Politechnika Wrocławska

SPD

Opracowanie

Spis treści

1 Przykładowe zadania optymalizacji. Klasyfikacja podejść i metod

1.1 Przykładowe zadania optymalizacji

- Problem plecakowy - zadanie to polega na zapakowaniu do plecaka przedmiotów tak, aby osiągnąć maksymalną sumaryczną wartość przedmiotów zapakowanych przy ograniczonej pojemności plecaka.
- Problem komiwojażera (TSP) - polega na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Odwzorowaniem tego problemu w rzeczywistości jest rozwiązanie problemu podróżnego handlarza, który chce odwiedzić wszystkie zaplanowane miasta minimalizując jednoczenie drogę lub czas lub koszt odbycia tej podróży.
- Optymalizacja procesu wytwarzania - uszeregowanie zadań w taki sposób aby zostało osiągnięte zadane kryterium np. minimalizacja czasu wykonania wszystkich zadań.

1.2 Klasyfikacja podejść i metod

1. Metody dokładne
    - Schemat podziału i ograniczeń (B&B) - ogólne podejście oparte na dekompozycji (podziału na mniejsze problemy, redukcja ograniczeń) i "inteligentnym" przeszukiwaniu zbioru rozwiązań dopuszczalnych problemu optymalizacyjnego. Znajduje zastosowanie w problemach silnie NP-trudnych. Dostarcza algorytmów o wykładniczej złożoności obliczeniowej. Może być stosowany dla dowolnego problemu dyskretnego (liniowego i nieliniowego).
    - Schemat programowania dynamicznego (PD) - podejście polegające na przekształceniu zadania optymalizacji w wieloetapowy proces podejmowania decyzji, w którym stan na każdym etapie zależy od decyzji wybieranej ze zbioru decyzji dopuszczalnych. Stany poprzednich etapów zostają zapamiętane zatem eliminowana jest konieczność kilkukrotnego przeliczania tych samych rozwiązań (porozwiązywań). Złożoność algorytmów dla tego podejścia może być wielomianowa(max droga w grafie), pseudowielomianowa(problem załadunku) jak i wykładnicza(TSP).
    - Programowanie liniowe całkowitoliczbowe (PLC) - podejście w którym zarówno funkcja celu jak i zestaw ograniczeń składają się

z funkcji liniowych z żądaniem aby wszystkie parametry były wyrażone liczbami całkowitymi.

- Programowanie liniowe binarne (PLB) - tak jak PLC, w którym parametry przyjmują wartości binarne (0,1).
- Metody subgradientowe - mogą byś stosowane dla przypadków, gdzie funkcja celu jest funkcją ciągłą i subróżniczkowalną, posiadającą skończoną wartość ekstremum, a zbiór rozwiązań jest niepusty, domknięty i wypukły. Metody te s ą kosztowne obliczeniowo, a ich szybkość zbiegania do rozwiązania optymalnego silnie zależy od przykładu problemu.

2. Metody przybliżone - są to metody, które nie znajdują rozwiązania optymalnego, lecz rozwiązanie bliskie optymalnemu. Są stosowane tam, gdzie ważniejsze jest szybkie otrzymanie rozwiązania.

    - Konstrukcyjne - szybkie, łatwe w implementacji lecz rozwiązanie dość znacznie odbiega od rozwiązania optymalnego.
    - Poprawiające - wolniejsze, wymagają podania początkowego rozwiązania rozwiązania, które poprawiają w kolejnych krokach. Dostarczają rozwiązań o bardzo dobrej i doskonałej jakości. Umożliwiają kształtowanie kompromisu pomiędzy jakością a czasem obliczeń.

