Politechnika Wrocławska

SPD

Opracowanie

Kapitan Planeta
Jakobian
Zioło
El Bartolomeo

Spis treści

1 Przykładowe zadania optymalizacji. Klasyfikacja podejść i metod

1.1 Przykładowe zadania optymalizacji

- Problem plecakowy - zadanie to polega na zapakowaniu do plecaka przedmiotów tak, aby osiągnąć maksymalną sumaryczną wartość przedmiotów zapakowanych przy ograniczonej pojemności plecaka.
- Problem komiwojażera (TSP) - polega na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Odwzorowaniem tego problemu w rzeczywistości jest rozwiązanie problemu podróżnego handlarza, który chce odwiedzić wszystkie zaplanowane miasta minimalizując jednoczenie drogę lub czas lub koszt odbycia tej podróży.
- Optymalizacja procesu wytwarzania - uszeregowanie zadań w taki sposób aby zostało osiągnięte zadane kryterium np. minimalizacja czasu wykonania wszystkich zadań.

1.2 Klasyfikacja podejść i metod

1. Metody dokładne
    - Schemat podziału i ograniczeń (B&B) - ogólne podejście oparte na dekompozycji (podziału na mniejsze problemy, redukcja ograniczeń) i "inteligentnym" przeszukiwaniu zbioru rozwiązań dopuszczalnych problemu optymalizacyjnego. Znajduje zastosowanie w problemach silnie NP-trudnych. Dostarcza algorytmów o wykładniczej złożoności obliczeniowej. Może być stosowany dla dowolnego problemu dyskretnego (liniowego i nieliniowego).
    - Schemat programowania dynamicznego (PD) - podejście polegające na przekształceniu zadania optymalizacji w wieloetapowy proces podejmowania decyzji, w którym stan na każdym etapie zależy od decyzji wybieranej ze zbioru decyzji dopuszczalnych. Stany poprzednich etapów zostają zapamiętane zatem eliminowana jest konieczność kilkukrotnego przeliczania tych samych rozwiązań (porozwiązywań). Złożoność algorytmów dla tego podejścia może być wielomianowa(max droga w grafie), pseudowielomianowa(problem załadunku) jak i wykładnicza(TSP).
    - Programowanie liniowe całkowitoliczbowe (PLC) - podejście w którym zarówno funkcja celu jak i zestaw ograniczeń składają się

  z funkcji liniowych z żądaniem aby wszystkie parametry były wyrażone liczbami całkowitymi.

  - Programowanie liniowe binarne (PLB) - tak jak PLC, w którym parametry przyjmują wartości binarne (0,1).
  - Metody subgradientowe - mogą byś stosowane dla przypadków, gdzie funkcja celu jest funkcją ciągłą i subróżniczkowalną, posiadającą skończoną wartość ekstremum, a zbiór rozwiązań jest niepusty, domknięty i wypukły. Metody te s ą kosztowne obliczeniowo, a ich szybkość zbiegania do rozwiązania optymalnego silnie zależy od przykładu problemu.

2. Metody przybliżone - są to metody, które nie znajdują rozwiązania optymalnego, lecz rozwiązanie bliskie optymalnemu. Są stosowane tam, gdzie ważniejsze jest szybkie otrzymanie rozwiązania.

  - Konstrukcyjne - szybkie, łatwe w implementacji lecz rozwiązanie dość znacznie odbiega od rozwiązania optymalnego.
  - Poprawiające - wolniejsze, wymagają podania początkowego rozwiązania rozwiązania, które poprawiają w kolejnych krokach. Dostarczają rozwiązań o bardzo dobrej i doskonałej jakości. Umożliwiają kształtowanie kompromisu pomiędzy jakością a czasem obliczeń.

2 Optymalizacja procesu wytwarzania. Szeregowanie.

2.1 Optymalizacja procesu wytwarzania

Proces wytwarzania jest rozbudowanym zagadnieniem. W celu jego optymalizacji należy zwrócić uwagę na:

- synchronizację terminów dostaw z zapotrzebowaniami,
- odpowiednim przydzieleniu w czasie zasobów do wykonywanych zadań,
- podział zadań na partie produkcyjne,
- uszeregowanie zadań (określenie ich terminów wykonywania na poszczególnych maszynach)

2.2 Szeregowanie

Szeregowanie zadań w procesie wytwarzania jest kluczowym elementem optymalizacji tego procesu. Na podstawie problemu praktycznego tworzony jest opis przy użyciu pojęć z teorii szeregowania, który prowadzi do matematycznego modelu procesu. Symboliczny opis problemu szeregowania:

$$\alpha|\beta|\gamma \tag{1}$$

α - typ zagadnienia,
β - dodatkowe ograniczenia,
γ - postać funkcji celu.

W typie zagadnienia zawarte są informacje o ilości maszyn, sposobie przejścia zadań przez system (typ zagadnienia: przepływowy, gniazdowy, równoległy) oraz o trybie realizacji poszczególnych operacji zadania.
Pośród przykładowych dodatkowych ograniczeń można wymienić takie jak: prec - narzucony, częściowy porządek wykonywania zadań, pmtn - dopuszczenie możliwości przerwania wykonywania zadania, setup - wstępują czasy przezbrojenia maszyn pomiędzy wykonywaniem zadań i inne.
Przykładowa funkcja celu może być w postaci minimalizacji czasu wykonania wszystkich zadań.

Problem szeregowania zazwyczaj jest problemem NP-trudym. Istnieje wiele algorytmów dokładnych jak i przybliżonych rozwiązujących problemy tego typu.

