Испытуемая балка	12 шт.
3	Устройство для измерения прогибов	измерения в миллиметрах

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для расчета испытуемый брус послойно разделяют на параллельные сегменты, которые сжимаются внутри и растягиваются снаружи. Нейтральные сегменты не подвергаются ни сжатию, ни растяжению. Относительное растяжение или сжатие  $\varepsilon$  других слоев и связанное с этим напряжение  $\sigma$  зависит от их расстояния  $z$  от нейтральных сегментов:

$$\varepsilon(z) = \frac{s + \Delta s(z)}{s} = \frac{z}{\rho(x)} \quad (1)$$

и

$$\sigma(z) = E \cdot \varepsilon(z)$$

где  $\rho(x)$  – местный радиус кривизны, вызванной изгибом.

Таким образом, кривизна определяется местным изгибающим моментом:

$$M(x) = \int_A \sigma(z) \cdot z \cdot dA = \frac{1}{\rho(x)} \cdot E \cdot I \quad (2)$$

где  $I = \int_A z^2 \cdot dA$  – момент инерции площади.

В этом опыте вместо радиуса кривизны  $\rho(x)$  можно измерять профиль деформации  $w(x)$ , по которому смещаются нейтральные сегменты от их положения покоя. Его можно рассчитать следующим образом, в случае если изменения  $dw(x)/dx$  из-за деформации достаточно малы:

$$\frac{d^2w}{dx^2}(x) = \frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{E \cdot I} \quad (3)$$

профиль деформации получается двойным интегрированием.

Типовым примером является наблюдение бруса длиной  $L$ , который опирается на оба конца, и к которому в точке  $a$  приложена направленная вниз сила  $F$ . В состоянии равновесия сумма всех действующих сил равна нулю:

$$F_1 + F_2 - F = 0 \quad (4)$$

Точно также сумма всех моментов, действующих на брус в произвольно выбранной точке  $x$ , также равна нулю:

$$M(x) - F_1 \cdot x - F_2 \cdot (L - x) + F \cdot (a - x) = 0 \quad (5)$$

Кривизна или деформация на концах бруса не возникает, т. е.  $M(0) = M(L) = 0$  и  $w(0) = w(L) = 0$ . Это значит, что  $M(x)$  полностью поддается определению:

$$M(\zeta) = \begin{cases} F \cdot L \cdot (1 - \alpha) \cdot \zeta; & 0 \leq \zeta \leq \alpha \\ F \cdot L \cdot (1 - \zeta) \cdot \alpha; & \alpha < \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

где  $\zeta = x/L$  и  $\alpha = a/L$ .

Профиль деформации получается двойным интегрированием

$$w(\zeta) = \begin{aligned} & \frac{F \cdot L^3}{E \cdot I} \cdot \left[ (1 - \alpha) \cdot \frac{\zeta^3}{6} - \left( \frac{\alpha^3}{6} - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha}{3} \right) \cdot \zeta \right] \\ & \frac{F \cdot L^3}{E \cdot I} \cdot \left[ \frac{\alpha^3}{6} - \left( \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha}{3} \right) \cdot \zeta + \frac{\alpha}{2} \cdot \zeta^2 - \frac{\alpha}{6} \cdot \zeta^3 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте форма профиля проверяется при нагрузке в центре бруса ( $\alpha = 0,5$ ) и при смещенной от центра нагрузке ( $\alpha < 0,5$ ). В ходе проведения опыта измеряется деформация как функция приложенной силы, а также как функция длины, ширины и высоты испытуемой балки. Дополнительно исследуется зависимость деформации от материала балки и определяется модуль упругости материала.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Когда нагрузка приложена в центре, справедливо следующее

$$w \left( x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2} \right) = -\frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (8)$$

Для прямоугольника шириной  $b$  и высотой  $d$  выполняется следующий расчет:

$$I = \int_A z^2 \cdot dA = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} z^2 \cdot b \cdot dz = \frac{d^3}{12} \cdot b \quad (9)$$

В этом случае

$$w \left( x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2} \right) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{L^3}{d^3} \cdot \frac{1}{b} \quad (10)$$

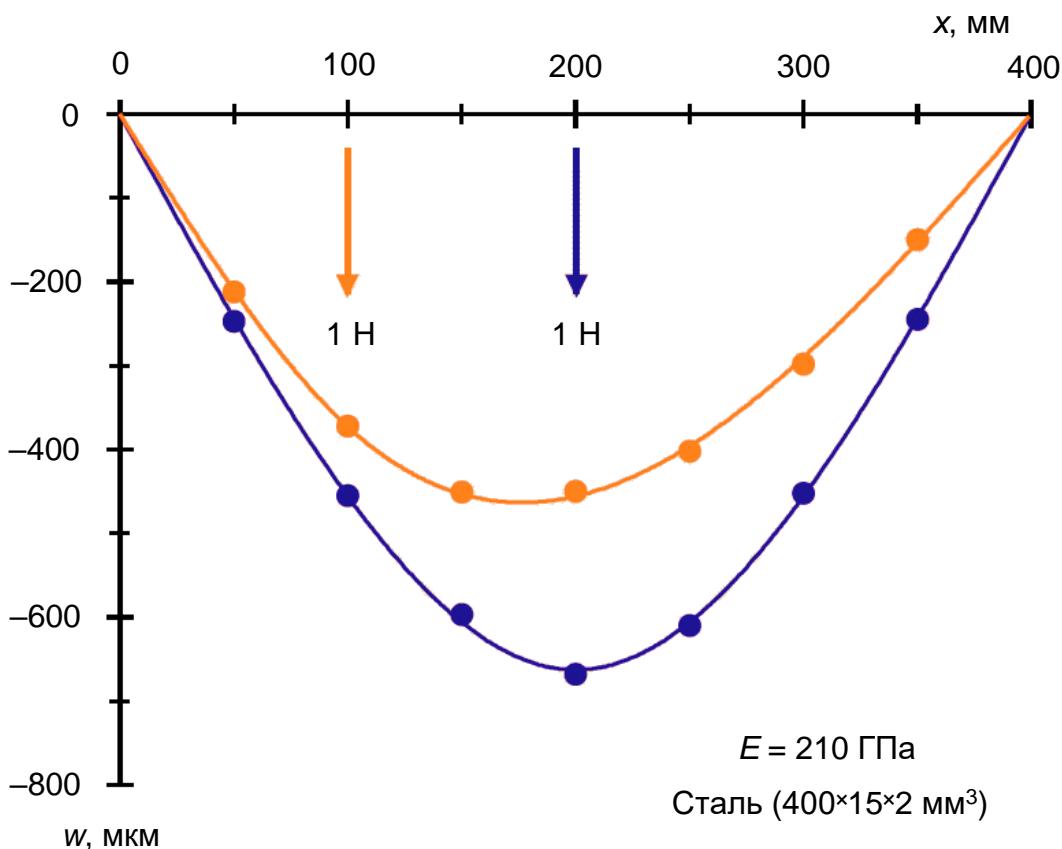


Рисунок 2 – Измеренный и расчетный профиль деформации для нагрузки, действующей в центре, и смещенной от центра

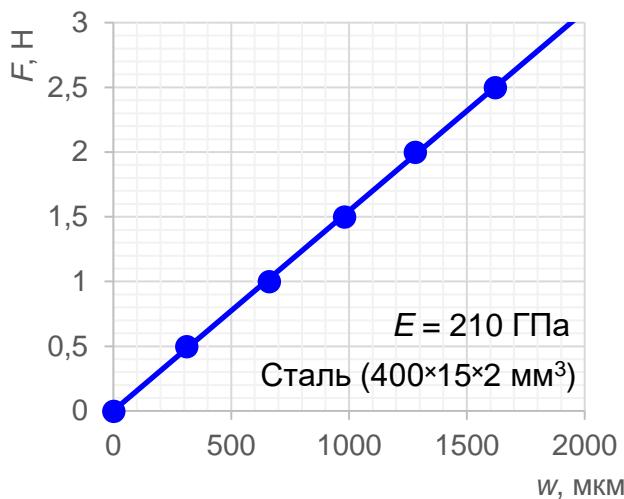


Рисунок 3 – Подтверждение закона Гука

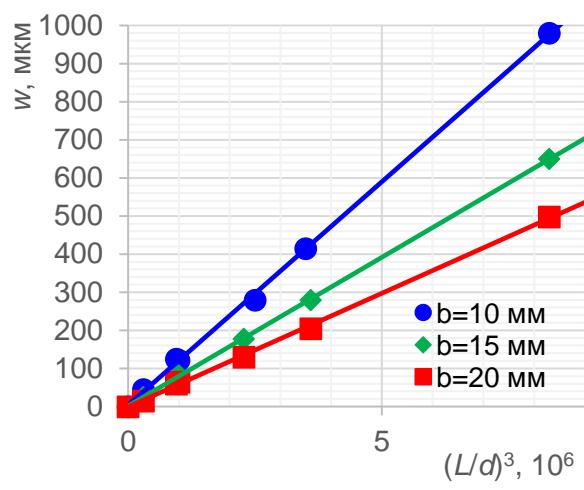


Рисунок 4 – Зависимость деформации от соотношения  $(L/d)^3$

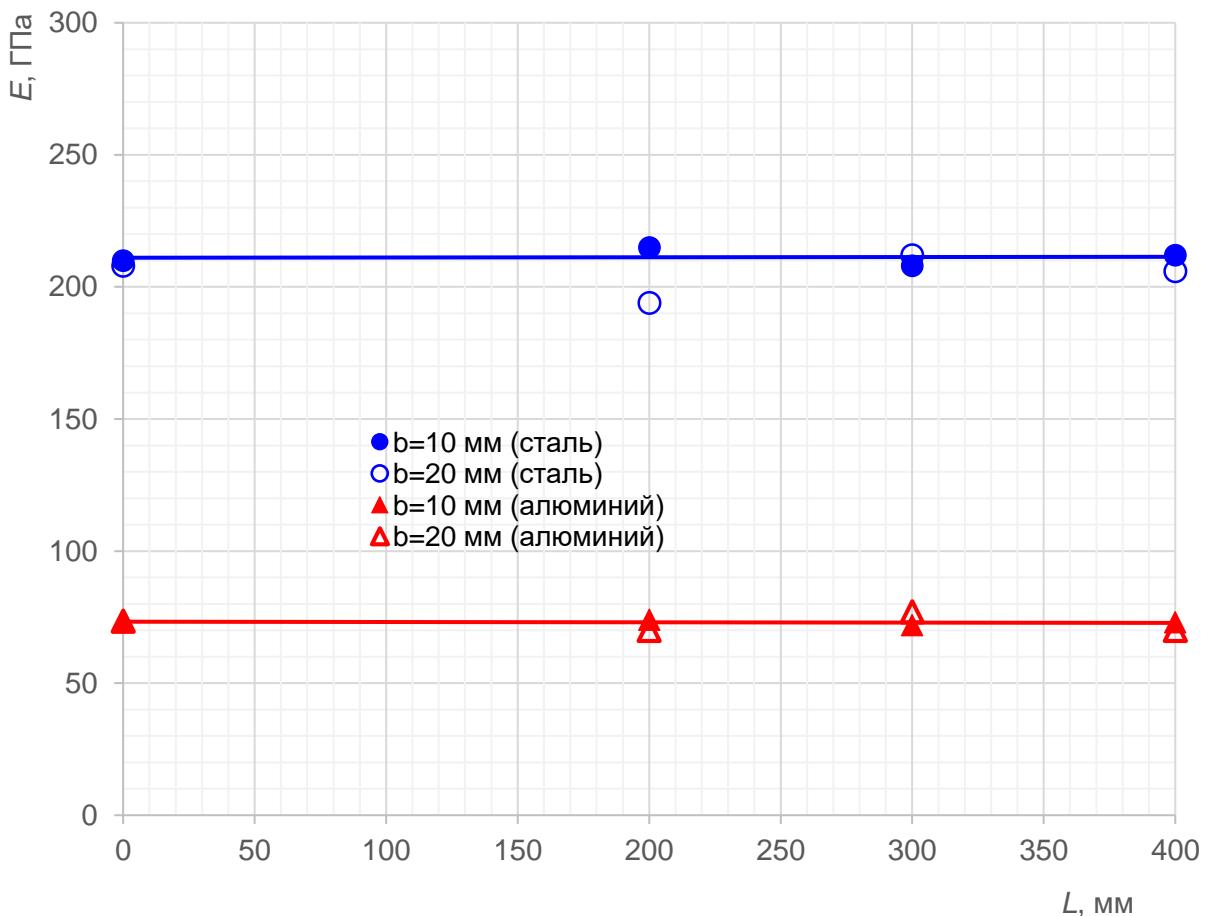


Рисунок 5 – Модуль упругости стали и алюминия

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как связаны деформация и модуль упругости материала испытуемого бруса?
2. Как определяется профиль деформации испытуемого бруса?
3. Как деформация зависит от длины, ширины и высоты испытуемого бруса?
4. Опишите принцип действия лабораторной установки.
5. Как определяется модуль Юнга в данном опыте?

## Лабораторная работа №17. Исследование скручивания на цилиндрических стержнях

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Определение коэффициентов кручения цилиндрических стержней как функций их длины и диаметра. Определение коэффициентов кручения цилиндрических стержней, изготовленных из различных материалов, а также определение их модулей сдвига.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Для деформирования твердых тел требуется приложение внешней силы. Она действует, преодолевая собственное сопротивление тела деформации, которое зависит от материала, из которого изготовлено тело, а также его геометрии и направления приложенной силы. Деформация является упругой, обратимой и пропорциональной приложенной силе до тех пор, пока эта сила не слишком велика. Одним из часто исследуемых примеров является скручающее усилие, прилагаемое к ровному цилиндрическому стержню, который закреплен на одном конце. Сопротивление стержня деформации можно численно анализировать и определять на установке, позволяющей инициировать колебания собственно стержня и диска маятника и затем измерять период этих колебаний.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

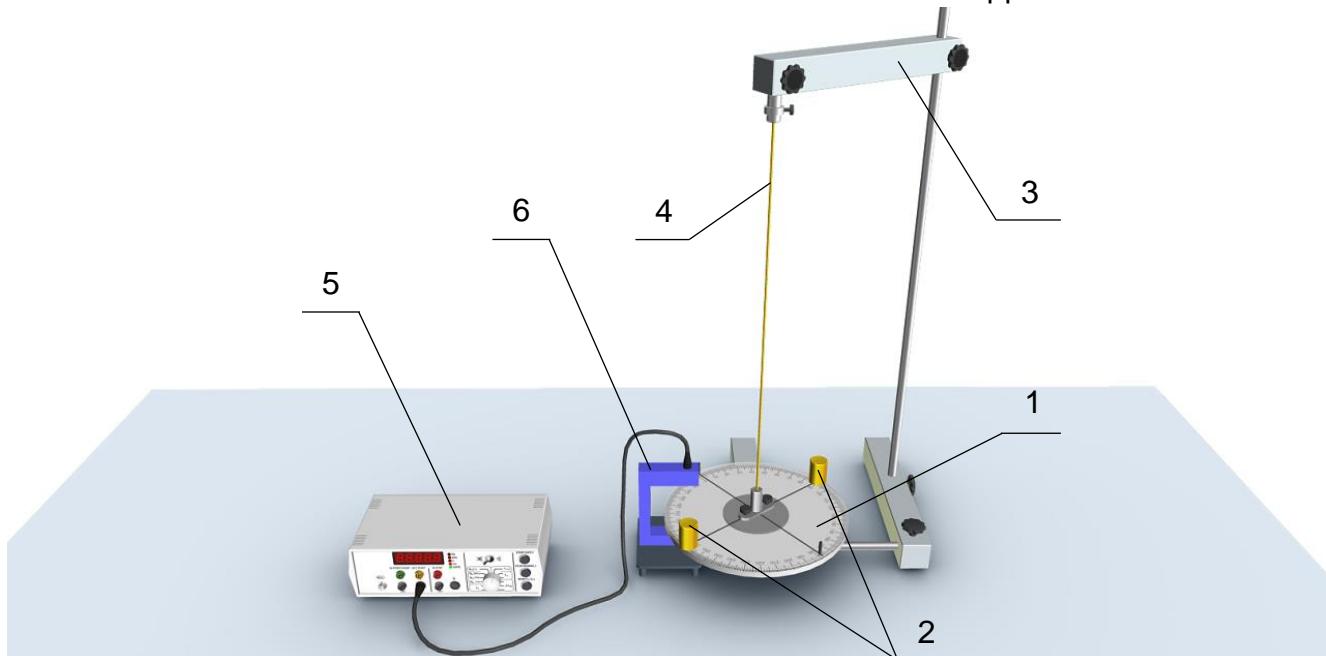


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Вращающийся диск	шкала транспортира 0–360°
2	Дополнительный груз	2 шт. × 100 г
3	Устройство для исследования скручивания	
4	Испытуемый стержень	24 шт.
5	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
6	Рамка с фотоэлементами	
7	Радиус $R$ оси скручивания двух дополнительных грузов $m$	0,08 м

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Одним из часто исследуемых примеров является крутящее усилие, прилагаемое к ровному цилиндрическому стержню, который закреплен на одном конце, благодаря чему возможен численный анализ сопротивления стержня деформации. Это возможно благодаря разделению стержня на радиальные и цилиндрические сегменты длиной  $L$ . До тех пор, пока стержень не изгибается, скручивающее усилие прилагается к незафиксированному концу и скручивает этот конец стержня на небольшой угол  $\psi$ , вызывая поворот сегментов, которые все имеют радиус  $r$ , на следующий угол (рисунок 2):

$$\alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi \quad (1)$$

Тогда напряжение сдвига будет выражаться формулой:

$$\tau_r = \frac{dF_{r,\varphi}}{dA_{r,\varphi}} = G \cdot \alpha_r \quad (2)$$

где  $G$  – модуль сдвига материала стержня.

Компонент силы  $dF_{r,\varphi}$ , действующей в тангенциальном направлении на лицевую часть стержня

$$\Delta A_{r,\varphi} = r \cdot d\varphi \cdot dr \quad (3)$$

определяется по формуле:

$$dF_{r,\varphi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\varphi \cdot dr \quad (4)$$

Теперь можно рассчитать силу  $dF_r$ , требуемую для скручивания всего полого цилиндра радиусом  $r$  на угол  $\psi$ , вместе с соответствующим моментом  $dM_r$ :

$$dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr \quad (5)$$

Тогда для твердого стержня радиусом  $r_0$  кручение будет определяться по формуле:

$$M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi, \text{ где } D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L} \quad (6)$$

Момент  $M$  остается пропорциональным углу поворота  $\psi$  в результате кручения, т.е. коэффициент жесткости при скручивании  $D$  является постоянным до тех пор, пока момент  $M$  не слишком велик. Если момент слишком высокий, деформация становится пластичной и необратимой.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Чтобы определить коэффициент жесткости при скручивании в этом опыте, диск маятника соединяется с незафиксированным концом стержня. Пока угол отклонения не слишком велик, диск будет колебаться относительно оси скручивания с периодом

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (7)$$

где  $J$  – момент инерции диска маятника.

Когда момент инерции известен, коэффициент жесткости при скручивании можно определить по периоду колебаний. Чтобы повысить точность, общий момент инерции делится на момент инерции  $J_0$  диска маятника и момент инерции двух дополнительных грузов  $m$ , которые расположены на радиусе  $R$  оси скручивания:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2 \quad (8)$$

Затем измеряется период колебаний  $T$  диска маятника с дополнительными грузами вместе с периодом колебаний  $T_0$  диска маятника без грузов.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Уравнение для определения коэффициента кручения получается из уравнений (7) и (8), как описано ниже:

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2} \quad (9)$$

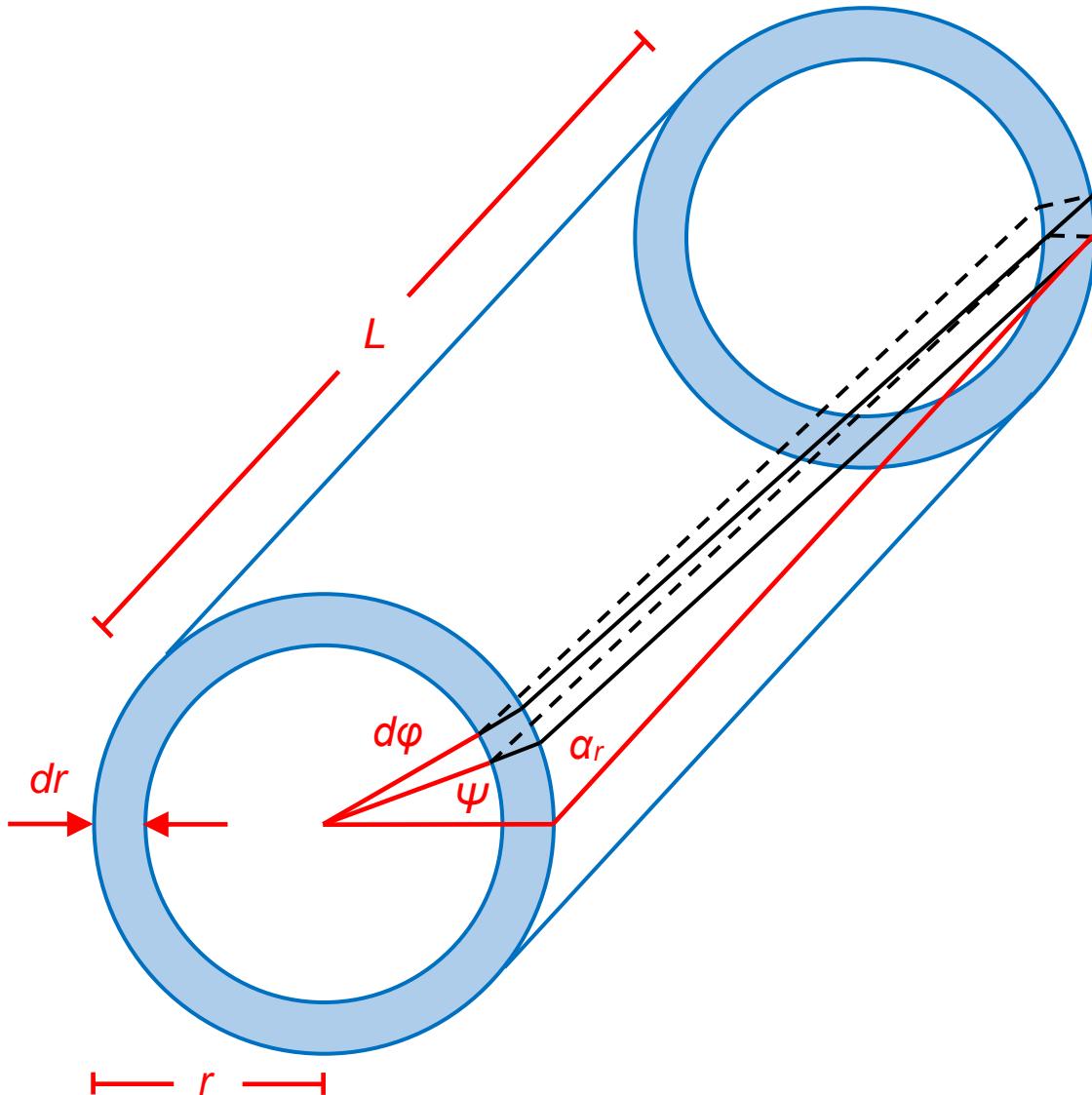


Рисунок 2 – Схема расчета момента  $dM_r$ , требуемого для приложения скручивающего усилия к полому цилинду длиной  $L$ , радиусом  $r$  и с толщиной стенки  $dr$

