

# 第 6 章测试题

## 《样本及抽样分布》

姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

1.  $X \sim N(0, 1)$ , 对给定的  $\alpha (0 < \alpha < 1)$ , 数  $U_\alpha$  满足  $P\{X > U_\alpha\} = \alpha$ , 若  $P\{|X| < x\} = \alpha$ , 则  $x$  等于 ( )。

(A)  $U_\alpha/2$  (B)  $U_{1-\alpha}/2$  (C)  $U_{(1-\alpha)/2}$  (D)  $U_{1-\alpha}$

2. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$  为总体  $N(0, 1)$  的简单随机样本,  $\bar{X}, S^2$  分别为样本均值与样本方差, 则 ( )。

(A)  $n\bar{X} \sim N(0, 1)$   
(B)  $nS^2 \sim \chi^2(n)$   
(C)  $\frac{\bar{X} - 0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n - 1)$   
(D)  $\frac{(n-1)X_2^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2/(n-1)} \sim F(1, n-1)$

3. 设总体  $X$  和  $Y$  相互独立且都服从  $N(0, \sigma^2)$ ,  $X_1, \dots, X_n$  和  $Y_1, \dots, Y_n$  为容量为  $n$  的两个简单随机样本, 样本均值与方差分别为  $\bar{X}, S_X^2$ ;  $\bar{Y}, S_Y^2$ , 则 ( )。

(A)  $\bar{X} - \bar{Y} \sim N(0, \sigma^2)$   
(B)  $S_X^2 + S_Y^2 \sim \chi^2(2n - 2)$   
(C)  $\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_X^2 + S_Y^2}} \sim t(2n - 2)$   
(D)  $\frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim F(n - 1, n - 1)$

4. 设  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$  的简单随机样本, 则统计量  $T = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$  服从的分布为 ( )。

(A)  $F(1, 1)$  (B)  $F(2, 1)$  (C)  $t(1)$  (D)  $t(2)$

5. 设  $X_1, \dots, X_n$  为  $N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 定义

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

$$S_3^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2, \quad S_4^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2,$$

则服从自由度为  $n - 1$  的  $t$  分布的是 ( )。

$$(A) \frac{\bar{X} - \mu}{S_1/\sqrt{n}} \quad (B) \frac{\bar{X} - \mu}{S_2/\sqrt{n}} \quad (C) \frac{\bar{X} - \mu}{S_3/\sqrt{n}} \quad (D) \frac{\bar{X} - \mu}{S_4/\sqrt{n}}$$

6. 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自  $N(0, 2\sigma^2)$  的样本，令

$$T = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2,$$

求  $a, b$  使  $T \sim \chi^2$  分布，并写出自由度（填空）。

7. 标准正态  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, \dots, X_n$  为简单随机样本，判断下列统计量的分布：

$$A. \frac{X_1 - X_2}{X_3^2 + X_4^2} \quad B. \frac{X_1}{\sqrt{X_2^2 + \dots + X_n^2}} \quad C. \frac{(n-3)(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)}{3(X_4^2 + \dots + X_n^2)}$$

8. 设  $X_1, \dots, X_n$  来自泊松分布参数  $\lambda$ ,  $\bar{X}$  为样本均值，令  $Y_i = X_i - \bar{X}$ , 求  $E(\sum_{i=1}^n Y_i^2)$ 。

9. 设  $X \sim B(m, \theta)$ , 样本  $X_1, \dots, X_n$ , 样本均值  $\bar{X}$ , 求  $E(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2)$ 。

10. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ , 样本方差为  $S^2$ , 求  $E(S^2)$ 。