3 Strategie wytwarzania. Systemy sterowania

3.1 Systemy sterowania

System sterowania ma zapewnic uruchamianie, nadzorowanie i zapewnienie realizacji zadan produkcyjnych. W zaleznosci od wielkosci produkcji, jej charakteru linii produkcyjnej i stoppnia automatyzacji parku maszynowego stosowane sa rozne strategie wytwarzania.

3.2 Strategie wytwarzania

3.2.1 PUSH

Zadania wytworcze (zamowienia na produkt koncowy) sa tlumaczone na zadania materialow i polproduktow a nastepnie przepychane przez system sterowania produkcj? wed?ug ustalonego harmonogramu. W razie potrzeby harmonogram jest na bierzaco korygowany i odpowiednie sterowania sa przekazywane do systemu wytwarzania. Sterowanie tego typu nosi nazwe nadaznego

Systemy sterowania dla tej strategii to MRP i ERP.

- MRP - Material Requirements planning - Umozliwia kontrole rodzajow ilosci i terminow produkcji a takze sterowanie zapasami i ich uzupelnianiem
- ERP - enterprise resource planning - system wspomagajacy nadzor nad calym procesem produkcji poczawszy od zaopatrzenia w materialy a skonczywszy na dostawie do odbiorcy.

Strategie polecana dla produkcji jednostkowej i krotkoseryjnej.

3.2.2 SQUEEZE

Strategia zak?ada ?e wydajnosc systemu wytworczego jest ograniczona przepustowoscia waskeigo gardla systemu. Gard?o to zestaw stanowisk wytworczych przez ktore produkcja sie przeciska powodujacspietrzanie i kolejki zadan.

Jeno jeden system OPT : umozliwia zoptymalizowanie przeyplywu produkcji koncentrujac sie na waskim gardle upatrujac w nim element determinujacy dzialanie calego systemu produkcyjnego.

Strategia polecana dla produkcji krotko i srednio seryjnej.

3.2.3 PULL (JIT)

Strategia zaklada za podstawe produkcji zgloszona wielkosc zapotrzebowania na okreslony produkt koncowy ktory powoduje ssanie na wyjsciu systemu. Przeklada sie to na ssanie materialow i polproduktow. Brak ssania oznacza bezczynnosc systemu i stanowisk wytwarzania , zapobiega zbednemu wytwarzaniu redukuje zapasy.

KANBAN TOYOTA zamowienia gotowe na czas, karteczki etc. to chyba wiemy

3.2.4 Inne strategie

1. CAW - steruje zleceniami w celu zapewnienia stalego sredniego obciazenia stanowisk. Dobra jak stale terminy dostaw , stabilne dostawy materialow, niezmienna zdolnosc produkcyjna

2. CRS - ciagle uzupelnianie stawnow materialowych. Dobra dla produkcji seryjnej i powtarzalnej przy stalym zapotrzebowaniu

4 Problem Pakowania

4.1 Sformułowanie

Danych jest n obiektów, każdy o rozmiarze w_i. Dane są również opakowania o pojemności W. Należy tak rozmieścić obiekty w opakowaniach aby użyć jak najmniej opakowań przy założeniu nie przekraczania pojemności opakowań.

4.2 Własności

- Należy do zagadnień grupowania elementów.
- Jest problemem NP-trundym optymalizacji kombinatorycznej.

4.3 Metoda rozwiązania

1. Algorytmy przybliżone
    - First Fit Decreasing (nazwa mówi wszystko :) - rozwiązanie nie gorsze niż 22% optymalnego
    - Przeszukiwanie z nawrotami - bardzo dobre rezultaty.
    - Specjalizowany algorytm genetyczny Falkenauera.

5 Problem komiwojazera. Sformulowanie, wlasnosci i metoda rozwiazywania

5.1 Sformulowanie

Dane jest n miast, ktore komiwojazer musi odwiedzic, oraz odleglosci miedzy kazda para miast. Celem jest znalezienie najkrotszej drogi laczacej wszystkie miasta zaczynajacej i konczocej sie w okreslonym punkcie. Sprowadza sie to do budowy grafu gdzie wierzcholki to miasta a wagi krawedzi to odleglosci miedzy nimi.

5.2 Wlasnosci

- Z uwagi na to ze powstaly graf jest grafem pelnym to na pewno posiada przynajmniej jeden minimalny cykl Hamiltona (problem zawsze ma rozwiazanie).
- Zagadnianie nalezy do problemow NP-trudnych - duza zlozonosc obliczeniowa wraz ze wzrostem liczby miast (nie wiadomo czy mozna rozwiazac w czasie wielomianowym).

5.3 Metody

Do rozwiazywania tego rpoblemu stosuje sie metody przyblizone. Za pomoca metod programowania dynamicznego istnieje algorytm 'Held-Karp algorithm' (Helda-Karpia :D ?) ktory umozliwia rozwiazanie problemu w czasie$O(n^2 2^n)$ Ale algorytmy dokladne wolno dzialaja i raczej stosuje sie przyblizone. Algorytm mrowkowy, Lin-Kernighan, NN (nearest neighbour)

Algorytm 2-optymalny - W podejściu tym bazujemy na obserwacji, iż krzyżujące się połączenia między miastami są zawsze gorsze niż takie, które się nie krzyżują. W algorytmie tym zatem sprawdza się wszystkie możliwe pary krawędzi i jeśli którakolwiek zawiera krawędzie krzyżujące się, następuje takie przestawienie czterech miast na trasie, by krzyżujące się krawędzie zostały zastąpione przez takie, które się nie krzyżują. Jednakże, brak krzyżujących się krawędzi wcale nie gwarantuje optymalności rozwiązania i cały proces przeważnie kończy się w minimum lokalnym. Aby „uciec” z tego minimum lokalnego wprowadzić można losowe zaburzenia do aktualnie najlepszej trasy

6 Problem plecaka

6.1 Sformułowanie

Danych jest n przedmiotów, każdy o objętości(wadze) w_i oraz cenie(wartości) c_i. Dany jest również plecak o pojemności W Należy zapakować do plecaka przedmioty tak, aby ich sumaryczna wartość była możliwie jak największa przy nie przekroczeniu objętości plecaka.

