

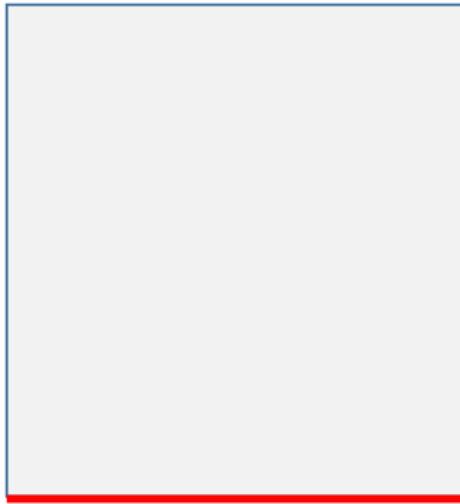
姓名：王子陈

学号：20171050008

专业：电子科学与技术

## 一、一维势阱电势分布

势阱底面电势为1,其余三面电势为0, 求势阱内电势分布。



因为阱内无电荷, 所以求解拉普拉斯方程:

$$\nabla^2 \phi = 0$$
$$\frac{\phi(x + \Delta x, y) + \phi(x - \Delta x, y) - 2\phi(x, y)}{\Delta x^2} + \frac{\phi(x, y + \Delta y) + \phi(x, y - \Delta y) - 2\phi(x, y)}{\Delta y^2} = 0$$
$$[\phi(x + \Delta x, y) + \phi(x - \Delta x, y) - 2\phi(x, y)]\Delta y^2 = [-\phi(x, y + \Delta y) - \phi(x, y - \Delta y) + 2\phi(x, y)]\Delta x^2$$
$$\phi(x, y) = \frac{[\phi(x + \Delta x, y) + \phi(x - \Delta x, y)]\Delta y^2 + [\phi(x, y + \Delta y) + \phi(x, y - \Delta y)]\Delta x^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$$

源代码:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

xlength=1e-3  #x方向长度 1mm (单位 m)
ylength=1e-3  #y方向长度 0.1mm
n = 10        #100行
m = 10        #100列
phiArray=np.zeros((n,m))

phiArray[:,0]=1  #矩阵第一列置1

for i in range(10000):
    phiArray[1:-1,1:-1]=((phiArray[1:-1,2:]+phiArray[1:-1,0:-2])*((xlength/n)**2) \
    +(phiArray[2:,1:-1]+phiArray[0:-2,1:-1])*((ylength/m)**2)) \
    /(2*((xlength/n)**2+(ylength/m)**2))
```

```

zeroArray=np.zeros((n,1))
for i in range(n):
    if( list(phiArray[:,i])==list(zeroArray[:,0])):
        print(i)
        break
print(phiArray[:,m-2])

