

Теория алгоритмов и сложности вычислений

Данил Заблоцкий

13 февраля 2024 г.

Оглавление

1 Введение	2
Список используемой литературы	4

Глава 1

Введение

Лекция 1: Начало

от 13 фев 12:45

Примечание (История). ?

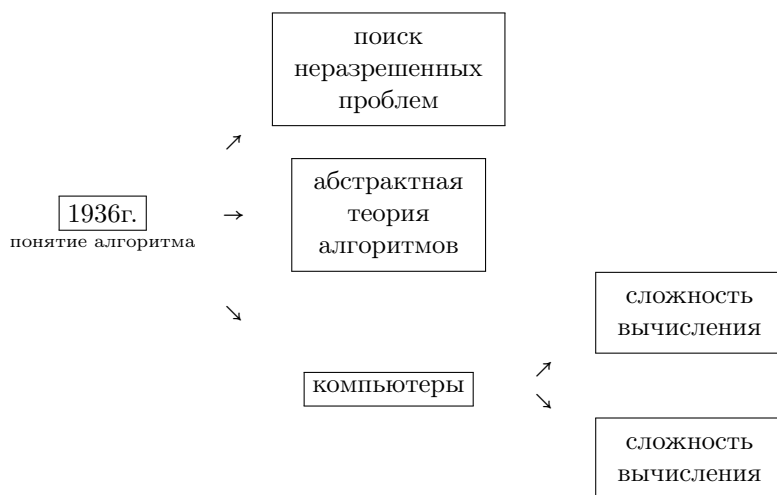
1936г.	алгоритм Евклида (>2 тыс.)
	алгоритм сложения, умножения (>1 тыс.)
	метод Гаусса
	⋮

1900г.	Гильберт
--------	----------

аксиомы \longrightarrow теоремы

1931г.	Гёдель
--------	--------

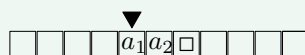
1936г.	формализация понятия алгоритма: модели вычислений
	Чёрч – λ -исчисление
	Тьюринг – машина Тьюринга
	Пост – машина Поста
	Марков – алгорифмы Маркова
	Клини – рекурсивные функции

**Примечание.**

$A = \{a_1, \dots, a_m\}$ – рабочий алфавит

Определение 1 (Машина Тьюринга). *Машина Тьюринга* (МТ) над алфавитом A состоит из:

1. Бесконечной в обе стороны ленты, разбитой на ячейки. Ячейка может быть пустой (записан \square), или содержать символ из A .



2. Каретка, которая движется над лентой, читает и пишет символы в ячейки.
3. Внутренние состояния:

$$q_0, q_1, q_2, \dots, q_n \quad \left| \quad \begin{array}{l} q_0 - \text{конечное} \\ q_1 - \text{начальное} \end{array} \right.$$

4. Программа – набор правил вида:

$$(q_i, a) \longrightarrow (q_j, b, S),$$

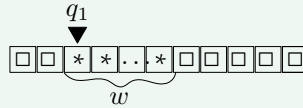
где q_i – любое состояние $\neq q_0$
 a, b – символы из $A \cup \{\square\}$
 q_j – набор состояний
 S – сдвиг R и L , по одному правилу: \forall комбина-

ции (q_i, a)

$$q_i \neq q_0, \quad a \in A \cup \{\square\}.$$

Определение 2 (Работа МТ). Работа МТ M на слове $w \in A^*$:

1. (на рисунке)



2. Согласно программе M работает.
3. M останавливается, если она нападает в q_0

$$(M(w) \downarrow)$$

и результат работы $M(w)$ – это слово, которое остается записанным. Иначе M не останавливается на w

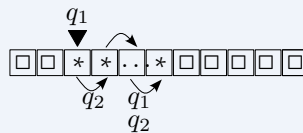
$$(M(w) \uparrow).$$

Определение 3 (Вычисление функции МТ). МТ M вычисляет функцию $f_M : A^* \rightarrow A^*$, если $\forall w \in A^*$ если $f_M(w)$ определена, то $M(w) \downarrow$ и $M(w) = f_M(w)$, а если $f_M(w)$ не определена, то $M(w) \uparrow$.

Примечание (Тезис Тьюринга). Если $f : A^* \rightarrow A^*$ вычислима интуитивно, то \exists МТ M , которая ее вычисляет.

Пример.

$$f(w) = \begin{cases} 1, & \text{если } |w| - \text{четная длина } w \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$



$q_1 \Rightarrow$ четная

$q_2 \Rightarrow$ нечетная

$$\begin{array}{ll} (q_1, 0) \rightarrow (q_2, \square, R) & (q_2, 0) \rightarrow (q_1, \square, R) \\ (q_1, 1) \rightarrow (q_2, \square, R) & (q_2, 1) \rightarrow (q_1, \square, R) \\ (q_1, \square) \rightarrow (q_0, 1, L) & (q_2, \square) \rightarrow (q_0, 0, R) \end{array}$$

Литература

- [1] И.В. Ашаев – «Основы теории алгоритмов»
- [2] Верещагин, Вялый, Шень – «Вычислимые функции»
- [3] Китаев, Вялый, Шень – «Классические и квантовые вычисления»