6.2 Własności

- Problem jest NP-trudny.
- Występuje w postaci ciągłej jak i dyskretnej.

6.3 Metoda rozwiązania

1. Metody dokładne

    - Przegląd zupełny - generuje wszystkie dopuszczalne rozwiązania i z nich wybiera optymalne $O(2^n)$.
    - Programowanie dynamiczne - złożoność pseudowielomianowa. Dzieli zadanie na mniejsze - prostsze do rozwiązania. Na początku przyjmuje, że plecak ma pojemność 1, następnie generuje optymalne rozwiązanie dla plecaka o takiej pojemności, zapamiętuje je i inkrementuje pojemność plecaka tym razem szukając rozwiązania optymalnego korzysta z wcześniej znalezionego rozwiązania dla mniejszej objętości plecaka. Ten schemat jest powtarzany aż do osiągnięcia wymaganej pojemności plecaka wraz z rozwiązaniem optymalnym.

2. Metody przybliżone

    - Algorytm zachłanny - polega na posortowaniu przedmiotów nierosnąco według stosunku ceny do wagi $\frac{c_i}{w_i}$. Następnie iterując całą posortowaną kolekcję od pierwszego elementu umieszcza kolejno w plecaku te przedmioty, które wraz z przedmiotami umieszczonymi wcześniej nie przekraczają pojemności plecaka aż do końca kolejki lub całkowitego zapełnienia plecaka. Złożoność algorytmu $O(nlogn)$.

7 Optymalizacja pracy jednomaszynowego stanowiska krytycznego. Sformułownie, własności i metoda rozwiązania.

7.1 Sformułowanie

Problem polega na znalezieniu optymalnego harmonogramu wykonywania zadan na maszynie mogacej wykonywac tylko jedno zadanie w danym czasie. Zadania są charakteryzowane poprzez termin dostepności, czas wykonywania na maszynia oraz czas dostarczenia. Czasami również dopuszcza się możliwość przerywania zadań.

7.2 Własność

- problem NP-trudny, w szczególnych przypadkach istnieją algorytmy wielomianowe
- Istnieje wiele opisów (niekoniecznie jednoznacznych) tego problemu jednak $1|r_j, q_j|C_{max}$ jest najpopularniejszy ze względu na autosymetrie (zamiana miejscami $r_j z q_j$ posiada tę samą optymalną permutacje).

7.3 Metoda rozwiązania

Istnieje wiele metod rozwiązujących ten problem tak dokladnych jak i przyblizonych. Jednym z nich jest algorytm 2-aproksymacyjny S. Algorytm zakłada, ze jezeli maszyna jest wolna oraz co najmniej jedno zadanie jest gotowe do wykonania, nalezy skierowac do wykonania zadanie najpilniejsze (to z najdluzszym czasem dostarczenia).

8 Optymalizacja pracy linii wytwórczej (problem przepływowy). Sformułowanie, właściwości i metoda rozwiązywania.

8.1 Sformułowanie

Zbiór zadań $J = (1, 2, ..., n)$ jest przeznaczony do wykonania w podanej kolejności na $M = (1, 2, ..., m)$ maszynach o ograniczonej jednostkowej przepustowości. Każde zadanie $j \in J$ składa się z ciągu operacji $(O_1j, ..., O_mj)$. Operacja O_ij odpowiada nieprzerywalnemu wykonywaniu zadania j na maszynie i w czasie p_ij. Rozwiązaniem jest harmonogram pracy maszyn reprezentowany przez macierze terminów rozpoczęcia oraz zakończenia zadań spełniające powyższe ograniczenia. W praktyce rozwiącanie jest całkowicie określone przez jedną z macierzy, gdyż aby otrzymać drugą wystarczy dodać/odjąć czasy wykonywania zadań p_ij.

8.2 Własności

Problemy przepływowe są NP-trudne (wyjąwszy niektóre szczególne przypdaki). Dzielą się na dwa rodzaje:

1. Ogólne - gdy kolejność wykonywania zadań na maszynie może być różna dla każdej maszyny
2. Permutacyjne - gdy wszystkie permutacje są takie same (taka sama kolejność wykonywania zadań na wszystkich maszynach)

Problem permutacyjny jest częściej analizowany, głównie z powodu znacznie mniejszej ilości rozwiązań ($n!$, podczas gdy $n!^m$ dla problemu ogólnego. Często błąd pomiędzy rozwiązaniami jest optymalnymi obu typów problemów jest nieznaczny, czasem nawet rozwiązanie optymalne problemu ogólnego leży w klasie rozwiązań permutacyjnych. Rozwiązania problemów permutacyjnych mogą być wykorzystywane jako rozwiązania początkowe w algorytmach przybliżonych dla problemów ogólnych.

