

Brute Force & & Divide Conquer (DC)

Teaching Team

Algorithm and Data Structure

2023/2024





Learning Outcome

- Students have to understand the basic concept of brute force and divide conquer (DC)
- Students must be able to create a flowchart based on the *brute force* and *divide conquer* algorithm

Outlines







Big O Notation

Pengantar



- Deciding the data structure algorithm to solve the problem, is related to the number of data or *instance*
- The correct data structure decided, the lower time of complexity and the lower cost will be
- 2 main approach of problem solving:
 - Brute Force
 - Divide Conquer





Brute Force

Just do it! (one by one?)

Definisi Brute Force #1



- Brute force adalah pendekatan yang lempang (straightforward)
- Dasar pemecahan dengan algoritma brute force didapatkan dari pernyataan pada persoalan (problem statement) dan definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma brute force lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil karena mudah diimplementasikan dan tata cara yang sederhana.

Definisi Brute Force #2



- Biasanya didasarkan pada:
 - pernyataan pada persoalan (problem statement)
 - definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma brute force memecahkan persoalan dengan
 - sangat sederhana,
 - langsung,
 - jelas (obvious way).
- Just do it! atau Just Solve it!

Kareteristik Algoritma Brute Force



- Kata "force" mengindikasikan "tenaga" ketimbang "otak"
- Kadang-kadang algoritma brute force disebut juga algoritma naif (naïve algorithm).

Algoritma brute force lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil.

- Sederhana,
- Implementasinya mudah

Algoritma brute force sering digunakan sebagai basis pembanding dengan algoritma yang lebih mangkus/baik.

Meskipun bukan metode yang mangkus, hampir semua persoalan dapat diselesaikan dengan algoritma brute force.

- Sukar menunjukkan persoalan yang tidak dapat diselesaikan dengan metode brute force.
- Bahkan, ada persoalan yang hanya dapat diselesaikan dengan metode brute force.

Contoh #1 - Mencari elemen terbesar (terkecil)



Persoalan:

Diberikan sebuah senarai yang beranggotakan n buah bilangan bulat $(a_1, a_2, ..., a_n)$. Carilah elemen terbesar di dalam senarai tersebut.

Algoritma brute force:

Bandingkan setiap elemen senarai untuk menemukan elemen terbesar

```
procedure CariElemenTerbesar(input a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ..., a<sub>n</sub> : integer, output maks : integer)
{ Mencari elemen terbesar di antara elemen a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ..., a<sub>n</sub>. Elemen terbesar akan disimpan di dalam maks.

Masukan: a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ..., a<sub>n</sub>

Keluaran: maks
}

Deklarasi
k: integer

Algoritma:
maks←a<sub>1</sub>
for k←2 to n do
if a<sub>k</sub> > maks then
maks←a<sub>k</sub>
endif
endfor
```

Contoh #2 - Pencocokan String (String Matching)





Persoalan:

Diberikan

a)teks (text), yaitu (long) string dengan panjang n karakter

b)pattern, yaitu string dengan panjang m karakter (asumsi: m < n)

Carilah lokasi pertama di dalam teks yang bersesuaian dengan pattern.

Penyelesaian dengan Algoritma brute force:

- 1) Mula-mula pattern dicocokkan pada awal teks.
- 2) Dengan bergerak dari kiri ke kanan, bandingkan setiap karakter di dalam pattern dengan karakter yang bersesuaian di dalam teks sampai:
 - semua karakter yang dibandingkan cocok atau sama (pencarian berhasil), atau
 - dijumpai sebuah ketidakcocokan karakter (pencarian belum berhasil)
- 3) Bila pattern belum ditemukan kecocokannya dan teks belum habis, geser pattern satu karakter ke kanan dan ulangi langkah 2.