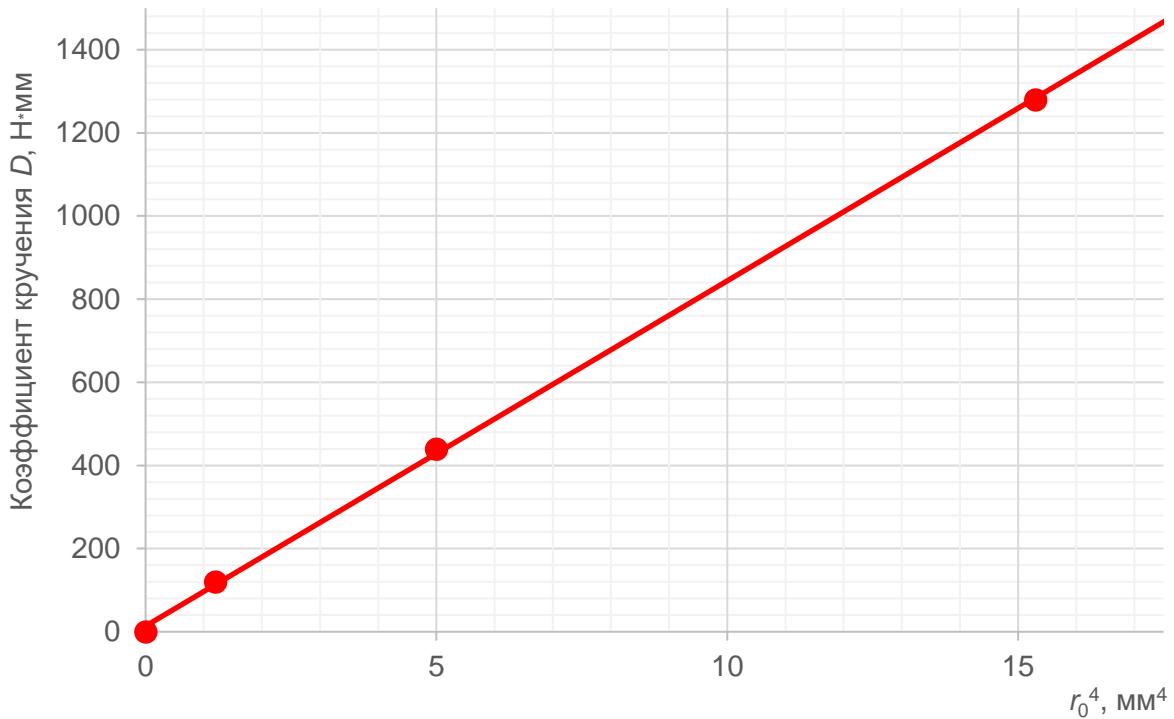


Рисунок 3 – Коэффициент кручения алюминиевых стержней длиной 500 мм как функция  $r_0^4$

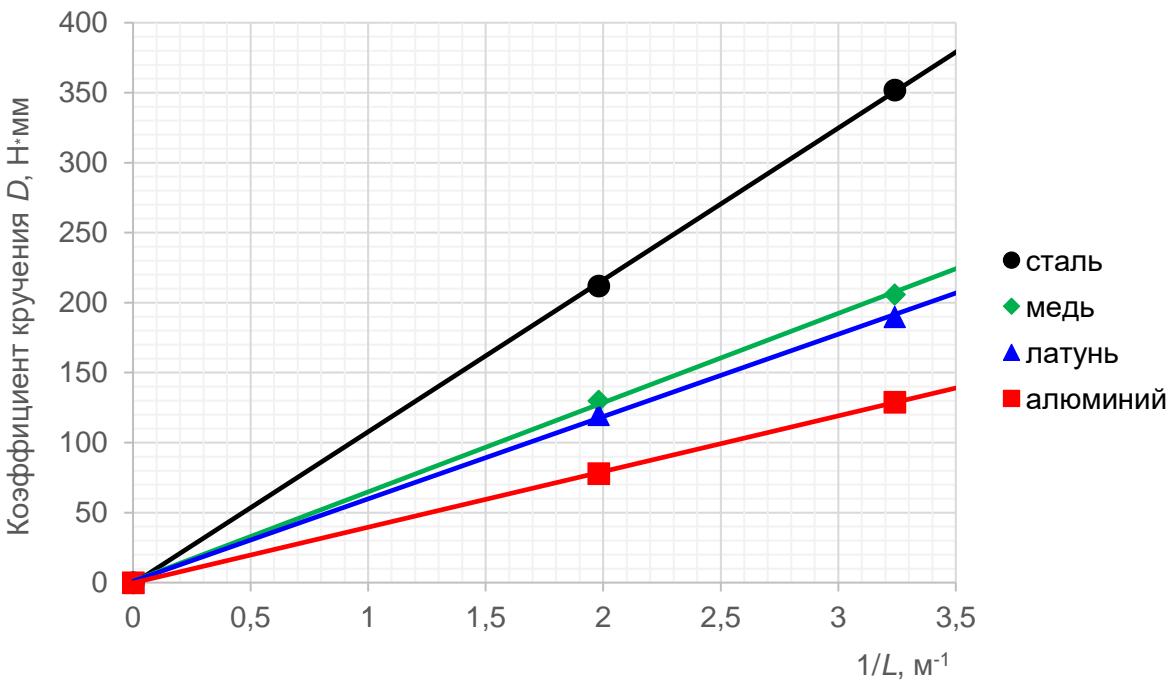


Рисунок 4 – Коэффициент кручения цилиндрических стержней как функция  $1/L$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определяется сопротивление стержня деформации в данном опыте?
2. Что такое модуль сдвига материала стержня?
3. Как определяется крутящий момент твердого стержня в данном опыте?
4. От чего зависит период колебаний диска в данном опыте?
5. Дайте определение коэффициенту кручения.

## Лабораторная работа №18. Вискозиметр с падающим шариком

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение зависимости времени, за которое шарик опускается в водном растворе глицерина от температуры. Определение динамической вязкости и сравнение ее со значениями, указанными в справочнике. Сравнение характера зависимости динамической вязкости от температуры, согласно уравнению Андраде и определение энергии активации.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Динамическая вязкость – это коэффициент пропорциональности импульса тела и поверхностного натяжения в жидкости, характеризует, насколько трудно телу проходить сквозь жидкость. Ее можно измерить с помощью вискозиметра с падающим шариком наподобие того, что разработан Гепплером. Можно также провести измерения в зависимости от температуры, если использовать также и циркуляционный термостат. Для измерений в этом опыте используется водный раствор глицерина. Это позволяет описать характер зависимости вязкости от температуры с помощью уравнения Андраде.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

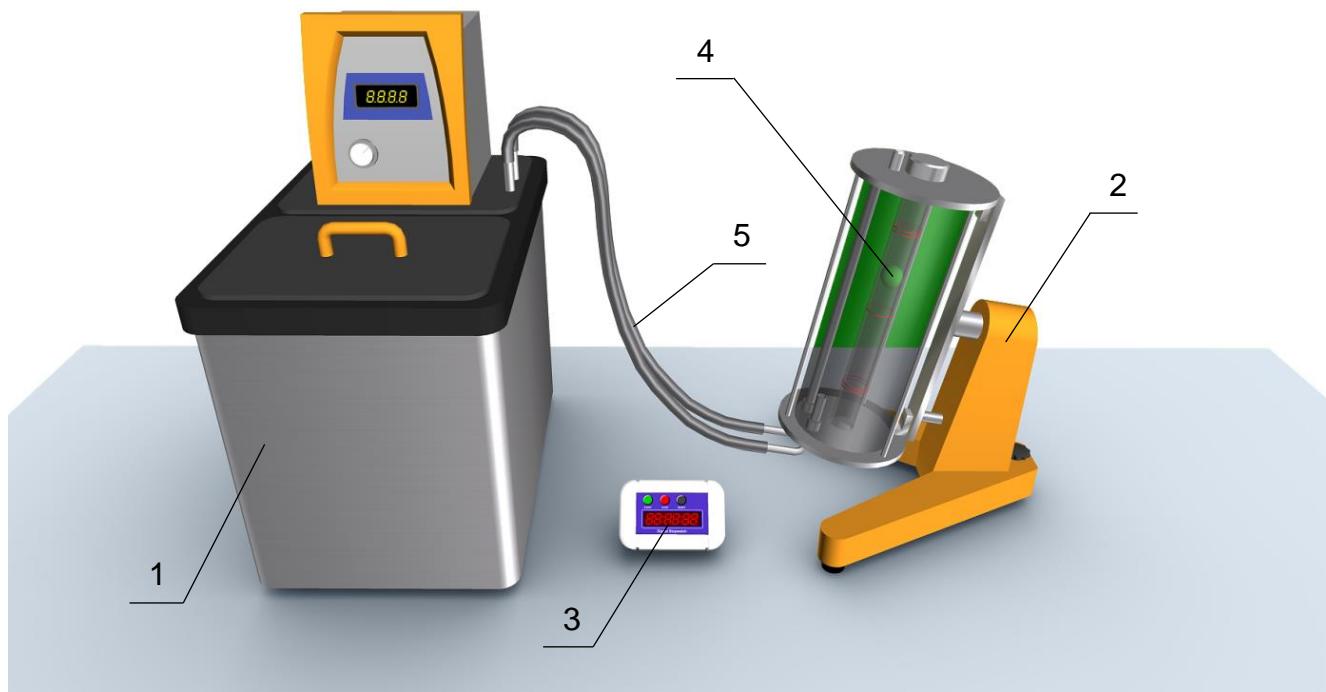


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Термостат	
2	Вискозиметр с падающим шариком	
3	Секундомер	
4	Шарик	$\varnothing 15,56 \text{ мм}, \rho=8100 \text{ кг/m}^3;$ $\varnothing 15,63 \text{ мм}, \rho=2220 \text{ кг/m}^3$
5	Соединительные шланги	2 шт.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Вязкость жидкости является результатом связывающего взаимодействия между атомами или молекулами среды. Чем сильнее эта связь, тем менее подвижны частицы вещества. Из этого следует, что поверхностное натяжение должно быть больше для данного импульса, чтобы сформировать профиль потока. Пропорциональность импульса и поверхностного натяжения является мерой того, насколько среда является вязкой, в данном случае ее динамическая или поверхностная вязкость. Жидкости, в которых динамическая вязкость не зависит от поверхностного натяжения, называются ньютоновскими жидкостями.

Динамическая вязкость  $\eta$  большинства жидкостей уменьшается с увеличением температуры. Часто это уменьшение можно описать с помощью уравнения Андраде.

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(\frac{E_A}{R \cdot T}\right) \quad (1)$$

где  $E_A$  – энергия активации атомов/молекул в жидкости;  $T$  – абсолютная температура;  $R$  – универсальная газовая постоянная, равная  $8,3144598 \text{ м}^2\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}\cdot\text{Моль}^{-1}$ .

Часто динамическую вязкость измеряют, наблюдая, как шарик тонет в жидкости под действием силы тяжести. Движение шарика замедляется за счет так называемого «сопротивления по Стоксу»

$$F_1 = \eta \cdot 6\pi \cdot r \cdot v \quad (2)$$

где  $r$  – радиус шарика.

Это заставляет шарик опускаться с постоянной скоростью  $v$ . Действие силы тяжести уменьшается выталкивающей силой жидкости, действующей на шарик:

$$F_2 = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot g \quad (3)$$

где  $\rho_0$  – плотность шарика;  $\rho$  – плотность исследуемой жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения.

В результате силы  $F_1$  и  $F_2$  уравновешиваются:

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot \frac{t}{s} \quad (4)$$

где  $s$  – расстояние;  $t$  – время, требующееся для того, чтобы шарик, опускаясь, прошел это расстояние.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Фактически уравнение (2) описывает только сопротивление, действующее на шарик, в случаях, когда диаметр измерительного цилиндра, заполненного жидкостью, намного больше диаметра шарика. Для того потребовалось бы использовать очень большое количество исследуемой жидкости. Поэтому на практике обычно используют вискозиметр Гепплера с падающим шариком, в котором цилиндр наклонен относительно вертикали, так что шарик опускается, скатываясь и соскальзывая по стенке трубы. В этом случае выражение для динамической вязкости выглядит следующим образом:

$$\eta = t \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot K \quad (5)$$

Калибровочный коэффициент  $K$  указывается индивидуально для каждого шарика, поставляемого изготовителем. Чтобы избежать каких-либо систематических погрешностей, измерительный цилиндр можно перевернуть, так чтобы можно было также измерить и время, которое потребуется шарику, чтобы вернуться туда, откуда он

начал движение. В этом опыте исследуется обычный глицерин, который фактически представляет собой водный раствор глицерина с содержанием глицерина примерно 85%. Это разбавление сделано намеренно, так как вязкость чистого глицерина слишком велика для многих вариантов применения. Измеряется зависимость вязкости от температуры. Для этого вискозиметр объединяется с циркуляционным термостатом. Разбавляя раствор глицерина дистиллированной водой до определенной степени, можно также измерить зависимость вязкости от концентрации.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравнение измеренной вязкости со значениями, указанными в литературе, подтверждает значения, указанные изготовителем. Выражение (1) можно переписать в следующем виде:

$$\ln(\eta) = \ln(\eta_0) + E_A \cdot \frac{1}{R \cdot T} \quad (6)$$

Это означает, что можно построить график зависимости  $y = \ln(\eta)$  от  $x = \frac{1}{R \cdot T}$ , а энергию активации  $E_A$  можно определить по наклону полученных прямых линий.

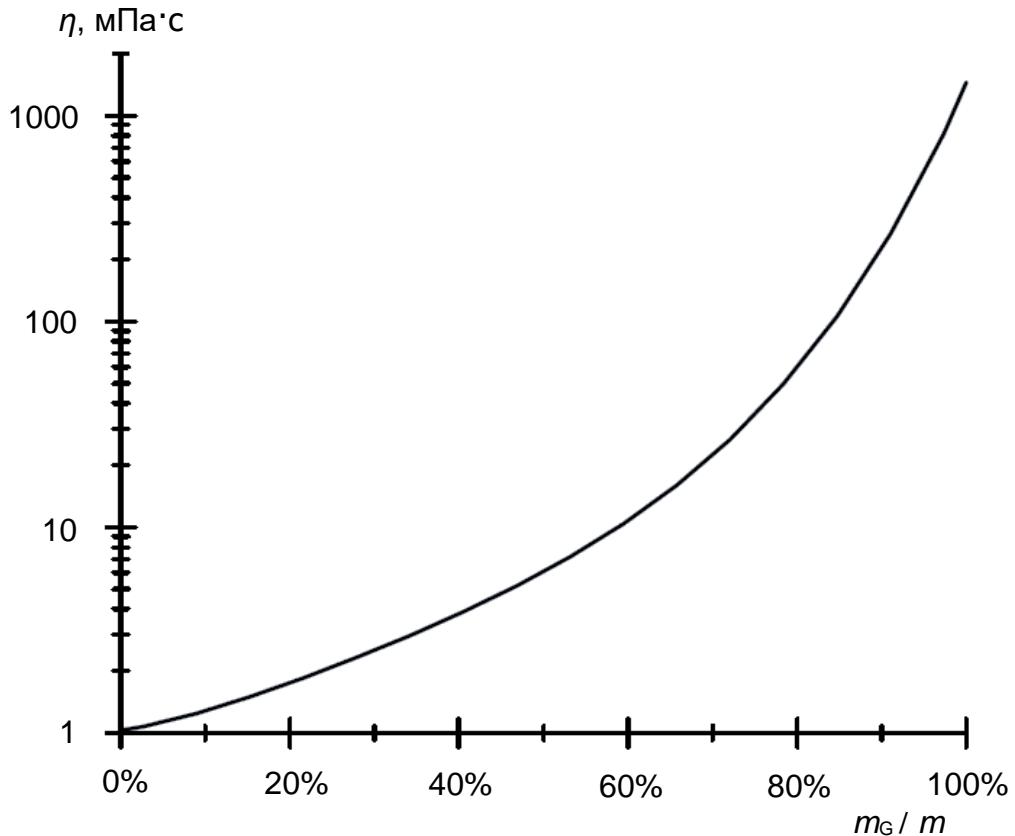


Рисунок 2 – Зависимость динамической вязкости водного раствора глицерина при температуре 20°C от массовой концентрации (интерполяция по указанным значениям)

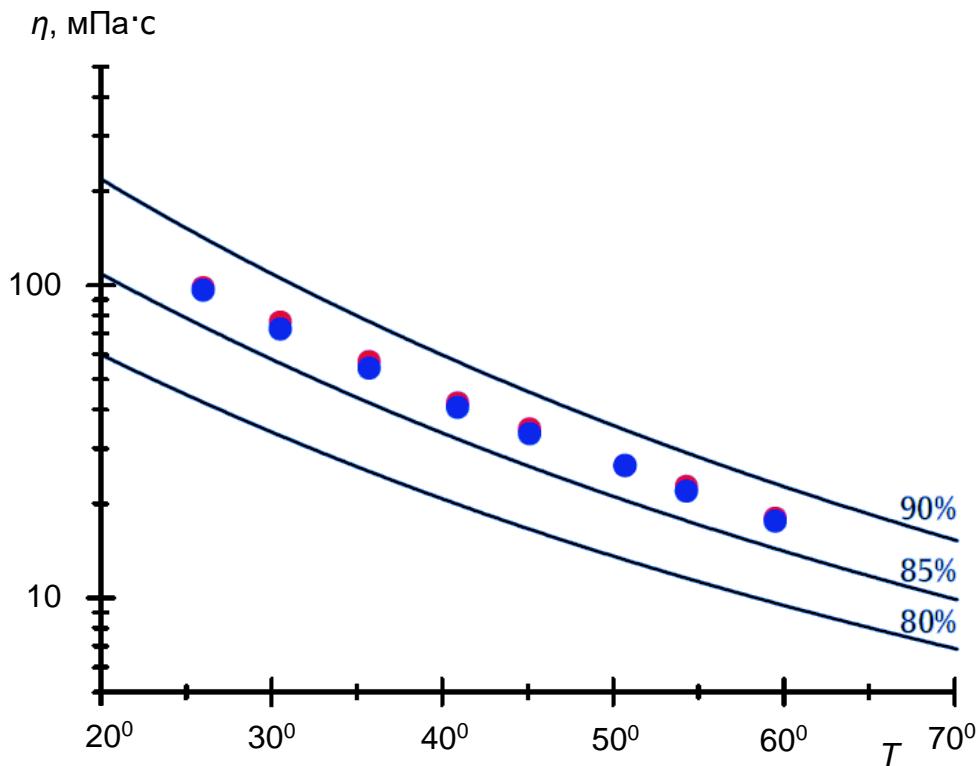


Рисунок 3 – Зависимость динамической вязкости водного раствора глицерина от температуры (сравнение результатов измерения с интерполяцией по указанным значениям)

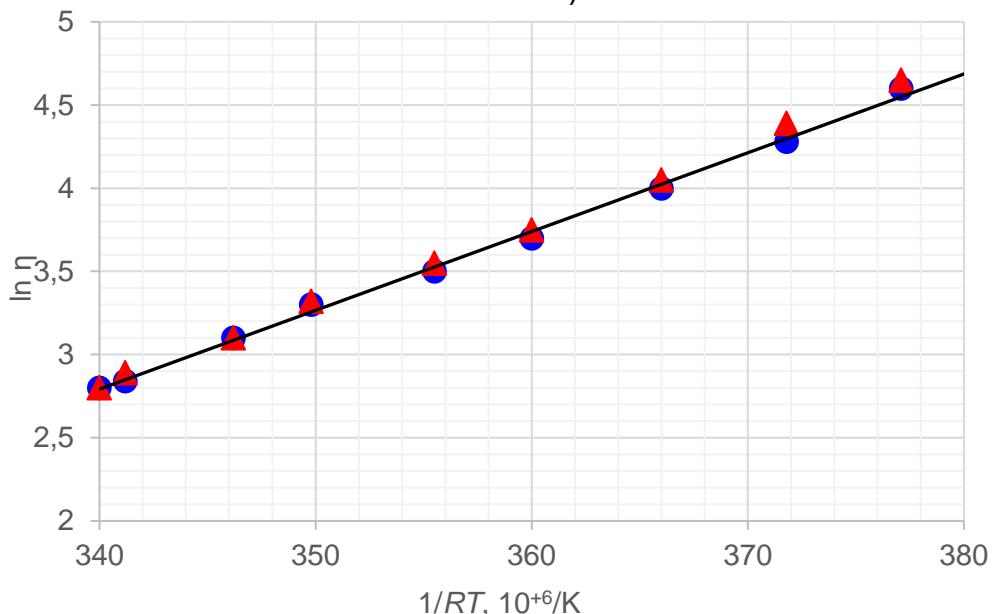


Рисунок 4 – График, позволяющий проверить уравнение Андраде и определить энергию активации ( $E_A = 47$  кДж/моль)

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Чем обусловлена вязкость жидкости с точки зрения структуры вещества?
- Дайте определение ньютоновским жидкостям.
- Как определяется динамическая вязкость жидкости?
- Опишите принцип работы вискозиметра Гепплера.
- Для чего в данном опыте применяется циркуляционный термостат?

## Лабораторная работа №19. Поверхностное натяжение

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Образование тонкого слоя жидкости между кольцом с острой кромкой и поверхностью жидкости при медленном подъеме кольца над жидкостью. Измерение тянувшей силы незадолго до момента разрыва тонкого слоя жидкости. Определение поверхностного натяжения по измеренной силе, с которой нужно вытянуть кольцо из жидкости.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Чтобы определить поверхностное натяжение жидкости, кольцо с острой кромкой погружается в жидкость горизонтально и медленно вытягивается вверх, при этом измеряется сила, с которой нужно вытянуть кольцо из жидкости. Тонкий слой жидкости, который образуется на кольце, «разрывается», когда сила становится больше определенного значения. По этой силе и по длине кромки можно рассчитать поверхностное натяжение.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

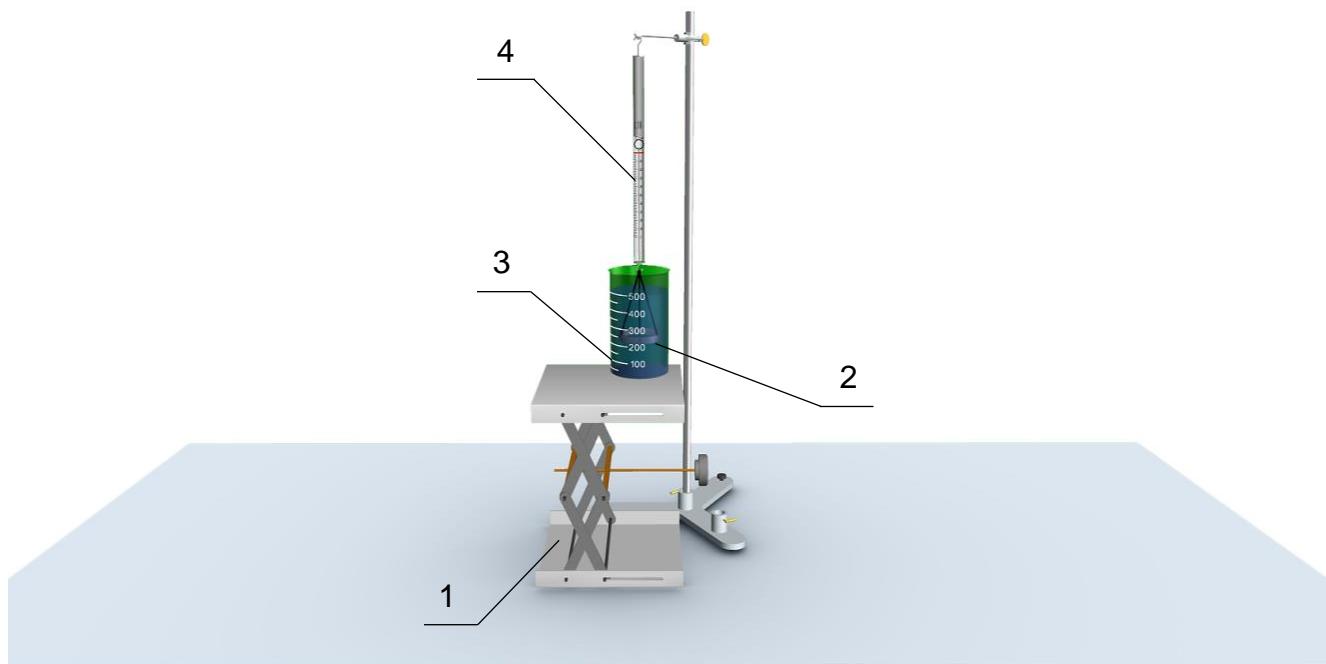


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Лабораторный подъемный столик	высота столика 110–260 мм
2	Кольцо с острой кромкой	диаметр 60 мм
3	Мерная емкость	объем 500 мл
4	Пружинный динамометр	0–0,1 Н

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Поверхностное натяжение жидкости – это свойство границы раздела между жидкостью и воздухом, находящимся в контакте с ней. Оно обусловлено тем, что молекула жидкости на поверхности испытывает действие сил только соседних с ней молекул с одной стороны, в то время как молекула внутри жидкости испытывает воздействие со всех сторон (рисунок 2). Следовательно, молекула на поверхности испытывает воздействие результирующей силы, направленной перпендикулярно к поверхности внутрь жидкости. Поэтому, требуется затратить некоторую энергию для того, чтобы перенести больше молекул на поверхность, тем самым увеличив площадь поверхности.

