

Wydział MINI	Dzień/godz Data	Środa 14.15 26.03.2025	Nr zespołu 4
Nazwisko i Imię 1. Przeździecka Alicja 2. Skoczyła Katarzyna 3. Zieliński Miłosz	Ocena z przygotowania	Ocena z sprawozdania	Ocena końcowa
Prowadzący		Podpis	

Cel ćwiczenia

Celem laboratoriów było przeprowadzenie pomiarów i opracowanie wyników związanych z odbiciem światła od powierzchni dielektryka. Ćwiczenie zawiera w sobie cztery główne etapy:

- Obliczenie współczynnika załamania światła dla szkła
- Wyznaczenie kąta Brewstera
- Znalezienie kąta granicznego
- Weryfikacja prawa Malusa

W pierwszej części sprawozdania skupiliśmy się na pierwszych trzech etapach. Przedstawiliśmy pomiary kątów padania i załamania wiązki światła w szklanej, półkolistej płytce. Na ich podstawie, przy użyciu metody najmniejszych kwadratów wyznaczyliśmy współczynnik załamania szkła. Następnie wyznaczyliśmy kąt Brewstera i kąt graniczny. Na ich podstawie również wyznaczyliśmy współczynniki załamania dla szkła i je porównaliśmy.

W części drugiej odpowiednio ustawiając polaryzator stojący na wiązce lasera sprawdzaliśmy z wykorzystaniem fotodetektora jak zmienia się natężenia światła, aby pokazać zachodzenie prawa Malusa. Zestaw przyrządów używanych w czasie ćwiczeń składał się z następujących elementów: źródło światła, dwa polaryzatory, stolik goniometryczny, szklana, półkolistą płytką, półokrągłą, białą ścianka, fotodetektor oraz analogowy miernik prądu.[1]

W kolejnej sekcji znajduje się teoretyczny opis konieczny do zrozumienia przeprowadzanych pomiarów.

Wstęp teoretyczny

Fala to rozchodzące się w przestrzeni zaburzenie pewnej wielkości fizycznej. Podczas propagacji przenosi ono energię, nie transportując przy tym materii. Fala monochromatyczna to rodzaj fali o ściśle określonej częstotliwości ω , charakteryzującej się sinusoidalną zmianą danej wielkości fizycznej w czasie. Światło jest przykładem fali elektromagnetycznej, w której dochodzi do oscylacji natężenia pola elektrycznego i magnetycznego. Wektor natężenia pola elektrycznego dla monochromatycznej fali elektromagnetycznej opisuje równanie:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1)$$

gdzie \vec{E}_0 to amplituda pola elektrycznego, a wyrażenie $(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ reprezentuje fazę fali. Wektor falowy \vec{k} ma wartość $k = \frac{\omega}{v}$, gdzie v to prędkość propagacji fali. Długość fali λ określa dystans, na którym faza zmienia się o 2π . Ponieważ detektory nie rejestrują bezpośrednio szybko zmieniającego się pola elektrycznego światła, w pomiarach określa się natężenie światła I , które jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy pola elektrycznego:

$$I \propto |\vec{E}_0|^2 \quad (2)$$

Wektory natężenia pola elektrycznego i magnetycznego są wzajemnie prostopadłe oraz ustawione pod kątem prostym względem kierunku propagacji fali. Jednak sam kierunek rozchodzenia się światła nie jednoznacznie określa orientację tych wektorów, ponieważ na płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji istnieje nieskończenie wiele możliwych orientacji. Polaryzacja fali elektromagnetycznej odnosi się do orientacji wektora pola elektrycznego. W przypadku fali spolaryzowanej liniowo kierunek tego wektora pozostaje stały.

Polaryzator to element optyczny, który przepuszcza tylko światło o określonej polaryzacji. Jeśli pada

na niego światło niespolaryzowane, na wyjściu otrzymujemy falę spolaryzowaną zgodnie z osią polaryzatora. Gdy do polaryzatora dociera światło spolaryzowane liniowo, przechodzi ono w całości tylko wtedy, gdy jego kierunek polaryzacji pokrywa się z osią polaryzatora. Natomiast światło o polaryzacji prostopadłej do tej osi zostaje całkowicie pochłonięte.

