МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский Авиационный Институт»
(Национальный Исследовательский Университет)

Институт: №8 «Информационные технологии и прикладная математика»
Кафедра: 806 «Вычислительная математика и программирование»

Курсовая работа
по курсу «Вычислительные системы» I семестр
Задание 3
«Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций»

Группа	М8О-109Б-22
Студент	Яшин В.А.
Преподаватель	Сысоев М.А.
Оценка	
Дата	

Москва, 2022

Постановка задачи

Составить программу на Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных функций языка программирования. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения отрезка [a, b] на n

равных частей (n+1 точка включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора.
Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью $\varepsilon * 10^k$, где ε - машинное эпсилон аппаратно реализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а k – экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна сама определять машинное ε и обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

Вариант 18:

Теоретическая часть

Формула Тейлора — формула разложения функции в бесконечную сумму степенных функций. Формула широко используется в приближённых вычислениях, так как позволяет приводить трансцендентных функций к более простым. Сама она является следствием теоремы Лагранжа о среднем значении дифференцируемой функции. В случае a=0 формула называется рядом Маклорена.

Машинное эпсилон — числовое значение, меньше которого невозможно задавать относительную точность для любого алгоритма, возвращающего вещественные числа. Абсолютное значение для машинного эпсилон зависит от разрядности сетки применяемой ЭВМ и от разрядности используемых при расчёте чисел. Формально это машинное эпсилон определяют как число, удовлетворяющее равенству 1 + ε = 1. Фактически, два отличных от нуля числа являются равными с точки зрения машинной арифметики, если их модуль разности меньше или не превосходит машинное эпсилон.

В языке Си машинные эпсилон определено для следующих типов: float _ $1.19 * 10^{-7}$, double – $2.20 * 10^{-16}$, long double – $1.08 * 10^{-19}$.

Описание алгоритма

Рассмотрим алгоритм решения. Сперва нужно найти машинное эпсилон, на котором будет основываться точность вычисления. Это можно сделать просто деля 1 на 2.

Для каждой N+1 строки нужно просуммировать i членов формулы Тейлора, пока $|A_1-A_2|> \varepsilon$. Для этого просто ищем каждый новый член из формулы Тэйлора и суммируем с результатом

Использованные в программе переменные

Название переменной	Тип переменной	Смысл переменной
n	Int	Количество разбиений отрезка
Iter	Int	Сколько рядов Тейлора
Ans	Double	Сумма ряда Тейлора
Func	Double	Значение функции
Add	Double	Член ряда Тейлора
L	Double	Левая граница отрезка
R	Double	Правая граница отрезка
x	Double	Просто икс

Исходный код программы:

```
#include <stdio.h>
#include <limits.h>
#include <math.h>


int main()
{
    int n, iter;
    double ans, func, add, l = 0.1, r = 0.6, x = 0.1;
    long double eps = 1.0l;
    while (2.0l + eps / 2.0l > 2.0l) {
        eps /= 2.0l;
    }
    printf("Machine eps double = %.16Le\n", eps);
    printf("Write n: \n");
    scanf("%d", &n);
    printf("n = %d, \n", n);
    printf("Table znacheniy Teylor and stand f(x) = ((1+x^2)/2)*arctg(x)-(x/2)");
printf("____________________________________________________________________________\n");
    printf("|   x   |          sum          |        f(x)          |count iter |\n");
printf("____________________________________________________________________________\n");
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        add = 1;
        iter = 1;
        func = ((1+pow(x, 2))/2)*atan(x)-(x/2);
        ans = 1;
        while (fabs(add) > eps && iter < 100) {
            add = (pow(-1, iter + 1)*(pow(x, 2*iter + 1)/(4*pow(iter, 2) - 1)));
```

```
            iter++;
            ans = ans + add;
        }
        printf("| %.3f | %.18lf | %.18lf |      %d       |\n", x,ans , func, iter);

    printf("________________________________________________________________________________\n");
        x += (r - l) / n;
    }
    return 0;
}
```

Входные данные

Единственная строка содержит два целых числа N ($0 \le N \le 100$) – число разбиений отрезка на равные части

Выходные данные

Программа должна вывести значение машинного эпсилон, а затем N+1 строку.

В каждой строке должно быть значение x, для которого вычисляется функция, число A_1 — значение, вычисленное с помощью формулы Тейлора, A_2 – значение, вычисленное с помощью встроенных функций языка, i – количество итерация, требуемых для вычисления, и Δ – разница значений A1 и A2 по модулю. A1, A2 и Δ должны быть выведены с точностью K знаков после запятой.