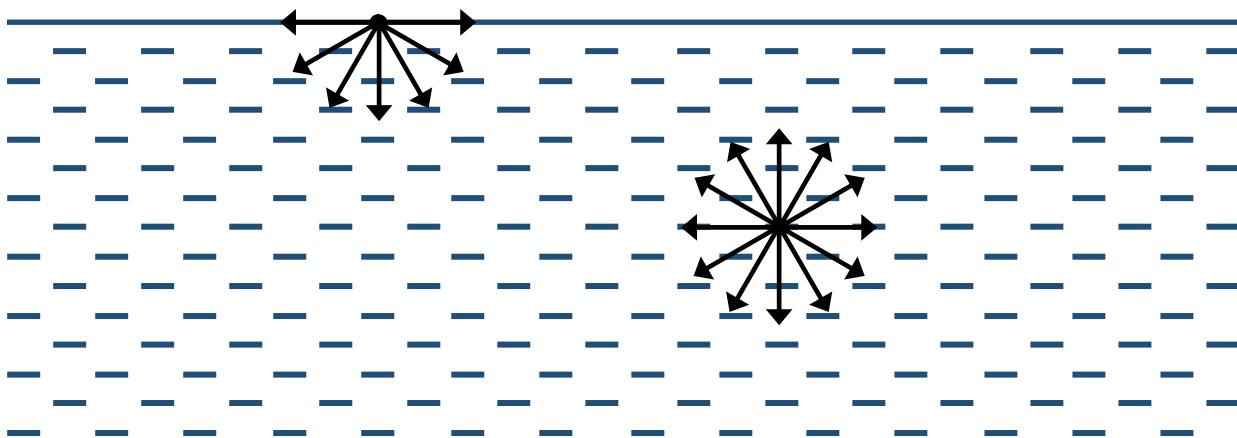


Рисунок 2 – Силы взаимодействия, действующие со стороны соседних молекул на молекулу на поверхности жидкости или на молекулу в толще жидкости

Частное

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta A} \quad (1)$$

от деления добавляемой при постоянной температуре энергии  $\Delta E$  на увеличение площади поверхности  $\Delta A$  называется поверхностным натяжением или плотностью поверхностной энергии.

Чтобы проиллюстрировать значение данного определения, рассмотрим пример кольца с острой кромкой, которое изначально полностью погружено в жидкость. Если кольцо медленно вытягивать из жидкости, тонкий слой жидкости вытягивается вверх за его нижним краем (рисунок 3). Когда кольцо поднимается еще на  $\Delta x$ , общая площадь поверхности тонкого слоя снаружи и внутри кольца увеличивается на

$$\Delta A = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \Delta x \quad (2)$$

где  $R$  – радиус кольца.

Для этого необходимо приложить силу

$$F_0 = \frac{\Delta E}{\Delta x} \quad (3)$$

Если сила, прилагаемая при подъеме кольца, превышает  $F_0$ , тонкий слой жидкости рвется.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте металлическое кольцо с острой нижней кромкой подвешивается в горизонтальном положении на прецизионном динамометре. Сначала кольцо полностью погружено в испытательную жидкость (например, в воду), затем оно медленно вытягивается из жидкости вверх. Тонкий слой жидкости рвется, когда вытягивающая сила  $F$  становится больше предельного значения  $F_0$ .

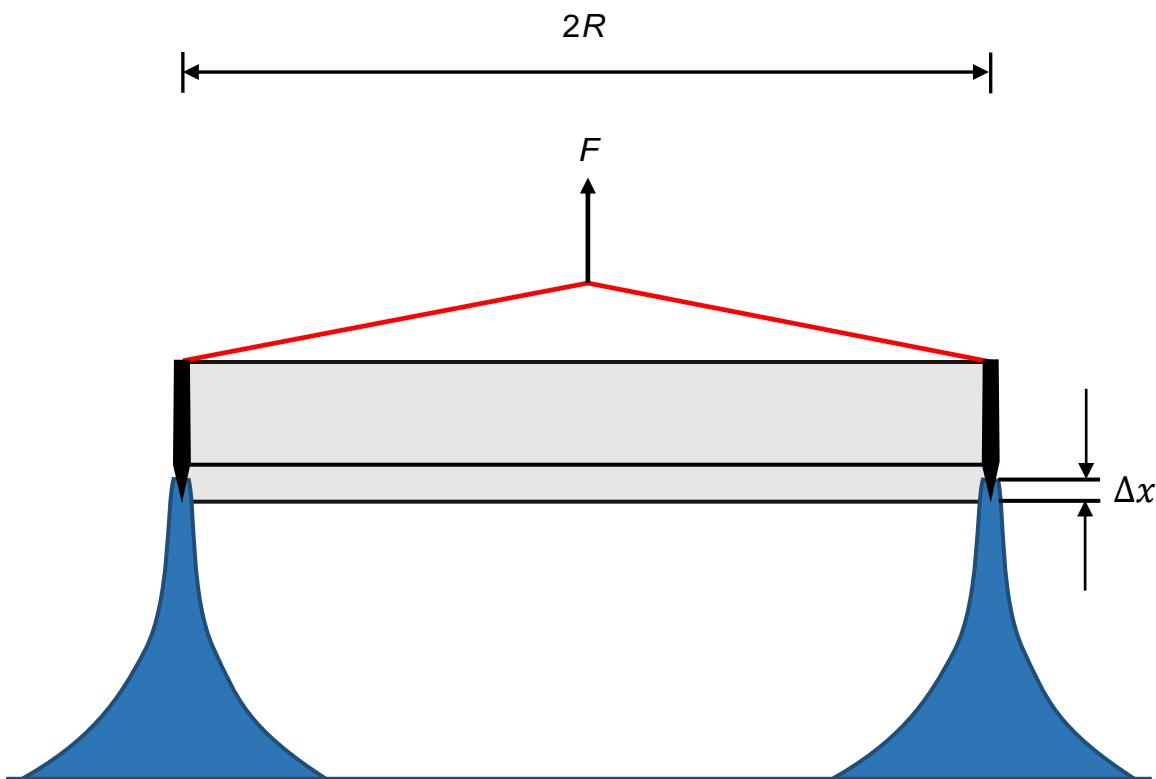


Рисунок 3 – Схема опыта

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Из уравнений (1), (2) и (3) имеем:

$$F_0 = \frac{\Delta E}{\Delta x} = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \quad (4)$$

Таким образом, уравнение для определения поверхностного натяжения имеет вид:

$$\sigma = \frac{F_0}{4 \cdot \pi \cdot R} \quad (5)$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое поверхностное натяжение жидкости и чем оно обусловлено?
2. Объясните причину использования металлического кольца с острой кромкой в данном опыте.
3. Чему равно предельное значение вытягивающей силы, при котором тонкий слой жидкости рвется?
4. Для чего используется пружинный динамометр в данном опыте?

## Лабораторная работа №20. Закон Архимеда

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение силы, действующей на тело, погруженное в воду. Определение выталкивающей силы и подтверждение того, что она пропорциональна глубине, на которую погружено тело. Определение плотности воды.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Закон Архимеда гласит, что на тело, погруженное в жидкость, действует сила, направленная вверх (выталкивающая сила, или сила Архимеда),  $F_G$ . Величина этой силы равна силе тяжести вытесненной жидкости. В случае тел правильной формы, погруженных в жидкость, выталкивающая сила пропорциональна глубине  $h$ , на которую погружено тело, пока эта глубина меньше высоты  $H$  самого тела.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

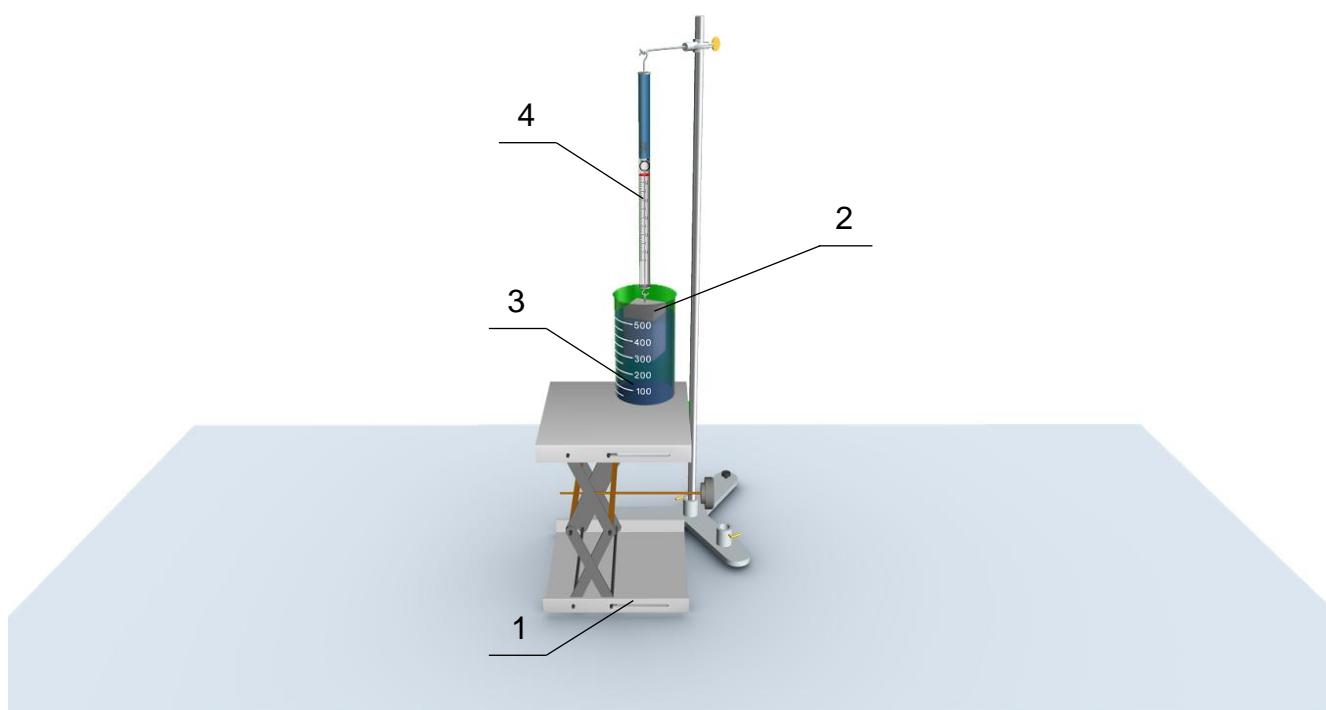


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Лабораторный подъемный столик	высота столика 110–260 мм
2	Погружающий брускок алюминия	45 × 45 × 72 мм
3	Мерная емкость	объем 500 мл
4	Пружинный динамометр	0–5 Н

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В случае тел правильной формы с площадью поверхности  $A$  и высотой  $H$ , погруженных в жидкость на глубину  $h$ , справедливо следующее:

$$F_G = \rho \cdot g \cdot A \cdot h, \text{ где } h < H \quad (1)$$

и

$$F_G = \rho \cdot g \cdot A \cdot H, \text{ где } h > H \quad (2)$$

### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте используется брусков весом  $F_0$ . Этот вес действует на динамометр в то время, как брусков погружается в воду на глубину  $h$ , так, что общая сила определяется следующим выражением:

$$F(h) = F_0 - F_G(h) \quad (3)$$

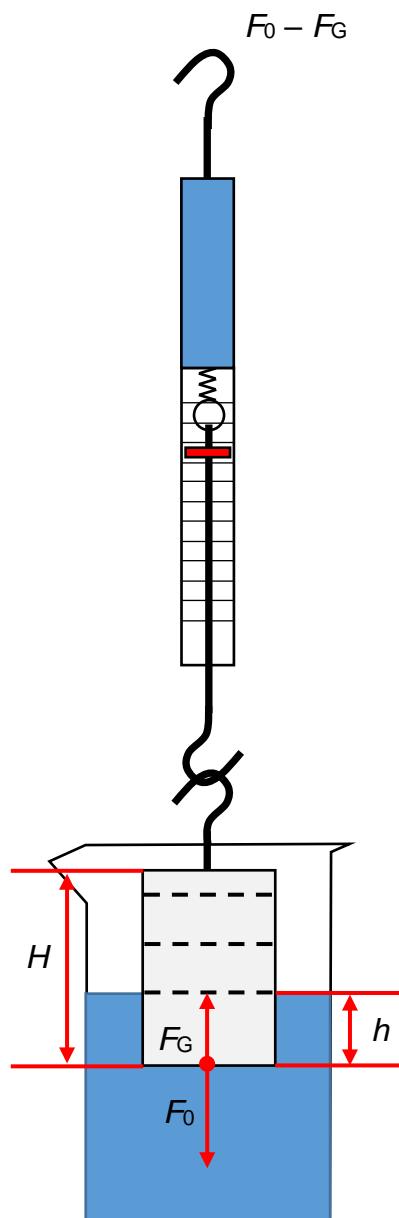


Рисунок 2 – Схема опыта

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Все измеренные значения выталкивающей силы  $F_G$ , нанесенные на график зависимости от относительной глубины погружения  $h/H$ , оказываются лежащими на прямой, проходящей через начало координат, со следующим наклоном:

$$\alpha = \rho \cdot g \cdot A \cdot H \quad (4)$$

По этому наклону можно рассчитать плотность воды.

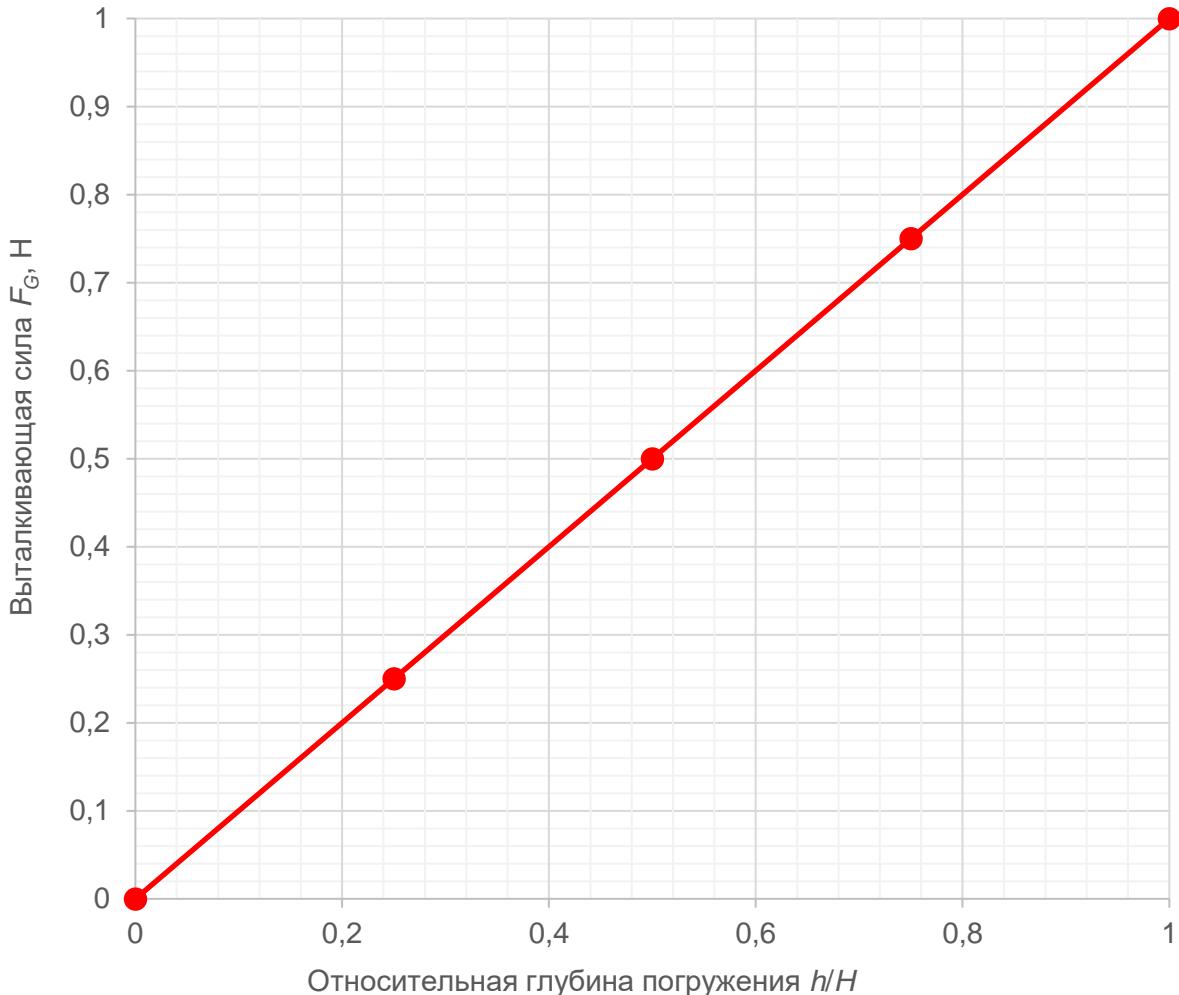


Рисунок 3 – Зависимость выталкивающей силы  $F_G$  от относительной глубины погружения  $h/H$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон Архимеда.
2. Охарактеризуйте действие выталкивающей силы в случае тел правильной геометрической формы.
3. Для чего используется пружинный динамометр в данном опыте?
4. Чему равен наклон прямой графика зависимости выталкивающей силы от относительной глубины погружения прямоугольного бруска?
5. Как в данном опыте определяется плотность воды?

## Лабораторная работа №21. Гармоническое колебание подвесного маятника

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение зависимости периода колебаний подвесного маятника от длины нити маятника и от массы подвешиваемого груза. Определение ускорения свободного падения.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Период колебаний  $T$  подвесного маятника зависит от длины нити маятника  $L$ , но не зависит от массы груза  $m$ . Это проверяется рядом измерений, при которых период колебаний такого маятника измеряется с помощью фотоэлектрического датчика, подключенного к цифровому счетчику.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

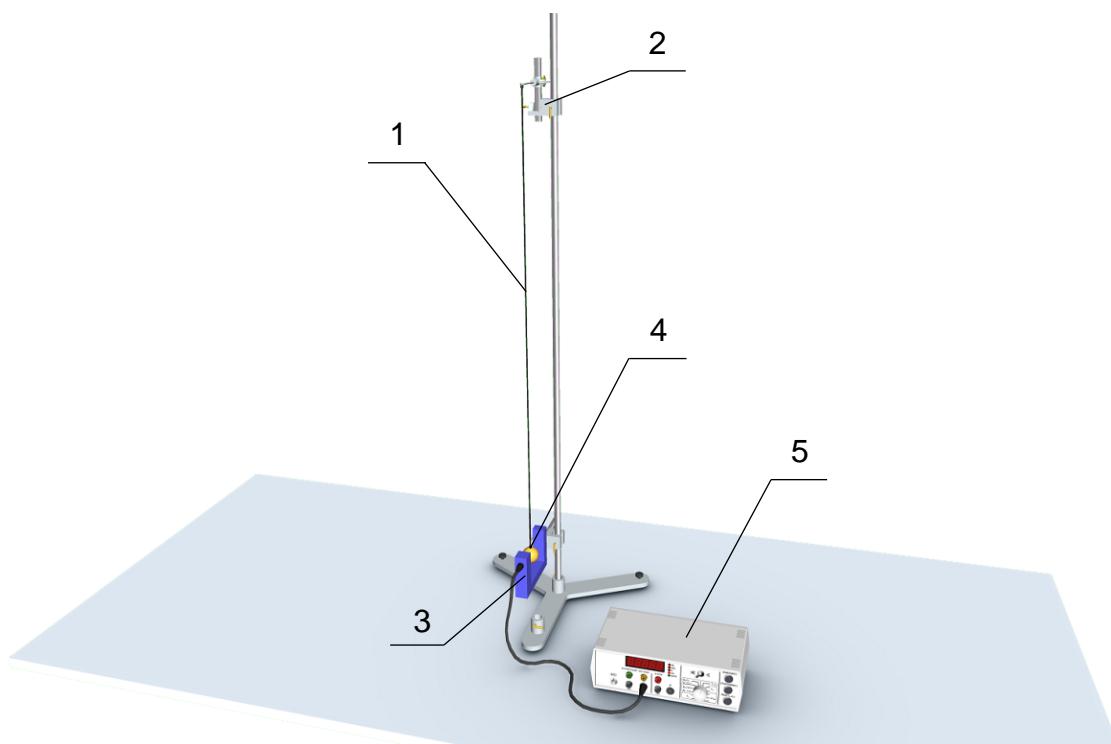


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Подвесной маятник	длина 30–130 см
2	Крепежное устройство	
3	Рамка с фотоэлементами	
4	Набор грузов	10, 20, 30, 40, 60, 80 г
5	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Подвесной маятник с грузом массой  $m$  и длиной  $L$  будет совершать простое гармоническое колебание вокруг окружности точки покоя, если угол отклонения не слишком велик. Период  $T$ , т.е. время, за которое маятник переходит из одного крайнего положения в другое и возвращается обратно, зависит исключительно от длины нити маятника  $L$  и не зависит от его массы  $m$ .

Если маятник отклоняется от своего положения покоя на угол  $\varphi$ , сила, возвращающая его назад, записывается следующим образом:

$$F_1 = -m \cdot g \cdot \sin(\varphi) \quad (1)$$

При малых углах  $\varphi$  ее с достаточно высокой точностью можно аппроксимировать следующим выражением:

$$F_1 = -m \cdot g \cdot \varphi \quad (2)$$

Момент инерции массы, испытывающей ускорение, определяется выражением

$$F_2 = m \cdot L \cdot \ddot{\varphi} \quad (3)$$

Эти силы равны, следовательно, результат эквивалентен простому гармоническому колебательному движению:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{L} \cdot \varphi = 0 \quad (4)$$

Если период колебания равен  $T$ , справедливо следующее:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (5)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте период колебаний будет измеряться при различных длинах нити маятника и массах его груза с помощью фотоэлектрического датчика, подключенного к цифровому счетчику. Программа, заложенная в счетчик, отсчитывает время после каждого полного колебания маятника.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты измерения наносятся на график зависимости  $T$  от  $L$ , а также на график зависимости  $T$  от  $m$ . Эти графики показывают, что период колебания зависит от длины нити маятника и не зависит от массы его груза, как и ожидалось.