8.3 Metoda rozwiązania

Algorytm NEH - oparty na technice wcięć, do tej pory najlepszy wśród konstrukcyjnych algorytmów przybliżonych dla problemu permutacyjnego. Składa się z n-krokowej fazy zasadniczej poprzedzonej fazą wstępną. Zadania są sortowane nierosnąco po sumie czasów wykonań na maszynach. W fazie zasadniczej, w j-tym kroku, do istniejącej aktualnie permutacji, dokładane jest

j-te zadanie z kolejki zadań wcześniej posortowanych. Jest ono wstawiane we wszystkie możliwe miejsca w akutalnej permutacji, dostarczając j nowych permutacji. Permutacja o najmniejszej wartości funkcji celu przyjmowana jest jako najlepsza w tym kroku i uznawana za aktualną. Analogią działania jest pakowanie torby na wyjazd - najpierw pakujemy jeden lub kilka największych elemetów, po czym kolejne coraz mniejsze elementy metodą "dopychamy" metodą prób.

9 Optymalizacja systemu opartego na przepływie zadań (problem gniazdowy)

9.1 Sformułowanie

Dane są:

- zbiór zadań $J = 1, ..., n$,
- zbiór maszyn $M = 1, ..., m$,
- zbiór operacji $O = 1, ..., o$

Zbiór operacji jest dekomponowany na podzbiory odpowiadające zadaniom. Zatem zadanie j składa się z sekwencji o_j operacji, które powinny zostać wykonane w zadanej kolejności (zgodnie z kolejnością w podzbiorze o_j). Ponadto każda operacja musi zostać wykonana na przypisanej do niej maszynie, a maszyna może wykonywać tylko jedną operację w danej chwili czasu.
Na rozwiązanie dopuszczalne składa się wektor czasów rozpoczęcia wszystkich operacji. Najczęstszą formą funkcji celu jest minimalizacja C_{max} - terminu zakończenia wszystkich zadań.

9.2 Właściwości

- Optymalizacja sprowadza się do rozwiązania problemu gniazdowego.
- Problem można modelować za pomocą acyklicznego grafu $G(W)$, (W - kompletna reprezentacja dopuszczalna).
- Problem jest NP-trudny.

9.3 Metoda rozwiązania

Jedną z metod rozwiązania problemu gniazdowego jest skorzystanie z algorytmu aproksymacyjnego. Nie generuje on rozwiązania optymalnego, jednakże jest bardzo wydajny obliczeniowo. Podstawowy algorytm aproksymacyjny składa się z trzech kroków:

1. Wygeneruj rozwiązanie S spełniające tylko wymagania porządku technologicznego tzn. zachowującego odpowiednią kolejność wykonywania operacji dla każdego zadania. Rozwiązanie takie jest niedopuszczalne, gdyż więcej niż jedno zadanie może zostać przydzielone do maszyny

w tym samym momencie czas. W tym wypadku C_{max} (dolne ograniczenie problemu gniazdowego) przyjmuje wartość LB_J (suma czasów wykonania najdłuższego zadania).

2. Zaburz terminy rozpoczęcia operacji każdego zadania i o wielkość δ_i. Gdzie δ_i jest całkowitą liczbą losową z rozkładu równomiernego na przedziale $[0, LB_M]$, gdzie LB_M to suma czasów operacji na najbardziej "zajętej" (pracującej najdłużej) maszynie.

3. "Rozciągnij" i "spłaszcz" otrzymane uszeregowanie tak, by w każdym momencie czasu na każdej maszynie było wykonywane nie więcej niż jedno zadanie.

Inne metody służące do rozwiązania problemu gniazdowego:

- Schemat $B\&B$
- Algorytmy priorytetowe
- Przeszukiwania lokalne
- Metoda przesuwnego wąskiego gardła
- Symulowane wyżarzanie
- Poszukiwanie z zakazami
- Spełnianie ograniczeń
- Poszukiwanie ewolucyjne
- Podejście dualne
- Sieci neuronowe

10 Optymalizacja magazynowania. Przykładowy problem i metoda rozwiązywania

10.1 Przykładowy problem

Optymalizacja Procesów Magazynowych dotyczy czynności związanych z przyjmowaniem, składowaniem, kompletacją oraz wysyłką towarów w magazynach dowolnego typu (w tym wysokiego składowania). Pozwala na znalezienie oraz wyeliminowanie istniejących tzw. „wąskich gardeł”, określenie wymaganej wielkości poszczególnych stref obsługujących procesy magazynowe (w tym m.in. wielkość buforów na wejściu i na wyjściu z magazynu, centrum logistycznego, terminalu przeładunkowego czy innych obiektów infrastruktury logistycznej), określenie wymagań co do technologii zastosowanej w przypadku każdego z procesów magazynowych i wymaganej infrastruktury magazynowej. Może być zastosowane także w trakcie projektowania nowego magazynu w celu empirycznego określenia możliwych granic przepustowości magazynu jeszcze przed akceptacją jego projektu. Pozwala to na określenie niezbędnych do obsługi zasobów technicznych, w tym także do określenia optymalnego stopnia mechanizacji i automatyzacji procesów magazynowych. Optymalizacja Procesów Magazynowych pozwala na:

- zwiększenie elastyczności procesów magazynowych
- przyspieszenie przepływów towarów
- eliminację lub redukcję problemu „wąskich gardeł”
- skrócenie czasu przejścia towaru przez system logistyczny
- obniżenie kosztów obsługi procesów magazynowych
- optymalizację stref wykorzystywanych w przypadku realizacji poszczególnych procesów magazynowych
- podniesienie poziomu obsługi

10.2 Metoda rozwiązania

Optymalizacja magazynowania wiąże się z identyfikacją kosztów utrzymania magazynu i ich częściowym obniżeniem bez uszczerbku na jakości wykorzystywanych materiałów eksploatacyjnych czy zagrożenia dla bezpieczeństwa pracy.