plt.pcolor(phiArray.T)      #pcolor绘制的顺序是反的
plt.colorbar()
plt.xlabel("x", fontsize=24)
plt.ylabel("y", fontsize=24)
plt.savefig('./1x1mm_10x10_1wTimes')
plt.show()

```

改变 x 方向和 y 方向的长度以及 dx 和 dy (也就是 n 和 m)的值,计算、做图并分析这些参数对最终电势分布的影响。

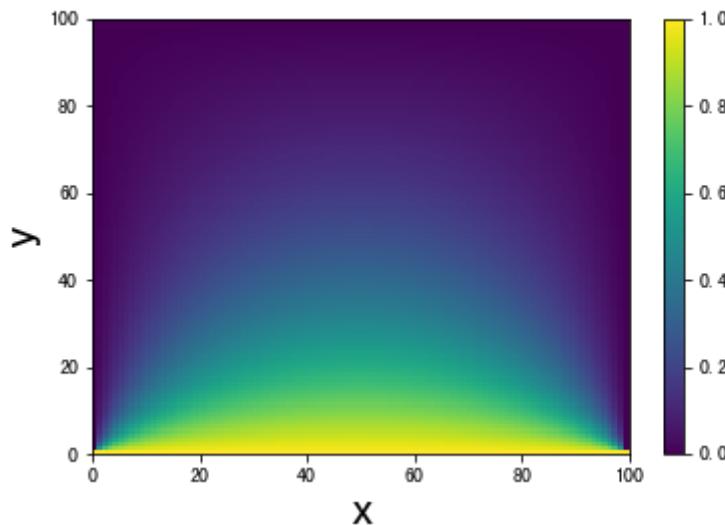
以下图像都迭代了一万次。

## 1. 参照组

x长度=1mm, y长度=1mm, n=100格, m=100格

$dx=10\mu m$ ,  $dy=10\mu m$

观察尺度比较小, x,y的观察范围都是1mm, 每一格表示长度为10微米。

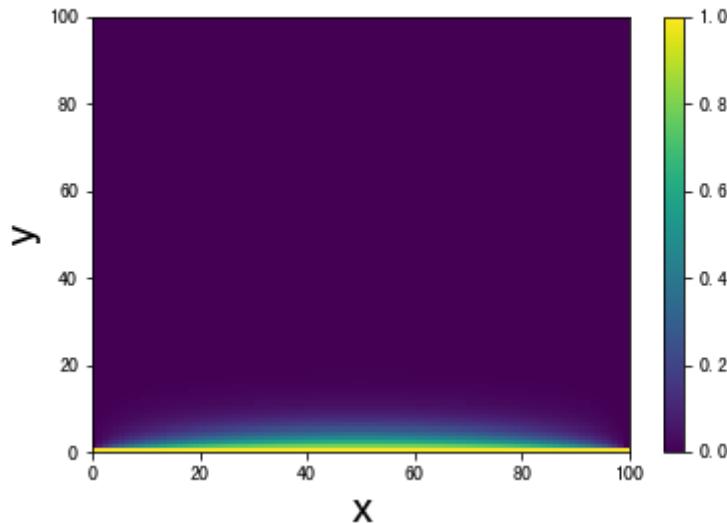


## 2. y方向长度增加

x长度=1mm, y长度=1cm, n=100格, m=100格

$dx=10\mu m$ ,  $dy=0.1 mm$ .

y方向一格代表0.1毫米, 跨度比较大, 超过1毫米就看不出色彩变化了, 其实还有很微弱的数值: 第98行(1cm处)的数值量级在 $10^{-25}$ - $10^{-23}$ \$

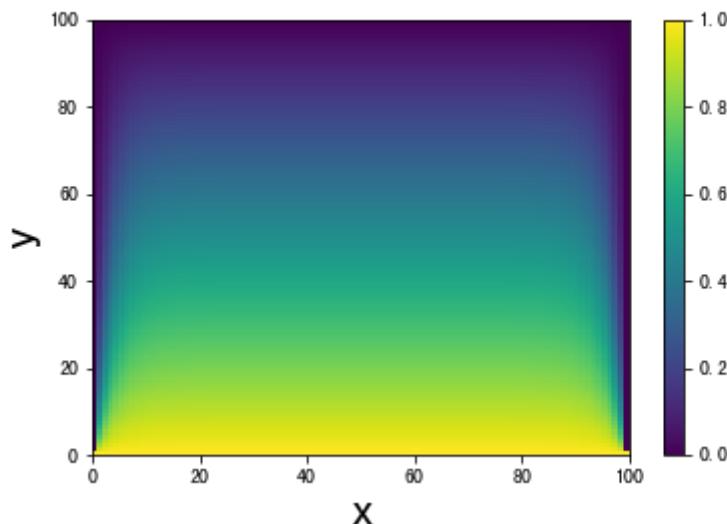


### 3. y方向长度减小

$x$ 长度=1mm,  $y$ 长度=0.1mm,  $n=100$ 格,  $m=100$ 格

$dx=10\mu m$ ,  $dy=100\mu m$

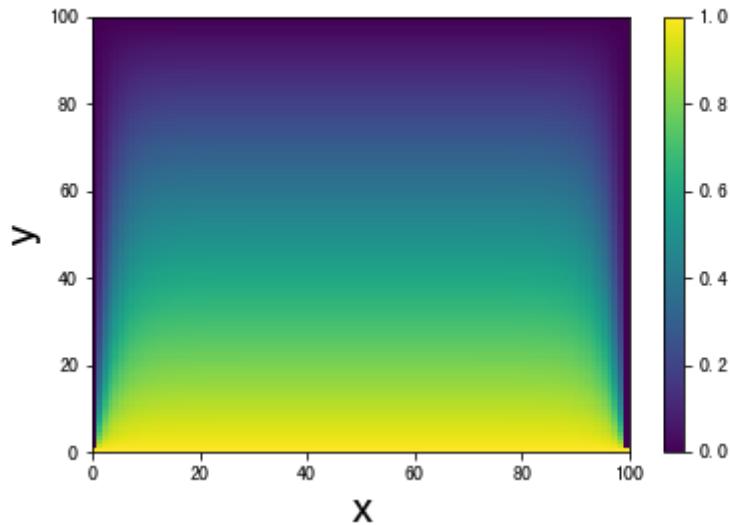
$y$ 方向观测范围为0-0.1mm, 在此范围内电势比较大



### 4. 改变x方向长度变化不大

在 $x$ 方向上, 电势是均匀的, 只是拉长了

下图是 $x$ 长度为1厘米的图像:

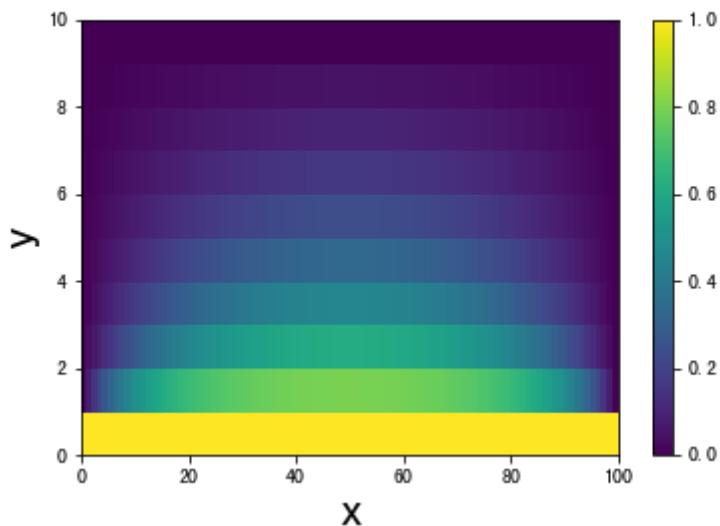


## 5. m(行数)减少

x长度=1mm, y长度=1mm, n=100格, m=10格

$dx=10\mu m$ ,  $dy=0.1mm$

y方向上1格长度为0.1毫米, 看起来没那么细腻, y方向相邻行有明显突变

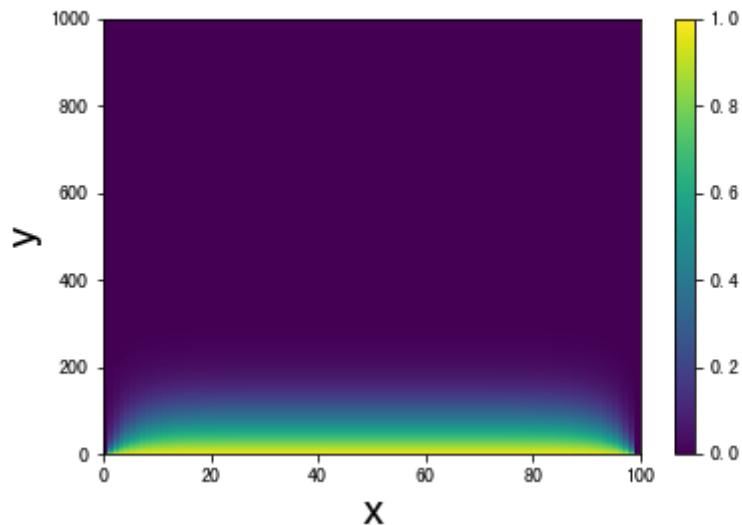


## 6. m(行数)增多

x长度=1mm, y长度=1mm, n=100格, m=1000格

$dx=10\mu m$ ,  $dy=1\mu m$

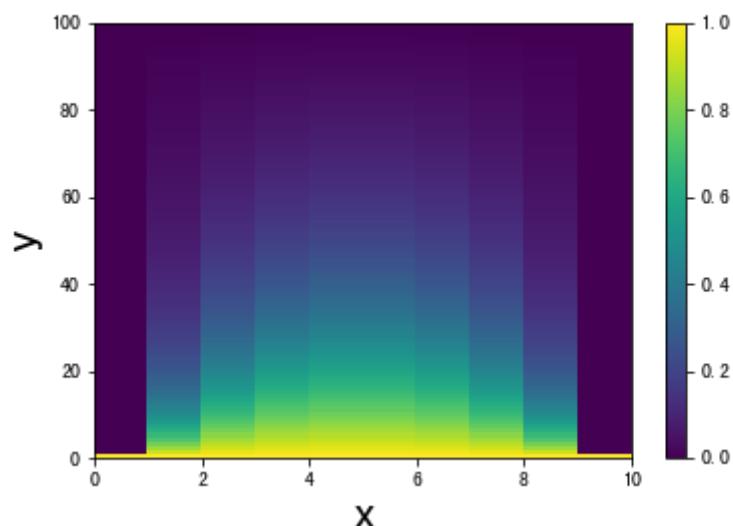
y方向1格长度为1微米, 没有颗粒感, 更细腻



## 7. n(列数)减少

x长度=1mm, y长度=1mm, n=10格, m=100格

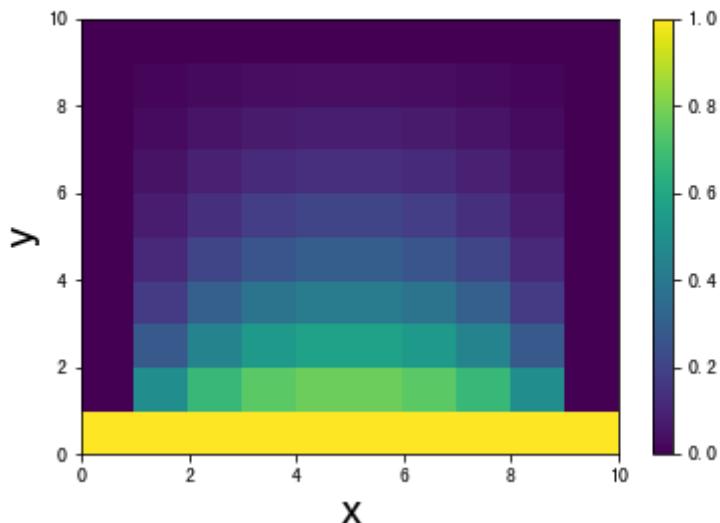
x方向1格长度 $100\mu\text{m}$ , x方向有明显突变



## 8. m, n都减少

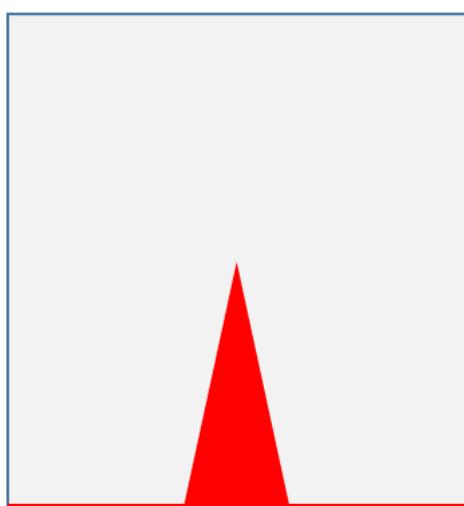
x长度=1mm, y长度=1mm, n=10格, m=10格

x方向和y方向1格都是距离0.1毫米, 颗粒感比较强



## 二、针尖放电 Point Discharge

盒子底面放一个针尖等势体，三面电势为0。（底边和红色区域电势为固定值）



针尖：两条直线拼起来

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.image as mpimg
#%matplotlib notebook

xLength=1e-3    #x方向长度 1mm (单位 m)
yLength=1e-3 #y方向长度 0.1mm
n = 100          #矩阵100行
m = 100          #矩阵100列
dx = xLength/n #x方向一格长度
dy = yLength/m #y方向一格长度
phiArray=np.zeros((n,m))
volt = 0.1        #电势

height = yLength*0.5      #针尖高度
width = xLength*0.1      #1/2针尖宽度
slop_1 = height/width #直线1斜率
slop_2 = -slop_1
x1 = xLength/2-width   #直线1截距 x1到原点距离
x2 = xLength/2+width   #直线2截距 x2到原点距离