2 Optymalizacja procesu wytwarzania. Szeregowanie.

2.1 Optymalizacja procesu wytwarzania

Proces wytwarzania jest rozbudowanym zagadnieniem. W celu jego optymalizacji należy zwrócić uwagę na:

- synchronizację terminów dostaw z zapotrzebowaniami,
- odpowiednim przydzieleniu w czasie zasobów do wykonywanych zadań,
- podział zadań na partie produkcyjne,
- uszeregowanie zadań (określenie ich terminów wykonywania na poszczególnych maszynach)

2.2 Szeregowanie

Szeregowanie zadań w procesie wytwarzania jest kluczowym elementem optymalizacji tego procesu. Na podstawie problemu praktycznego tworzony jest opis przy użyciu pojęć z teorii szeregowania, który prowadzi do matematycznego modelu procesu. Symboliczny opis problemu szeregowania:

$$\alpha|\beta|\gamma \tag{1}$$

α - typ zagadnienia,
β - dodatkowe ograniczenia,
γ - postać funkcji celu.

W typie zagadnienia zawarte są informacje o ilości maszyn, sposobie przejścia zadań przez system (typ zagadnienia: przepływowy, gniazdowy, równoległy) oraz o trybie realizacji poszczególnych operacji zadania.
Pośród przykładowych dodatkowych ograniczeń można wymienić takie jak: prec - narzucony, częściowy porządek wykonywania zadań, pmtn - dopuszczenie możliwości przerwania wykonywania zadania, setup - wstępują czasy przezbrojenia maszyn pomiędzy wykonywaniem zadań i inne.
Przykładowa funkcja celu może być w postaci minimalizacji czasu wykonania wszystkich zadań.

Problem szeregowania zazwyczaj jest problemem NP-trudym. Istnieje wiele algorytmów dokładnych jak i przybliżonych rozwiązujących problemy tego typu.

3 Strategie wytwarzania. Systemy sterowania

3.1 Systemy sterowania

System sterowania ma zapewnic uruchamianie, nadzorowanie i zapewnienie realizacji zadan produkcyjnych. W zaleznosci od wielkosci produkcji, jej charakteru linii produkcyjnej i stoppnia automatyzacji parku maszynowego stosowane sa rozne strategie wytwarzania.

3.2 Strategie wytwarzania

3.2.1 PUSH

Zadania wytworcze (zamowienia na produkt koncowy) sa tlumaczone na zadania materialow i polproduktow a nastepnie przepychane przez system sterowania produkcj? wed?ug ustalonego harmonogramu. W razie potrzeby harmonogram jest na bierzaco korygowany i odpowiednie sterowania sa przekazywane do systemu wytwarzania. Sterowanie tego typu nosi nazwe nadaznego

Systemy sterowania dla tej strategii to MRP i ERP.

- MRP - Material Requirements planning - Umozliwia kontrole rodzajow ilosci i terminow produkcji a takze sterowanie zapasami i ich uzupelnianiem
- ERP - enterprise resource planning - system wspomagajacy nadzor nad calym procesem produkcji poczawszy od zaopatrzenia w materialy a skonczywszy na dostawie do odbiorcy.

Strategie polecana dla produkcji jednostkowej i krotkoseryjnej.

3.2.2 SQUEEZE

Strategia zak?ada ?e wydajnosc systemu wytworczego jest ograniczona przepustowoscia waskeigo gardla systemu. Gard?o to zestaw stanowisk wytworczych przez ktore produkcja sie przeciska powodujacspietrzanie i kolejki zadan.

Jeno jeden system OPT : umozliwia zoptymalizowanie przeyplywu produkcji koncentrujac sie na waskim gardle upatrujac w nim element determinujacy dzialanie calego systemu produkcyjnego.

Strategia polecana dla produkcji krotko i srednio seryjnej.

3.2.3 PULL (JIT)

Strategia zaklada za podstawe produkcji zgloszona wielkosc zapotrzebowania na okreslony produkt koncowy ktory powoduje ssanie na wyjsciu systemu. Przeklada sie to na ssanie materialow i polproduktow. Brak ssania oznacza bezczynnosc systemu i stanowisk wytwarzania , zapobiega zbednemu wytwarzaniu redukuje zapasy.