Ilustrasi Contoh #2



```
Pattern: NOT
Teks: NOBODY NOTICED HIM
  NOBODY NOTICED HIM
 NOT
   NOT
    NOT
4
     NOT
      NOT
6
       NOT
         NOT
          NOT
```

```
Pattern: 001011
Teks: 100101010010111110101010001
  100101010010111110101010001
  001011
  001011
    001011
     001011
      001011
        001011
         001011
          001011
           001011
```

Case Brute Force



Worst Case

- Pada setiap pergeseran pattern, semua karakter di pattern dibandingkan.
- Contoh:
 - T: "aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaab"
 - −P: "aaab"

Best Case

- Terjadi bila karakter pertama pattern P sama dengan karakter teks T
- Atau terjadi bila karakter pertama pattern P tidak pernah sama dengan karakter teks T yang dicocokkan
- Jumlah perbandingan maksimal *n* kali:
- Contoh:
 - T: String ini berakhir dengan zzz
 - P: Str

Kelebihan dan Kelemahan Brute Force





Kelebihan

- Metode brute force dapat digunakan untuk memecahkan hampir sebagian besar masalah (wide applicability).
- Metode brute force sederhana dan mudah dimengerti.
- Metode brute force menghasilkan algoritma yang layak untuk beberapa masalah penting seperti pencarian, pengurutan, pencocokan string, perkalian matriks.
- Metode brute force menghasilkan algoritma baku (standard) untuk tugas-tugas komputasi seperti penjumlahan/perkalian n buah bilangan, menentukan elemen minimum atau maksimum di dalam tabel (list).

Kelemahan

- Metode brute force jarang menghasilkan algoritma yang mangkus.
- Beberapa algoritma brute force lambat sehingga tidak dapat diterima.
- Tidak sekontruktif/sekreatif teknik pemecahan masalah lainnya.

Penerapan Algoritma Brute Force





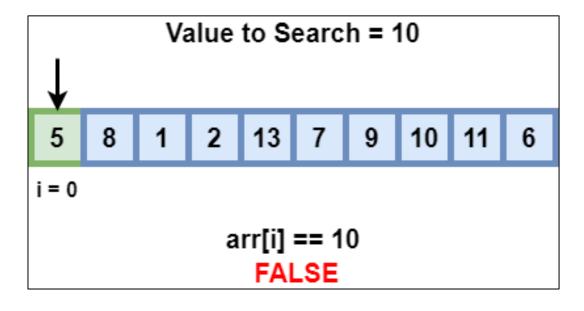




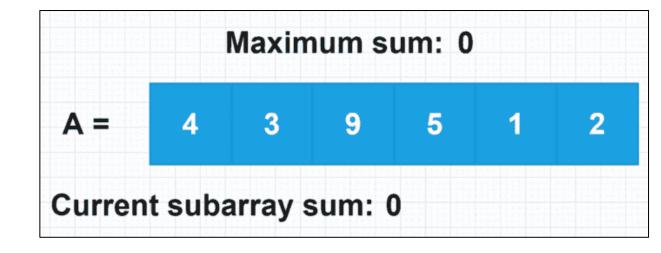
Ilustrasi Penerapan Pendekatan Brute Force





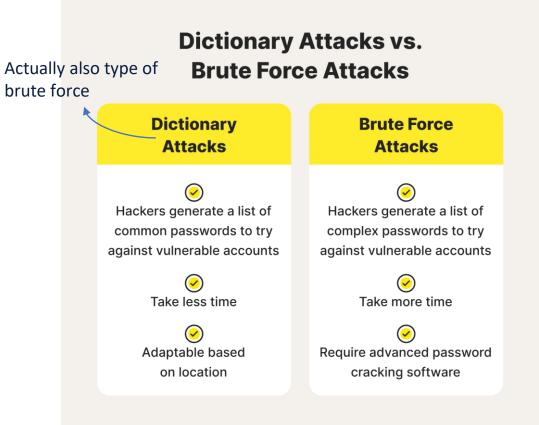


Highest Sum

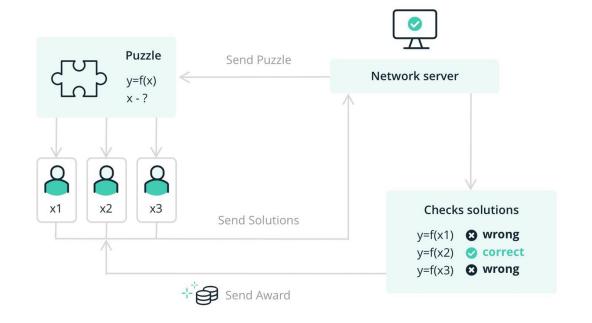


Trivia: Brute Force Dunia Nyata









Konsep Proof-of-Work

Blockchain





Divide Conquer

Pengenalan Divide and Conquer





- Divide and Conquer dulunya adalah strategi militer yang dikenal dengan nama divide ut imperes.
- Sekarang strategi tersebut menjadi strategi fundamental di dalam ilmu komputer dengan nama Divide and Conquer.