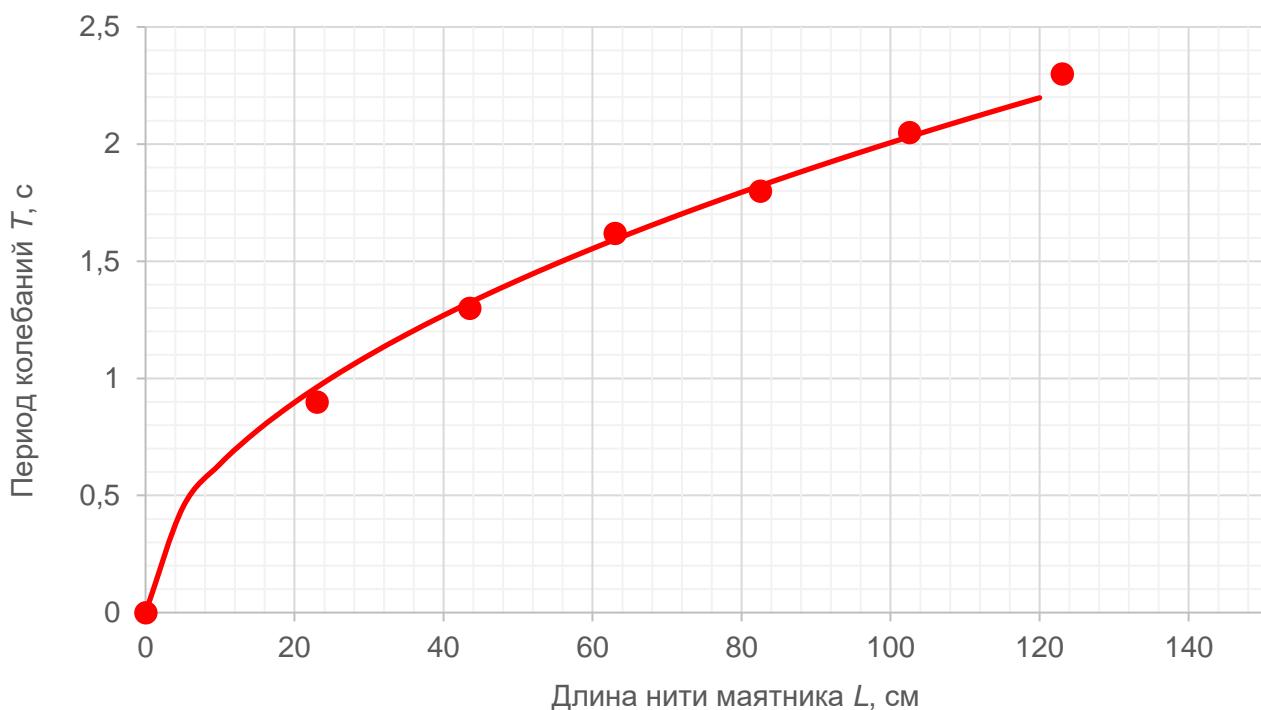


Рисунок 2 – Зависимость периода колебания  $T$  от длины нити маятника  $L$

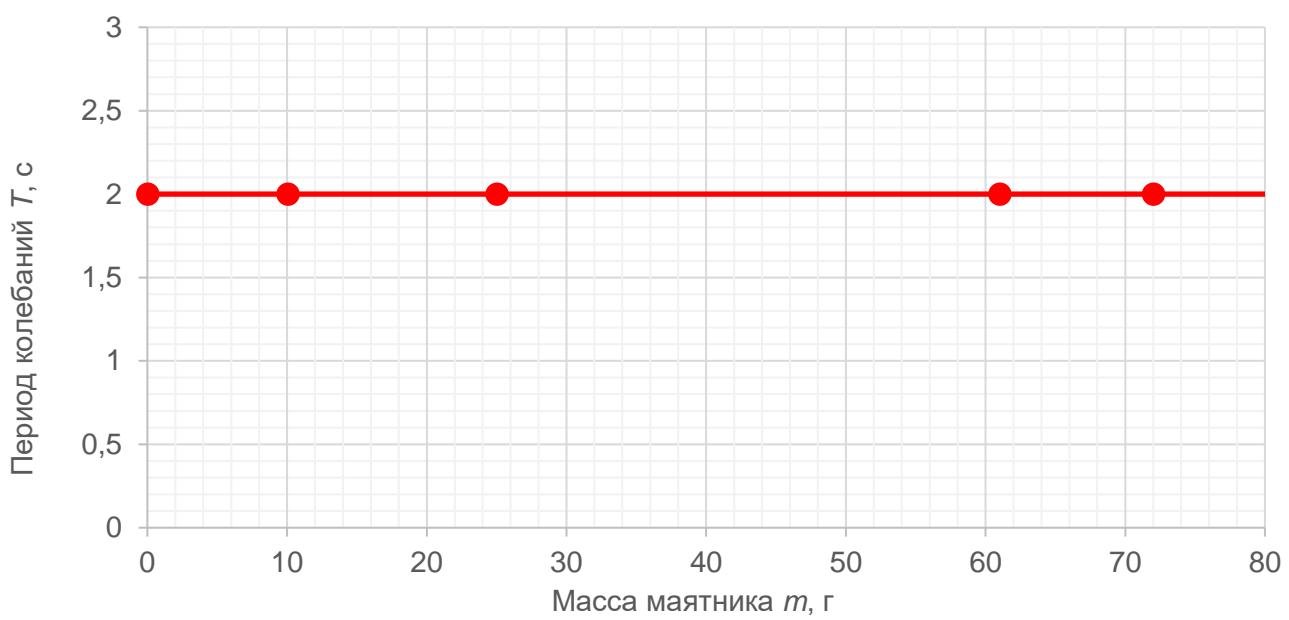


Рисунок 3 – Зависимость периода колебания  $T$  от массы маятника  $m$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. От чего зависит период колебаний подвесного маятника?
2. Что такое момент инерции и чему он равен для математического маятника?
3. Как связаны между собой частота, круговая частота и период гармонического колебания?
4. Какие физические характеристики измеряются в данном опыте?
5. Каков характер зависимости периода колебаний от длины нити подвесного маятника?

## Лабораторная работа №22. Эллиптическое колебание подвесного маятника

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Описание эллиптических колебаний подвесного маятника как суперпозиции двух составляющих, перпендикулярных друг другу. Построение графика эллиптического колебания подвесного маятника в виде двух перпендикулярных составляющих для различных начальных условий.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

В зависимости от начальных условий, соответствующий подвесной маятник будет колебаться таким образом, что его груз будет описывать эллипс при небольших отклонениях маятника от положения покоя. Если это движение разложить на две перпендикулярные составляющие, между этими составляющими будет наблюдаться разность фаз.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

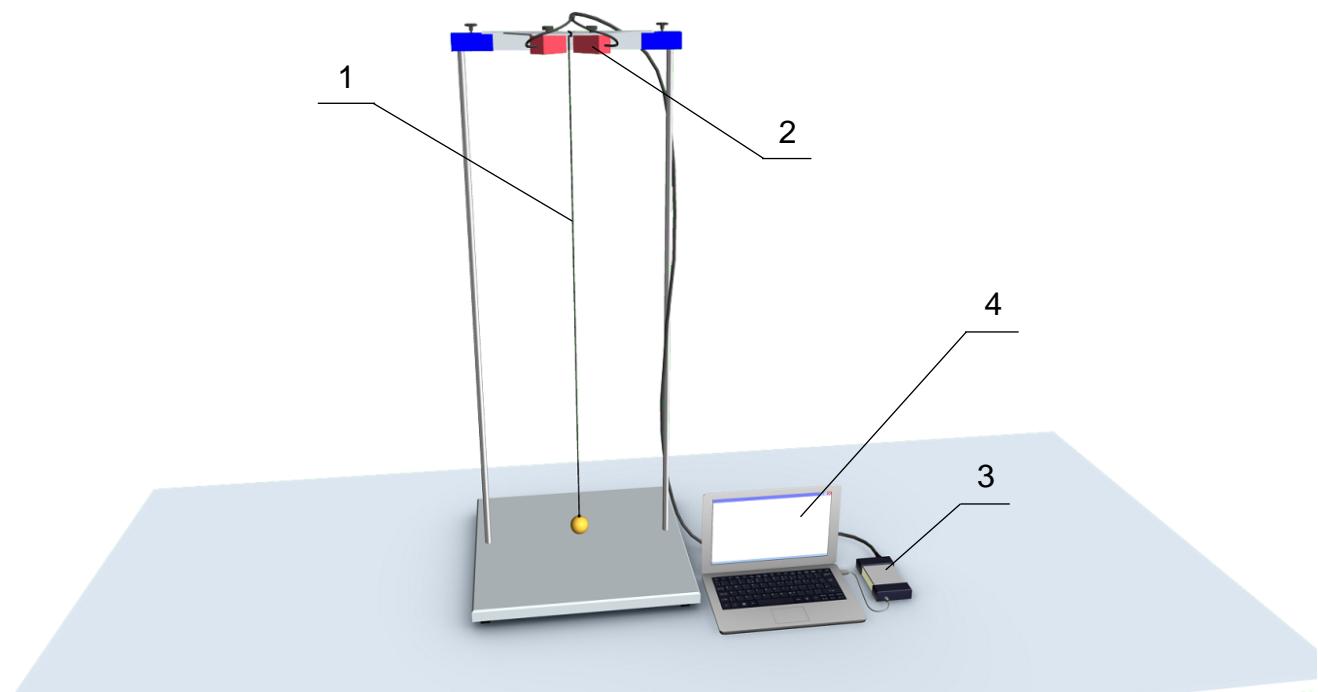


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Подвесной маятник	длина 0,77 м
2	Динамический датчик силы	2 шт.
3	Портативный осциллограф	2 канала × 50 МГц
4	Ноутбук	

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте измеряются колебания подвесного маятника с помощью двух перпендикулярно установленных динамических датчиков силы (рисунок 2). Затем оцениваются амплитуды этих составляющих и разность их фаз. Фазовый сдвиг между этими колебаниями будет виден непосредственно, если вывести эти колебания на экран двухканального осциллографа.

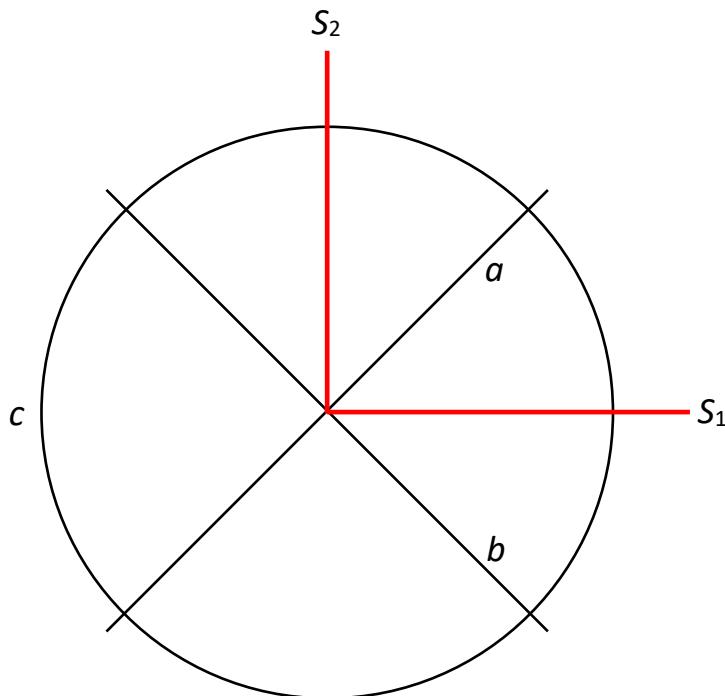


Рисунок 2 – Выравнивание датчиков  $S_1$  и  $S_2$ , включая направления колебаний исследуемого подвесного маятника

Эту ситуацию характеризуют три особых случая:

- если маятник качается вдоль линии, являющейся биссектрисой угла между двумя датчиками силы, фазовый сдвиг  $\varphi = 0^\circ$ .
- если маятник качается вдоль линии, перпендикулярной биссектрисе угла между двумя датчиками силы, фазовый сдвиг  $\varphi = 180^\circ$ .
- если груз маятника движется по окружности, фазовый сдвиг  $\varphi = 90^\circ$ .

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Колебания записываются с помощью осциллографа с памятью и фиксируются на экране. Затем оцениваются амплитуды этих составляющих и разность их фаз.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Как определить разность фаз эллиптического колебания подвесного маятника?
- Объясните принцип работы лабораторной установки.
- Чему равен фазовый сдвиг при качении маятника вдоль линии, являющейся биссектрисой угла между двумя датчиками силы?
- Каков характер затухания эллиптического колебания подвесного маятника?

## Лабораторная работа №23. Маятник с переменным $g$

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение зависимости периода колеблющегося маятника от эффективной составляющей ускорения свободного падения. Измерение периода колебаний при различных длинах маятника.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Период маятника математически определяется длиной маятника  $L$  и ускорением, вызванным действием силы тяжести,  $g$ . Действие ускорения свободного падения можно продемонстрировать, отклоняя ось маятника так, чтобы она оказалась не в горизонтальном положении. Период маятника удлиняется при отклонении его оси от горизонтали, поскольку эффективная составляющая ускорения свободного падения уменьшается.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

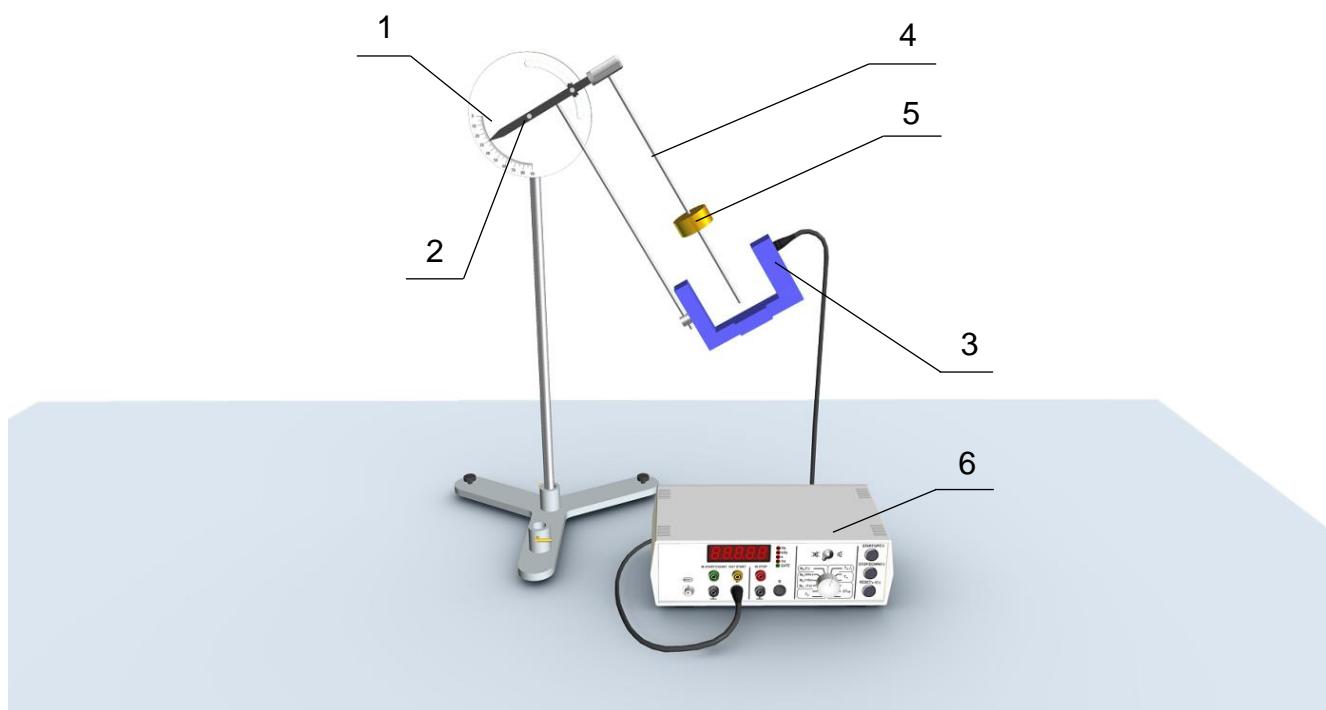


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Транспортир	шкала 0–90°
2	Стрелка-указатель	
3	Рамка с фотоэлементами	
4	Стержень маятника	
5	Груз	масса 300 г
6	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При отклонении оси составляющая ускорения свободного падения  $g$ , которая параллельна оси,  $g_{\text{пар}}$ , перестает действовать ввиду того, что ось остается на месте (см. рисунок 2).

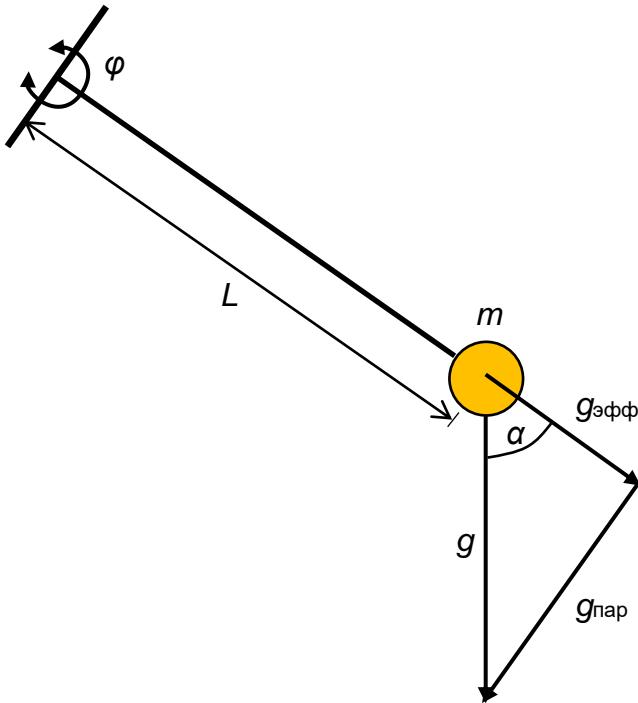


Рисунок 2 – Маятник с переменным  $g$  (схема)

Оставшаяся составляющая, которая продолжает действовать,  $g_{\text{эфф}}$ , определяется следующим уравнением:

$$g_{\text{эфф}} = g \cdot \cos(\alpha) \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол отклонения оси маятника от горизонтали.

Если маятник отклоняется на угол  $\varphi$  от своего положения покоя, подвешенный грузик массой  $m$  испытывает воздействие силы, которая стремится вернуть его обратно и имеет величину:

$$F = -m \cdot g_{\text{эфф}} \cdot \sin(\varphi) \quad (2)$$

При малых углах ( $10\text{--}15^\circ$ ) уравнение движения маятника принимает следующий вид:

$$m \cdot L \cdot \varphi + m \cdot g_{\text{эфф}} \cdot \varphi = 0 \quad (3)$$

Тогда угловая частота колебаний маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{g_{\text{эфф}}}{L}} \quad (4)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Переключатель цифрового счётчика устанавливается в положение, отвечающее измерению периода. Маятник приводится в колебательное движение, отклонением на угол  $\varphi$  не более 10–15 градусов, после чего запускается отсчет времени. Далее необходимо произвести измерения периода при 5–6 значениях угла  $\alpha$ .

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Из уравнения (4) следует, что период маятника выражается следующим образом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{эфф}}}} \quad (5)$$

Таким образом, чем длиннее маятник, тем период колебаний больше, также, при уменьшении эффективной составляющей ускорения свободного падения, период колебаний возрастает.

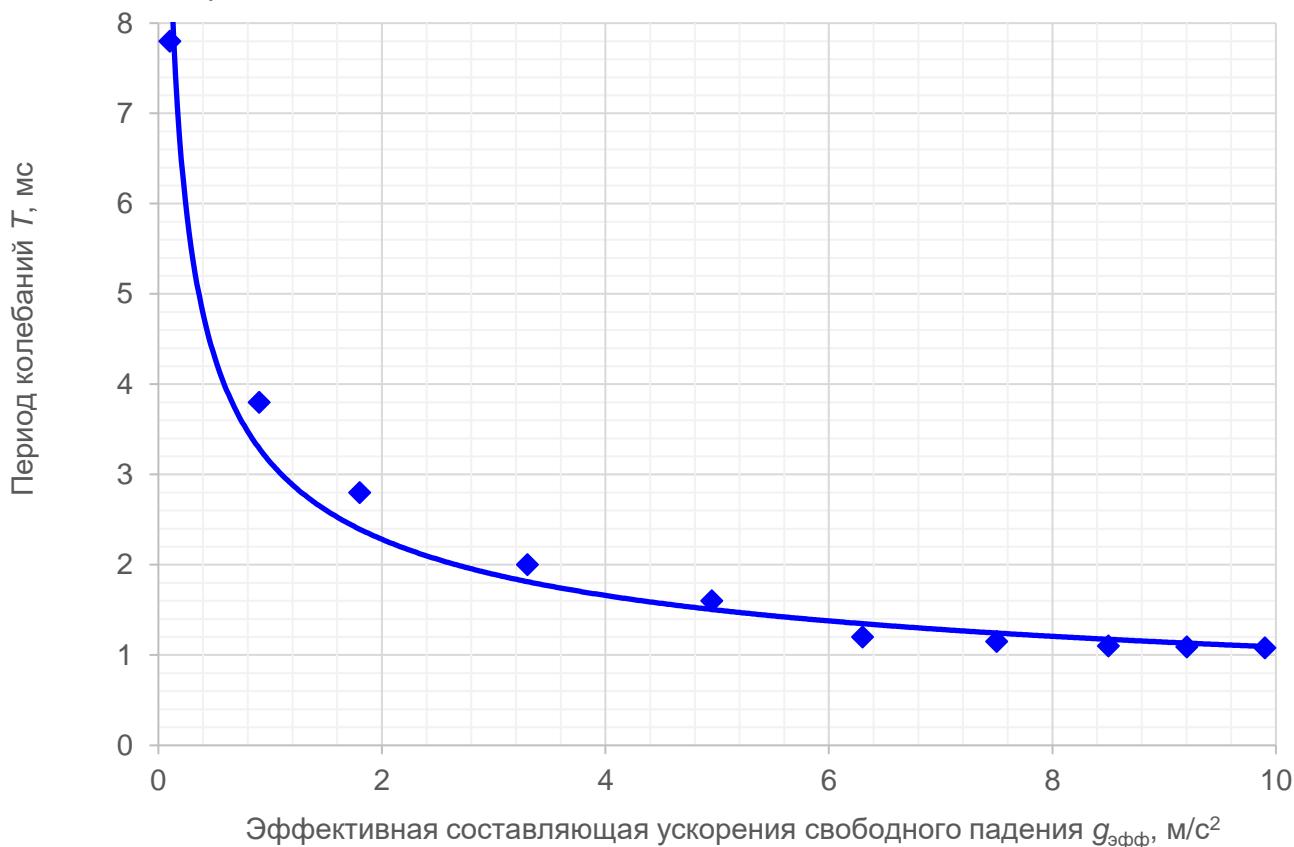


Рисунок 3 – Зависимость периода маятника от эффективной составляющей ускорения свободного падения (линия, рассчитанная для длины маятника  $L = 30$  см)

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое эффективная составляющая ускорения свободного падения в маятнике с переменным  $g$ ?
2. Как определяется угловая частота колебаний маятника с переменным  $g$ ?
3. Будут ли колебания физического маятника гармоническими?
4. Какие колебания можно считать малыми?
5. Зависит ли период колебаний математического маятника от амплитуды колебаний?

## Лабораторная работа №24. Оборотный маятник Катера

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Настройка конфигурации оборотного маятника Катера таким образом, чтобы периоды колебаний были одинаковы для обеих точек подвеса. Определение периода колебаний и расчет локального ускорения свободного падения.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Оборотный маятник – это специальная форма физического маятника. Он в состоянии колебаться относительно одной из двух точек подвеса и может быть настроен так, что период колебаний будет одинаков для обеих этих точек. Уменьшение длины маятника при этом соответствует расстоянию между двумя точками подвеса. Это облегчает определение локального ускорения свободного падения по периоду колебаний и уменьшенной длине маятника. Согласование оборотного маятника достигается за счет перемещения груза между точками подвеса в зависимости от обстоятельств в то время, когда больший противовес за пределами этой длины будет оставаться фиксированным.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

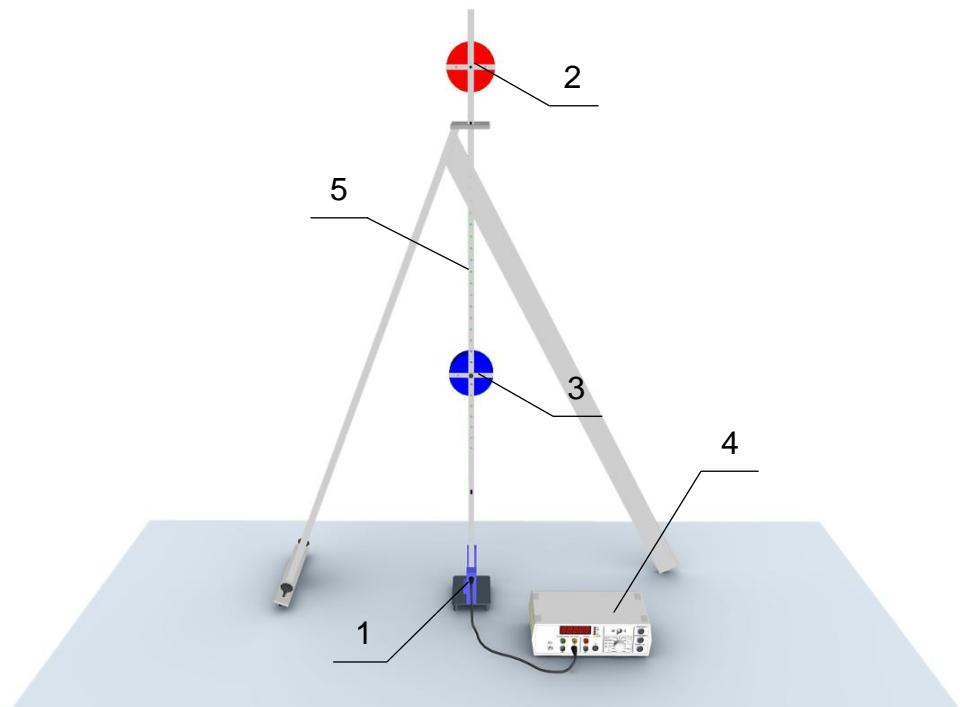


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Рамка с фотоэлементами	
2	Груз $m_1$	масса 1400 г
3	Груз $m_2$	масса 1000 г
4	Цифровой счетчик	измерения в миллисекундах
5	Стержень маятника	длина 1,2 м, расстояние между точками подвеса 0,8 м

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Если физический маятник свободно колеблется относительно своего положения покоя с небольшим отклонением  $\varphi$ , уравнение его движения выглядит следующим образом:

$$\frac{J}{m \cdot s} \cdot \ddot{\varphi} + g \cdot \varphi = 0 \quad (1)$$

где  $J$  – момент инерции относительно оси колебаний;  $g$  – ускорение свободного падения;  $m$  – масса маятника;  $s$  – расстояние между осью колебаний и центром тяжести.