Kąt Brewstera

Kąt Brewstera α_B to szczególny kąt padania, dla którego światło odbite jest całkowicie spolaryzowane liniowo w kierunku prostopadłym do płaszczyzny padania. Dla tego kąta nie występuje składowa odbita o polaryzacji równoległej do płaszczyzny padania (polaryzacja π). Kąt Brewstera można obliczyć z zależności:

$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

Prawo załamania

Przy przejściu fali świetlnej z jednego ośrodka do drugiego może ona ulegać załamaniu, czyli zmieniać kierunek rozchodzenia się. Część fali może także zostać odbita, przy czym kąt odbicia jest równy kątowi padania. Zależność między kątem padania i załamania opisuje prawo Snelliusa:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (4)$$

gdzie α to kąt padania w ośrodku o współczynniku załamania n_1 , a β jest kątem załamania w ośrodku o współczynniku załamania n_2 .

Kąt graniczny

Kąt graniczny α_{GR} występuje podczas przejścia światła z ośrodka optycznie gęstszego do ośrodka optycznie rzadszego ($n_1 > n_2$). Jest to kąt padania, dla którego kąt załamania wynosi 90° , czyli fala załamana porusza się wzdłuż granicy rozdzielającej oba ośrodki. Dla kątów padania większych od kąta granicznego występuje zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Z prawa Snelliusa mamy:

$$\sin \alpha_{GR} = \frac{n_2}{n_1} \quad (5)$$

Prawo Malusa

Natężenie światła spolaryzowanego liniowo przechodzącego przez polaryzator opisuje prawo Malusa:

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (6)$$

gdzie I_0 to natężenie światła padającego, a θ to kąt między kierunkiem polaryzacji światła padającego a osią polaryzatora wyrażony w radianach. Prawo Malusa jest spełnione tylko dla światła spolaryzowanego liniowo.

1 Cwiczenia 1, 2 i 3

1.1 Układ pomiarowy

Podczas pomiarów skorzystaliśmy ze źródła światła, stolika goniometrycznego, szklanej, półokrągłej płytki, fotodetektora oraz analogowego miernika prądu. W pierwszej kolejności obracaliśmy szklaną płytkę co 2° (w pewnym zakresie co 1°), aby zmienić kąt padania. Następnie odpowiednio ustawiając fotodetektor obserwowaliśmy ile wynosi kąt załamania. Do wykonania ćwiczenia numer 3 zamiast fotodetektora użyliśmy półokrągłej ścianki, na której widać było załamany promień światła. Obracaliśmy płytkę tak, aby uzyskać maksymalny kąt, w którym zachodziło zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia.

1.2 Dane eksperymentalne

Nr pomiaru	Kąt padania α [°]	Kąt załamania β [°]
1	2	1
2	4	3
3	6	4
4	8	5
5	10	7
6	12	8
7	14	9
8	16	11
9	18	12
10	20	13
11	22	15
12	24	16
13	26	17
14	28	18
15	30	20
16	32	21
17	34	22
18	36	23
19	38	24
20	40	25
21	42	26
22	44	28
23	46	29
24	48	30
25	50	31
26	52	32
27	54	33
28	55	33
29	56	34
30	57	34
31	58	35
32	59	35
33	60	35
34	62	36
35	64	37
36	66	38
37	68	38
38	70	39
39	72	40
40	74	40
41	76	40
42	78	41
43	80	41

Tabela 1: Wyniki pomiarów kąta załamania, bez określenia błędu.

$$\alpha = 42^\circ$$

Pomiar 1: Wynik wyznaczenia kąta granicznego

1.3 Opracowanie pomiarów oraz analiza niepewności pomiarów

1.3.1 Współczynnik załamania światła - metoda najmniejszych kwadratów

W celu wyznaczenia współczynnika załamania światła dla używanej przez nas szklanej płytki posłużyliśmy się metodą najmniejszych kwadratów oraz wbudowaną w Excelu funkcją REGLINP.

Korzystając ze wzoru (4) i przyjmując, że dla powietrza współczynnik załamania światła $n_1 = 1$ dostajemy:

$$\sin \alpha = n_2 \sin \beta. \quad (7)$$

Możemy zatem opisać tę liniową zależność wzorem:

$$y = ax + b, \quad (8)$$

gdzie a będzie naszym szukanym współczynnikiem załamania n_2 .