10.2.1 Optymalizacja czasu pracy

Na miejscu pracy powinna się znajdować optymalna liczba pracowników – niezbędna do realizacji wszystkich zadań.

10.2.2 Obniżenie rachunków za energię elektryczną

Koszty prądu w magazynach są znaczące. Można je jednak obniżyć, negocjując indywidualną stawkę z dostawcą energii. Warto rozmawiać nie tylko z dominującymi podmiotami, lecz także z mniejszymi dostawcami energii elektrycznej. Często ci mniejsi mają konkurencyjne oferty gwarantujące np. stałą cenę prądu na kilka lat. Gwarancja taka daje pewność, że koszty energii nie wzrosną, nawet gdy dojdzie do zmiany przepisów w prawie energetycznym.

10.2.3 Zarządzania paletami

Używanie przez magazyn drewnianych palet jest dla każdego przedsiębiorstwa kosztowne. Nie chodzi wyłącznie o ich zakup czy magazynowanie, lecz także o koszty transportu. Drewniane, ciężkie i wysokie palety można zastąpić tekturowymi, które przez to, że mogą być niższe, pozwalają załadować do samochodu ciężarowego więcej towaru. Dodatkowo są one lżejsze, co nie jest bez znaczenia dla kosztów paliwa. Koszty transportu spadają również z jeszcze jednego powodu. Papierowe palety są biodegradowalne i można je zostawić u klienta wraz z towarem. Zaleta tego rozwiązania jest taka, że zamiast wracać samochodem załadowanym wyłącznie paletami bez towaru, przed wysłaniem w drogę powrotną można go ponownie zatowarować.

10.2.4 System identyfikacji pozycji magazynowej

Im większy magazyn, tym trudniejsze jest znalezienie w nim np. małych partii produktów. Ważne jest, by pracownicy magazynu mieli możliwość natychmiastowego namierzenia poszczególnych produktów, a także identyfikacji poszczególnych pozycji. System automatycznej identyfikacji pozycji ułatwia pracę, jednak jest również wymagający – należy pamiętać o dokładnym wprowadzeniu produktu do systemu przy jego przyjęciu oraz o informowaniu o każdym jego późniejszym ruchu. Za pomocą tego systemu można w pełni automatycznie optymalizować alokację obiektów na regałach, co powoduje znaczące oszczędności w wykorzystaniu powierzchni magazynowej, a także czasu.

10.2.5 Nowoczesny system IT

Każdy nieplanowany przestój linii produkcyjnej generuje ogromne straty dla przedsiębiorstwa. Kosztochłonne są również zbyt wysokie stany zapasów (znaczące koszty magazynowania) oraz braki w magazynie. Dbanie o stany magazynowe jest ważne, gdyż umowy z kontrahentami obejmują wysokie kary za nieterminowe dostawy towarów. Można jednak nad tym zapanować, zlecając specjalistycznej firmie IT stworzenie dedykowanego systemu informatycznego, który będzie informował szefów działów (np. magazynu, zaopatrzenia) o brakach lub o stanach magazynowych. System taki może w znaczący sposób usprawnić pracę całego przedsiębiorstwa.

11 Balansowanie linii montażowej. Przykładowy problem i metoda rozwiązywania. Związek z szeregowaniem.

11.1 Sformułowanie

Balansowanie linii montażowej (assembly line balancing) polega na równomiernym rozłożeniu operacji między stacje robocze linii tak, aby czas przestoju poszczególnych maszyn był minimalny. Zakłada się znajomość czasu wykonywania operacji na maszynach, relacje kolejnościowe pomiędzy operacjami oraz wielkość cyklu produkcyjnego lub liczby maszyn. Aby proces balansowania był zakończony należy przydzielić każdą operację raz i tylko do jednej stacji roboczej.

11.2 Własności

Wyróżnia się dwa typy zagadnienia ALBP (assembly line balancing problem):

1. ALBP I - celem jest uzyskanie minimalnej liczby stacji roboczych przy założeniu stałego i znanego czasu cyklu
2. ALBP II - celem jest określenie minimalnej wartości cyklu przy stałej i znanej liczbie stacji roboczych

Docelowo rozwiązanie obu problemów dąży do zwiększenia efektywności linii produkcyjnej - dla typu pierwszego jest to minimalizacja kosztów poprzez redukcję całkowitej ilości godzin pracy (np. zmniejszenie ilości pracowników). Dla typu drugiego skrócenie cyklu zwiększa przepustowość linii.

11.3 Metoda rozwiązania

12 Modele grafowe w badanich operacyjnych. Przykładowy problem i metoda rozwiazywania.

http://www.thebookshelf.auckland.ac.nz/docs/NZOperationalResearch/1982vol10/Number1/OF
1982-10-1-04.pdf

12.1 Problem

dyscyplina naukowa związana z teorią decyzji pozwalająca wyznaczyć metodę i rozwiązanie określonych problemów związanych z podjęciem optymalnych decyzji. Obejmuje min. programowanie matematyczne , zagadnienie trapsortowe , zarzadzanie projektem teorie zapasow i kolejek.

Przykladem problemu moze byc metoda CPM, Innym moze byc problem komiowjazera, porlbem plecakowy, marszrutyacji w zasadzie cokolwiek

12.2 Rozwiązanie

Nie wiem :(, może bardziej chodzi o jakieś modele w stylu Activity on Node/Arrow a drzewa binarne / decyzyjne , zwykle grafy etc. a moze Macierz sasiedztwa lita sasiedztwa itp ? :D

13 Modelowanie dodatkowych ograniczeń w problemach planowania

W praktyce obok problemów przepływowych odpowiadających modelom podstawowym pojawiają się problemy bardziej złożone. Najczęściej są one pochodnymi zagadnienia podstawowego otrzymanymi poprzez wprowadzenie dodatkowych ograniczeń o różnym charakterze.