Уменьшенная длина физического маятника определяется по формуле

$$L = \frac{J}{m \cdot s} \quad (2)$$

Математический маятник этой длины колеблется с тем же периодом колебаний.

Теорема Штейнера дает нам следующий момент инерции:

$$J = J_s + m \cdot s^2 \quad (3)$$

где  $J_s$  – момент инерции относительно оси центра тяжести.

Для оборотного маятника с двумя точками подвеса, разделенными расстоянием  $d$ , уменьшенные длины, которые следует задать, следовательно, будут такими

$$L_1 = \frac{J_s}{m \cdot s} + s \quad \text{и} \quad L_2 = \frac{J_s}{m \cdot (d - s)} + d - s \quad (4)$$

Они совпадают, если оборотный маятник имеет такую конфигурацию, что период колебаний одинаков для обеих точек подвеса. В этом случае справедливо следующее:

$$s = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \frac{J_s}{m}} \quad (5)$$

и

$$L_1 = L_2 = d \quad (6)$$

В этом случае период колебаний  $T$  определяется по формуле

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d}{g}} \quad (7)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В опыте согласование оборотного маятника осуществляется перемещением груза массой  $m_2=1$  кг между точками подвеса в надлежащее место. Второй большой противовес массой  $m_1=1,4$  кг крепится вне точек подвеса. Измерение периода колебаний выполняется электронным способом с помощью нижнего конца маятника, периодически прерывающего фотоэлектрический датчик. Таким способом измеряются периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$ , зависящие от уменьшенной длины маятника  $L_1$  и  $L_2$ , как функция положения  $x_2$  груза  $m_2$ .

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Две кривые, полученные в результате измерений,  $T_1(x_2)$  и  $T_2(x_2)$ , пересекаются дважды при значении  $T=T_1=T_2$  (рисунок 2). Чтобы точно определить пересечения, следует выполнить интерполяцию между самими точками измерения. Ускорение свободного падения рассчитывается на основании измерений, как описано ниже:

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot d \quad (8)$$

с относительной точностью 0,3 на тысячу.

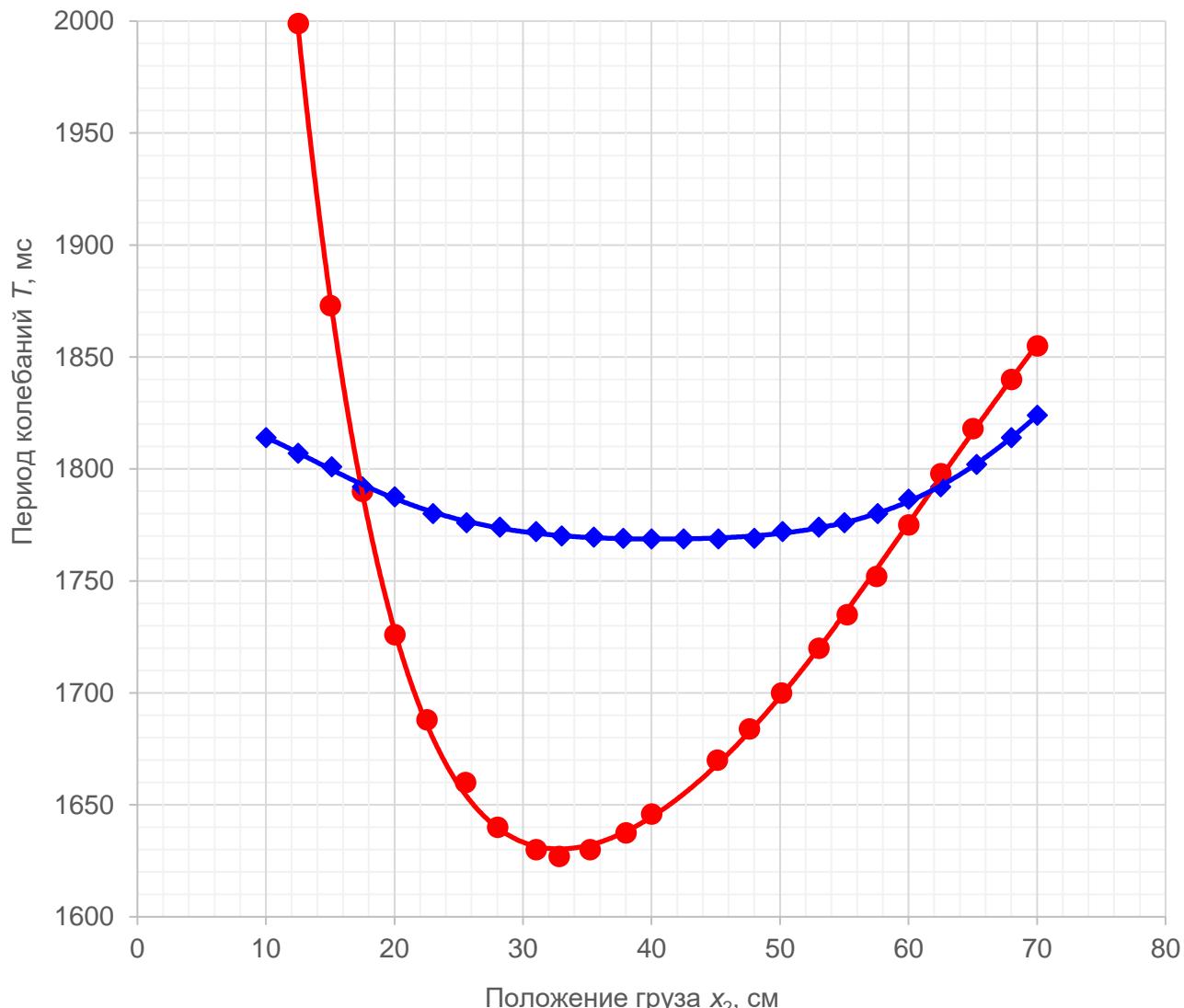


Рисунок 2 – Измеренные периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$  как функция положения груза 2.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение обратному маятнику.
2. От чего зависит период колебаний обратного маятника?
3. При каких условиях период колебания обратного маятника одинаков для обеих точек подвеса?
4. Объясните принцип измерения периода колебаний в данном опыте.
5. Как с помощью обратного маятника определить ускорение свободного падения?

## Лабораторная работа №25. Простые гармонические колебания

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Регистрация зависимости гармонического колебания пружинного маятника от времени с помощью ультразвукового датчика движения. Определение периода колебания при различных сочетаниях жесткости пружины и массы подвешиваемого груза.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Колебания пружинного маятника представляют собой классический пример простых гармонических колебаний. В этом опыте такие колебания регистрируются с помощью ультразвукового датчика движения, который определяет расстояние до подвешенного грузика маятника.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

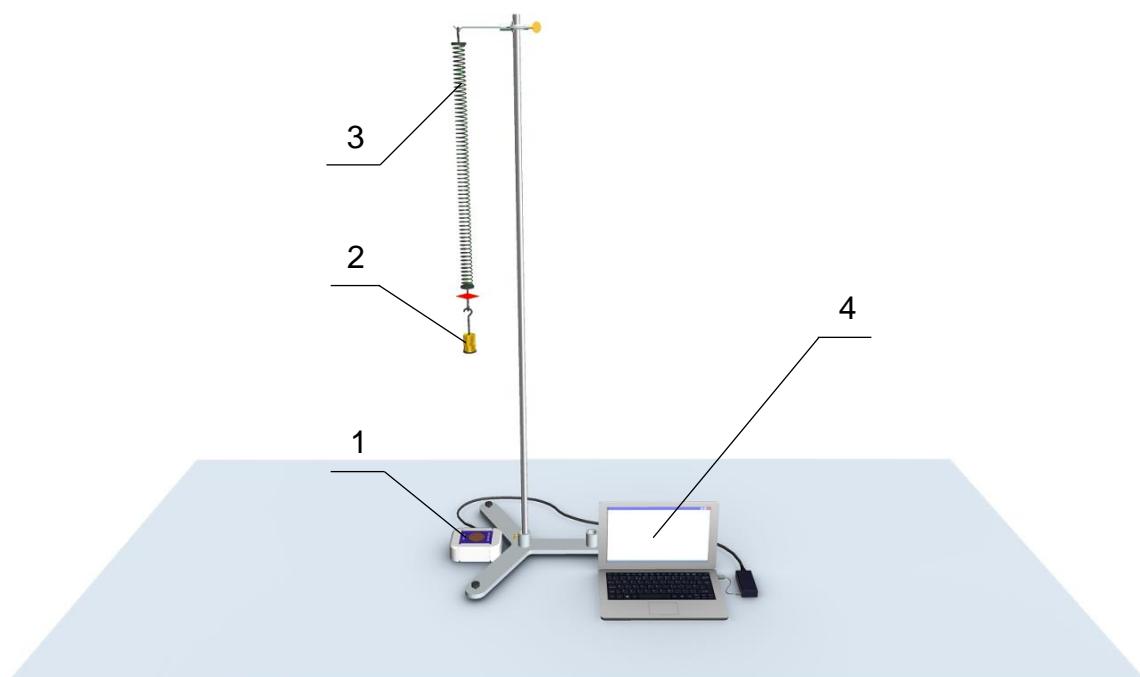


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Ультразвуковой датчик движения	
2	Набор грузов (с прорезью)	3 шт. × 20 г
3	Цилиндрическая пружина	5 шт.
4	Ноутбук	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Колебания возникают, когда систему выводят из положения равновесия под действием силы, стремящейся вернуть систему в положение равновесия. Такое колебание называется простым гармоническим колебанием, если сила, возвращающая систему в положение равновесия, всегда пропорциональна отклонению из положения равновесия. Колебания пружинного маятника представляют собой классический пример такого колебания. Пропорциональность отклонения и силы, возвращающей систему в положение равновесия, описывается законом Гука.

Этот закон гласит, что взаимосвязь между отклонением  $x$  и силой, возвращающей систему в положение равновесия,  $F$  определяется выражением

$$F = -k \cdot x \quad (1)$$

где  $k$  – жесткость пружины.

В случае грузика массой  $m$ , подвешенного на пружине, справедливо следующее:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0 \quad (2)$$

Это выражение справедливо, если можно пренебречь массой самой пружины и трением, которое может возникать. В общем случае решения этого уравнения движения имеют вид:

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right) \quad (3)$$

Это и будет проверено в данном опыте путем записи зависимости гармонических колебаний пружинного маятника от времени с помощью ультразвукового датчика движения и сопоставления полученных данных измерения с функцией синуса.

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Ультразвуковой датчик движения определяет расстояние между ним и грузиком, подвешенным на пружине. За исключением смещения из нулевой точки, которое можно компенсировать путем калибровки, измерение напрямую соответствует переменной  $x(t)$  в выражении 3. Период колебания  $T$  определяется как интервал между двумя точками, в которых синусоида пересекает нулевую ось в одном направлении. Таким образом, из выражения (3) получаем, что период равен:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Чтобы проверить справедливость выражения (4), измерения проводятся для различных сочетаний массы  $m$  и жесткости пружины  $k$ , а период колебания определяется по точкам, в которых кривая, соответствующая данным измерениям, пересекает нулевую ось.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Из выражения 4 можно получить следующее:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m \quad (5)$$

Соответственно, результаты измерений наносятся на график зависимости  $T^2$  от  $m$  (рисунок 2); при этом различные значения жесткости пружины  $k$  используются в качестве параметров. В пределах погрешности измерений результаты наносятся на прямую

линию, проходящую через начало координат, наклон которой можно рассчитать с помощью второго графика (рисунок 3).

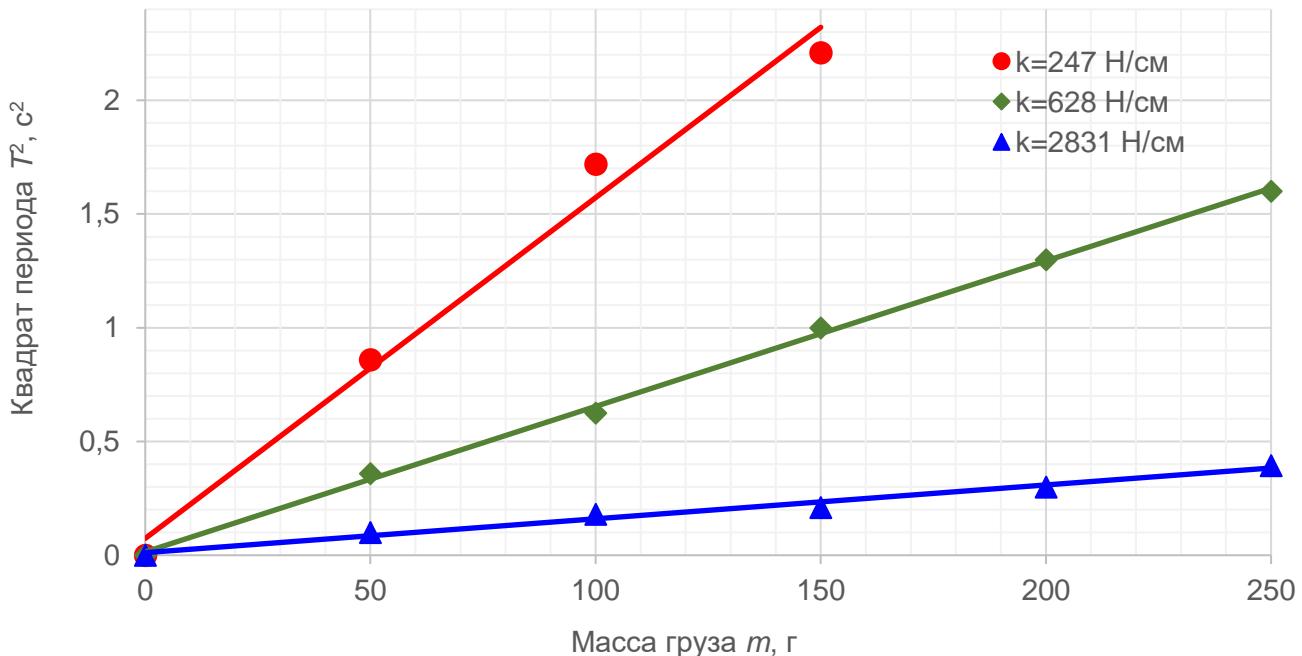


Рисунок 2 – Зависимость квадрата периода колебаний  $T^2$  от массы груза  $m$

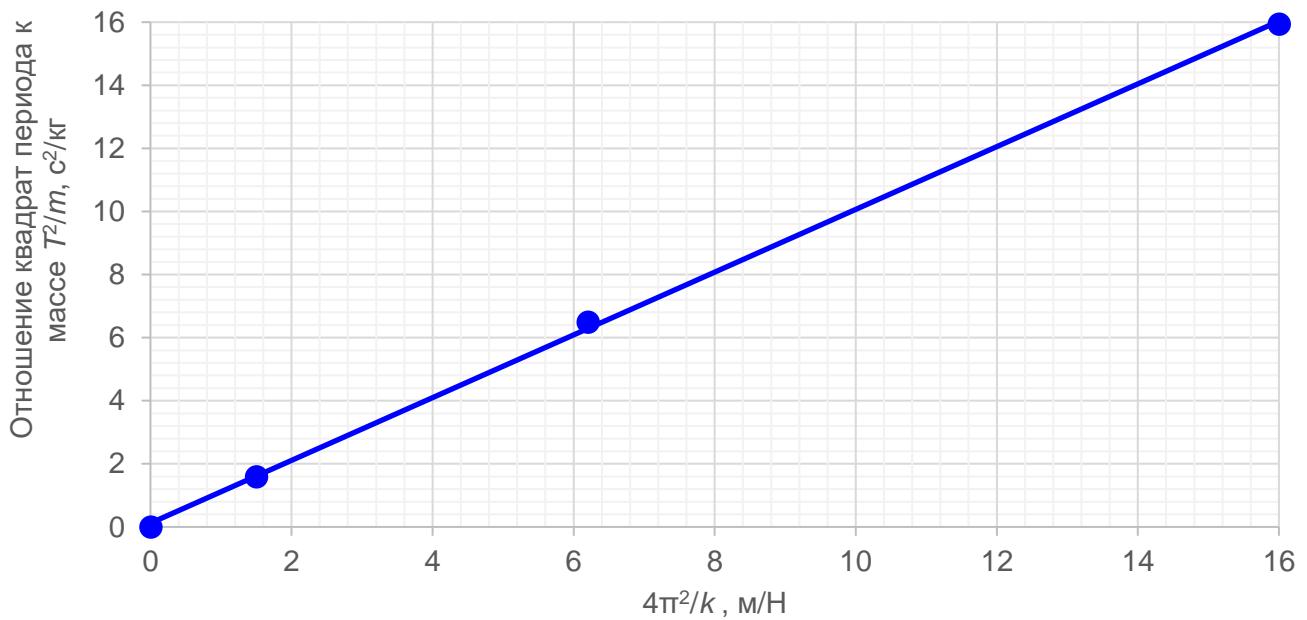


Рисунок 3 – Зависимость отношения квадрата периода колебаний к массе груза  $T^2/m$  от величины  $4\pi^2/k$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие физические характеристики исследуются в данном опыте?
2. Дайте определение простым гармоническим колебаниям.
3. Какие компоненты входят в уравнение движения пружинного маятника?
4. Для чего используется ультразвуковой датчик движения в данном опыте?
5. Как жесткость пружины влияет на период колебаний пружинного маятника?

## Лабораторная работа №26. Крутильный маятник Поля

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение периода простых гармонических крутильных колебаний маятника Поля при различных начальных отклонениях из положения равновесия и скоростях. Определение коэффициента затухания при затухании колебаний крутильного маятника.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Колесо Поля, или крутильный (вращательный) маятник, позволяет исследовать простое гармоническое крутильное колебание. Единственными силами, действующими на колесо, являются возвращающий крутящий момент, создаваемый спиральной пружиной, и затухающий крутящий момент, создаваемый тормозом на вихревых токах с регулируемой силой тока. Этот опыт демонстрирует, что период колебаний не зависит от начального отклонения из положения равновесия или начальной скорости и позволяет проанализировать амплитуды колебаний.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

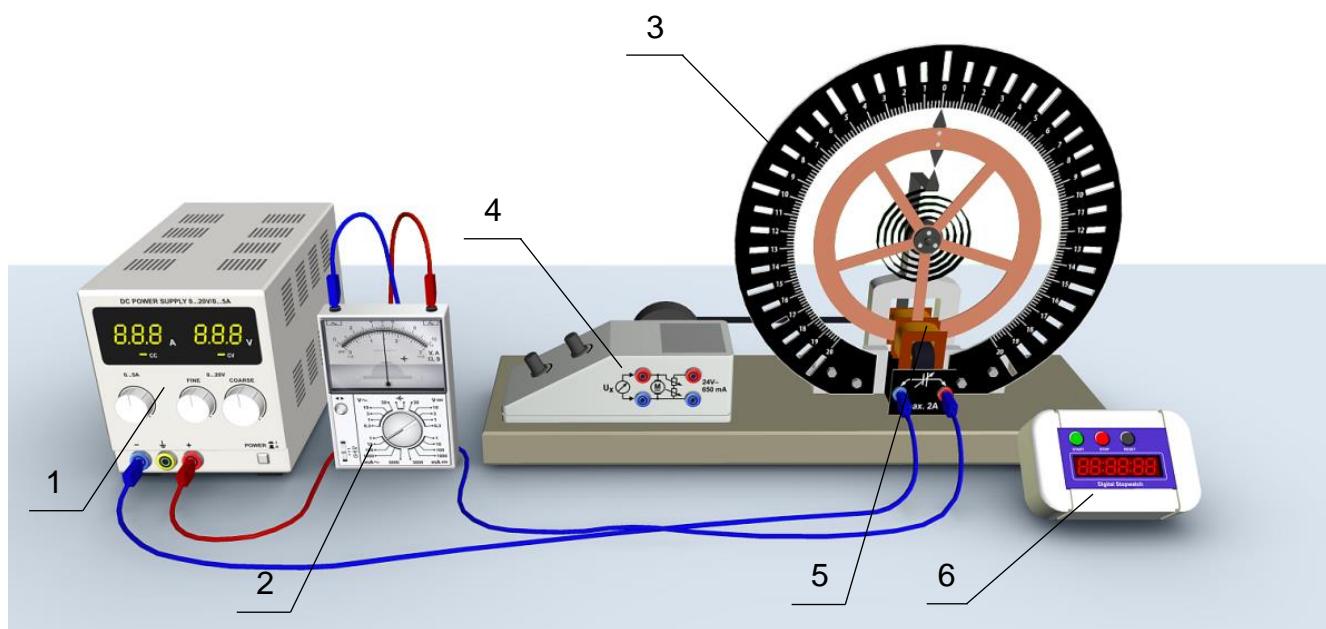


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Источник питания постоянного тока	0–20 В, 0–5 А
2	Аналоговый мультиметр	
3	Крутильный маятник Поля	
4	Блок управления	
5	Тормозное устройство	
6	Секундомер	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Уравнение движения для угла отклонения  $\varphi$  свободно колеблющегося, затухающего крутильного маятника, записывается следующим образом:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0 \quad (1)$$

где

$$\delta = \frac{k}{2J} \quad , \quad \omega_0^2 = \frac{D}{J}$$

$J$  – момент инерции;  $D$  – жесткость пружины;  $k$  – коэффициент затухания.

Если затухание не слишком велико и выполняется условие  $\delta < \omega_0$ , уравнение движения имеет следующее решение:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \psi) \quad (2)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Начальная амплитуда  $\varphi_0$  и фазовый угол  $\psi$  являются произвольными параметрами, которые зависят от отклонения из положения равновесия и скорости движения крутильного маятника в момент времени  $t=0$ . Поэтому маятник движется вперед и назад с периодом колебания:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3)$$

Амплитуда колебаний уменьшается со временем в соответствии со следующим выражением:

$$\hat{\varphi}(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \quad (4)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте колебания исследуются при различных уровнях затухания, которые можно устанавливать, изменяя ток, подаваемый на тормоз, использующий вихревые токи. Период колебаний измеряется с помощью секундомера. В опыте будет показано, что период колебаний не зависит от начального отклонения колеса из положения равновесия или его скорости. Чтобы определить степень затухания, берутся крайние точки каждого колебания слева и справа. Это упрощает анализ, поскольку если такие точки принять за нулевые моменты времени, начальная скорость будет нулевой.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

В выражении (4) амплитуда колебания определяется как положительная величина. Это подразумевает, что должны рассматриваться абсолютные значения для крайних точек движения влево и вправо. Если построить график зависимости натуральных логарифмов этих значений от времени (рисунок 2), должна получиться прямая линия с наклоном  $-\delta$ . На практике будут наблюдаться некоторые отклонения от

линейной зависимости, так как сила трения не строго пропорциональна скорости, как предполагается в данном опыте.