Definisi Divide Conquer #1



- **Divide**: membagi masalah menjadi beberapa bagian masalah yang memiliki kemiripan dengan masalah semula namun berukuran lebih kecil (idealnya berukuran hampir sama),
- Conquer: memecahkan (menyelesaikan) masing-masing bagian masalah (secara rekursif), dan
- Combine: mengabungkan solusi masing-masing bagian masalah sehingga membentuk solusi masalah semula.

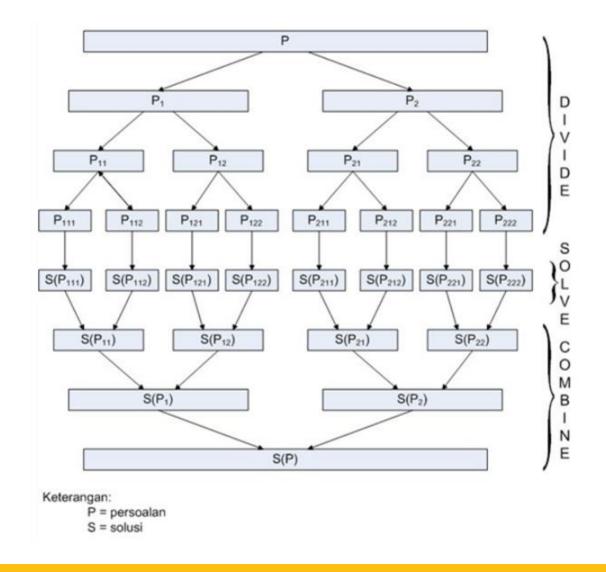
Definisi Divide Conquer #2



- Obyek persoalan yang dibagi : masukan (input) atau instances persoalan yang berukuran n seperti:
 - Tabel (larik),
 - Matriks,
 - Eksponen,
 - Dll, bergantung persoalannya.
- Tiap-tiap bagian masalah mempunyai karakteristik yang sama (the same type) dengan karakteristik masalah asal
- Sehingga metode *Divide and Conquer* lebih natural diungkapkan dengan skema rekursif.

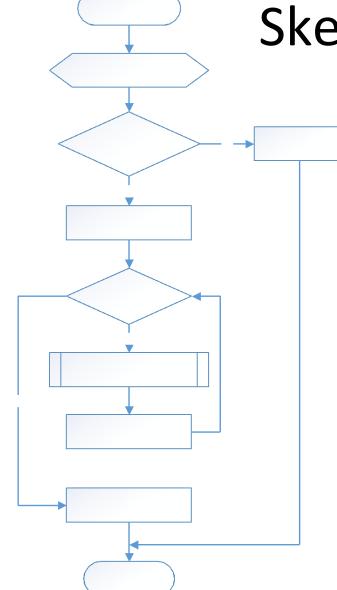
Ilustrasi Divide Conquer











```
procedure DIVIDE and CONQUER(input n : integer)
{ Menyelesaikan masalah dengan algoritma D-and-C.
 Masukan: masukan yang berukuran n
  Keluaran: solusi dari masalah semula
Deklarasi
    r, k : integer
Algoritma
 if n \le n_0 then {ukuran masalah sudah cukup kecil }
     SOLVE upa-masalah yang berukuran n ini
  else
     Baqi menjadi r upa-masalah, masing-masing berukuran n/k
     for masing-masing dari r upa-masalah do
        DIVIDE and CONQUER(n/k)
     endfor
    COMBINE solusi dari r upa-masalah menjadi solusi masalah semula }
  endif
```



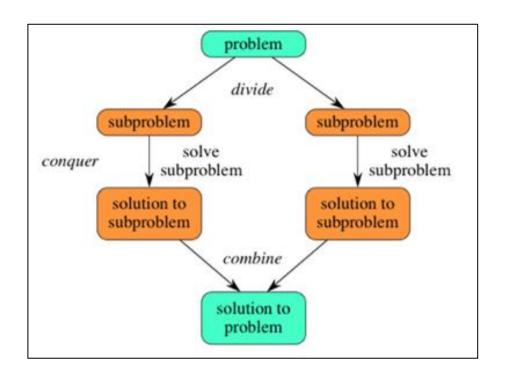
Skema Jika Pembagian Menghasilkan Dua Bagian Masalah Berukuran Sama

```
procedure DIVIDE_and_CONQUER(input n : integer)
{ Menyelesaikan masalah dengan algoritma D-and-C.
 Masukan: masukan yang berukuran n
 Keluaran: solusi dari masalah semula
Deklarasi
    r, k : integer
Algoritma
 if n ≤ no then {ukuran masalah sudah cukup kecil }
     SOLVE upa-masalah yang berukuran n ini
 else
     Bagi menjadi 2 upa-masalah, masing-masing berukuran n/2
     DIVIDE and CONQUER(upa-masalah pertama yang berukuran n/2)
     DIVIDE and CONQUER(upa-masalah kedua yang berukuran n/2)
     COMBINE solusi dari 2 upa-masalah
 endif
```