```

```

x1Num = x1/dx #截距x1所在网格序号
x2Num = x2/dx #截距x2所在网格序号

# 初始化等势体电势
def initialize_point(phiArray, slop_1, slop_2, x1Num, x2Num, volt):
    phiArray[:, 0]=volt
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            if ((j*dy/dx)<=slop_1*(i-x1Num)) \
            and ((j*dy/dx)<=slop_2*(i-x2Num)):
                phiArray[i][j]=volt
# 迭代
initialize_point(phiArray, slop_1, slop_2, x1Num, x2Num, volt)
for i in range(100):
    phiArray[1:-1, 1:-1]=((phiArray[1:-1, 2:]+phiArray[1:-1, :-2])*((xLength/n)**2) \
    +(phiArray[2:, 1:-1]+phiArray[:-2, 1:-1])*((yLength/m)**2)) \
    /(2*((xLength/n)**2+(yLength/m)**2)) #yLength<1时, yLength/m 和xLength/n要换下位置
    initialize_point(phiArray, slop_1, slop_2, x1Num, x2Num, volt) #等势体的电势每次迭代不能变
# 计算电场
Ex = -(phiArray[2:, 1:-1]-phiArray[:-2, 1:-1])/(2*dx) #电势在x方向梯度的相反数
Ey = -(phiArray[1:-1, 2:]-phiArray[1:-1, :-2])/(2*dy) #电势在y方向梯度的相反数

plt.rcParams['figure.figsize'] = (15.0, 5.0)
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.pcolor(phiArray.T)
plt.colorbar()
plt.xlabel("x", fontsize = 25)
plt.ylabel("y", fontsize = 25)
plt.title("电势分布", fontsize = 25)

plt.subplot(1, 2, 2)
plt.pcolor((Ex**2+Ey**2)[round(0.2*n):round(0.7*n), :].T)
plt.colorbar()
plt.xlabel("x", fontsize = 25)
plt.ylabel("y", fontsize = 25)
plt.title("电场强度", fontsize = 25)
plt.savefig("./p1x1_100x100_0.5x0.2_v=0.1.png") #命名的数字单位是mm
print("max E=", np.max((Ex**2+Ey**2)[round(0.2*n):round(0.8*n), :]))

