

Politechnika Wrocławska

SPD

Opracowanie

Spis treści

1	Przykładowe zadania optymalizacji. Klasyfikacja podejść i metod	4
1.1	Przykładowe zadania optymalizacji	4
1.2	Klasyfikacja podejść i metod	4
2	Optymalizacja procesu wytwarzania. Szeregowanie.	6
2.1	Optymalizacja procesu wytwarzania	6
2.2	Szeregowanie	6
3	Strategie wytwarzania. Systemy sterowania	7
3.1	Systemy sterowania	7
3.2	Strategie wytwarzania	7
3.2.1	PUSH	7
3.2.2	SQUEEZE	7
3.2.3	PULL (JIT)	8
3.2.4	Inne strategie	8
4	Problem Pakowania	9
4.1	Sformułowanie	9
4.2	Własności	9
4.3	Metoda rozwiązania	9
5	Problem komiwojazera. Sformulowanie, własności i metoda rozwiązywania	10
5.1	Sformulowanie	10
5.2	Własności	10
5.3	Metody	10
6	Problem plecaka	11
6.1	Sformułowanie	11
6.2	Własności	11
6.3	Metoda rozwiązania	11
7	Optymalizacja pracy jednomaszynowego stanowiska krytycznego. Sformułowanie, własności i metoda rozwiązania.	12
7.1	Sformułowanie	12
7.2	Własność	12
7.3	Metoda rozwiązania	12

8	Optymalizacja systemu opartego na przepływie zadań	13
8.1	Sformułowanie	13
8.2	Właściwości	13
8.3	Metoda rozwiązania	13

1 Przykładowe zadania optymalizacji. Klasyfikacja podejść i metod

1.1 Przykładowe zadania optymalizacji

- Problem plecakowy - zadanie to polega na zapakowaniu do plecaka przedmiotów tak, aby osiągnąć maksymalną sumaryczną wartość przedmiotów zapakowanych przy ograniczonej pojemności plecaka.
- Problem komiwojażera (TSP) - polega na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Odwzorowaniem tego problemu w rzeczywistości jest rozwiązanie problemu podróznego handlarza, który chce odwiedzić wszystkie zaplanowane miasta minimalizując jednocześnie drogę lub czas lub koszt odbycia tej podróży.
- Optymalizacja procesu wytwarzania - uszeregowanie zadań w taki sposób aby zostało osiągnięte zadane kryterium np. minimalizacja czasu wykonania wszystkich zadań.

1.2 Klasyfikacja podejść i metod

1. Metody dokładne

- Schemat podziału i ograniczeń (B&B) - ogólne podejście oparte na dekompozycji (podziału na mniejsze problemy, redukcja ograniczeń) i "inteligentnym" przeszukiwaniu zbioru rozwiązań dopuszczalnych problemu optymalizacyjnego. Znajduje zastosowanie w problemach silnie NP-trudnych. Dostarcza algorytmów o wykładniczej złożoności obliczeniowej. Może być stosowany dla dowolnego problemu dyskretnego (liniowego i nieliniowego).
- Schemat programowania dynamicznego (PD) - podejście polegające na przekształceniu zadania optymalizacji w wieloetapowy proces podejmowania decyzji, w którym stan na każdym etapie zależy od decyzji wybieranej ze zbioru decyzji dopuszczalnych. Stany poprzednich etapów zostają zapamiętane zatem eliminowana jest konieczność kilkukrotnego przeliczania tych samych rozwiązań (porozwidywań). Złożoność algorytmów dla tego podejścia może być wielomianowa(max droga w grafie), pseudowielomianowa(problem załadunku) jak i wykładnicza(TSP).
- Programowanie liniowe całkowitoliczbowe (PLC) - podejście w którym zarówno funkcja celu jak i zestaw ograniczeń składają się

z funkcji liniowych z żądaniem aby wszystkie parametry były wyrażone liczbami całkowitymi.

- Programowanie liniowe binarne (PLB) - tak jak PLC, w którym parametry przyjmują wartości binarne (0,1).
- Metody subgradientowe - mogą być stosowane dla przypadków, gdzie funkcja celu jest funkcją ciągłą i subróżniczkowalną, posiadającą skończoną wartość ekstremum, a zbiór rozwiązań jest niepusty, domknięty i wypukły. Metody te są kosztowne obliczeniowo, a ich szybkość zbiegania do rozwiązania optymalnego silnie zależy od przykładu problemu.

2. Metody przybliżone - są to metody, które nie znajdują rozwiązania optymalnego, lecz rozwiązanie bliskie optymalnemu. Są stosowane tam, gdzie ważniejsze jest szybkie otrzymanie rozwiązania.