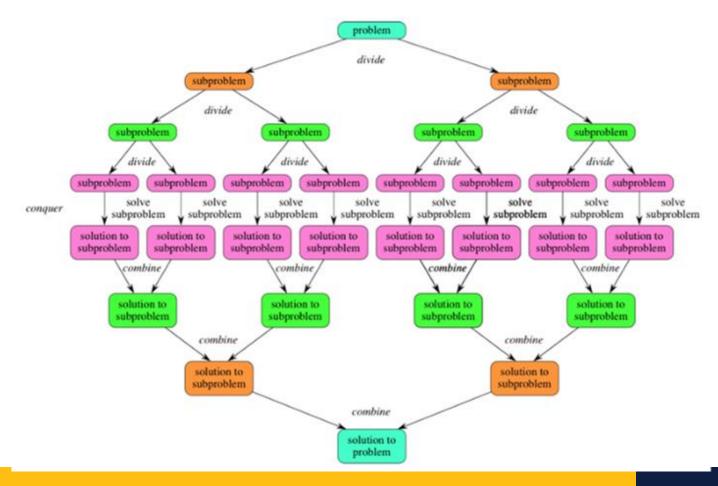
Ilustrasi Divide Conquer



1 Tahap Rekursif



2 Tahap Rekursif

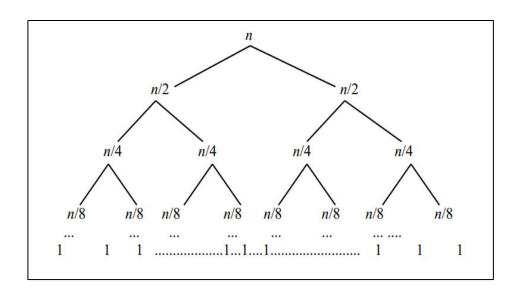


Case Divide Conquer



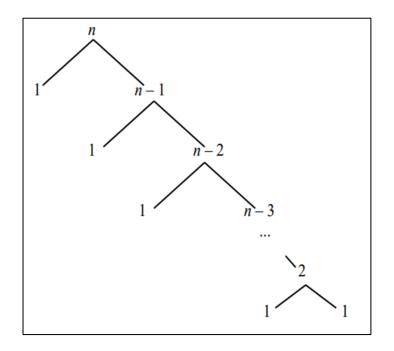
Best Case

Best case ditemukan saat elemen median bagian-tabel berukuran relatif sama setiap partisi



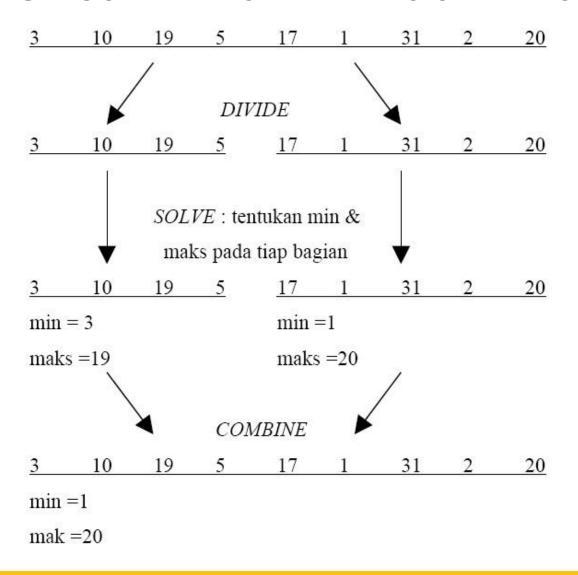
Worst Case

Worst Case ditemukan saat upa tabel selalu minimum atau maksimum (tidak berukuran sama) setiap partisi.