```

改变 x 方向和 y 方向的长度、dx 和 dy(也就是 n 和 m)的值、针尖的高度和宽度、电势大小等数据,计算、做图并分析这些参数对最终电势分布的影响。

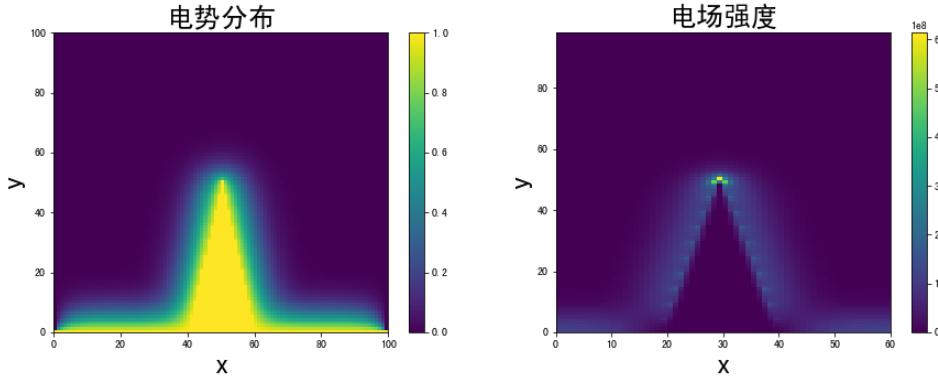
## 1. 参照组

x长度=1mm, y长度=1mm, n=100, m=100, height=0.5mm, width=0.2mm

容器x方向长1毫米, y方向高1毫米, 针高度为容器高度的一半: 0.5毫米, 针的1/2宽度为容器宽的0.1倍: 0.1毫米, 所以针宽0.2毫米

x方向一个网格长 $dx=10\mu m$ , y方向一个网格长 $dy=10\mu m$ 。电势分布及电场强度分布如下, 针尖处具有最大场强为:

$\max E = 6.139 \times 10^8$



## 2. 容器y方向加长到10毫米

x方向长度=1mm, y方向长度=10mm, n=100, m=100, dx=0.01mm, dy=0.1mm, height=5mm, width=0.2mm

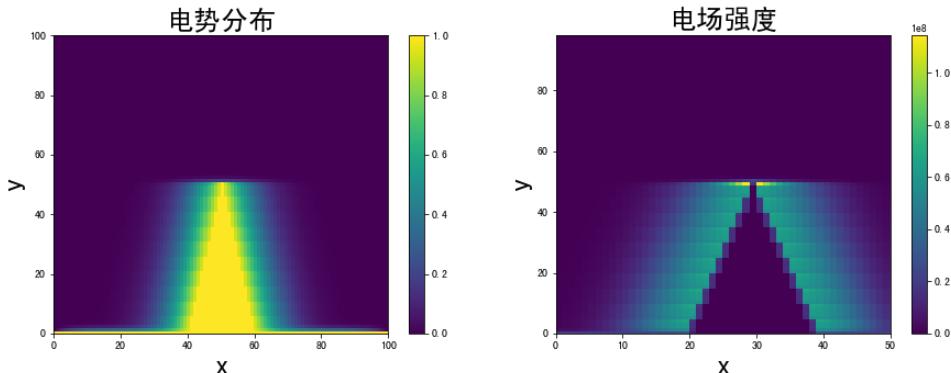
因为场强等于电势的微分:

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2\Delta y} \right)^2 \downarrow$$

dy变大, 场强变小。虽然分子上的变化率也变大了, 但分母(把 $\phi$ 也差分)是三次的增速更快, 整体变小。

针高远大于针宽, 像一条竖线, 可能针尖端y方向的变化太小而忽略, 类似于截顶

$\max E = 1.144 \times 10^8$



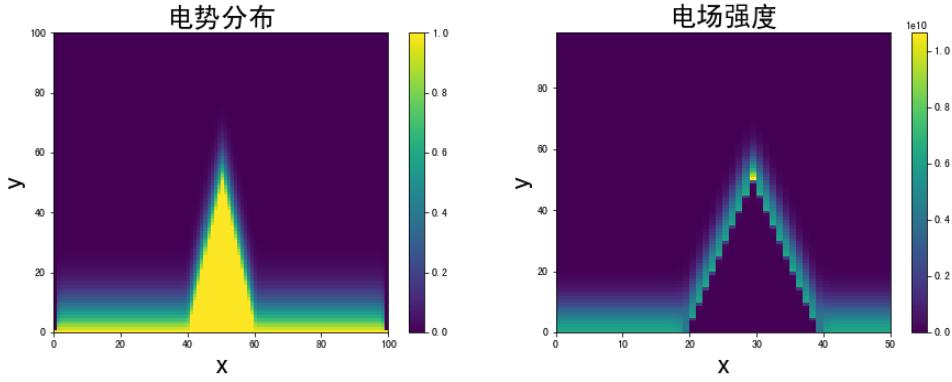
## 3. 容器y方向缩短到0.1毫米

xLength=1mm, yLength=0.1mm, n=100, m=100, dx=0.01mm, dy=0.001 m, height=0.05mm, width=0.2mm

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2\Delta y} \right)^2 \uparrow$$

dy变小, 场强变大。

\$\max E=1.065 \times 10^{10}\$



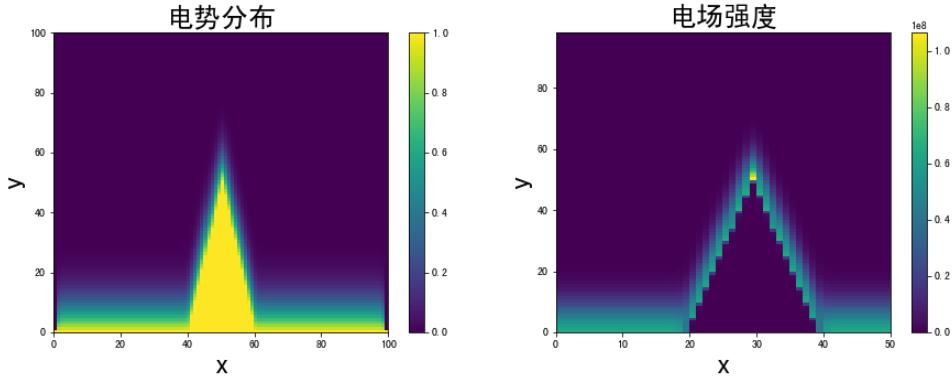
## 4. 容器x方向加长到10毫米

xLength=10mm, yLength=1mm, n=100, m=100, dx=0.1mm, dy=0.01mm, height=0.5mm, width=2mm.

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2\Delta x} \right)^2 \downarrow + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2\Delta y} \right)^2$$

dx变大，场强变小。

\$\max E=1.065 \times 10^8\$



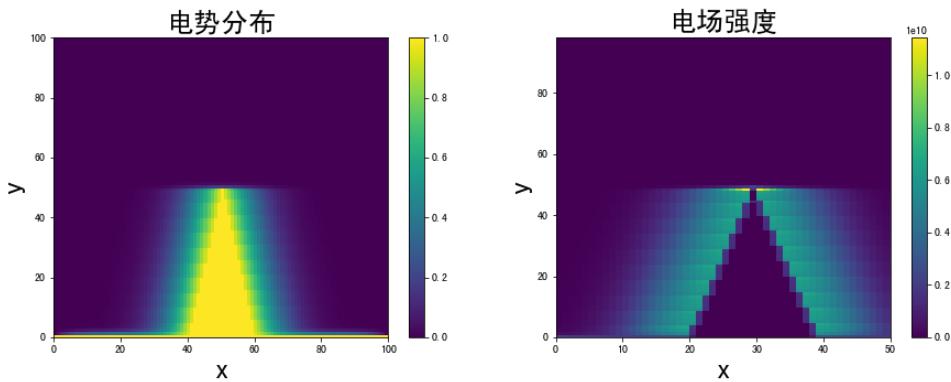
## 5. 容器x方向减小到0.1毫米

xLength=0.1mm, yLength=1mm, n=100, m=100, dx=0.001mm, dy=0.01m, height=0.5mm, width=0.02mm

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2\Delta x} \right)^2 \uparrow + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2\Delta y} \right)^2$$

dx变小，场强变大。

\$\max E=1.144 \times 10^{10}\$



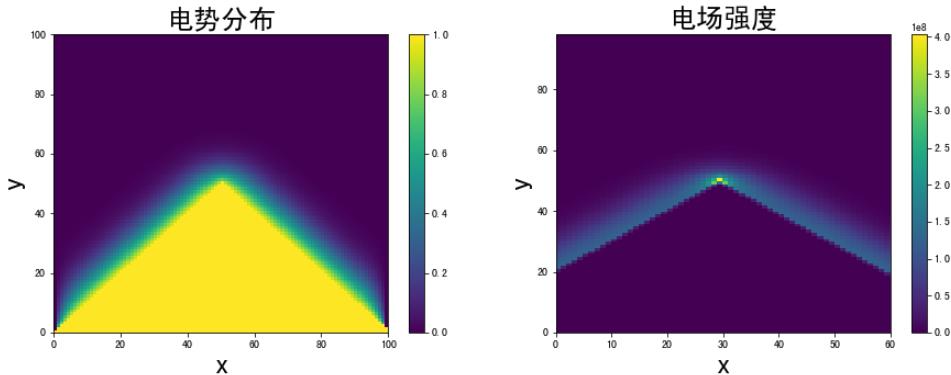
## 6. 增加针尖相对宽度

xLength=1mm, yLength=1mm, n=100, m=100, dx=0.01mm, dy=0.01mm, height=0.5mm, width=1mm