13.1 Transport

Przemieszczenie zadania pomiędzy maszynami w wielu przypadkach praktycznych jest tak duża, że modeluje się je jako maszynę o nieograniczonej przepustowości. Co zwiększa jednak niepotrzebnie rozmiar modelu grafowego. Aby tego uniknąć wystarczy dodatkowo obciążyć krawędzie grafu łączące operacje wykonywane na różnych maszynach czasami transportów pomiędzy tymi maszynami.

13.2 Przezbrojenia

Przezbrojeniem nazywamy czas potrzebny na zmianę oprzyrządowania maszyny w związku z wykonywanym zadaniem. Najbardziej ogólny przypadek zakłada, że czas ten zależy od maszyny oraz pary kolejno realizowanych po sobie zadań.

13.3 Stanowska o nieograniczonej przepustowości

Maszyna ma przepustowość k jeżeli w dowolnym momencie może wykonywać nie więcej niż k operacji równocześnie. Zatem za maszynę o nieograniczonej przepustowości można uważać:

- urządzenie, które w sensie fizycznym pozwala obsługiwać jednocześnie dowolnie wiele zadań, np. piec grzewczy,
- maszynę o ograniczonej przepustowości, dla której czas trwania jest nieporównywalnie mały w stosunku do maszyn sąsiednich przez co nie obserwuje się występowania kolejki,
- zbiór urządzeń fizycznych, identycznych funkcjonalnie i o tak dużej liczności, że operacje realizowane na tych urządzeniach nie muszą być szeregowane,

- maszynę otrzymaną poprzez zagregowanie (połączenie) podzbioru kolejnych maszyn o nieograniczonej przepustowości,
- maszynę fikcyjna realizującą proces wymagający upływu czasu lecz nie angażujący urządzenia w sensie fizycznym (operacje starzenia, schnięcia, dojrzewania, chłodzenia, itp.).

Termin gotowości zadania możemy interpretować jako wykonanie fikcyjnej operacji zadania na maszynie o nieograniczonej przepustowości.
Problemy zawierające maszyny o nieograniczonej przepustowości zachowują swoje własności związane ze ścieżką krytyczną w grafie oraz własności eliminacyjne dotyczące bloków zadań.

13.4 Terminy dostępności

Termin dostępności zadania możemy modelować jako wykonanie fikcyjnej operacji zadania na maszynie o nieograniczonej przepustowości.

13.5 Bufory

Bufor jest miejscem do chwilowego składowania zadania przekazywanego pomiędzy maszynami i jest zwykle związany z maszyną (bufor do maszyny). W obszarze bufora tworzona jest kolejka zadań do obsługi. Pojemność bufora jest rozumiana jako maksymalna liczba zadań, które mogą być składowane równocześnie. Klasyczne problemy szeregowania przyjmują zwykle, że pojemność bufora jest dowolnie duża (nieograniczona). Zadania, które po zakończeniu wykonywania na maszynie nie mogą być przekazane do odpowiedniego bufora pozostają na niej powodując zablokowanie tak długo aż pojawi się wolne miejsce w buforze. Logiczne pojęcie bufora może modelować:

- fizyczne urządzenie procesu technologicznego,
- ograniczony fizycznie obszar składowania,
- fikcyjne wymaganie "wymuszajace" przepływ produkcji.

Generalnie, rozpatrywane są dwie kategorie problemów: (1) z buforem o zerowej pojemności (ograniczenie no store, strategia NS), (2) z buforami o skończonej, ograniczonej pojemności, różnej dla różnych maszyn (strategia LS).

13.6 Czas cyklu

Jest to ograniczenie, które zakłada cykliczność produkcji zatem maksymalny czas wykonania wszystkich zadań jest ograniczony czasem cyklu. Gdy nie ma możliwości realizacji wszystkich zadań w jednym cyklu należy rozdzielić je na kilka cykli.

14 Modele harmonogramowania z dyskretnym czasem. Problem z jednym stanowiskiem obsługi

Harmonogramowanie produkcji: rozłożenie w czasie przydziału zasobów do zleceń produkcji, podzielenie zadań na partię produkcyjne, określenie terminów rozpoczęcia i zakończenia realizacji partii na poszczególnych maszynach. Kompromis pomiędzy: kosztami niedotrzymania terminów, zaspokojeniem zapotrzebowania, kosztami utrzymania zapasów i zmian produkcji. Koszta zmiany produkcji wiążą się z przestojem maszyn, gdyż zachodzi potrzeba ich przezbrojenia. W przypadku jednego stanowiska obsługi problem jest o tyle trudny, że nie można wykonywać dwóch typów zadań bez przestoju. Istnieją dwa rodzaje podejść:

1. Długi cykl i mała liczba przezbrojeń - w tym podejściu cykl trwa długo zatem produkowana jest znaczna ilość półproduktów co wymaga dużych zasobów magazynowych, jednakże w dłuższym okresie czasu minimalizuje liczbę przestojów związanych z przezbrajaniem stanowiska. Produkty są wypuszczane rzadko w dużych ilościach.

2. Krótki cykl i duża liczba przezbrojeń - cykl jest możliwie krótki dzięki czemu nie jest konieczna duża przestrzeń magazynowa i następuje cykliczne wypuszczanie małych serii produktów. Jednakże w dłuższym okresie czasu liczba przestojów jest znaczna.