Contoh – Mencari Nilai Min dan Max





Kelebihan dan Kelemahan Divide Conquer





Kelebihan

- Dapat memecahkan masalah yang sulit (Efektif untuk masalah yang cukup rumit)
- Memiliki efisiensi algoritma yang tinggi. (Efisien menyelesaikan algoritma sorting)
- Bekerja secara paralel. Divide and Conquer didesain bekerja dalam mesin-mesin yang memiliki banyak prosesor (memiliki sistem pembagian memori)
- Akses memori yang cukup kecil, sehingga meningkatkan efisiensi memori

<u>Kelemahan</u>

- Lambatnya proses perulangan (Beban yang cukup signifikan pada prosesor, jadi lebih lambat prosesnya untuk masalah yang sederhana)
- Lebih rumit untuk masalah yang sederhana (Algoritma sekuensial terbukti lebih mudah dibuat daripada algoritma divide and conquer untuk masalah sederhana)

Penerapan Algoritma Divide Conquer

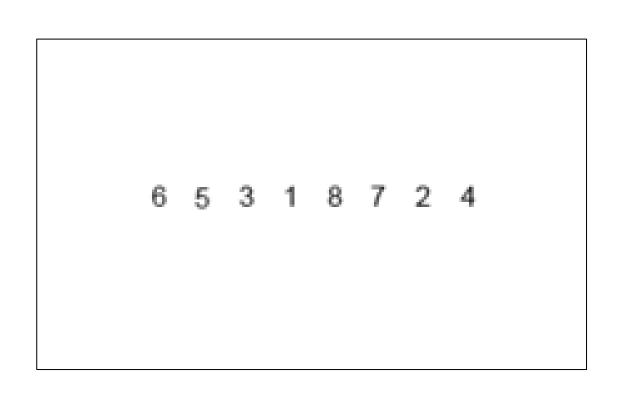


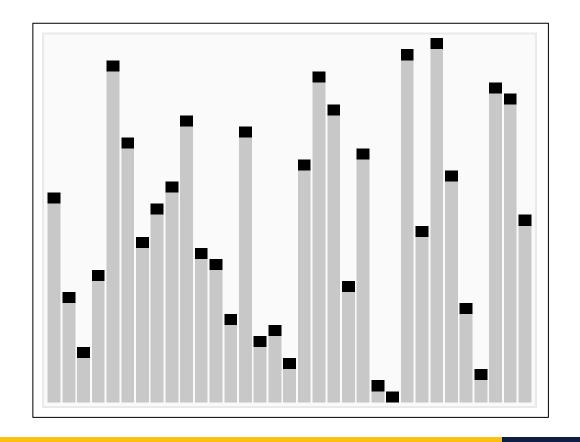






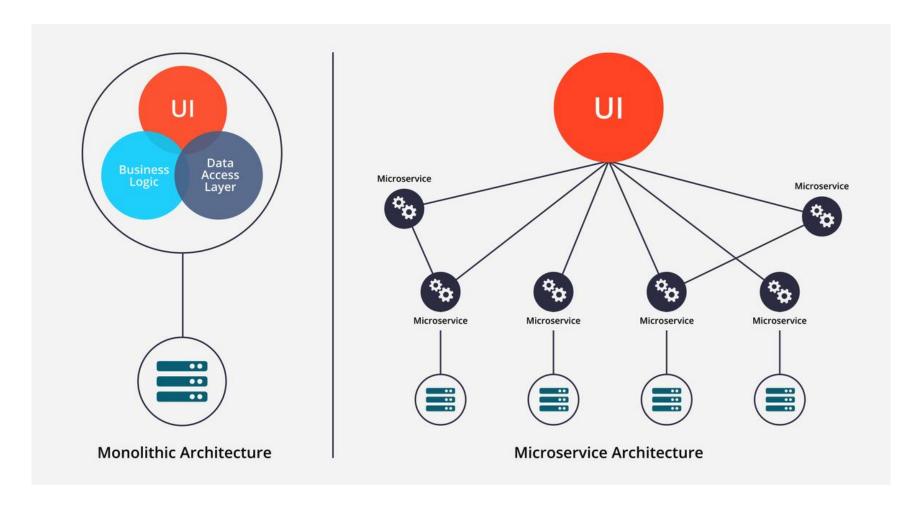
MERGE SORT





Trivia: Divide Conquer





Arsitektur *Microservices*





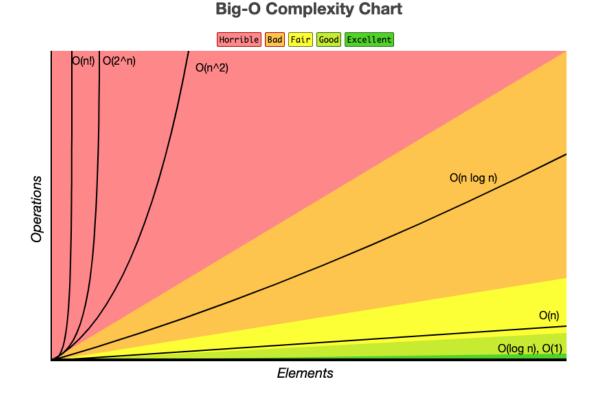
Notasi Big O

Apakah algoritma kita sudah efisien?

Notasi Big O



- Analisis algoritma untuk kompleksitas waktu atau ruang memori
- Dapat diukur atau dipandang berdasarkan worst-case, best-case, average-case.
- Dari tercepat hingga terlambat :
 - 1. O(1)
 - 2. O(log n)
 - 3. O(n).
 - 4. O(n log n)
 - 5. O(n^p)
 - 6. O(k^n)
 - 7. O(n!)



Notasi O(1)



Contoh Kode

```
int n = 1000;
System.out.println("Hey - your input is: " + n);
```

```
int add(int a, int b) {
    return a + b;
}
```

Time complexity **O(1)** dikarenakan hanya menjalankan sekali instruksi return, berapapun input yang dimasukkan ke dalam fungsi

Notasi O(log n)



```
for (int i = 1; i < n; i = i * 2)
{