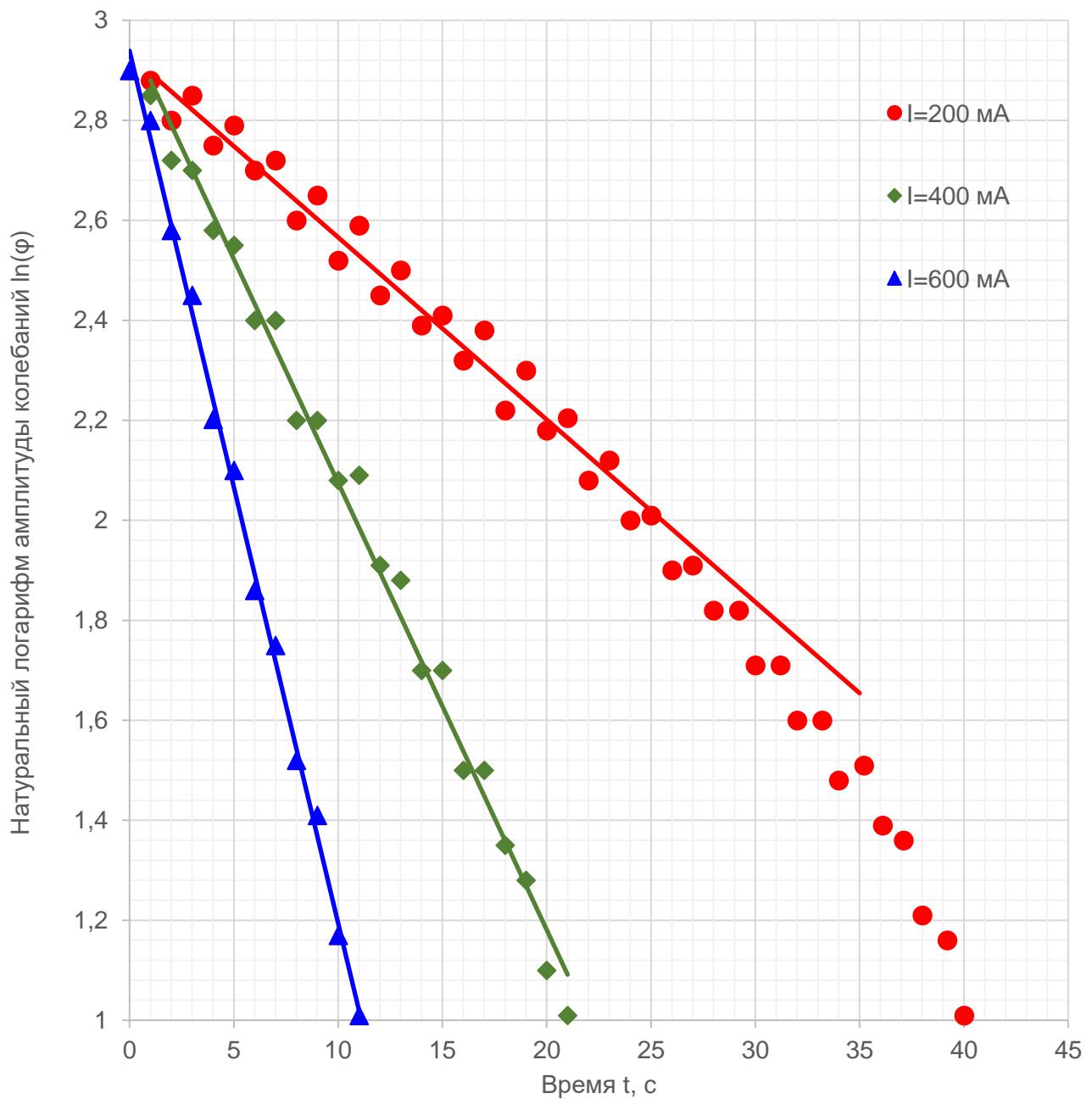


Рисунок 2 – Зависимость  $\ln(\hat{\varphi})$  от времени при различных степенях затухания

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите силы, действующие на колесо кривошипного маятника.
2. Дайте определение простым гармоническим кривошипным колебаниям.
3. Какие компоненты входят в уравнение движения кривошипного маятника?
4. Как амплитуда колебаний маятника Поля зависит от времени?
5. Как изменяется уровень затухания колебаний маятника Поля?

# Лабораторная работа №27. Вынужденные гармонические крутильные колебания

## ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты возбуждения при различных степенях затухания. Наблюдение за фазовым сдвигом между возбуждением и фактическим колебанием при очень малых и очень больших частотах возбуждения.

## КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Колесо Поля, или крутильный (вращательный) маятник, позволяет исследовать вынужденное гармоническое крутильное колебание. Для этого колебательная система подключается к системе возбуждения, которая приводится в действие электродвигателем постоянного тока с регулируемой скоростью, так что возвратная пружина периодически растягивается и сжимается. В этом опыте измеряется зависимость амплитуды от частоты возбуждения при различных степенях затухания и наблюдается фазовый сдвиг между возбуждением и фактическим колебанием.

## СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

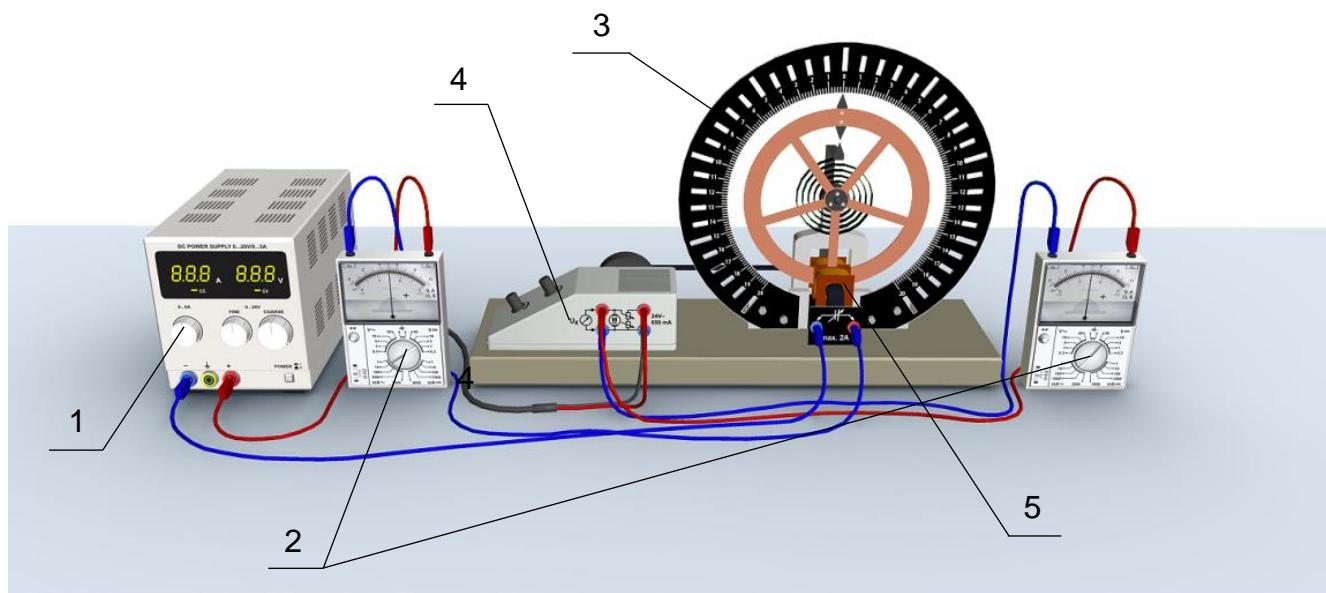


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Источник питания постоянного тока	0–20 В, 0–5 А
2	Аналоговый мультиметр	2 шт.
3	Крутильный маятник Поля	
4	Блок управления	
5	Тормозное устройство	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Уравнение движения для колебательной системы крутильного маятника выглядит следующим образом

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \cdot \varphi = A \cdot \cos(\omega_E \cdot t) \quad (1)$$

где

$$\delta = \frac{k}{2J}, \quad \omega_0^2 = \frac{D}{J}, \quad A = \frac{M_0}{J}$$

$J$  – момент инерции;  $D$  – жесткость пружины;  $k$  – коэффициент затухания;  $M_0$  – амплитуда внешнего крутящего момента;  $\omega_E$  – угловая частота внешнего крутящего момента.

Решение этого уравнения включает однородную и неоднородную составляющие. Однородная составляющая эквивалентна движению простого гармонического колебания с демпфированием, которое исследовалось в лабораторной работе №26 «Крутильный маятник Поля». Оно убывает экспоненциально с течением времени, и по истечении некоторого короткого периода стабилизации им можно пренебречь по сравнению с неоднородной составляющей.

Неоднородная составляющая

$$\varphi(t) = \varphi_E \cdot \cos(\omega_E \cdot t - \psi_E) \quad (2)$$

связана с внешним крутящим моментом, и пренебречь ею нельзя, пока этот момент присутствует. Ее амплитуда выражается следующим образом:

$$\varphi_E = \frac{A_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + 4 \cdot \delta^2 \cdot \omega_E^2}} \quad (3)$$

Она становится тем больше, чем ближе частота возбуждения  $\omega_E$  к собственной резонансной частоте  $\omega_0$  крутильного маятника. Резонанс наблюдается при  $\omega_E = \omega_0$ .

Фазовый сдвиг показан ниже:

$$\psi_E = \arctan \left( \frac{2 \cdot \delta \cdot \omega_E}{\omega_0^2 - \omega_E^2} \right) \quad (4)$$

Фазовый сдвиг показывает, что отклонение маятника отстает от возбуждения. При низких частотах он близок к нулю, но по мере увеличения частоты он возрастает, достигая  $90^\circ$  на частоте резонанса. При очень высоких частотах возбуждения частоты возбуждения и колебания в конце концов оказываются в противофазе (сдвинуты на  $180^\circ$ ).

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Опыт проводится на крутильном маятнике Поля. Основные отсчеты снимаются с круговой шкалы маятника. В начале опыта измеряется зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты возбуждения при различных степенях затухания. Далее необходимо пронаблюдать фазовый сдвиг между возбуждением и фактическим колебанием при очень малых и очень больших частотах возбуждения.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Строится график зависимости амплитуд демпфируемых колебаний от частоты возбуждения (рисунок 2). В результате получается набор кривых, которые можно описать уравнением (4), если выбран соответствующий параметр затухания  $\delta$ .

Будут наблюдаться небольшие отклонения от значений затухания, полученных в лабораторной работе №26 «Крутильный маятник Поля». В основном это объясняется тем фактом, что сила трения не строго пропорциональна скорости, как предполагается в данном опыте.

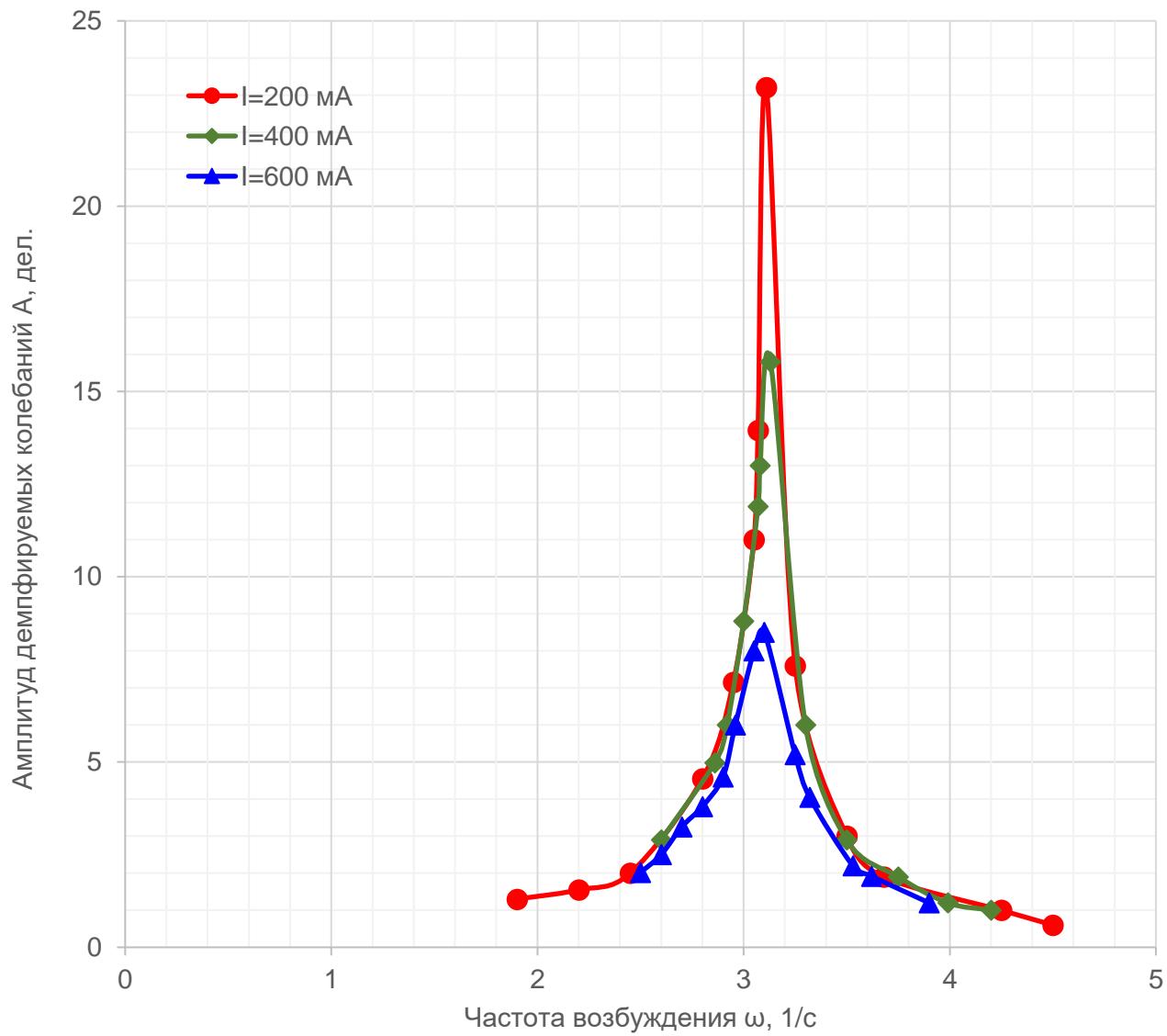


Рисунок 2 – Кривые резонанса для различных степеней затухания

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие физические характеристики измеряются в данном опыте?
2. Какие составляющие входят в уравнение движения колебательной системы крутильного маятника?
3. В чем заключается принцип работы крутильного маятника Поля?
4. Назовите основное условие возникновения резонанса в исследуемой системе.
5. При каких условиях крутильный маятник Поля осуществляет колебания в противофазе?

## Лабораторная работа №28. Связанные колебания

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Запись и определение периода колебаний двух одинаковых связанных маятников, когда они происходят в фазе и противофазе. Определение периода биения. Сравнение полученных значений с рассчитанными для собственных периодов в фазе и противофазе.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Колебания двух одинаковых связанных маятников отличаются периодом колебаний и периодом биения. Период биения – это интервал между двумя моментами времени, когда один маятник отклоняется на свою максимальную амплитуду. Обе величины можно рассчитать по собственным периодам колебаний связанных маятников, когда колебания происходят в фазе и в противофазе.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

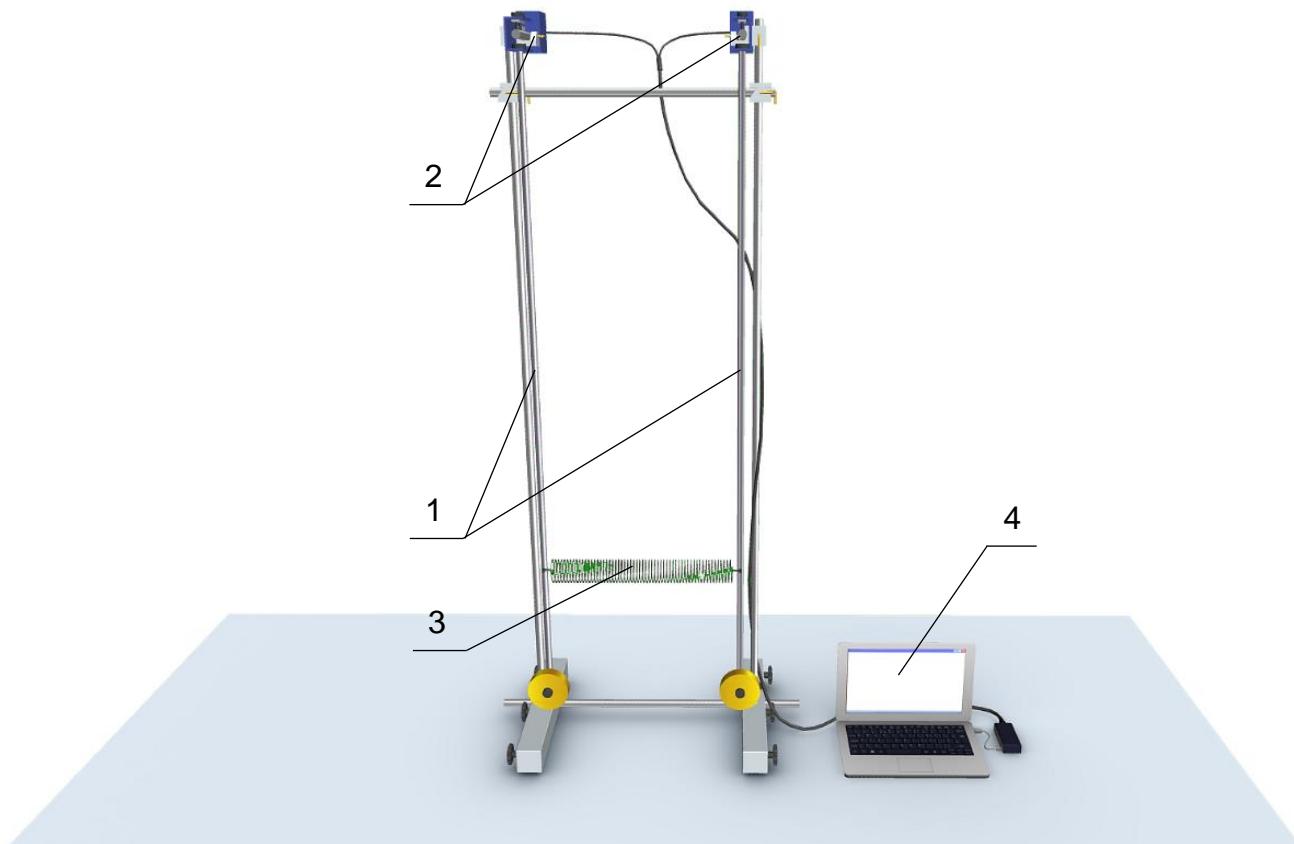


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Стержневой маятник	2 шт., длина 1 м, груз 1000 г
2	Датчик угла	2 шт.
3	Цилиндрическая пружина	жесткость 3,0 Н/м
4	Ноутбук	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В случае колебаний двух связанных маятников энергия колебания передается от одного маятника к другому и обратно. Если оба маятника одинаковы и колебание начинается так, что один маятник изначально находится в покое, а другой – в отклоненном положении, фактически происходит передача всей энергии целиком, т.е. один маятник всегда приходит в исходную точку, соответствующую состоянию покоя, а другой при этом отклоняется на максимальную амплитуду. Время между двумя такими состояниями, когда один маятник находится в положении покоя, или, в более общем случае, время между любыми двумя моментами отклонения маятника на минимальную амплитуду называется периодом биения  $T_\Delta$ .

Колебания двух одинаковых связанных идеальных маятников можно рассматривать как суперпозицию двух собственных колебаний. Эти собственные колебания можно наблюдать, когда оба маятника колеблются полностью в фазе или полностью в противофазе (рисунок 2). В первом случае оба маятника колеблются с той частотой, с которой они колебались бы, если бы никакой связи с другим маятником вообще не было. Во втором случае эффект связи максимален, и собственная частота выше. Все другие колебания можно описать с помощью суперпозиции этих двух собственных колебаний.

Уравнение движения маятника принимает вид:

$$\begin{aligned} L \cdot \varphi_1 + g \cdot \varphi_1 + k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \\ L \cdot \varphi_2 + g \cdot \varphi_2 + k \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $g$  – ускорение, возникающее под действием силы тяжести;  $L$  – длина маятника;  $k$  – постоянная связи.

В случае вариантов движения  $\varphi_- = \varphi_1 - \varphi_2$  и  $\varphi_+ = \varphi_1 + \varphi_2$  (изначально выбранных произвольно) уравнение движения выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} L \cdot \varphi_+ + g \cdot \varphi_+ &= 0 \\ L \cdot \varphi_- + (g + 2k) \cdot \varphi_- &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Решения

$$\begin{aligned} \varphi_+ &= a_+ \cdot \cos(\omega_+ t) + b_+ \cdot \sin(\omega_+ t) \\ \varphi_- &= a_- \cdot \cos(\omega_- t) + b_- \cdot \sin(\omega_- t) \end{aligned} \quad (3)$$

дают увеличение угловых частот

$$\begin{aligned} \omega_+ &= \sqrt{\frac{g}{L}} \\ \omega_- &= \sqrt{\frac{g + 2k}{L}} \end{aligned} \quad (4)$$

соответствующее собственным частотам при движении в фазе или в противофазе ( $\varphi_+=0$  в случае движения в противофазе и  $\varphi_-=0$  в случае движения в фазе).

Отклонение маятников можно рассчитать по сумме или разности двух движений, приводящих к решениям

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{1}{2} \cdot (a_+ \cdot \cos(\omega_+ t) + b_+ \cdot \sin(\omega_+ t) + a_- \cdot \cos(\omega_- t) + b_- \cdot \sin(\omega_- t)) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{2} \cdot (a_+ \cdot \cos(\omega_+ t) + b_+ \cdot \sin(\omega_+ t) - a_- \cdot \cos(\omega_- t) - b_- \cdot \sin(\omega_- t))\end{aligned}\quad (5)$$

Параметры  $a_+$ ,  $a_-$ ,  $b_+$  и  $b_-$  являются произвольными коэффициентами, которые можно рассчитать по начальным состояниям двух маятников в момент времени  $t=0$ . Проще всего рассмотреть следующий случай, когда маятник 1 движется в момент времени 0 из положения покоя с начальной угловой скоростью  $\psi_0$ , а маятник 2 остается в положении покоя.

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\psi_0}{\omega_+} \cdot \sin(\omega_+ t) + \frac{\psi_0}{\omega_-} \cdot \sin(\omega_- t) \right) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\psi_0}{\omega_+} \cdot \sin(\omega_+ t) - \frac{\psi_0}{\omega_-} \cdot \sin(\omega_- t) \right)\end{aligned}\quad (6)$$

Тогда скорость обоих маятников определяется выражениями:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{\psi_0}{2} \cdot (\cos(\omega_+ t) + \cos(\omega_- t)) \\ \varphi_2 &= \frac{\psi_0}{2} \cdot (\cos(\omega_+ t) - \cos(\omega_- t))\end{aligned}\quad (7)$$

которые можно преобразовать, чтобы получить

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \psi_0 \cdot \cos(\omega_\Delta t) \cdot \cos(\omega t) \\ \varphi_2 &= \psi_0 \cdot \sin(\omega_\Delta t) \cdot \cos(\omega t)\end{aligned}\quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}\omega_\Delta &= \frac{\omega_- - \omega_+}{2} \\ \omega &= \frac{\omega_+ + \omega_-}{2}\end{aligned}\quad (9)$$

Это соответствует колебаниям обоих маятников с одинаковой угловой частотой  $\omega$ , где амплитуды скоростей  $\psi_1$  и  $\psi_2$  модулируются угловой частотой  $\omega_\Delta$ :

$$\begin{aligned}\psi_1(t) &= \psi_0 \cdot \cos(\omega_\Delta t) \\ \psi_2(t) &= \psi_0 \cdot \sin(\omega_\Delta t)\end{aligned}\quad (10)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

С помощью портативного осциллографа записываются колебания двух маятников, происходящие в фазе, и определяется период колебаний  $T_+$ . Далее записываются колебания, происходящие в противофазе, и определяется период  $T_-$ . Затем записываются связанные колебания и определяются период колебаний  $T$  и период биения  $T_\Delta$ . Полученные результаты измерений сравниваются с рассчитанными для собственных периодов  $T_+$  и  $T_-$ .