15 Programowanie liniowe. Sformułowanie, metody rozwiązywania, przykład zastosowania.

15.1 Sformułowanie

Klasa problemów, w której wszystkie warunki ograniczające oraz funkcja celu mają postać liniową. Celem jest maksymalizacja (bądź minimalizacja) funkcji celu $f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ przy ograniczeniach $g_i(x_1, x_2, ..., x_2) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} xj <= b_i, i = 1, 2, ..., m$

15.2 Metoda rozwiązania

Jedną z metod rozwiązania jest algorytm sympleks. Wymaga on sprowadzenia zadania do postaci standardowej, w której ograniczenia mają postać równań (zamiast nierówności), wszystkie zmienne oraz prawe strony ograniczeń są nieujemne. W tym celu wprowadzamy zmienne uzupełniające, w razie potrzeby mnożymy równanie przez -1. Gdy zmienne decyzyjne mogą przyjmować wartości ujemne, zastępujemy każdą zmienną parą $x_j^+ >= 0, x_j^- >= 0$, dodając ograniczenie $x_j = x_j^+ - x_j^-$. Schemat przeszukiwania: Zaczynając od pewnego rozwiązania bazowego dopuszczalnego, przechodzimy kolejno do innych rozwiązań bazowych dopuszczalnych, w każdym kroku zastępując jeden element zbioru bazowego innym, dopóki da się pomniejszać wartość funkcji celu.

15.3 Przykłady zastosowania

- wybór asortymentu produkcji – jakie wyroby i w jakich ilościach powinno produkować przedsiębiorstwo w celu zmaksymalizowania zysku lub przychodu ze sprzedaży
- optymalny dobór składu mieszanin – jakie ilości produktów żywnościowych należy zakupić, aby przy racjonalnym zaspokojeniu potrzeb organizmu obniżyć do minimum koszty wyżywienia
- wybór procesu technologicznego – określenie skali czy intensywności dostępnych procesów technologicznych, aby wytworzyć określone ilości produktów przy możliwie najniższych kosztach.

16 Programowanie liniowe całkowitoliczbowe. Sformułowanie, metody rozwiązywania, przykład zastosowania.

16.1 Sformułowanie

Programowanie liniowe, w którym na zmienne decyzyjne (niektóre lub wszystkie) nałożono dodatkowe warunki, że muszą przyjmować wartości całkowite dodatnie, ponieważ rozwiązania z wartościami ułamkowymi nie miałyby sensu rzeczywistego.

W zagadnieniach programowania liniowego z reguły nie jest możliwe stosowanie zaokrągleń rozwiązań z wartościami ułamkowymi do najbliższych liczb całkowitych, gdyż wynik takiego postępowania może być daleki od rozwiązania optymalnego; może też nie spełniać warunków ograniczających. Przy programowaniu całkowitoliczbowym zachodzi więc potrzeba stosowania metod uwzględniających te warunki.

Problemy programowania całkowitoliczbowego należą do klasy NP-zupełnej.

16.2 Metody rozwiązywania

Wyróżnia się trzy podejścia do rozwiązywania zagadnień programowania całkowitoliczbowego

- metody przeglądu pośredniego (niebezpośredniego), m.in. metody podziału i ograniczeń, Metoda podziału i ograniczeń jest oparta na podejściu "dziel i zwyciężaj". Kluczowe fakty:
  PCL= LP + ograniczenia całkowitoliczbowości
  Fakt 1. Wartość optymalna funkcji celu LP jest górnym ograniczeniem (maksymalizacja funkcji celu) optymalnej wartości funkcji celu PCL.
  Fakt 2. Wartość funkcji celu PCL dla dowolnego rozwiązania całkowitoliczbowego jest dolnym ograniczenie

- metody płaszczyzn odcinających,

- metody oparte na dekompozycji (podziale).

16.3 Przykład zastosowania

- Wyznaczenie optymalnego planu produkcji maksymalizującego łączny zysk

- Wyznaczenie planu rozkroju desek minimalizując łączny odpad
- Problem plecakowy

17 Schemat podziału i ograniczeń

17.1 Charakterystyka metody

$B\&B$ nie określa żadnego konkretnego algorytmu lecz ogólne podejście oparte na dekompozycji (podziału na mniejsze problemy, relaksacji) i "inteligentnym" przeszukiwaniu zbioru rozwiązań dopuszczalnych problemu optymalizacyjnego. Należy do metod dokładnych co implikuje znajdowanie rozwiązania optymalnego. Jego zastosowanie jest całkowicie uzasadnione tylko wtedy gdy uzyskamy pewność, że rozważany problem jest silnie NP-trudny. Schemat $B\&B$ dostarcza algorytmów o wykładniczej złożoności obliczeniowej. Może być stosowany dla dowolnego problemu dyskretnego z nieliniową badź liniową funkcją celu i takimi też ograniczeniami. Algorytmy te wymagają jednoznacznego określenia:

- reguły wyboru podzbiorów w których kolejno poszukiwane jest rozwiązanie,
- przyjętej relaksacji dostarczającej dolne organicznie,
- reguły eliminacji (odrzucania zbiorów w których nie ma oczekiwanych rozwiązań)
- zasady podziału podzbiorów,
- techniki dostarczającej górne ograniczenie

Krok 0. (*(inicjalizacja)* Podstaw $\mathcal{P} = \{\mathcal{X}\}$ oraz $UB = \infty$.

Krok 1. (*powrót*) Jeżeli $\mathcal{P} = \emptyset$ then STOP; x^* jest rozwiązaniem optymalnym zaś $K(x^*) = UB$.