- Konstrukcyjne - szybkie, łatwe w implementacji lecz rozwiązanie dość znacznie odbiega od rozwiązania optymalnego.
- Poprawiające - wolniejsze, wymagają podania początkowego rozwiązania rozwiązania, które poprawiają w kolejnych krokach. Dostarczają rozwiązań o bardzo dobrej i doskonałej jakości. Umożliwiają kształtowanie kompromisu pomiędzy jakością a czasem obliczeń.

2 Optymalizacja procesu wytwarzania. Szeregowanie.

2.1 Optymalizacja procesu wytwarzania

Proces wytwarzania jest rozbudowanym zagadnieniem. W celu jego optymalizacji należy zwrócić uwagę na:

- synchronizację terminów dostaw z zapotrzebowaniami,
- odpowiednim przydzieleniu w czasie zasobów do wykonywanych zadań,
- podział zadań na partie produkcyjne,
- uszeregowanie zadań (określenie ich terminów wykonywania na poszczególnych maszynach)

2.2 Szeregowanie

Szeregowanie zadań w procesie wytwarzania jest kluczowym elementem optymalizacji tego procesu. Na podstawie problemu praktycznego tworzony jest opis przy użyciu pojęć z teorii szeregowania, który prowadzi do matematycznego modelu procesu. Symboliczny opis problemu szeregowania:

$$\alpha|\beta|\gamma \tag{1}$$

α - typ zagadnienia,
 β - dodatkowe ograniczenia,
 γ - postać funkcji celu.

W typie zagadnienia zawarte są informacje o ilości maszyn, sposobie przejścia zadań przez system (typ zagadnienia: przepływowy, gniazdowy, równoległy) oraz o trybie realizacji poszczególnych operacji zadania.

Pośród przykładowych dodatkowych ograniczeń można wymienić takie jak: prec - narzucony, częściowy porządek wykonywania zadań, pmtn - dopuszczenie możliwości przerywania wykonywania zadania, setup - wstępują czasy przebrojenia maszyn pomiędzy wykonywaniem zadań i inne.

Przykładowa funkcja celu może być w postaci minimalizacji czasu wykonania wszystkich zadań.

Problem szeregowania zazwyczaj jest problemem NP-trudym. Istnieje wiele algorytmów dokładnych jak i przybliżonych rozwiązujących problemy tego typu.

3 Strategie wytwarzania. Systemy sterowania

3.1 Systemy sterowania

System sterowania ma zapewnić uruchamianie, nadzorowanie i zapewnienie realizacji zadań produkcyjnych. W zależności od wielkości produkcji, jej charakteru linii produkcyjnej i stopnia automatyzacji parku maszynowego stosowane są różne strategie wytwarzania.

3.2 Strategie wytwarzania

3.2.1 PUSH

Zadania wytwórcze (zamówienia na produkt końcowy) są tłumaczone na zadania materiałów i półproduktów a następnie przepychane przez system sterowania produkcji według ustalonego harmonogramu. W razie potrzeby harmonogram jest na bieżąco korygowany i odpowiednie sterowania są przekazywane do systemu wytwarzania. Sterowanie tego typu nosi nazwę nadzoru. Systemy sterowania dla tej strategii to MRP i ERP.

- MRP - Material Requirements planning - Umożliwia kontrolę rodzajów ilości i terminów produkcji a także sterowanie zapasami i ich uzupełnianiem
- ERP - enterprise resource planning - system wspomagający nadzór nad całym procesem produkcji począwszy od zaopatrzenia w materiały a skończywszy na dostawie do odbiorcy.

Strategie polecana dla produkcji jednostkowej i krótkoseryjnej.

3.2.2 SQUEEZE

Strategia zakłada że wydajność systemu wytwórczego jest ograniczona przepustowością wąskiego gardła systemu. Gardło to zestaw stanowisk wytwórczych przez które produkcja się przeciska powodując spietrzanie i kolejki zadań.

Jest jeden system OPT : umożliwia zoptymalizowanie przepływu produkcji koncentrując się na wąskim gardle upatrując w nim element determinujący działanie całego systemu produkcyjnego.

Strategia polecana dla produkcji krótko i średnio seryjnej.

3.2.3 PULL (JIT)

Strategia zakłada za podstawę produkcji zgłoszona wielkość zapotrzebowania na określony produkt końcowy który powoduje ssanie na wyjściu systemu. Przekłada się to na ssanie materiałów i półproduktów. Brak ssania oznacza bezczynność systemu i stanowisk wytwarzania , zapobiega zbędnemu wytwarzaniu redukuje zapasy.