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Уравнение (4) можно использовать для расчета собственных периодов колебаний  $T_+$  и  $T_-$  при колебаниях в фазе и в противофазе:

$$T_+ = \frac{2\pi}{\omega_+} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{и} \quad T_- = \frac{2\pi}{\omega_-} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g + 2k}} \quad (11)$$

Из уравнения (9) период  $T$  связанных колебаний выражается следующим образом:

$$\frac{2\pi}{T} = \omega = \frac{\pi}{T_+} + \frac{\pi}{T_-} \quad \text{и, следовательно,} \quad T = 2 \cdot \frac{T_+ \cdot T_-}{T_- + T_+} \quad (12)$$

Амплитудная модуляция, определяемая уравнением (10), обычно описывается своим периодом  $T_\Delta$ , соответствующим интервалу между следующими один за другим моментами времени, когда один из маятников останавливается:

$$\frac{2\pi}{2T_\Delta} = \omega_\Delta = \frac{\pi}{T_-} - \frac{\pi}{T_+} \quad \text{и, следовательно,} \quad T_\Delta = \frac{T_+ \cdot T_-}{T_+ - T_-}$$

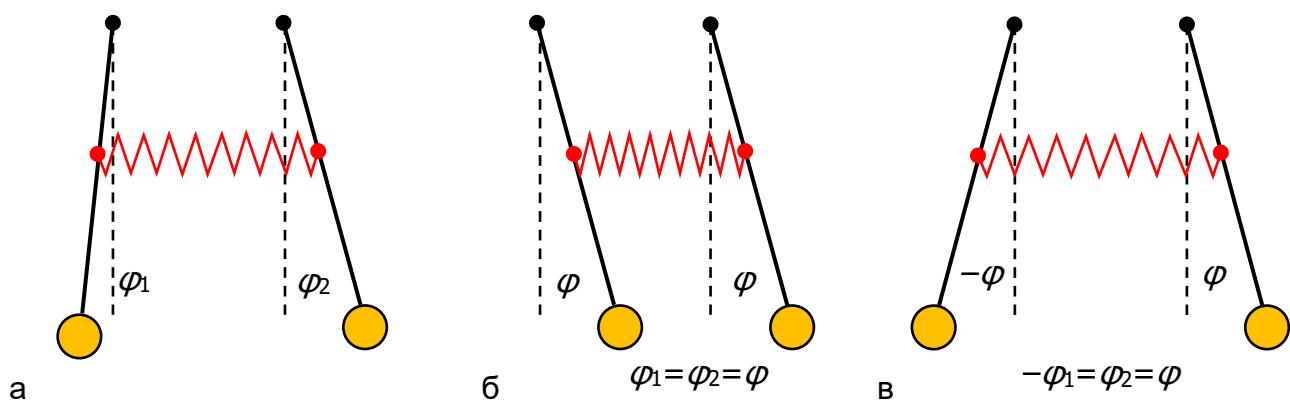


Рисунок 2 – Типы связанных колебаний: общий случай связанных колебаний (а), связанные колебания в фазе (б), связанные колебания в противофазе (в)

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое период колебания и период биения маятников?
2. Чем отличаются колебания двух одинаковых связанных маятников в фазе от их колебаний в противофазе?
3. Как определяется период связанных колебаний?
4. Что такое амплитудная модуляция?
5. Для чего в данном опыте исследуется общий случай связанных колебаний?

## Лабораторная работа №29. Механические волны

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Возбуждение поперечных стоячих волн в натянутой веревке. Измерение собственной частоты по числу узлов. Определение соответствующей длины волны и скорости распространения волн.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

К примерам систем, в которых возникают механические волны, относятся растягиваемая цилиндрическая пружина, где возникают продольные волны, и натянутая веревка, где возникают поперечные волны. В любом случае стоячие волны устанавливаются, если один конец системы, где они распространяются, закрепить неподвижно. Это происходит потому, что падающая волна и отраженная от точки крепления волна имеют одинаковые амплитуды и налагаются друг на друга. Если закрепить и другой конец, волны смогут распространяться только при выполнении условий резонанса. В этом опыте веревка закрепляется на одном из своих концов. Другой конец, на расстоянии  $L$  от точки неподвижного крепления, крепится к генератору вибрации, в котором генератор сигналов различной формы используется для возбуждения колебаний малой амплитуды с изменяемой частотой  $f$ . В той или иной степени, этот конец также можно рассматривать как закрепленную точку. Собственная частота вибрации измеряется по количеству узлов стоячей волны. Затем по этим данным можно рассчитать скорость распространения волны.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

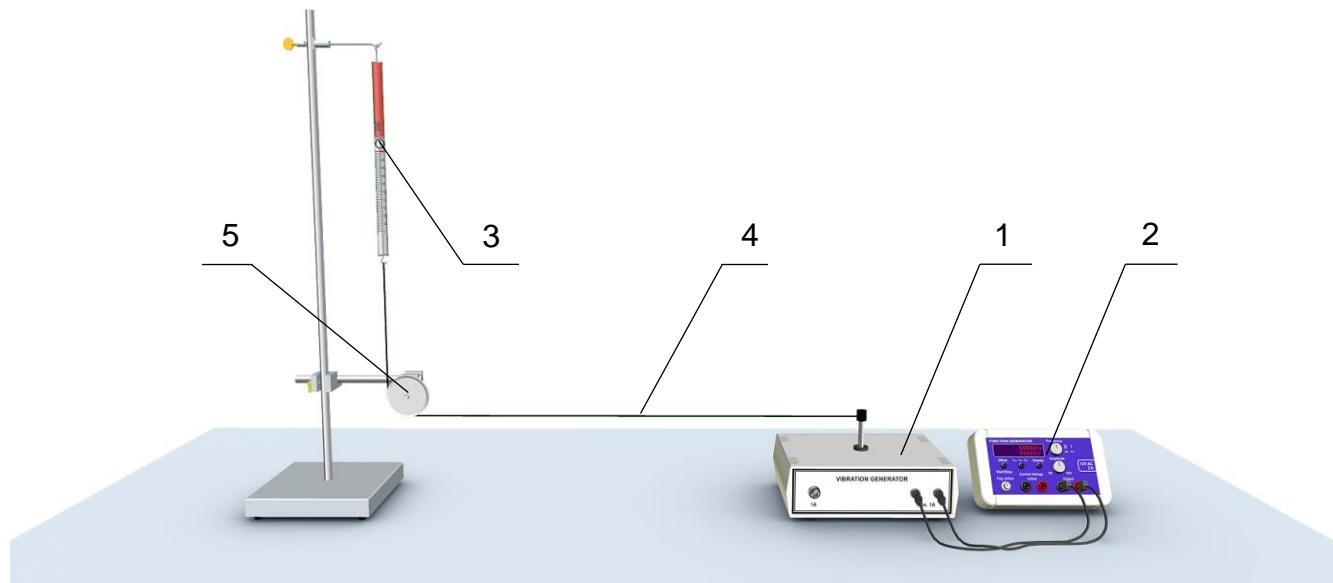


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Генератор вибрации	
2	Генератор сигналов различной формы	
3	Пружинный динамометр	0–2 Н
4	Натянутая веревка	
5	Блок	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Пусть  $\xi(x, t)$  – отклонение в продольном или поперечном направлении в точке  $x$  на оси, направленной вдоль среды распространения волны, в момент времени  $t$ . Тогда справедливо следующее:

$$\xi_1(x, t) = \xi_0 \cdot \cos\left(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \quad (1)$$

Это уравнение справедливо для синусоидальной волны, бегущей слева направо вдоль среды распространения. Частота  $f$  и длина волны  $\lambda$  связаны следующим образом:

$$c = f \cdot \lambda \quad (2)$$

где  $c$  – скорость распространения волны.

Если такая волна, распространяющаяся слева направо, отражается от неподвижной точки  $x=0$ , возникает волна, распространяющаяся справа налево.

$$\xi_2(x, t) = -\xi_0 \cdot \cos\left(2\pi \cdot f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \quad (3)$$

Эти две волны налагаются друг на друга, в результате чего получается стоячая волна.

$$\xi(x, t) = 2\xi_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \quad (4)$$

Эти выводы справедливы вне зависимости от характера волны или среды, в которой она распространяется.

Если другой конец также закрепить в положении  $x=L$ , необходимо, чтобы во все моменты времени  $t$  выполнялось следующее условие резонанса.

$$\xi(L, t) = 0 = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L\right) \quad (5)$$

Оно выполняется только тогда, когда длина волны удовлетворяет следующим условиям:

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = (n + 1) \cdot \pi \quad , \text{т.е.} \quad \lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n + 1} \quad (6)$$

Или

$$L = (n + 1) \cdot \frac{\lambda_n}{2}$$

Тогда, согласно уравнению (2), частота равна

$$f_n = (n + 1) \cdot \frac{c}{2 \cdot L} \quad (7)$$

Это подразумевает, что условие резонанса (5) выполняется, только если длина  $L$  кратна половине длины волны. Резонансная частота должна соответствовать этой длине волны. В этом случае  $n$  – количество узлов колебания. Оно равно нулю, если в основном колебании имеется только одна пучность (рисунок 3).

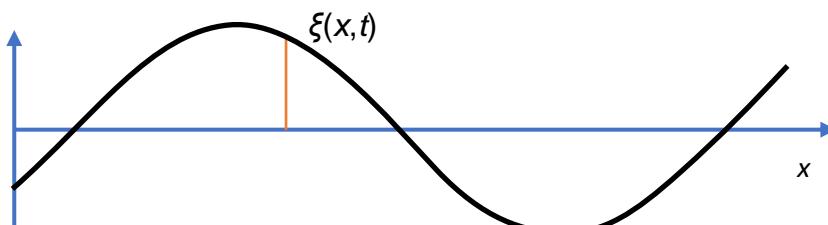


Рисунок 2 – Иллюстрация определения отклонения  $\xi(x, t)$  в заданной точке

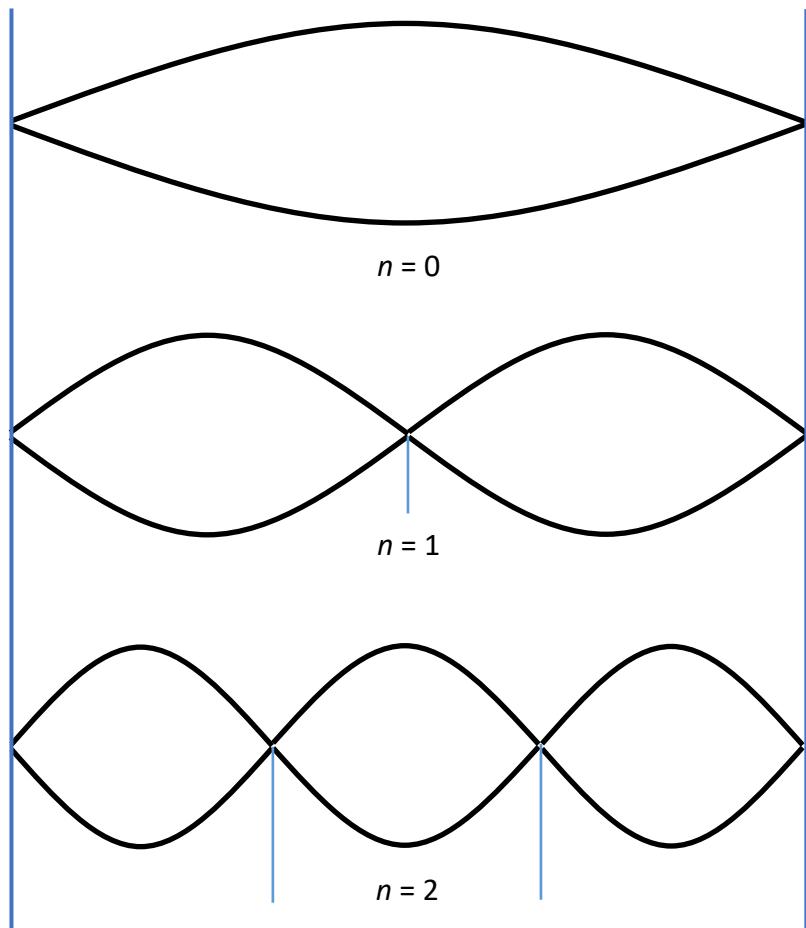


Рисунок 3 – Стоячие волны

#### ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте средой, где распространяется волна, является веревка, которая закреплена одним концом к некоторой неподвижной точке. Натяжение веревки контролируется с помощью пружинного динамометра. Другой конец соединяется с генератором вибрации на расстоянии  $L$  от этой неподвижной точки. Генератор сигналов различной формы используется для возбуждения колебаний малой амплитуды с изменяемой частотой  $f$ . В той или иной степени, этот конец также можно рассматривать как закрепленную точку.

#### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Если построить график зависимости частоты от количества узлов стоячей волны, точки этого графика окажутся на прямой с наклоном.

$$\alpha = \frac{c}{2 \cdot L} \quad (8)$$

Поэтому, если известно расстояние  $L$ , можно рассчитать скорость распространения волны  $c$ . При равенстве всех остальных параметров она будет зависеть от силы  $F$ , как показано на рисунке 5 для волн в веревке.

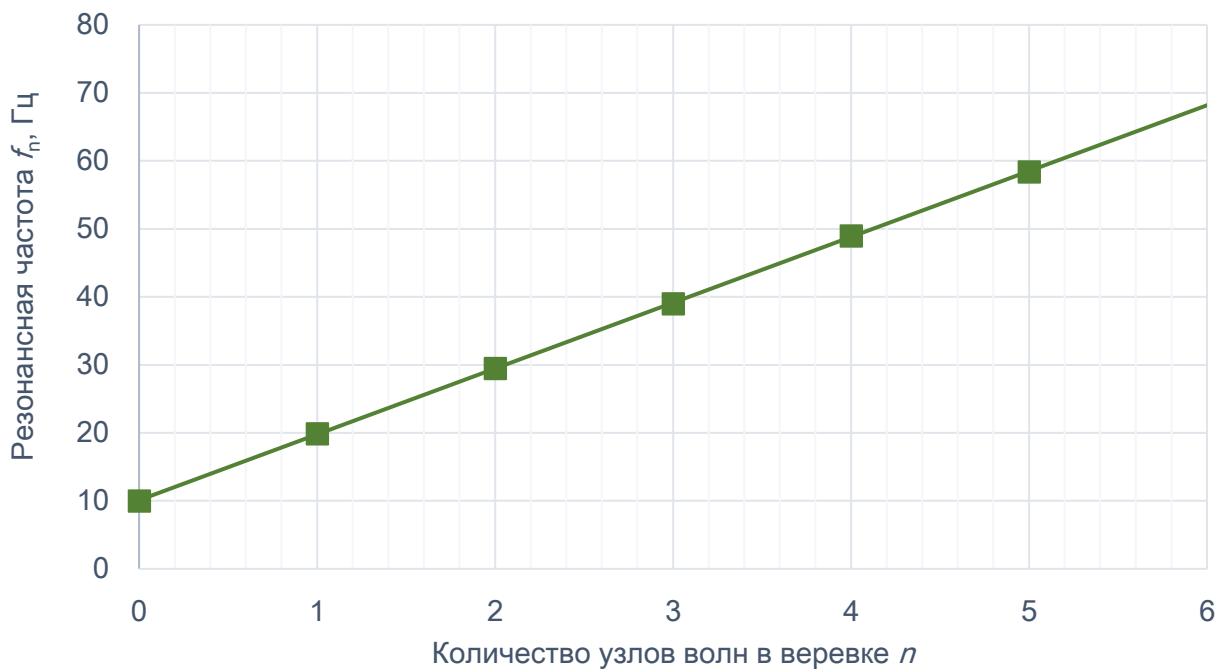


Рисунок 4 – Зависимость резонансной частоты от количества узлов волн в веревке

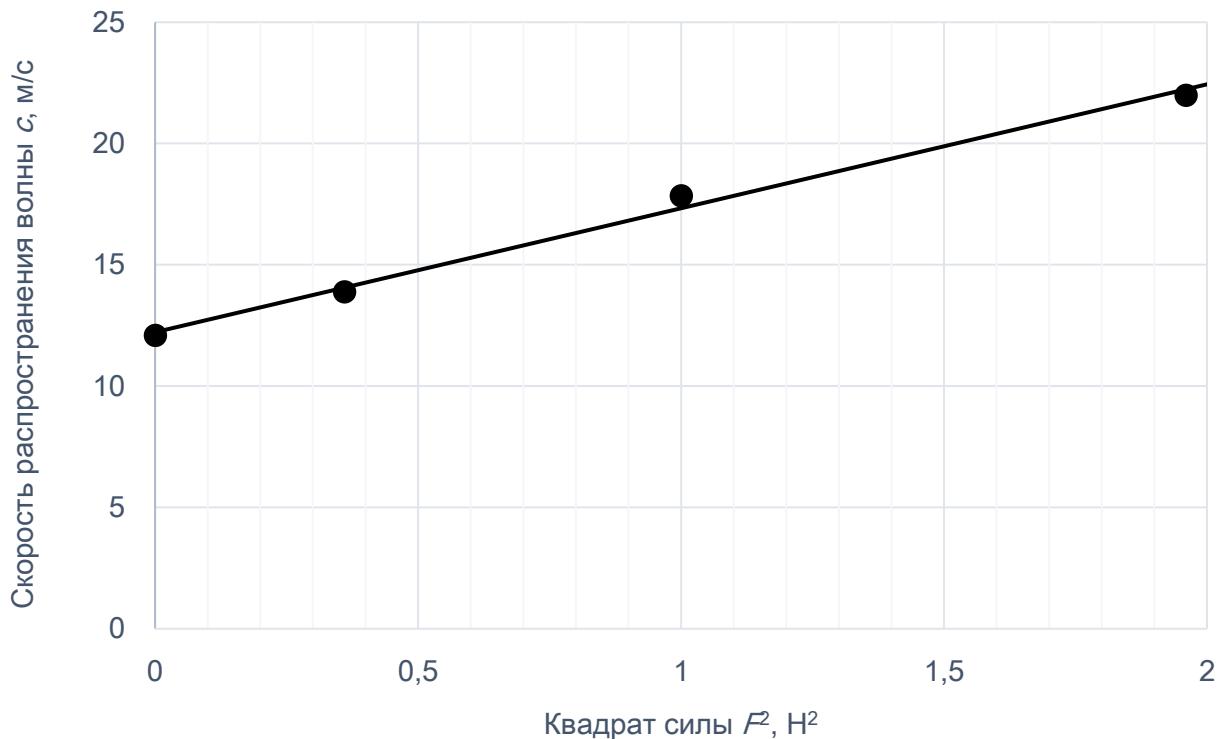


Рисунок 5 – Зависимость скорости распространения волны  $c$  от  $F^2$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как в данном опыте рассчитывается скорость распространения механической волны в натянутой веревке?
2. Назовите основное условие возникновения стоячей волны.
3. Когда возникает резонанс в натянутой веревке?
4. Как зависит частота колебаний от количества узлов стоячей волны?
5. Для чего используется динамометр в данном опыте?

## Лабораторная работа №30. Скорость звука в воздухе

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Измерение зависимости времени распространения звукового импульса в воздухе при комнатной температуре от расстояния между двумя акустическими зондами. Измерение зависимости времени распространения звукового импульса в воздухе от температуры при фиксированном расстоянии между двумя акустическими зондами. Определение зависимости скорости звука (групповой скорости) от температуры. Сравнение результата с выводами Лапласа.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Звуковые волны в газах являются продольными. В этом случае групповая скорость звука равна фазовой скорости. В этом опыте проводится измерение времени распространения звукового импульса между двумя акустическими зондами в трубке Кундта и используется результат для расчета скорости звука. Зависимость скорости звука от температуры исследуется в диапазоне от комнатной температуры до 50°C. Результат измерения согласуется с результатом, полученным Лапласом.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

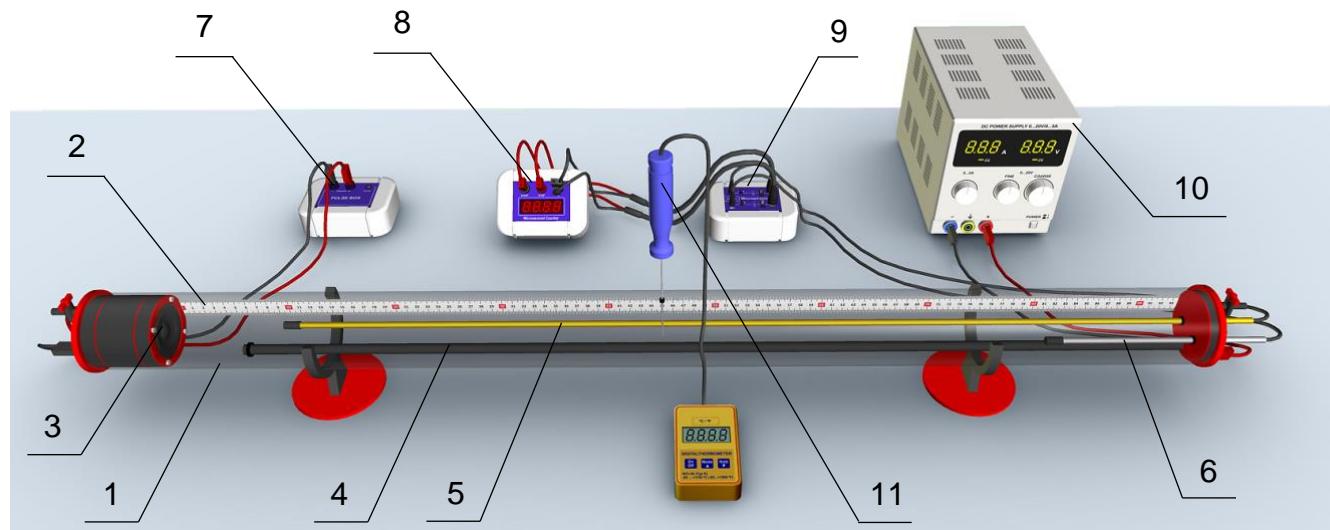


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Трубка Кундта	
2	Сантиметровая линейка	Длина 95 см
3	Динамик	
4	Нагревательный стержень	
5	Длинный акустический зонд	
6	Короткий акустический зонд	
7	Блок формирования импульсов	
8	Микросекундный счетчик	измерения в миллисекундах
9	Блок усилителя	
10	Источник питания постоянного тока	0–20 В, 0–5 А
11	Никель-хром-никелевый датчик с термометром	от –65 до 550 °С

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Звуковые волны являются упругими волнами в деформируемой среде. Скорость волны зависит от упругих свойств среды. В простых газах звук распространяется исключительно в виде продольных волн, при этом групповая скорость равна фазовой скорости.

При выводе по Лапласу звуковые волны в газах рассматриваются как адиабатические изменения давления или плотности. Скорость звука определяется как:

$$c = \sqrt{\frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{p}{\rho}} \quad (1)$$

где  $p$  – давление газа;  $\rho$  – плотность газа;  $C_p$ ,  $C_v$  – теплоемкости газа.

В случае идеального газа при абсолютной температуре  $T$ :

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R \cdot T}{M} \quad (2)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная, равная  $8,3144598 \text{ м}^2\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}\cdot\text{Моль}^{-1}$ ;  $M$  – молярная масса.

Тогда скорость звука в этом газе:

$$c = \sqrt{\frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{R \cdot T}{M}} \quad (3)$$

Если разницы температур  $\Delta T$  не слишком велики по сравнению с эталонной температурой  $T_0$ , скорость звука линейно зависит от изменения температуры  $\Delta T$ :

$$c = \sqrt{\frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{R \cdot T_0}{M}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta T}{2 \cdot T_0}\right) \quad (4)$$

Если в качестве идеального газа используется сухой воздух, скорость звука, соответственно, часто выражают следующим образом:

$$c(T) = \left(331,3 + 0,6 \cdot \frac{\Delta T}{K}\right) \quad (5)$$

где  $T_0 = 273,15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ .

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В данном опыте измеряется время распространения звукового импульса  $t$  между двумя акустическими зондами, находящимися на расстоянии  $s$  друг от друга. Звуковой импульс создается резким движением диффузора громкоговорителя, управляемым импульсом напряжения с крутым фронтом. Измерение времени распространения с высоким разрешением с помощью микросекундного счетчика начинается, когда звуковой импульс достигает первого акустического зонда, и заканчивается, когда он достигает второго акустического зонда, находящегося на расстоянии  $s$ . Нагревательный элемент используется для нагрева воздуха в трубке Кундта до температуры  $50^\circ\text{C}$ , при этом исследуется зависимость времени распространения звука от температуры. Распределение температуры во время охлаждения является достаточно равномерным. Поэтому достаточно измерить температуру в одной точке трубы Кундта. Температура измеряется с помощью никель-хром-никелевого погружного датчика с портативным цифровым термометром.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Скорость звука рассчитывается как частное от деления пройденного расстояния  $s$  на время распространения звуковой волны  $t$ :

$$c = \frac{s}{t} \quad (6)$$

На рисунке 2 это показано прямой, наклон которой представляет собой величину, обратную вышеуказанному отношению.