Krok 2. (*wybór*) Wybierz zbiór $\mathcal{X}_j \in \mathcal{P}$. Podstaw $\mathcal{P} := \mathcal{P} \setminus \mathcal{X}_j$.

Krok 3. (*relaksacja*) Rozwiąż problem zrelaksowany $\min_{x \in \mathcal{X}_j^R} K(x) = K(x^{*R})$. Jeżeli $x^{*R} \in \mathcal{X}_j$ to przejdź do kroku 6 inaczej podstaw $LB(\mathcal{X}_j) := K(x^{*R})$ i przejdź do kroku 5.

Krok 4. (*eliminacja*) Jeżeli $LB(\mathcal{X}_j) \geqslant UB$ przejdź do kroku 1.

Krok 5. (*podział*) Podziel $\mathcal{X}_j$ oraz podstaw $\mathcal{P} := \mathcal{P} \cup \bigcup_{k=1}^{r} \mathcal{Y}_k$ gdzie $\mathcal{Y}_k$, $k = 1, \ldots, r$ jest podziałem $\mathcal{X}_j$. Przejdź do kroku 1.

Krok 6. (*aktualizacja*) Jeżeli $K(x^{*R}) < UB$ to podstaw $UB := K(x^{*R})$ oraz $x^* := x^{*R}$. Przejdź do kroku 1.

17.2 Przykładowe zastosowanie

Przykładowym zastosowaniem tego schematu jest szeregowanie zadań w jedno maszynowym problemie z czasem dostępności, dostarczenia i możliwością przerwania zadań. Schemat ten implementuje algorytm Carliera, który do rozwiązywania problemów zrelaksowanych wykorzystuje algorytm Schrage z podziałem.

18 Programowanie dynamiczne

18.1 Charakterystyka metody

Schemat ten określa ogólne podejście polegające na przekształceniu zadania optymalizacji w wieloetapowy proces podejmowania decyzji, w którym stan na każdym etapie zależy od decyzji wybieranej ze zbioru decyzji dopuszczalnych. Stany poprzednich etapów zostają zapamiętane zatem eliminowana jest konieczność kilkukrotnego przeliczania tych samych rozwiązań (porozwiązywań). Złożoność algorytmów dla tego podejścia może być wielomianowa(max droga w grafie), pseudowielomianowa(problem załadunku) jak i wykładnicza(TSP). Jest to oczywiście metoda generująca rozwiązanie optymalne problemu.

18.2 Przykładowe zastosowanie

Programowanie dynamiczne znajduje zastosowanie w popularnym problemie plecakowym (patrz 6.3).

19 Przyblizone metody rozwiazywania zadan optymalizacji. Miary i metody oceny

19.1 Tak ogolnie

Przyblizone metody rozwiazywania zadan optymalizacji wyznaczaja takie rozwiazanie ktore jest blisko rozwiazania optymalnego. Z uwagi na to ze poruszane problemy sa zazwyczaj NP-trudne to nie dziwi ze takich metod jest wiecej. Miary oceny "dobroci" metody:

1. zlozonosc obliczeniowa algorytmu
2. dokladnosc przyblizenia
3. gwarancja zbieznosci do rozwiazania optymalnego
4. szybkosc zbieznosci do rozwiazania optymalnego

Blad przyblizenia algorytmu mozna liczyc na wiele roznych sposobow np tak:
$BLAD = r.optymalne - r.otrzymane$
$BLAD = r.optymalne/r.otrzymane$
$BLAD = r.\frac{(r.optymalne - r.otrzymane)}{r.optymalne}$
$BLAD = r.\frac{(r.optymalne - r.otrzymane)}{r.otrzymane}$

Blad moze byc badany experymentalnie i teoretycznie - experyment najczesciej bo latwo, ale jest to subiektywne bo zalezy od probki przykladow. Dopiero wyniki analizy teoretycznej (najgorsze przypadki etc.) w polaczeniu z wynikami analizy experymentalnej oraz zlozonosci obliczeniowej stanowia kompletna charakterystyke algorytmu.

19.2 Analiza experymentalna

Najpopularniejsza, niedokladna. Ocena a posteriori zachowania sie algorytmu (blad przyblizenia, czas pracy) w oparciu o wynik przebiegu na nieprecyzyjnej acz reprezentatywnej probce. Otrzymane wyniki nie zawsze dostatecznie dobrze odzwieciedlaja wlasnosci numeryczne algorytmu, gdyz nie zawsze do konca wiadomo co oznacza pojecie probki reprezentatywnej

19.3 Analiza najgorszegoprzypadku

Analiza najgorszego przypadku ocenia a priori zachowanie sie wybranego bledu na calej populacji przykladow. Wyznacza sie wspolczynnik najgorszego przypadku i asymptotyczny wspolczynnik najgorszego przypadku (trudne wzorki). Taka analiza dostarcza skrajnie pesymistycznych wnioskow, nie jest powiedziane ze w praktyce taka sytuacja kiedokolwiek wystapi.

19.4 Analiza probabilistyczna

Analiza aprioryczna, zaklada ze kazdy przyklad zostal otrzymany jako realizacja pewnej niezaleznej zmiennej losowej o znanym rozkladzie (najczesciej rown.). W takim podejsciu blad przyblizenia rowniez jest zmienna losowa. Przy tych badaniach wnioskuje sie o jego rozkladach momentach a co najwazniejsze zbieznosci do jakiejs wartosci stalej wraz ze wzrostem liczby probek oraz o szybkosci tej zbieznosci. Bardzo skomplikowana analiza, dostarcza niezlych wynikow jednak malo algorytmow ma takie opracowanie bo trudno sie to robi.