KANBAN TOYOTA zamowienia gotowe na czas, karteczki etc. to chyba wiemy

3.2.4 Inne strategie

1. CAW - steruje zleceniami w celu zapewnienia stalego sredniego obciazenia stanowisk. Dobra jak stale terminy dostaw , stabilne dostawy materialow, niezmienna zdolnosc produkcyjna

2. CRS - ciagle uzupelnianie stawnow materialowych. Dobra dla produkcji seryjnej i powtarzalnej przy stalym zapotrzebowaniu

4 Problem Pakowania

4.1 Sformułowanie

Danych jest n obiektów, każdy o rozmiarze w_i. Dane są również opakowania o pojemności W. Należy tak rozmieścić obiekty w opakowaniach aby użyć jak najmniej opakowań przy założeniu nie przekraczania pojemności opakowań.

4.2 Własności

- Należy do zagadnień grupowania elementów.
- Jest problemem NP-trundym optymalizacji kombinatorycznej.

4.3 Metoda rozwiązania

1. Algorytmy przybliżone
    - First Fit Decreasing (nazwa mówi wszystko :) - rozwiązanie nie gorsze niż 22% optymalnego
    - Przeszukiwanie z nawrotami - bardzo dobre rezultaty.
    - Specjalizowany algorytm genetyczny Falkenauera.

5 Problem komiwojazera. Sformulowanie, wlasnosci i metoda rozwiazywania

5.1 Sformulowanie

Dane jest n miast, ktore komiwojazer musi odwiedzic, oraz odleglosci miedzy kazda para miast. Celem jest znalezienie najkrotszej drogi laczacej wszystkie miasta zaczynajacej i konczocej sie w okreslonym punkcie. Sprowadza sie to do budowy grafu gdzie wierzcholki to miasta a wagi krawedzi to odleglosci miedzy nimi.

5.2 Wlasnosci

- Z uwagi na to ze powstaly graf jest grafem pelnym to na pewno posiada przynajmniej jeden minimalny cykl Hamiltona (problem zawsze ma rozwiazanie).
- Zagadnianie nalezy do problemow NP-trudnych - duza zlozonosc obliczeniowa wraz ze wzrostem liczby miast (nie wiadomo czy mozna rozwiazac w czasie wielomianowym).

5.3 Metody

Do rozwiazywania tego rpoblemu stosuje sie metody przyblizone. Za pomoca metod programowania dynamicznego istnieje algorytm 'Held-Karp algorithm' (Helda-Karpia :D ?) ktory umozliwia rozwiazanie problemu w czasie$O(n^2 2^n)$ Ale algorytmy dokladne wolno dzialaja i raczej stosuje sie przyblizone. Algorytm mrowkowy, Lin-Kernighan, NN (nearest neighbour)

Algorytm 2-optymalny - W podejściu tym bazujemy na obserwacji, iż krzyżujące się połączenia między miastami są zawsze gorsze niż takie, które się nie krzyżują. W algorytmie tym zatem sprawdza się wszystkie możliwe pary krawędzi i jeśli którakolwiek zawiera krawędzie krzyżujące się, następuje takie przestawienie czterech miast na trasie, by krzyżujące się krawędzie zostały zastąpione przez takie, które się nie krzyżują. Jednakże, brak krzyżujących się krawędzi wcale nie gwarantuje optymalności rozwiązania i cały proces przeważnie kończy się w minimum lokalnym. Aby „uciec” z tego minimum lokalnego wprowadzić można losowe zaburzenia do aktualnie najlepszej trasy

6 Problem plecaka

6.1 Sformułowanie

Danych jest n przedmiotów, każdy o objętości(wadze) w_i oraz cenie(wartości) c_i. Dany jest również plecak o pojemności W Należy zapakować do plecaka przedmioty tak, aby ich sumaryczna wartość była możliwie jak największa przy nie przekroczeniu objętości plecaka.

6.2 Własności

- Problem jest NP-trudny.
- Występuje w postaci ciągłej jak i dyskretnej.

