

# Теория автоматов и формальных языков

Данил Заблоцкий

12 февраля 2024 г.

# Оглавление

|  |          |
|--|----------|
| <b>1 Введение</b>                        | <b>2</b> |
| Список используемой литературы . . . . . | 4        |

# Глава 1

## Введение

### Лекция 1: Регулярные языки и регулярные выражения

от 12 фев 8:45

**Определение 1 (Алфавит, слово).**  $\Sigma$  – алфавит (как правило, конечный),

$$\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}.$$

Слово над алфавитом  $\Sigma$  – конечный упорядоченный набор символов из  $\Sigma$ .

$\Sigma^*$  – все слова над  $\Sigma$ .

**Пример.**  $\Sigma = \{a, б, \dots, я\}$ , слова: яблоко, абвежр.

$\varepsilon$  – пустое слово.

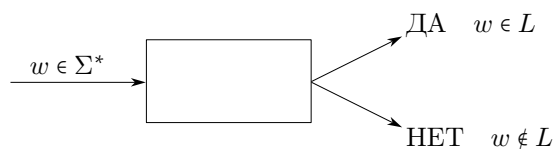
**Определение 2 (Язык).** Язык  $L$  – подмножество слов над  $\Sigma$ ,

$$L \subseteq \Sigma^*.$$

**Пример.**  $\Sigma_2 = \{0, 1\}$ ,  $\Sigma_2^* = \{\emptyset, 1, \emptyset\emptyset, \emptyset 1, 1\emptyset, \dots\}$

**Замечание** (Как «конечно» описать бесконечный язык?).

1. Конечный набор правил построения языков.
2. Алгоритм-распознаватель:



**Замечание (Конструкции).**

1.  $L_1, L_2$  – языки,

$L_1 \cup L_2$  – объединение,

$L_1 \cap L_2$  – пересечение,

$\overline{L_1} = \Sigma^* \setminus L_1$  – дополнение.

2. Конструкция:  $w_1, w_2 \longrightarrow w_1 w_2$ ,

$$L_1, L_2 \longrightarrow L_1 L_2 = \{w_1 w_2, \quad w_1 \in L_1, \quad w_2 \in L_2\}.$$

**Пример.**

$$\begin{array}{l} L_1 = \{a\} \\ L_2 = \{b\} \end{array} \quad L_1 L_2 = \{ab\}, \quad \varepsilon b = b.$$

$$\begin{array}{l} L_1 L_2 = \{ab\} \\ \quad \quad \quad \uparrow \\ L_2 L_1 = \{ba\} \end{array}$$

**Пример.**

$$\begin{array}{l} L_1 = \{a, b\} \\ L_2 = \{a, b\} \end{array}, \quad \begin{array}{l} L_1 L_1 = L_1 L_2 = L_1^2 = \{aa, ab, ba, bb\}, \\ \text{степень} \end{array}$$

$$L_1^2, L_1^3 = L_1^2 L_1 = \left\{ \begin{array}{l} aaa, aba, baa, bba, \\ aab, abb, bab, bbb \end{array} \right\}$$

3. Итерация (Ж. Клани)

$$L \longrightarrow L^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n, \quad \boxed{L^1 \subset L},$$

$$L^0 = \{\varepsilon\}.$$

**Пример.**  $\Sigma = \{a, b\}$ ,

$$L = \{a, b\}, \quad L^* = \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, \\ aaa, \dots, bbb, \dots \end{array} \right\}.$$

**Определение 3 (Регулярная языка, регулярные языки).**

1.  $\emptyset, \{\varepsilon\}, \{a_i\}, \quad a_i \in \Sigma$  – регулярная языка.

2.  $L_1, L_2$  – регулярные языки,

$L_1 \cup L_2, \quad L_1 L_2, \quad L_1^*$  – тоже регулярные языки.

**Пример.**  $L = \left( \underbrace{\{a\} \left( \underbrace{\{a\} \cup \{b\}}_{\text{все слова из } a, b} \right)^* \{b\}}_{\text{все слова, начинающиеся на } a \text{ и заканчивающиеся на } b} \right)^*$  – все слова, начинающиеся на  $a$  и заканчивающиеся на  $b$ , например:

$\underbrace{abbab}_{\text{начинается на } a} \underbrace{ab}_{\text{заканчивается на } b} \underbrace{aab}_{\text{начинается на } a \text{ и заканчивается на } b}.$

#### Определение 4 (Регулярное выражение).

1.  $\emptyset, \{\varepsilon\}, \{a_i\}, a_i \in \Sigma$  – регулярные выражения.
2. Если  $R_1, R_2$  – регулярные выражения, то

$R_1 + R_2, R_1 R_2, (R_1)^*$  – тоже регулярные выражения.

**Пример.** Любой конечный язык – регулярный.

**Пример.**  $\Sigma = \{a, b\}, L_1 = \{\text{все слова из } a, b \text{ четной длины (включая } \varepsilon)\}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon, aa, ab, ba, bb, \\ aaaa, \dots, bbbb, \dots \end{array} \right\} = ((a+b)(a+b))^*.$$

$$\Sigma = \{a, b\}, L_2 = \{w : \text{в } w \text{ четное число } a \text{ и } b\}$$

$$L_2 \subset L_1 \quad \left( \begin{array}{l} ab \in L_1 \\ ab \notin L_2 \end{array} \right)$$

$$((aa+bb)^*(ab+ba)(aa+bb)^*(ab+ba)(aa+bb)^*)^*$$

$$L_3 = \{w : \text{в } w \text{ число } a \text{ четно}\}$$

$$b \dots bab \dots bab \dots b = (b^* ab^* ab^*)^*$$

**Пример (Нерегулярный язык).**  $L = \{\text{симметричные слова из } a, b\}$

$$abba, aba, aa.$$

# Литература

- [1] Ахо, Ульман – «Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции»
- [2] Ахо, Сеги, Ульман – «Компиляторы. Принципы, технологии, инструменты»
- [3] Серебряков, Галочкин, Гончар, Фуручян – «Теория и реализация языков программирования»