         System.out.println("Hasil: " + i);
}</pre>
```

Jika n = 8, maka

Output

Hasil: 1

Hasil: 2

Hasil: 4

Algoritma ini berjalan log(8) = 3 kali

Notasi O(n)



```
double average(double[] numbers) {
    double sum = 0;

    for(double number: numbers) {
        sum += number;
    }

    return sum / numbers.length;
}
```

- Fungsi diatas memiliki time complexity O(n) dikarenakan ia akan menjalankan looping untuk menjumlahkan bilangan-bilangan yang ada didalam array. Jumlah loopingnya bergantung pada panjang array yang dimasukkan kedalam fungsi.
- Jika numbers memiliki panjang array 3 dengan isi [2,3,4], maka fungsi akan menjumlahkan secara urut 2, 3, dan 4, kemudian mengembalikan rata-ratanya. Sehingga, array yang memiliki panjang 3, fungsi akan melakukan looping sebanyak 3 untuk menjumlahkan bilangan-bilangannya, dan seterusnya.

Notasi O(n log n)



```
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    for(int j = 1; j < 8; j = j * 2) {
        System.out.println("Hasil: " + i + " dan " + j);
    }
}</pre>
```

Jika n = 8, maka algoritma akan berjalan 8 * log(8) = 8 * 3 = 24 kali.

Notasi O(n^p)



```
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    for(int j = 1; j <= n; j++) {
        System.out.println("Hasil: " + i + " and " + j);
    }
}</pre>
```

*Jika n = 8, maka 8*² *= 64* kali

Notasi O(n^p) – Contoh Lain



```
int func(int n) {
    int count = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int j = 1; j <= i; j++) {
            count++;
        }
    }
    return count;
}</pre>
```

Berapa kali count++ dijalankan dengan nilai n sembarang?

- Ketika i = 1 , maka akan dijalankan 1 kali.
- Ketika i = 2 , maka akan dijalankan 2 kali.
- Ketika i = 3, maka akan dijalankan 3 kali.
- dan seterusnya...