6.3 Metoda rozwiązania

1. Metody dokładne
   - Przegląd zupełny - generuje wszystkie dopuszczalne rozwiązania i z nich wybiera optymalne $O(2^n)$.
   - Programowanie dynamiczne - złożoność pseudowielomianowa. Dzieli zadanie na mniejsze - prostsze do rozwiązania. Na początku przyjmuje, że plecak ma pojemność 1, następnie generuje optymalne rozwiązanie dla plecaka o takiej pojemności, zapamiętuje je i inkrementuje pojemność plecaka tym razem szukając rozwiązania optymalnego korzysta z wcześniej znalezionego rozwiązania dla mniejszej objętości plecaka. Ten schemat jest powtarzany aż do osiągnięcia wymaganej pojemności plecaka wraz z rozwiązaniem optymalnym.
2. Metody przybliżone
   - Algorytm zachłanny - polega na posortowaniu przedmiotów niemalejąco według stosunku ceny do wagi $\frac{c_i}{w_i}$. Następnie iterując całą posortowaną kolekcję od pierwszego elementu umieszcza kolejno w plecaku te przedmioty, które wraz z przedmiotami umieszczonymi wcześniej nie przekraczają pojemności plecaka aż do końca kolejki lub całkowitego zapełnienia plecaka. Złożoność algorytmu $O(nlogn)$.

7 Optymalizacja pracy jednomaszynowego stanowiska krytycznego. Sformułownie, własności i metoda rozwiązania.

7.1 Sformułowanie

Problem polega na znalezieniu optymalnego harmonogramu wykonywania zadan na maszynie mogacej wykonywac tylko jedno zadanie w danym czasie. Zadania są charakteryzowane poprzez termin dostepności, czas wykonywania na maszynia oraz czas dostarczenia. Czasami również dopuszcza się możliwość przerywania zadań.

7.2 Własność

- problem NP-trudny, w szczególnych przypadkach istnieją algorytmy wielomianowe
- Istnieje wiele opisów (niekoniecznie jednoznacznych) tego problemu jednak $1|r_j, q_j|C_{max}$ jest najpopularniejszy ze względu na autosymetrie (zamiana miejscami $r_j z q_j$ posiada tę samą optymalną permutacje).

7.3 Metoda rozwiązania

Istnieje wiele metod rozwiązujących ten problem tak dokladnych jak i przyblizonych. Jednym z nich jest algorytm 2-aproksymacyjny S. Algorytm zakłada, ze jezeli maszyna jest wolna oraz co najmniej jedno zadanie jest gotowe do wykonania, nalezy skierowac do wykonania zadanie najpilniejsze (to z najdluzszym czasem dostarczenia).

8 Optymalizacja pracy linii wytwórczej (problem przepływowy). Sformułowanie, właściwości i metoda rozwiązywania.

8.1 Sformułowanie

Zbiór zadań $J = (1, 2, ..., n)$ jest przeznaczony do wykonania w podanej kolejności na $M = (1, 2, ..., m)$ maszynach o ograniczonej jednostkowej przepustowości. Każde zadanie $j \in J$ składa się z ciągu operacji $(O_1j, ..., O_mj)$. Operacja O_ij odpowiada nieprzerywalnemu wykonywaniu zadania j na maszynie i w czasie p_ij. Rozwiązaniem jest harmonogram pracy maszyn reprezentowany przez macierze terminów rozpoczęcia oraz zakończenia zadań spełniające powyższe ograniczenia. W praktyce rozwiącanie jest całkowicie określone przez jedną z macierzy, gdyż aby otrzymać drugą wystarczy dodać/odjąć czasy wykonywania zadań p_ij.

8.2 Własności

Problemy przepływowe są NP-trudne (wyjąwszy niektóre szczególne przypdaki). Dzielą się na dwa rodzaje:

1. Ogólne - gdy kolejność wykonywania zadań na maszynie może być różna dla każdej maszyny
2. Permutacyjne - gdy wszystkie permutacje są takie same (taka sama kolejność wykonywania zadań na wszystkich maszynach)

Problem permutacyjny jest częściej analizowany, głównie z powodu znacznie mniejszej ilości rozwiązań ($n!$, podczas gdy $n!^m$ dla problemu ogólnego. Często błąd pomiędzy rozwiązaniami jest optymalnymi obu typów problemów jest nieznaczny, czasem nawet rozwiązanie optymalne problemu ogólnego leży w klasie rozwiązań permutacyjnych. Rozwiązania problemów permutacyjnych mogą być wykorzystywane jako rozwiązania początkowe w algorytmach przybliżonych dla problemów ogólnych.