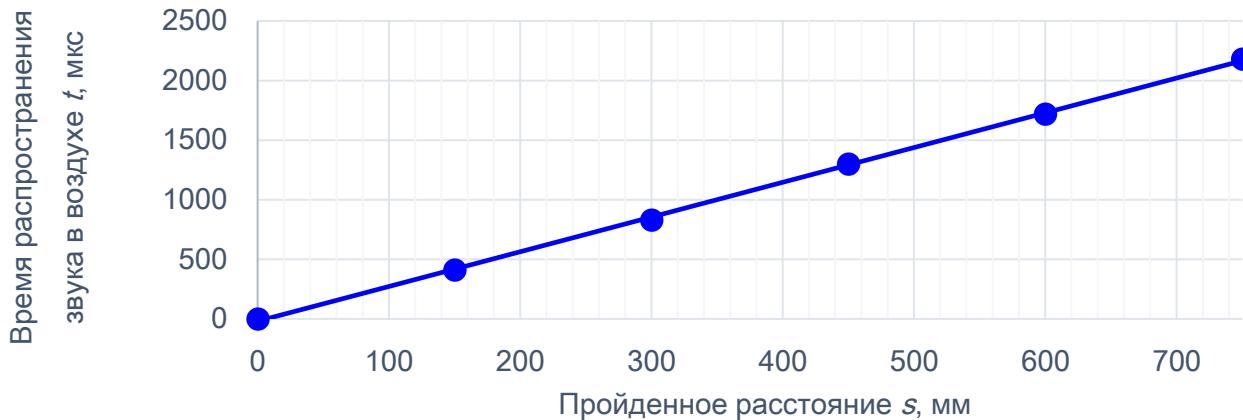


Рисунок 2 – Зависимость времени распространения звука в воздухе  $t$  от пройденного расстояния  $s$  при комнатной температуре

Зависимость скорости звука от температуры (рисунок 3) описывается уравнением 3 со следующими параметрами:  $M=28,97$  г/моль,  $C_p/C_v = 7/5$ .



Рисунок 3 – Зависимость скорости звука  $c$  в воздухе от температуры  $T$  (сплошная линия: результат расчета согласно уравнению 3; пунктируная линия: результат расчета согласно уравнению 5)

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. От чего зависит скорость звуковой волны в воздухе?
2. Почему температура измеряется только в одной точке трубы Кундта?
3. Как распространяются акустические волны в простых газах?
4. В чем суть выводов Лапласа применительно к звуковым волнам в газах?
5. Какая взаимосвязь между временем распространения звуковой волны и пройденным расстоянием в воздухе?

# Лабораторная работа №31. Исследование стоячих звуковых волн в трубке Кундта

## ЦЕЛИ ОПЫТА

Возбуждение стоячих волн в трубке Кундта, закрытой с обоих концов. Измерение зависимости основной частоты от длины трубки Кундта. Измерение основной частоты и обертонов при фиксированной длине трубы. Определение скорости распространения волны на резонансных частотах.

## КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Звуковые волны в газах являются продольными. Групповая скорость волны равна фазовой скорости. В этом опыте в трубке Кундта, закрытой с обоих концов, возбуждается стоячая волна. Измеряется зависимость основной частоты от длины трубы, а также измеряются частоты основных колебаний и обертона для фиксированной длины трубы.

## СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

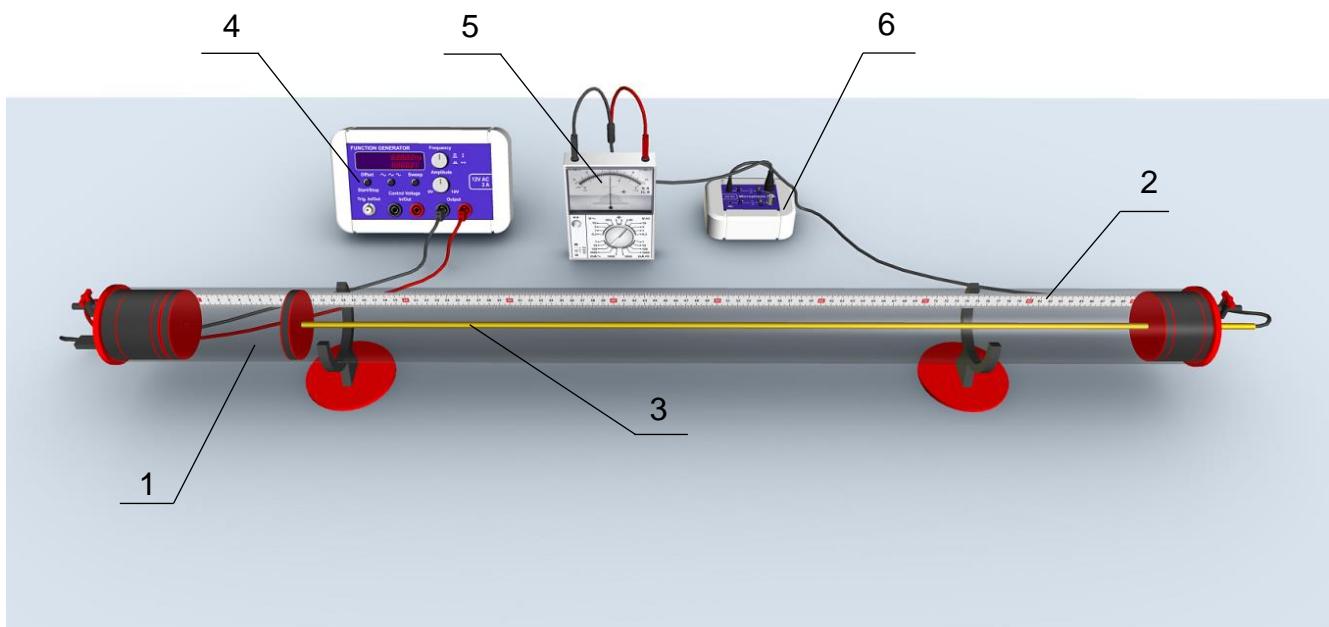


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Трубка Кундта	
2	Сантиметровая линейка	длина 90 см
3	Длинный акустический зонд	
4	Генератор сигналов различной формы	
5	Аналоговый мультиметр	
6	Блок усилителя	

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Можно создать стоячие волны в трубке Кундта, возбуждая волны соответствующей резонансной частоты от громкоговорителя на одном конце трубы, которые затем отражаются от крышки на другом конце. Если длина трубы известна, можно определить скорость распространения волн резонансной частоты и количество гармоник.

Звуковые волны распространяются в воздухе и других газах посредством быстрых изменений давления и плотности. Легче всего их можно описать на основе звукового давления, которое налагается на атмосферное давление. В качестве альтернативы, вместо звукового давления  $p$  для описания звуковой волны можно также использовать скорость звука  $v$ . То есть среднюю скорость молекул газа в данной точке  $x$  в колеблющейся среде в момент времени  $t$ . Давление и скорость звука связаны друг с другом, например, уравнением движения Эйлера:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

где  $\rho_0$  – давление газа.

В трубке Кундта звуковые волны распространяются вдоль трубы, т.е. их можно описать с помощью одномерного волнового уравнения, которое применяется к скорости и давлению звука:

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \quad (2)$$

где  $c$  – скорость звука.

В этом опыте изучаются гармонические волны, которые отражаются от конца трубы Кундта. Чтобы найти решения волнового уравнения, необходимо учитывать суперпозицию исходящей и отраженной волн:

$$p = p_{0>} \cdot e^{2\pi i(f \cdot t - \frac{x}{\lambda})} + p_{0<} \cdot e^{2\pi i(f \cdot t + \frac{x}{\lambda})} \quad (3)$$

где  $p_{0>}$  – амплитуда исходящей волны;  $p_{0<}$  – амплитуда отраженной волны;  $f$  – частота;  $\lambda$  – длина волны.

В этом случае

$$f \cdot \lambda = c \quad (4)$$

Подставляя эти решения в уравнение (1) и рассматривая исходящую и отраженную волны по отдельности, можно получить следующее:

$$p_{0>} = v_{0>} \cdot Z \quad \text{и} \quad p_{0<} = v_{0<} \cdot Z \quad (5)$$

Величину

$$Z = c \cdot \rho_0 \quad (6)$$

называют акустическим сопротивлением, и она соответствует сопротивлению волнам самой среды. Эта величина играет ключевую роль при рассмотрении отражения

звуковой волны от стенок с полным сопротивлением  $W$ . Следовательно, применимо следующее выражение:

$$r_v = \frac{v_{0<}}{v_{0>}} = \frac{Z - W}{Z + W} \quad \text{и} \quad r_p = \frac{p_{0<}}{p_{0>}} = \frac{\frac{1}{Z} - \frac{1}{W}}{\frac{1}{Z} + \frac{1}{W}} \quad (7)$$

В данном опыте  $W$  намного больше, чем  $Z$ , поэтому мы можем принять  $r_v = 1$  и  $r_p = -1$ .

Если для упрощения выбрать положение отражающей стенки  $x=0$ , то пространственную составляющую звуковой волны можно получить из выражения (3) следующим образом:

$$p = p_{0>} \cdot \left( e^{-2\pi i \frac{x}{\lambda}} + e^{+2\pi i \frac{x}{\lambda}} \right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t} = 2 \cdot p_{0>} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t} \quad (8)$$

и

$$v = v_{0>} \cdot \left( e^{-2\pi i \frac{x}{\lambda}} - e^{+2\pi i \frac{x}{\lambda}} \right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t} = -2 \cdot i \cdot v_{0>} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot e^{-2\pi i \cdot f \cdot t}$$

Какой-либо физический смысл имеют только вещественные составляющие этих выражений. Они соответствуют стоячим звуковым волнам, которые имеют пучность давления у стенки на конце (т.е. в точке  $x=0$ ), а скорость звука в этой точке имеет узел своего колебания. Скорость опережает по фазе давление на  $90^\circ$ .

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

Положение акустического зонда в трубке Кундта устанавливается по линейке, при этом звуковые волны создаются громкоговорителем на расстоянии  $L$  от стенки трубы. Эти волны колеблются с частотой  $f$ . В этой точке давление имеет пучность, а скорость – узел. Такие граничные условия выполняются, только если  $L$  кратно половине длины волны:

$$L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2} \quad (9)$$

Тогда, согласно выражению (3), для резонанса частоты должны удовлетворять следующему условию:

$$f_n = n \cdot \frac{c}{2 \cdot L} \quad (10)$$

При проведении опыта частота  $f$  громкоговорителя непрерывно меняется, а акустический датчик измеряет звуковое давление на отражающей стенке. Резонанс имеет место тогда, когда сигнал акустического датчика имеет максимальную амплитуду. Амплитудное значение скорости звуковой волны определяется с помощью аналогового мультиметра.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Согласно выражению (9), определяемые резонансные частоты,  $f_n$ , должны иметь длины волн

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \quad (11)$$

Чтобы проверить уравнение (3) и определить длину волны, значения длин волн следует нанести на график  $f$  от  $\lambda$  (рисунок 2).

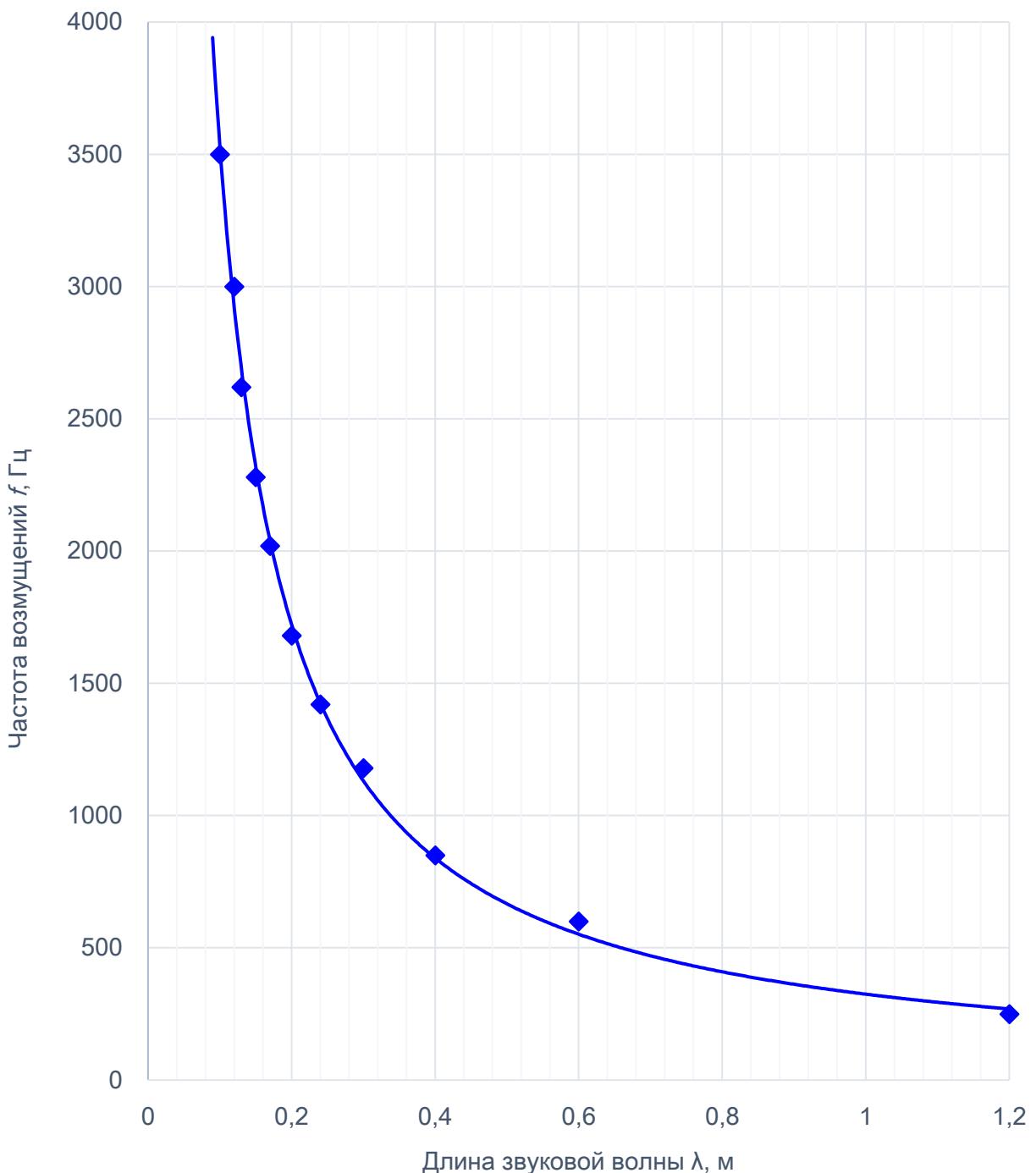


Рисунок 2 – График зависимости частоты от длины звуковой волны

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое стоячие звуковые волны?
2. Какие физические характеристики измеряются в данном опыте?
3. Что такое акустическое и полное виды сопротивления?
4. Как определяется амплитуда скорости звуковой волны?
5. Каково условие возникновения резонанса в трубке Кундта?

## Лабораторная работа №32. Распространение звука в стержнях

### ЦЕЛИ ОПЫТА

Определение скорости распространения продольных звуковых волн в материале по времени прохождения импульсов по стержню. Анализ влияния материала и длины стержня на звуковые импульсы с помощью осциллографа. Определение модулей упругости материалов по скорости распространения продольных волн и плотности материалов.

### КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА

Звуковые волны в твердых телах могут распространяться в виде продольных, поперечных волн, волн сжатия-расширения или волн изгиба. Упругие продольные волны распространяются по стержню посредством периодической последовательности сжатий и растяжений по длине стержня. Если диаметр стержня мал по сравнению с его длиной, скорость распространения зависит только от модуля упругости и плотности материала. В этом опыте скорость определяется по времени, за которое звуковые импульсы проходят через стержень.

### СХЕМА И СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

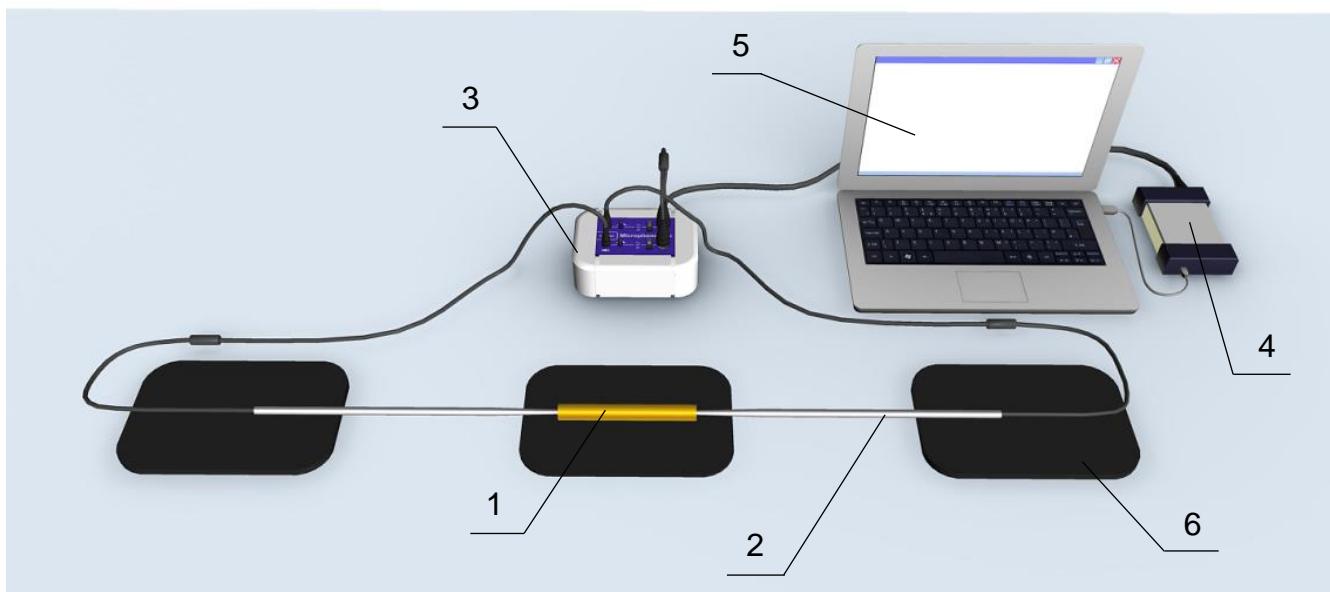


Рисунок 1 – Схема лабораторного стенда

Таблица 1 – Состав лабораторного стенда

№	Наименование	Параметры
1	Испытуемый стержень	11 шт.
2	Зонд-микрофон	2 шт.
3	Блок усилителя	
4	Портативный осциллограф	2 канала × 50 МГц
5	Ноутбук	
6	Резиновый коврик	3 шт.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Звуковые волны распространяются не только в газах и жидкостях, но и в твердых телах. В твердых телаах возможно возникновение продольных, поперечных волн, волн сжатия-расширения или волн изгиба.

Упругие продольные волны распространяются по стержню посредством периодической последовательности сжатий и растяжений по длине стержня. Растяжение вызывается возбуждением атомов, выходящих из состояния покоя. В стержне, диаметр которого значительно меньше длины, сжатие в поперечном направлении пренебрежимо мало, коэффициент Пуассона  $\mu=0$  является хорошим приближением. В этом случае соотношение между изменениями во времени и пространстве напряжения сжатия  $\sigma$  и удлинения  $\xi$  определяется следующими уравнениями:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{и} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \text{ где} \quad v = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (1)$$

$\rho$  – плотность материала стержня;  $E$  – модуль упругости материала стержня.

В результате получаются следующие волновые уравнения:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (2)$$

Скорость распространения продольных волн определяется выражением

$$C_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3)$$

## ОПИСАНИЕ ХОДА РАБОТЫ

В этом опыте продольные звуковые волны возбуждаются в виде импульсов в стержнях разной длины из разных материалов. Затем эти импульсы определяются на том конце стержня, где они возбуждаются, и на другом конце стержня с помощью микрофонных датчиков, и отображаются на экране осциллографа. Концы стержня действуют в качестве отражающих звук поверхностей, и поэтому звуковые импульсы распространяются по стержню назад и вперед. Время, необходимое для перемещения импульсов от одного конца стержня к другому, определяется по осциллограмме. В длинных стержнях множество отраженных звуковых импульсов четко разделено во времени. В коротких стержнях они могут легко накладываться друг на друга и образовывать стоячие волны.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Скорость продольных звуковых волн определяется по времени, за которое звуковые импульсы проходят через стержень и обратно, по следующей формуле:

$$C_L = \frac{2 \cdot L}{T} \quad (4)$$

где  $L$  – длина стержня,  $T$  – время прохождения звуковых импульсов.

Это объясняется тем, что звуковой импульс преодолевает длину стержня дважды (до другого конца и обратно) за время  $T$ . Модуль упругости для каждого из материалов определяется по формуле (3) на основании измеренной скорости распространения и плотности материала стержней, определяемой с помощью взвешивания.

В таблице 2 приведены значения скорости продольных звуковых волн  $C_L$  в различных материалах плотностью  $\rho$  и с модулем упругости  $E$ .

Таблица 2 – Скорость продольных звуковых волн  $C_L$  в различных материалах плотностью  $\rho$  и с модулем упругости  $E$

<b>№</b>	<b>Материал</b>	<b><math>C_L</math> (м/с)</b>	<b><math>\rho</math> (г/см<sup>3</sup>)</b>	<b><math>E</math> (ГПа)</b>
1	Стекло	5370	2,53	73
2	Алюминий	5110	2,79	73
3	Древесина (бук)	5040	0,74	19
4	Нержавеющая сталь	4930	7,82	190
5	Медь	3610	8,84	115
6	Латунь	3550	8,42	106
7	Прозрачный акрил (плексиглас)	2170	1,23	6
8	ПВХ	1680	1,50	4

На рисунке 2 приведена зависимость двойной длины стержня от времени движения звукового импульса для стержней из нержавеющей стали.

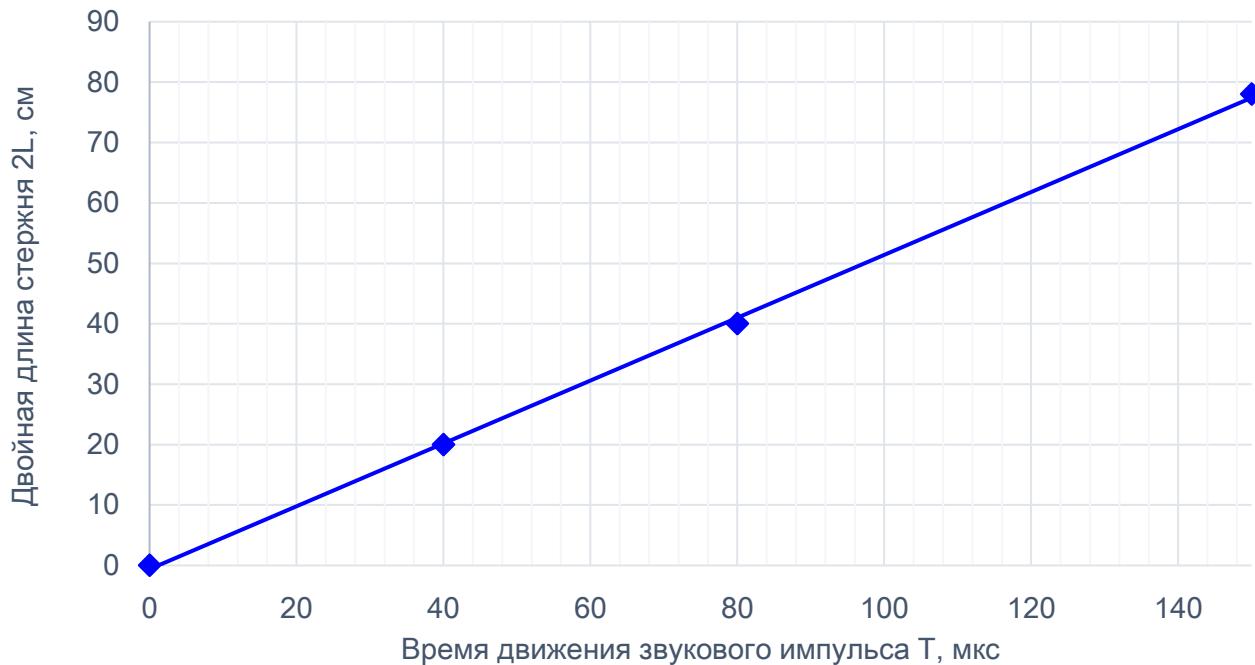


Рисунок 2 – Двойная длина стержней  $2 \cdot L$  как функция времени движения  $T$  в стержнях из нержавеющей стали

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как звуковые волны распространяются в твердых телах?
2. От чего зависит скорость распространения звука в тонких стержнях?
3. В каких материалах скорость распространения звука больше?
4. Как по скорости распространения звука можно определить модуль упругости материала стержня?
5. Почему в числителе выражения скорости звука присутствует двойная длина стержня?