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2\Delta y} \right)^2$$

分母没变，看分子：针尖附近x方向,y方向电势变化缓慢，所以针尖端场强变小。

针尖的最大场强=\$\max E= 4.033 \times 10^8\$



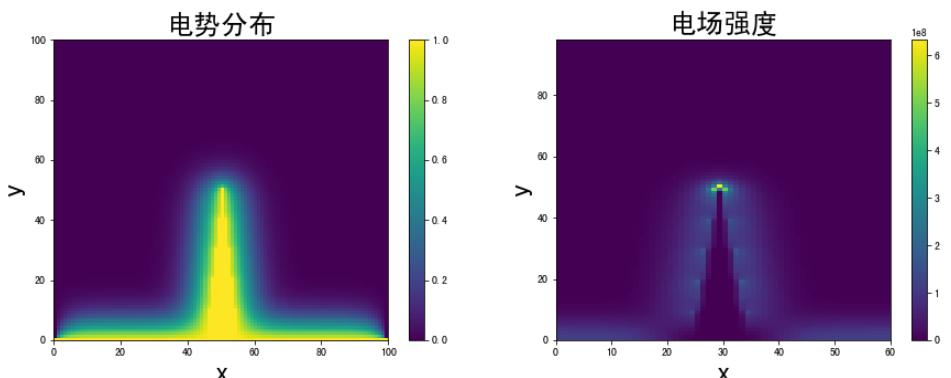
## 7. 减小针尖相对宽度

xLength=1mm, yLength=1mm, n=100, m=100, dx=0.01mm, dy=0.01mm, height=0.5mm, width=0.1mm

容器x方向长度=1毫米，1/2针宽是容器宽度的0.05倍，所以针宽0.1毫米。

针尖高度不变，宽度减小，针尖附近x方向，y方向电势变化加剧，所以针尖端强度变大。

\$\max E=6.331 \times 10^8\$



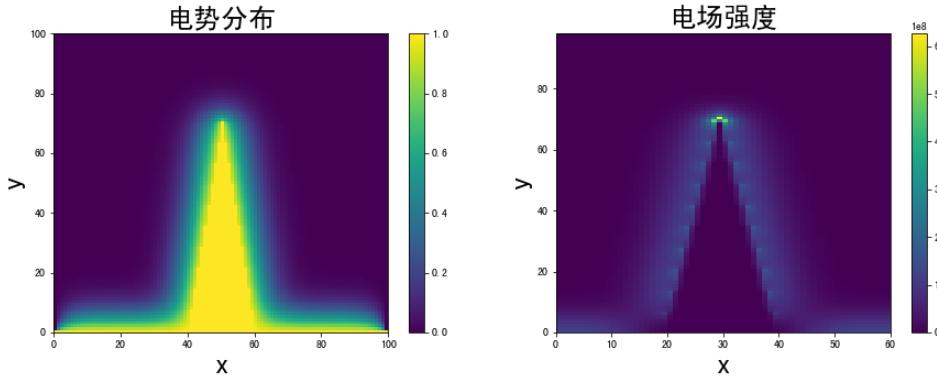
## 8. 增加针尖相对高度

xLength=1mm, yLength=1mm, n=100, m=100, dx=0.01mm, dy=0.01mm, height=0.7mm, width=0.1mm

容器y方向高度=1毫米，针尖高度等于容器高度的0.7倍,即0.7毫米。

针尖宽度不变，高度加长，相较于参照组针尖变尖锐了，针尖两侧电势变化加剧，针尖场强变大。

$$\max E = 6.264 \times 10^8$$



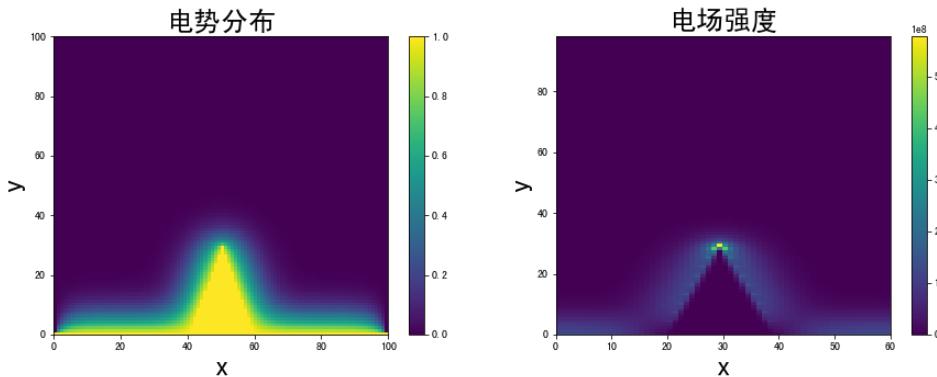
## 9. 减小针尖相对高度

xLength=1mm, yLength=1mm, n=100, m=100, dx=0.01mm, dy=0.01mm, height=0.3mm, width=0.1m