Otrzymaliśmy następujący wynik:

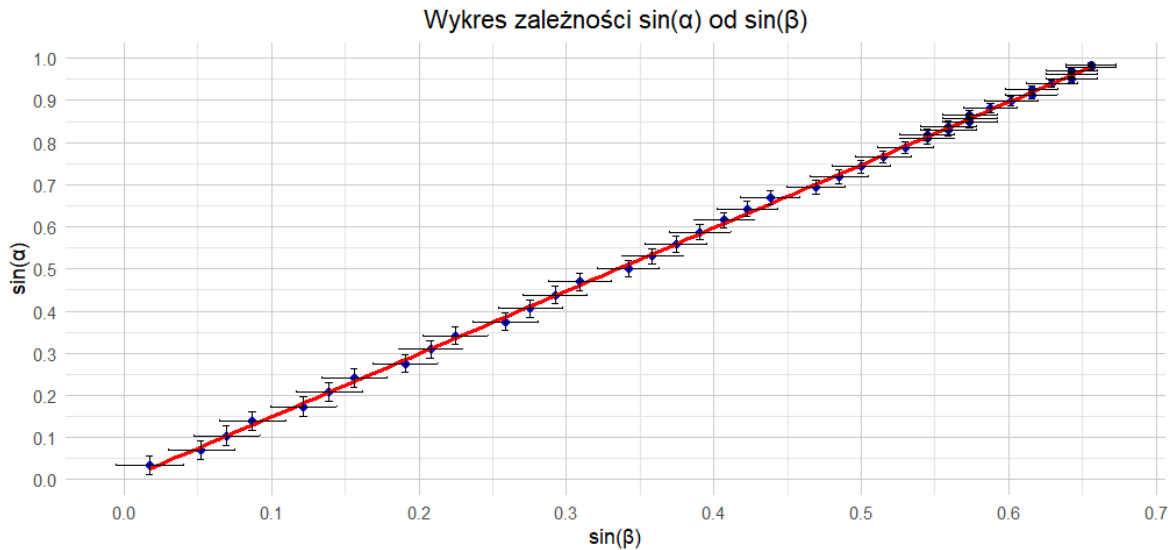
$$n_{2,1} = 1,490. \quad (9)$$

Błąd pojedynczego pomiaru dla obu kątów został policzony w następujący sposób (na przykładzie α):

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_E}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1,29^\circ, \quad (10)$$

gdzie $\Delta x = 1^\circ$ - klasa kątomierza, $\Delta x_E = 2^\circ$ - niepewność eksperymentatora.

Wyliczony błąd został użyty do zaznaczenia błędów na Rysunku 1. Błąd ten będzie występował również w kolejnych punktach.



Rysunek 1: Zależność między sinusami kątów β i α

Na wykresie dla $\sin(\beta)$ większych niż 0,5 można zauważyć większe zagęszczenie punktów. Wynika to z tego, że przy niektórych pomiarach dla różnych kątów α otrzymywaliśmy te same wartości kąty β .

Niepewność współczynnika $n_{2,1}$ obliczona jest z niepewności dla metody najmniejszych kwadratów i wynosi ona:

$$u(n_{2,1}) = 0,003$$

1.3.2 Kąt Brewstera

W kolejnym etapie ćwiczenia na podstawie przeprowadzonych pomiarów kątów padania i odbicia wyznaczyliśmy kąt Brewstera. Zgodnie ze wstępem teoretycznym dla takiego kąta nie występuje fala odbita o polaryzacji π . Dzieje się tak, gdy suma kąta padania i kąta odbicia wynosi 90° . W Tabeli 1 poszukialiśmy kątów, dla których spełniony był ten warunek. Są to wyniki 29. pomiaru:

$$\alpha = 56^\circ, \beta = 34^\circ.$$

Zatem kąt Brewstera wynosi:

$$\alpha_B = 56,00(1,29)^\circ.$$

Możemy teraz obliczyć na drugi sposób współczynnik n_2 zgodnie ze wzorem (3). Podstawiając wartości dostajemy

$$n_{2,2} = \tan \alpha_B = \tan 56^\circ = 1,480(72). \quad (11)$$

Niepewność wyznaczyliśmy metodą propagacji niepewności w następujący sposób:

$$u(n_{2,2}) = \frac{\partial n_{2,2}}{\partial \alpha_B} u(\alpha_B) = \frac{1}{\cos^2 \alpha_B} u(\alpha_B) = 0,072, \quad (12)$$

gdzie $u(\alpha_B) = 1.29^\circ = 0,0225 \text{ rad}$, $\alpha_B = 56^\circ$.

