

# 第7章测试题

## 《参数估计》

姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

1. 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $0 < \theta < 1$  为未知参数,  $X_1, \dots, X_n$  为简单随机样本。

- (1) 求  $\theta$  的矩估计量;
- (2) 求  $\theta$  的最大似然估计量。

2. 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta^2}{x^3} e^{-\theta/x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $\theta > 0$  为未知参数, 样本为  $X_1, \dots, X_n$ 。

- (1) 求  $\theta$  的矩估计量;
- (2) 求  $\theta$  的最大似然估计量。

3. 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{2}, & 0 < x < 2, \\ \frac{1}{2} - \frac{\theta}{2}, & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $0 < \theta < 2$  为未知参数。记样本中落在  $0 < x < 2$  的个数为  $k$ 。

- (1) 求  $\theta$  的矩估计量;
- (2) 求  $\theta$  的最大似然估计量。

4. 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta}, & 0 < x < \theta, \\ \frac{1}{2(1-\theta)}, & \theta < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $0 < \theta < 1$ 。

设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的简单随机样本， $\bar{X}$  为样本均值。

- (1) 求参数  $\theta$  的矩估计量  $\hat{\theta}$ ；
- (2) 判断  $4\bar{X}^2$  是否为  $\theta^2$  的无偏估计量，并说明理由。

5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的一个样本， $\bar{X}, S^2$  分别为样本均值和样本方差，且

$$E(X) = \mu, \quad D(X) = \sigma^2.$$

- (1) 确定常数  $c$ ，使  $c \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$  为  $\sigma^2$  的无偏估计；
- (2) 确定常数  $c$ ，使  $(\bar{X})^2 - cS^2$  为  $\mu^2$  的无偏估计。