

第 7 章测试题

《参数估计》

姓名：_____ 学号：_____

1. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $0 < \theta < 1$ 为未知参数, X_1, \dots, X_n 为简单随机样本。

- (1) 求 θ 的矩估计量;
- (2) 求 θ 的最大似然估计量。

2. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta^2}{x^3} e^{-\theta/x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, 样本为 X_1, \dots, X_n 。

- (1) 求 θ 的矩估计量;
- (2) 求 θ 的最大似然估计量。

3. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{2}, & 0 < x < 2, \\ \frac{1}{2} - \frac{\theta}{2}, & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $0 < \theta < 2$ 为未知参数。记样本中落在 $0 < x < 2$ 的个数为 k 。

- (1) 求 θ 的矩估计量;
- (2) 求 θ 的最大似然估计量。

4. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta}, & 0 < x < \theta, \\ \frac{1}{2(1-\theta)}, & \theta < x < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $0 < \theta < 1$ 。

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值。

(1) 求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$;

(2) 判断 $4\bar{X}^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计量, 并说明理由。

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, \bar{X}, S^2 分别为样本均值和样本方差, 且

$$E(X) = \mu, \quad D(X) = \sigma^2.$$

(1) 确定常数 c , 使 $c \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计;

(2) 确定常数 c , 使 $(\bar{X})^2 - cS^2$ 为 μ^2 的无偏估计。