KANBAN TOYOTA zamówienia gotowe na czas, karteczki etc. to chyba wiemy

3.2.4 Inne strategie

1. CAW - steruje zleceniami w celu zapewnienia stałego średniego obciążenia stanowisk. Dobra jak stałe terminy dostaw , stabilne dostawy materiałów, niezmienna zdolność produkcyjna
2. CRS - ciągłe uzupełnianie stawnów materiałowych. Dobra dla produkcji seryjnej i powtarzalnej przy stałym zapotrzebowaniu

4 Problem Pakowania

4.1 Sformułowanie

Danych jest n obiektów, każdy o rozmiarze w_i . Dane są również opakowania o pojemności W . Należy tak rozmieścić obiekty w opakowaniach aby użyć jak najmniej opakowań przy założeniu nie przekraczania pojemności opakowań.

4.2 Własności

- Należy do zagadnień grupowania elementów.
- Jest problemem NP-trudnym optymalizacji kombinatorycznej.

4.3 Metoda rozwiązania

1. Algorytmy przybliżone

- First Fit Decreasing (nazwa mówi wszystko :) - rozwiązanie nie gorsze niż 22% optymalnego
- Przeszukiwanie z nawrotami - bardzo dobre rezultaty.
- Specjalizowany algorytm genetyczny Falkenauera.

5 Problem komiwojazera. Sformułowanie, własności i metoda rozwiązywania

5.1 Sformułowanie

Dane jest n miast, które komiwojazer musi odwiedzić, oraz odległości między każdą parą miast. Celem jest znalezienie najkrótszej drogi łączącej wszystkie miasta zaczynającej i kończącej się w określonym punkcie. Sprowadza się to do budowy grafu gdzie wierzchołki to miasta a wagi krawędzi to odległości między nimi.

5.2 Własności

- Z uwagi na to że powstały graf jest grafem pełnym to na pewno posiada przynajmniej jeden minimalny cykl Hamiltona (problem zawsze ma rozwiązanie).
- Zagadnienie należy do problemów NP-trudnych - duża złożoność obliczeniowa wraz ze wzrostem liczby miast (nie wiadomo czy można rozwiązać w czasie wielomianowym).

5.3 Metody

Do rozwiązywania tego problemu stosuje się metody przybliżone. Za pomocą metod programowania dynamicznego istnieje algorytm 'Held-Karp algorithm' (Held-Karpia :D ?) który umożliwia rozwiązanie problemu w czasie $O(n^2 2^n)$. Ale algorytmy dokładne wolno działają i raczej stosuje się przybliżone. Algorytm mrowkowy, Lin-Kernighan, NN (nearest neighbour)

Algorytm 2-optimalny - W podejściu tym bazujemy na obserwacji, iż krzyżujące się połączenia między miastami są zawsze gorsze niż takie, które się nie krzyżują. W algorytmie tym zatem sprawdza się wszystkie możliwe pary krawędzi i jeśli którakolwiek zawiera krawędzie krzyżujące się, następuje takie przestawienie czterech miast na trasie, by krzyżujące się krawędzie zostały zastąpione przez takie, które się nie krzyżują. Jednakże, brak krzyżujących się krawędzi wcale nie gwarantuje optymalności rozwiązania i cały proces przeważnie kończy się w minimum lokalnym. Aby „uciec” z tego minimum lokalnego wprowadzić można losowe zaburzenia do aktualnie najlepszej trasy

6 Problem plecaka

6.1 Sformułowanie

Danych jest n przedmiotów, każdy o objętości(wadze) w_i oraz cenie(wartości) c_i . Dany jest również plecak o pojemności W . Należy zapakować do plecaka przedmioty tak, aby ich sumaryczna wartość była możliwie jak największa przy nie przekroczeniu objętości plecaka.

6.2 Własności

- Problem jest NP-trudny.
- Występuje w postaci ciągłej jak i dyskretnej.

6.3 Metoda rozwiązania

1. Metody dokładne

- Przegląd zupełny - generuje wszystkie dopuszczalne rozwiązania i z nich wybiera optymalne $O(2^n)$.
- Programowanie dynamiczne - złożoność pseudowielomianowa. Dzieląc zadanie na mniejsze - prostsze do rozwiązania. Na początku przyjmuje, że plecak ma pojemność 1, następnie generuje optymalne rozwiązanie dla plecaka o takiej pojemności, zapamiętuje je i inkrementuje pojemność plecaka tym razem szukając rozwiązania optymalnego korzysta z wcześniej znalezionego rozwiązania dla mniejszej objętości plecaka. Ten schemat jest powtarzany aż do osiągnięcia wymaganej pojemności plecaka wraz z rozwiązaniem optymalnym.