1.3.3 Kąt graniczny

Następną wyznaczoną przez nas wielkością była wartość kąta granicznego α_{GR} . Wynik uzyskany w sposób eksperymentalny (Pomiar 1.2) to

$$\alpha_{GR} = 42,00(1,29)^\circ.$$

Korzystając z wartości kąta granicznego policzyliśmy ponownie współczynnik załamania $n_{2,3}$ (5). Musimy jednak pamiętać, że w tym przypadku promień lasera kierowaliśmy na półokrągłą część szklanej płytki. Zatem załamanie promienia następowało przy przechodzeniu ze szkła (ośrodek gęstszy) do powietrza (ośrodek rzadszy). Dlatego zamieniliśmy oznaczenia współczynników n_1 oraz n_2 . Podstawiając wartości dostajemy

$$n_{2,3} = \frac{1}{\sin \alpha_{GR}} = \frac{1}{\sin 42^\circ} = 1,490(37) \quad (13)$$

Niepewność policzyliśmy korzystając z metody propagacji niepewności. Otrzymaliśmy

$$u(n_{2,3}) = \frac{\partial n_{2,3}}{\partial \alpha_{GR}} u(\alpha_{GR}) = \left| -\frac{\cos \alpha_{GR}}{\sin^2 \alpha_{GR}} \right| u(\alpha_{GR}) = 0,037, \quad (14)$$

gdzie $u(\alpha_{GR}) = 1.29^\circ = 0,0225 \text{ rad}$, $\alpha_{GR} = 42^\circ$.

1.4 Wyniki

Wartości współczynnika załamania światła dla szklanej płytki obliczone na trzy sposoby wynoszą

$$n_{2,1} = 1,490(3)$$

$$n_{2,2} = 1,480(72)$$

$$n_{2,3} = 1,490(37)$$

Jak widać są to wartości bardzo zbliżone, różnice są niewielkie. Metoda najmniejszych kwadratów, która dała wynik 1,490(3), była najdokładniejsza, ponieważ ma najmniejszą niepewność. Z kolei wynik 1,48(7) obliczony przy pomocy kąta Brewstera obarczony jest największą niepewnością. Zatem precyzja wyznaczania współczynnika załamania światła zależy od zastosowanej metody. Można jednak stwierdzić, że wszystkie podejścia dostarczyły zbliżone wyniki.

Kąt graniczny wynosi:

$$\alpha_{GR} = 42,00(1,29)^\circ$$

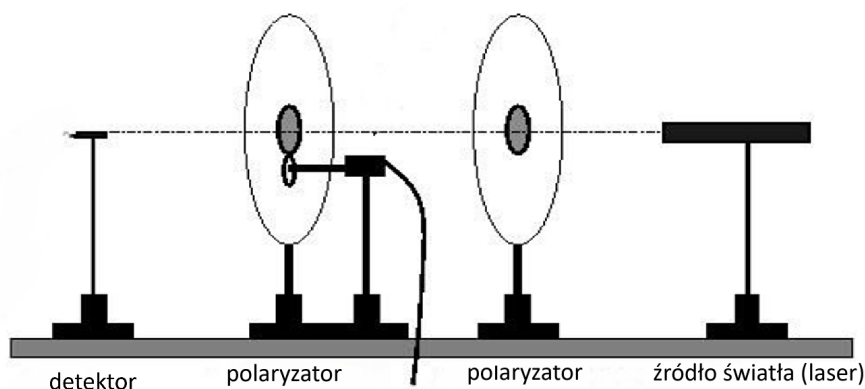
Kąt Brewstera wynosi:

$$\alpha_B = 56,00(1,29)^\circ$$

2 Ćwiczenie 4

2.1 Układ pomiarowy

Podczas pomiarów wielkości potrzebnych do wyznaczenia natężenia światła za pomocą prawa Malusa skorzystaliśmy ze źródła światła (laser), fotodetektora, analogowego miernika prądu oraz dwóch polaryzatorów. Użyliśmy dwóch polaryzatorów w celu zapewnienia liniowej polaryzacji wejściowej wiązki, ponieważ tak jak zostało wspomniane we wstępie prawo Malusa jest zachowane w takiej formie tylko dla światła liniowo spolaryzowanego. Pierwszym krokiem było ustawienie pierwszego polaryzatora, tak aby natężenie światła osiągało maksymalną wartość. Oznacza to, że oś pierwszego polaryzatora byłaby zgodna z kierunkiem polaryzacji wiązki lasera, jeśli byłaby ona spolaryzowana liniowo. Wielkość natężenia monitorowaliśmy na mierniku. Następnie po ustawieniu powyższej wartości przeszliśmy do ustawienia drugiego z polaryzatorów. Tutaj analogicznie do pierwszego szukaliśmy maksymalnego natężenia. Od takiego ustawienia układu zaczynaliśmy pomiary. Kąt, który widniał na polaryzatorze był naszym kątem 0. Następnie zmieniając ten kąt co 5° mierzyliśmy natężenie światła.