容器y方向高度=1毫米，针尖高度等于容器高度的0.3倍,即0.3毫米，针尖宽度还是0.2毫米。

针尖宽度不变，高度缩短，相较于参照组针尖变钝了，针尖两侧电势变化缓慢，针尖场强变小。

$$\max E = 5.772 \times 10^8$$

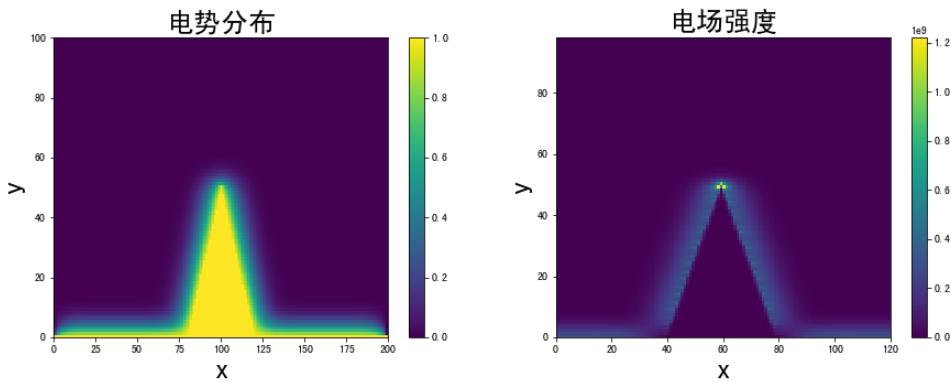


## 10. 增加n(列)=200

xLength=1mm, yLength=1mm, n=200, m=100, dx=0.005mm, dy=0.01mm, height=0.5mm, width=0.2m

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2 \frac{xLength}{n}} \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2 \frac{yLength}{m}} \right)^2$$

n 增大, dx减小, Ex增大, 场强变大:  $\max E = 1.219 \times 10^9$

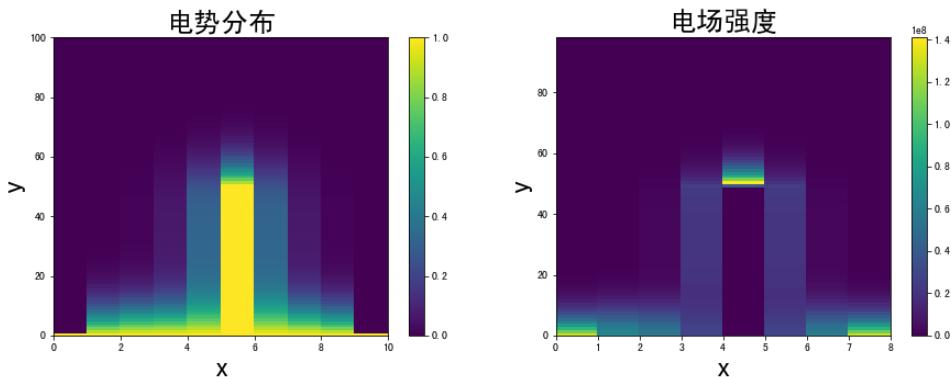


## 11. 减小n(列)=10

xLength=1mm, yLength=1mm, n=10, m=100, dx=0.1mm, dy=0.01mm, height=0.5mm, width=0.2m

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2 \frac{xLength}{n}} \downarrow \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2 \frac{yLength}{m}} \uparrow \right)^2$$

n 减小, dx增大, Ex减小, 场强变小:  $\max E = 1.410 \times 10^8$



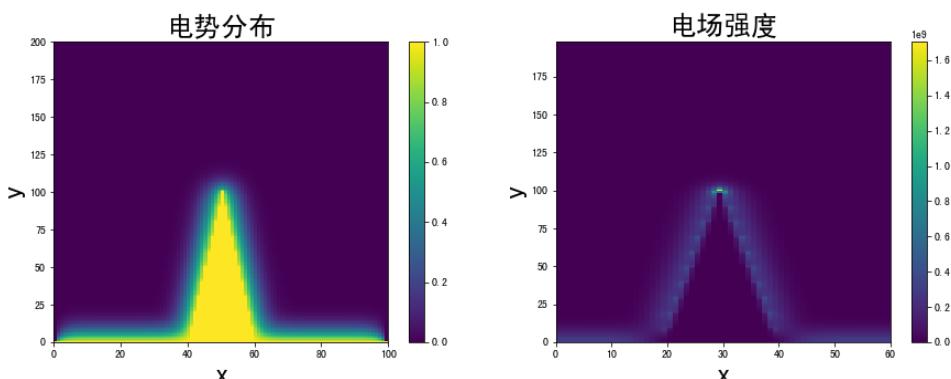
## 12. 增加m(行)=200

xLength=1mm, yLength=1mm, n=100, m=200, dx=0.01mm, dy=0.005mm, height=0.5mm, width=0.2m

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2 \frac{xLength}{n}} \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2 \frac{yLength}{m}} \downarrow \right)^2$$

m 增大, dy减小, Ey增大, 场强变大:

$\max E = 1.705 \times 10^9$



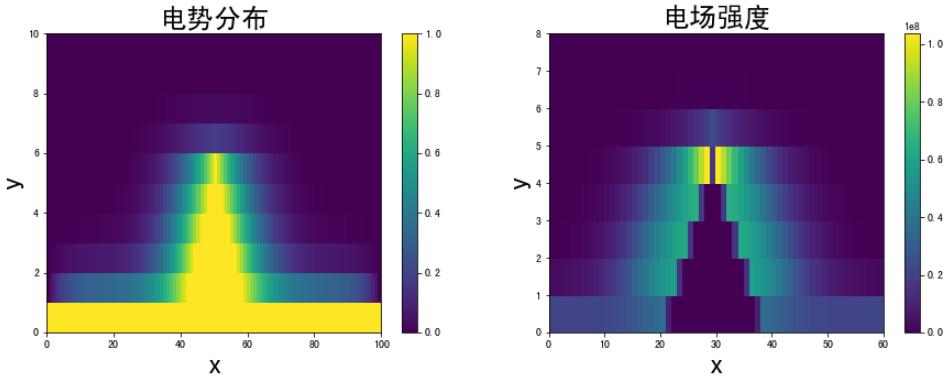
## 13. 减小m(行)=10

$xLength=1\text{mm}$ ,  $yLength=1\text{mm}$ ,  $n=100$ ,  $m=10$ ,  $dx=0.01\text{mm}$ ,  $dy=0.1\text{mm}$ ,  $height=0.5\text{mm}$ ,  $width=0.2\text{m}$