8.3 Metoda rozwiązania

Algorytm NEH - oparty na technice wcięć, do tej pory najlepszy wśród konstrukcyjnych algorytmów przybliżonych dla problemu permutacyjnego. Składa się z n-krokowej fazy zasadniczej poprzedzonej fazą wstępną. Zadania są sortowane nierosnąco po sumie czasów wykonań na maszynach. W fazie zasadniczej, w j-tym kroku, do istniejącej aktualnie permutacji, dokładane jest

j-te zadanie z kolejki zadań wcześniej posortowanych. Jest ono wstawiane we wszystkie możliwe miejsca w akutalnej permutacji, dostarczając j nowych permutacji. Permutacja o najmniejszej wartości funkcji celu przyjmowana jest jako najlepsza w tym kroku i uznawana za aktualną. Analogią działania jest pakowanie torby na wyjazd - najpierw pakujemy jeden lub kilka największych elemetów, po czym kolejne coraz mniejsze elementy metodą "dopychamy" metodą prób.

9 Optymalizacja systemu opartego na przepływie zadań (problem gniazdowy)

9.1 Sformułowanie

Dane są:

- zbiór zadań $J = 1, ..., n$,
- zbiór maszyn $M = 1, ..., m$,
- zbiór operacji $O = 1, ..., o$

Zbiór operacji jest dekomponowany na podzbiory odpowiadające zadaniom. Zatem zadanie j składa się z sekwencji o_j operacji, które powinny zostać wykonane w zadanej kolejności (zgodnie z kolejnością w podzbiorze o_j). Ponadto każda operacja musi zostać wykonana na przypisanej do niej maszynie, a maszyna może wykonywać tylko jedną operację w danej chwili czasu.
Na rozwiązanie dopuszczalne składa się wektor czasów rozpoczęcia wszystkich operacji. Najczęstszą formą funkcji celu jest minimalizacja C_{max} - terminu zakończenia wszystkich zadań.

9.2 Właściwości

- Optymalizacja sprowadza się do rozwiązania problemu gniazdowego.
- Problem można modelować za pomocą acyklicznego grafu $G(W)$, (W - kompletna reprezentacja dopuszczalna).
- Problem jest NP-trudny.

9.3 Metoda rozwiązania

Jedną z metod rozwiązania problemu gniazdowego jest skorzystanie z algorytmu aproksymacyjnego. Nie generuje on rozwiązania optymalnego, jednakże jest bardzo wydajny obliczeniowo. Podstawowy algorytm aproksymacyjny składa się z trzech kroków:

1. Wygeneruj rozwiązanie S spełniające tylko wymagania porządku technologicznego tzn. zachowującego odpowiednią kolejność wykonywania operacji dla każdego zadania. Rozwiązanie takie jest niedopuszczalne, gdyż więcej niż jedno zadanie może zostać przydzielone do maszyny

w tym samym momencie czas. W tym wypadku C_{max} (dolne ograniczenie problemu gniazdowego) przyjmuje wartość LB_J (suma czasów wykonania najdłuższego zadania).

2. Zaburz terminy rozpoczęcia operacji każdego zadania i o wielkość δ_i. Gdzie δ_i jest całkowitą liczbą losową z rozkładu równomiernego na przedziale $[0, LB_M]$, gdzie LB_M to suma czasów operacji na najbardziej "zajętej" (pracującej najdłużej) maszynie.

3. "Rozciągnij" i "spłaszcz" otrzymane uszeregowanie tak, by w każdym momencie czasu na każdej maszynie było wykonywane nie więcej niż jedno zadanie.

Inne metody służące do rozwiązania problemu gniazdowego:

- Schemat $B\&B$
- Algorytmy priorytetowe
- Przeszukiwania lokalne
- Metoda przesuwnego wąskiego gardła
- Symulowane wyżarzanie
- Poszukiwanie z zakazami
- Spełnianie ograniczeń
- Poszukiwanie ewolucyjne
- Podejście dualne
- Sieci neuronowe