Rysunek 2: Schemat układu pomiarowego wykorzystanego do potwierdzenia prawa Malusa[2]

2.2 Dane eksperymentalne

Zebrane dane wraz z niepewnościami znajdują się w tabeli poniżej.

Kąt α° (niepewność)	Kąt $\alpha[rad]$ (niepewność)	I [μA] (niepewność)	Zakres pomiaru I
0.00 (1.29)	0.000 (0.023)	380.000 (18.484)	1 mA
5.00 (1.29)	0.087 (0.023)	340.000 (18.484)	1 mA
10.00 (1.29)	0.175 (0.023)	300.000 (18.484)	1 mA
15.00 (1.29)	0.262 (0.023)	240.000 (18.484)	1 mA
20.00 (1.29)	0.349 (0.023)	220.000 (18.484)	1 mA
25.00 (1.29)	0.436 (0.023)	200.000 (18.484)	1 mA
30.00 (1.29)	0.524 (0.023)	180.000 (18.484)	1 mA
35.00 (1.29)	0.611 (0.023)	140.000 (18.484)	1 mA
40.00 (1.29)	0.698 (0.023)	100.000 (18.484)	1 mA
45.00 (1.29)	0.785 (0.023)	60.000 (18.484)	1 mA
50.00 (1.29)	0.873 (0.023)	20.000 (0.520)	30 μA
55.00 (1.29)	0.960 (0.023)	14.000 (0.520)	30 μA
60.00 (1.29)	1.047 (0.023)	6.000 (0.520)	30 μA
65.00 (1.29)	1.134 (0.023)	3.000 (0.185)	10 μA
70.00 (1.29)	1.222 (0.023)	2.000 (0.185)	30 μA
75.00 (1.29)	1.309 (0.023)	1.000 (0.185)	30 μA
80.00 (1.29)	1.396 (0.023)	0.000 (0.018)	1 μA
85.00 (1.29)	1.484 (0.023)	1.000 (0.018)	1 μA
90.00 (1.29)	1.571 (0.023)	2.000 (0.185)	30 μA

Tabela 2: Wyniki pomiarów natężenia wiązki światła po przejściu przez polaryzator.

Sposób wyliczenia niepewności znajduje się poniżej.

2.3 Opracowanie pomiarów oraz analiza niepewności pomiarów

Pierwszym etapem opracowania wyników było policzenie niezbędnych niepewności zarówno dla wielkości zmierzonych, jak i wyliczonych w późniejszych etapach. Dla wielkości zmierzonych przyjęliśmy poniższe założenia.

Dla pomiarów kąta za niepewność urządzenia przyjęliśmy jedną podziałkę $\Delta\alpha_{wzorcowania}$, a za niepewność eksperymentatora dwie podziałki $\Delta\alpha_{eksperymentatora}$. Przy użyciu poniższego wzoru wyliczyliśmy niepewności dla kąta w radianach i stopniach.

$$u_\alpha = \sqrt{\frac{\Delta\alpha_{eksperymentatora}^2}{3} + \frac{\Delta\alpha_{wzorcowania}^2}{3}}$$

Korzystając ze wzoru na niepewność urządzenia analogowego, czyli: $\Delta I = \text{klasa} \cdot \frac{\text{zakres}}{100}$ (gdzie klasa przyrządu w tym przypadku to 2.5) została wyliczona niepewność I . Niepewność eksperymentatora dla natężenia została ustalona w wysokości jednej podziałki dla konkretnego zakresu pomiaru.

Celem ćwiczenia było wyznaczenie na podstawie prawa Malusa wartości natężenia źródła światła w tym przypadku lasera I_0 . Analizując wzór (6) ($I = I_0 \cdot \cos^2(\alpha)$) widzimy, że możemy skorzystać z metody najmniejszych kwadratów do wyznaczenia I_0 , jeśli przyjmiemy za $x \rightarrow \cos^2(\alpha)$, a za $y \rightarrow I$. Wtedy szukane I_0 będzie współczynnikiem kierunkowym wynikowej prostej $y = ax$.