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n^2+n}{2}$$

time complexity $O(n^2)$

Notasi O(kⁿ)



```
for (int i = 1; i <= Math.pow(2, n); i++) {
    System.out.println("Hasil : " + i);
}</pre>
```

Muncul pada kasus atau factor yang terksponensial dengan ukuran input

Jika n =
$$8$$
, maka 2^8 = 256

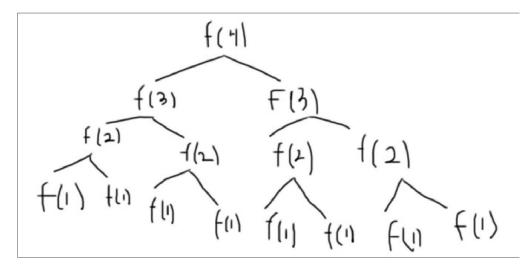
Notasi O(kⁿ) – Contoh Lain



```
int func(int n) {
    if (n <= 1) {
        return 1;
    }

    return func(n-1) + func(n-1);
}</pre>
```

Misalkan dipanggil dengan func(4)



time complexity sebesar O(2^n)

Notasi O(n!)



```
for (int i = 1; i <= factorial(n); i++) {
    System.out.println("Hasil: " + i);
}</pre>
```

Jika n = 8 maka 8! = 40320

Aturan Big O



- Cari notasi yang paling berkontribusi (biasanya yang bagian "+" atau notasi O(1) ditiadakan)
- "If" umumnya bersifat " + "
- "for" umumnya bersifat " * "
- Konstanta dari notasi Big O dapat ditiadakan (cth: 2 O(n) menjadi O(n))





```
public class ContohBigO{
   public static void contohBig0(int[] angka){
       System.out.println("Pairs: ");
        int n = angka.length;
        for(int i = 0; i < n; i++){
            for (int j = 0; j < n; j++){
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);
        for(int i =0; i < n; i++)\{
            for (int j = 0; j < n; j++){
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);
```

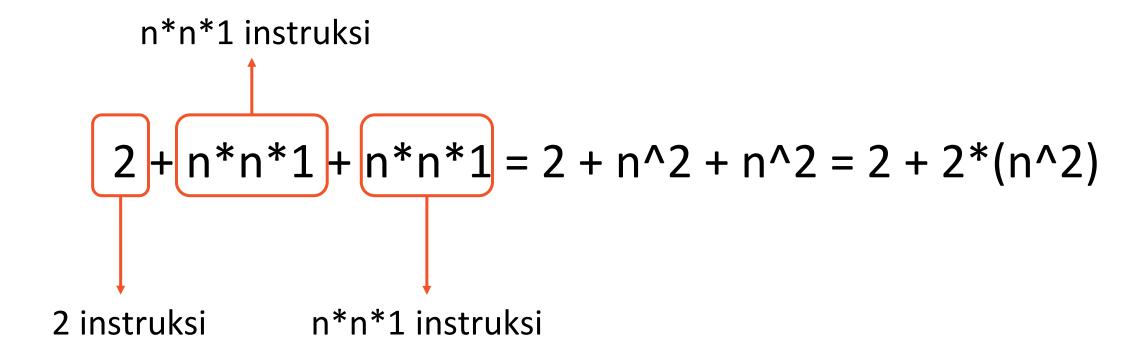
Contoh Kasus



```
public class ContohBigO{
   public static void contohBig0(int[] angka){
       System.out.println("Pairs: ");
                                                                      2 instruksi
       int n = angka.length;
       for(int i =0; i < n; i++){
           for (int j = 0; j < n; j++){
               System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]); n*n*1 instruksi
       for(int i = 0; i < n; i++)
           for (int j = 0; j < n; j++){
               System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]); \rightarrow n*n*1 instruksi
```

Contoh Kasus - Kesimpulan





Contoh:

Jika n = 10 elemen maka instruksi yang dijalankan adalah $2 + 2*(10^2) = 202$

Latihan



- 1. Buatlah flowchart untuk menghitung nilai akar dari suatu bilangan dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer! Jika bilangan tersebut bukan merupakan kuadrat sempurna, bulatkan angka ke bawah.
- 2. Buatlah flowchart untuk menghitung hasil pangkat dari inputan suatu bilangan dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer!

Latihan



3. Tentukan notasi Big O yang sesuai dari kode program berikut!

a.

```
public int countVowels(char[] word){
    char[] vowels = {'a', 'i', 'u', 'e', 'o'};
    int count = 0;
    for (int i = 0; i < word.length; i++) {</pre>
        for (int j = 0; j < vowels.length; j++) {</pre>
            if (word[i] == vowels[j]) {
                 count++;
    return count;
```

Latihan



3. Tentukan notasi Big O yang sesuai dari kode program berikut!

```
public boolean checkItemInList(String item, String[] list) {
    for (int i = 0; i < list.length; i++) {
        if (list[i] == item) {
            return true;
        }
    }
    return false;
}</pre>
```