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2 \frac{xLength}{n}} \downarrow \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2 \frac{yLength}{m}} \uparrow \right)^2$$

$m$  减小,  $dy$ 增大,  $Ey$ 减小, 场强变小:

\$max\ E=1.037\times 10^8\$



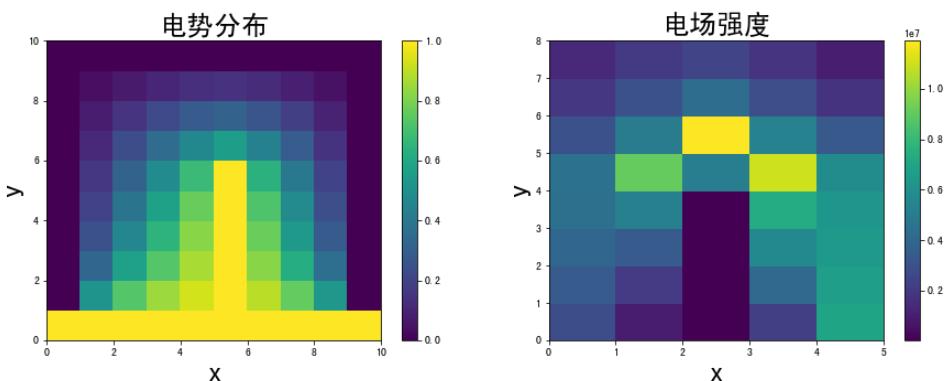
## 14. 网格10x10

$xLength=1\text{mm}$ ,  $yLength=1\text{mm}$ ,  $n=10$ ,  $m=10$ ,  $dx=0.1\text{mm}$ ,  $dy=0.1\text{mm}$ ,  $height=0.5\text{mm}$ ,  $width=0.2\text{m}$

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2 \frac{xLength}{n} \downarrow} \uparrow \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2 \frac{yLength}{m} \downarrow} \uparrow \right)^2$$

$n,m$  减小,  $dx,dy$ 增大,  $Ex,Ey$ 减小, 场强变小:

\$max\ E=2.479\times 10^7\$



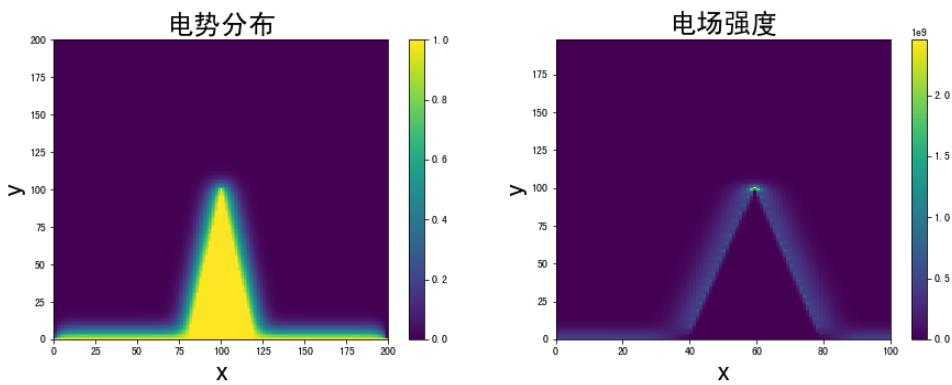
## 15. 网格200x200

$x$ 长度=1mm,  $y$ 长度=1mm,  $n=200$ ,  $m=200$ ,  $dx=0.005\text{mm}$ ,  $dy=0.005\text{mm}$ ,  $height=0.5\text{mm}$ ,  $width=0.2\text{mm}$

$$E = \left( \frac{\phi(x + \Delta x) - \phi(x - \Delta x)}{2 \frac{xLength}{n} \uparrow} \downarrow \right)^2 + \left( \frac{\phi(y + \Delta y) - \phi(y - \Delta y)}{2 \frac{yLength}{m} \uparrow} \downarrow \right)^2$$

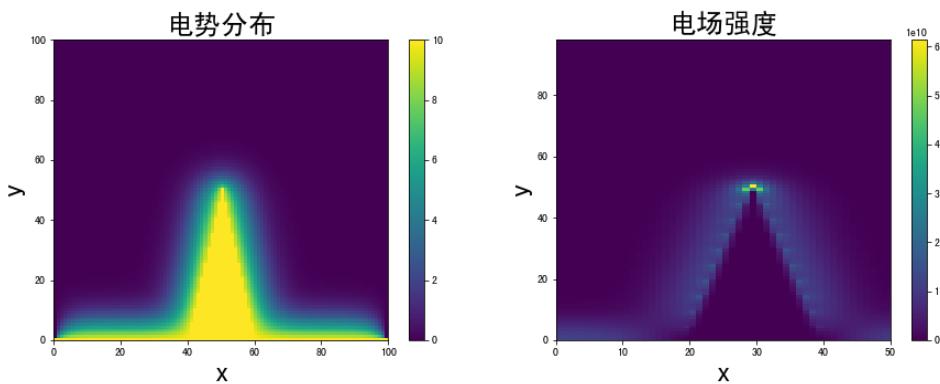
$n, m$  增大,  $dx,dy$ 减小,  $Ex,Ey$ 增大, 场强变大:

电场最强在针尖处，最大值为  $2.456 \times 10^9$



## 16. 增大电势

等势体电势为10V，空间电势变大，针尖电势增大： $\max E = 6.139 \times 10^{10}$ （增大2个数量级）



## 17. 减小电势

等势体电势为0.1V，空间电势变小，针尖电势减小： $\max E = 6.139 \times 10^6$ （减小2个数量级）