2. Metody przybliżone

- Algorytm zachłanny - polega na posortowaniu przedmiotów niemalejąco według stosunku ceny do wagi $\frac{c_i}{w_i}$. Następnie iterując całą posortowaną kolekcję od pierwszego elementu umieszcza kolejno w plecaku te przedmioty, które wraz z przedmiotami umieszczonymi wcześniej nie przekraczają pojemności plecaka aż do końca kolejki lub całkowitego zapełnienia plecaka. Złożoność algorytmu $O(n \log n)$.

7 Optymalizacja pracy jednomaszynowego stanowiska krytycznego. Sformułowanie, własności i metoda rozwiązania.

7.1 Sformułowanie

Problem polega na znalezieniu optymalnego harmonogramu wykonywania zadań na maszynie mogącej wykonywać tylko jedno zadanie w danym czasie. Zadania są charakteryzowane poprzez termin dostępności, czas wykonywania na maszynie oraz czas dostarczenia. Czasami również dopuszcza się możliwość przerywania zadań.

7.2 Własność

- problem NP-trudny, w szczególnych przypadkach istnieją algorytmy wielomianowe
- Istnieje wiele opisów (niekoniecznie jednoznacznych) tego problemu jednak $1|r_j, q_j|C_{max}$ jest najpopularniejszy ze względu na autosymetrię (zamiana miejscami r_j z q_j posiada tę samą optymalną permutację).

7.3 Metoda rozwiązania

Istnieje wiele metod rozwiązujących ten problem tak dokładnych jak i przybliżonych. Jednym z nich jest algorytm 2-aproksymacyjny S. Algorytm zakłada, że jeżeli maszyna jest wolna oraz co najmniej jedno zadanie jest gotowe do wykonania, należy skierować do wykonania zadanie najpilniejsze (to z najdłuższym czasem dostarczenia).

8 Optymalizacja systemu opartego na przepływie zadań

8.1 Sformułowanie

Dane są:

- zbiór zadań $J = 1, \dots, n$,
- zbiór maszyn $M = 1, \dots, m$,
- zbiór operacji $O = 1, \dots, o$

Zbiór operacji jest dekomponowany na podzbiory odpowiadające zadaniom. Zatem zadanie j składa się z sekwencji o_j operacji, które powinny zostać wykonane w zadanej kolejności (zgodnie z kolejnością w podzbiorze o_j). Ponadto każda operacja musi zostać wykonana na przypisanej do niej maszynie, a maszyna może wykonywać tylko jedną operację w danej chwili czasu.

Na rozwiązanie dopuszczalne składa się wektor czasów rozpoczęcia wszystkich operacji. Najczęstszą formą funkcji celu jest minimalizacja C_{max} - terminu zakończenia wszystkich zadań.

8.2 Właściwości

- Problem można modelować za pomocą acyklicznego grafu $G(W)$, (W - kompletna reprezentacja dopuszczalna).
- Problem jest NP-trudny.

8.3 Metoda rozwiązania

Jedną z metod rozwiązania problemu gniazdowego jest skorzystanie z algorytmu aproksymacyjnego. Nie generuje on rozwiązania optymalnego, jednakże jest bardzo wydajny obliczeniowo. Podstawowy algorytm aproksymacyjny składa się z trzech kroków:

1. Wygeneruj rozwiązanie S spełniające tylko wymagania porządku technologicznego tzn. zachowującego odpowiednią kolejność wykonywania operacji dla każdego zadania. Rozwiązanie takie jest niedopuszczalne, gdyż więcej niż jedno zadanie może zostać przydzielone do maszyny w tym samym momencie czasu. W tym wypadku C_{max} (dolne ograniczenie problemu gniazdowego) przyjmuje wartość LB_J (suma czasów wykonania najdłuższego zadania).

2. Zaburz terminy rozpoczęcia operacji każdego zadania i o wielkość δ_i .
Gdzie δ_i jest całkowitą liczbą losową z rozkładu równomiernego na przedziale $[0, LB_M]$, gdzie LB_M to suma czasów operacji na najbardziej "zajętej" (pracującej najdłużej) maszynie.
3. "Rozciągnij" i "spłaszcz" otrzymane uszeregowanie tak, by w każdym momencie czasu na każdej maszynie było wykonywane nie więcej niż jedno zadanie.

Inne metody służące do rozwiązania problemu gniazdowego:

- Schemat $B\&B$
- Algorytmy priorytetowe
- Przeszukiwania lokalne
- Metoda przesuwnego wąskiego gardła
- Symulowane wyżarzanie
- Poszukiwanie z zakazami
- Spełnianie ograniczeń
- Poszukiwanie ewolucyjne
- Podejście dualne
- Sieci neuronowe