Протокол исполнения и тесты

Тест №1

Ввод:

4

Вывод:

Machine eps double = 2.16840434497100890e-19

Write n:

4

n = 4,

Table znacheniy Teylor and stand f(x) = ((1+x^2)/2)*arctg(x)-(x/2)____

| x | sum | f(x) |count iter |

____

| 0.100 | 1.000332669508036787 | 0.000332669508036829 | 9 |
____

| 0.225 | 1.003759242995824197 | 0.003759242995824100 | 13 |
____

| 0.350 | 1.013958742380800748 | 0.013958742380800637 | 18 |
____

| 0.475 | 1.034250683662220727 | 0.034250683662220838 | 25 |
____

Тест №2

Ввод:

10

Вывод:

achine eps double = 2.1684043449710089e-19

Write n:

10

n = 10,

Table znacheniy Teylor and stand f(x) = ((1+x^2)/2)*arctg(x)-(x/2)____

| x | sum | f(x) |count iter |
____

| 0.100 | 1.000332669508036787 | 0.000332669508036829 | 9 |
____

| 0.150 | 1.001119985715355432 | 0.001119985715355473 | 11 |
____

| 0.200 | 1.002645691121937910 | 0.002645691121938007 | 12 |
____

| 0.250 | 1.005144914786146426 | 0.005144914786146565 | 14 |
____

| 0.300 | 1.008843952990437165 | 0.008843952990437581 | 16 |

____

| 0.350 | 1.013958742380800748 | 0.013958742380800637 | 18 |

____

| 0.400 | 1.020693698725171350 | 0.020693698725171600 | 20 |

____

| 0.450 | 1.029240923087430648 | 0.029240923087430593 | 23 |

____

| 0.500 | 1.039779755625503954 | 0.039779755625503815 | 26 |

____

| 0.550 | 1.052476641116769418 | 0.052476641116769362 | 30 |

____

Тест №3

Ввод:

20

Вывод:

Machine eps double = 2.1684043449710089e-19

Write n:

20

n = 20,

Table znacheniy Teylor and stand f(x) = ((1+x^2)/2)*arctg(x)-(x/2)____

| x | sum | f(x) |count iter |

____

| 0.100 | 1.000332669508036787 | 0.000332669508036829 | 9 |

____

| 0.125 | 1.000649020668277656 | 0.000649020668277295 | 10 |

____

| 0.150 | 1.001119985715355432 | 0.001119985715355473 | 11 |

____

0.175	1.001775657493734206	0.001775657493734303	12
0.200	1.002645691121937910	0.002645691121938007	12
0.225	1.003759242995824197	0.003759242995824100	13
0.250	1.005144914786146426	0.005144914786146579	14
0.275	1.006830702802833155	0.006830702802833044	15
0.300	1.008843952990437165	0.008843952990437581	16
0.325	1.011211321712560451	0.011211321712560784	17
0.350	1.013958742380800748	0.013958742380800637	18
0.375	1.017111397888685431	0.017111397888685709	19
0.400	1.020693698725171350	0.020693698725171655	20
0.425	1.024729266567194541	0.024729266567194486	22
0.450	1.029240923087430648	0.029240923087430620	23
0.475	1.034250683662220727	0.034250683662220865	25
0.500	1.039779755625503954	0.039779755625503843	26
0.525	1.045848540687078998	0.045848540687079165	28
0.550	1.052476641116769418	0.052476641116769474	30

| 0.575 | 1.059682869289024776 | 0.059682869289024998 | 32 |

Тест №4

Ввод:

2

Вывод:

Machine eps double = 2.1684043449710089e-19

Write n:

2

n = 2,

Table znacheniy Teylor and stand f(x) = ((1+x^2)/2)*arctg(x)-(x/2)

x	sum	f(x)	count iter
0.100	1.000332669508036787	0.000332669508036829	9
0.350	1.013958742380800748	0.013958742380800637	18

Вывод

В работе описано определение машинного эпсилон, приведены его значения для разных переменных языка Си, описана формула Тейлора и составлен алгоритм реализации вычисления значения функции с заданной точностью для заданного числа точек на отрезке. На основе алгоритма составлена программа на языке Си, проведено её тестирование на различных тестах, составлен протокол исполнения программы. В целом, работа понравилась. Приятно применять знания из других областей для решения какой-либо задачи по программированию.

Список литературы

- Машинный ноль – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Машинный_ноль
- Ряд Тейлора – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Ряд_Тейлора