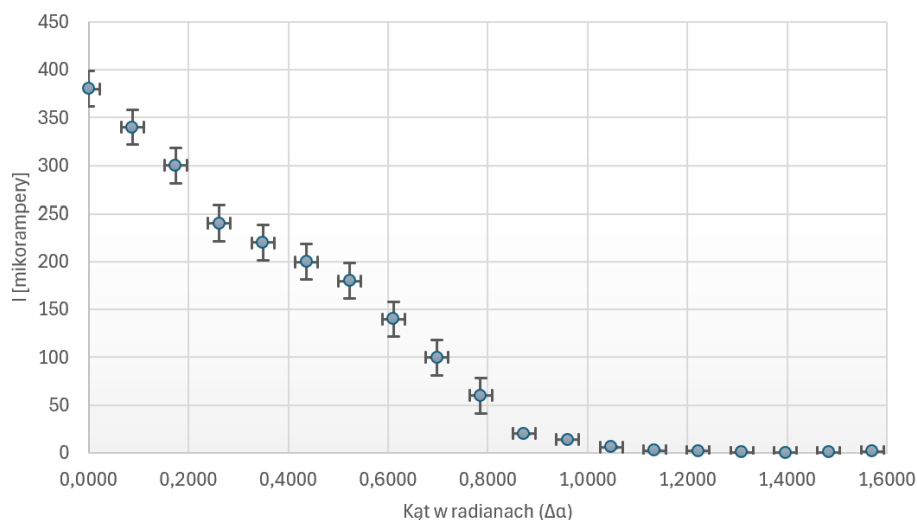
W tym celu wyliczyliśmy wartość $\cos^2(\alpha)$ oraz jej niepewność za pomocą prawa propagacji niepewności, które dla naszego wzoru wygląda następująco: $\Delta x = \sqrt{2\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta\alpha}$, gdzie $\Delta\alpha = 0.023$ podana w tabeli (2).

Kąt w radianach	$\cos^2(\alpha)$	Niepewność $\cos^2(\alpha)$
0.000	1.000	0.0205
0.087	0.992	0.0206
0.175	0.970	0.0210
0.262	0.933	0.0216
0.349	0.883	0.0221
0.436	0.821	0.0225
0.524	0.750	0.0225
0.611	0.671	0.0219
0.698	0.587	0.0208
0.785	0.500	0.0190
0.873	0.413	0.0166
0.960	0.329	0.0138
1.047	0.250	0.0108
1.134	0.179	0.0079
1.222	0.117	0.0052
1.309	0.067	0.0030
1.396	0.030	0.0014
1.484	0.008	0.0003
1.571	0.000	0.0000

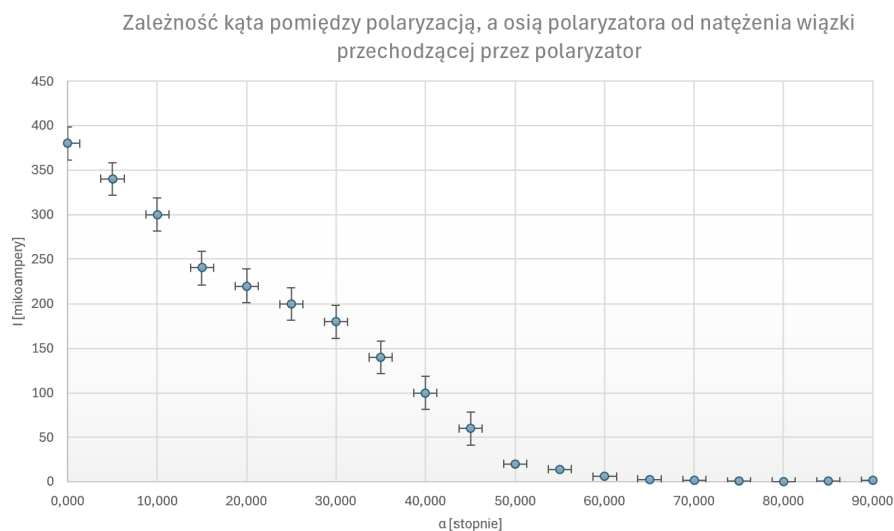
Tabela 3: Tabela wartości $\cos^2(\alpha)$ oraz ich niepewności.

Na podstawie wartości I , $\cos^2(\alpha)$ oraz α w radianach i stopniach z użyciem funkcji dostępnych w EXCEL-u narysowaliśmy trzy wykresy. Pierwszy wykres przedstawiający zależność kąta α w radianach od natężenia I , drugi wykres analogiczny do pierwszego tylko jednostką kąta są stopnie oraz ostatni wykres obrazujący prawo Malusa.

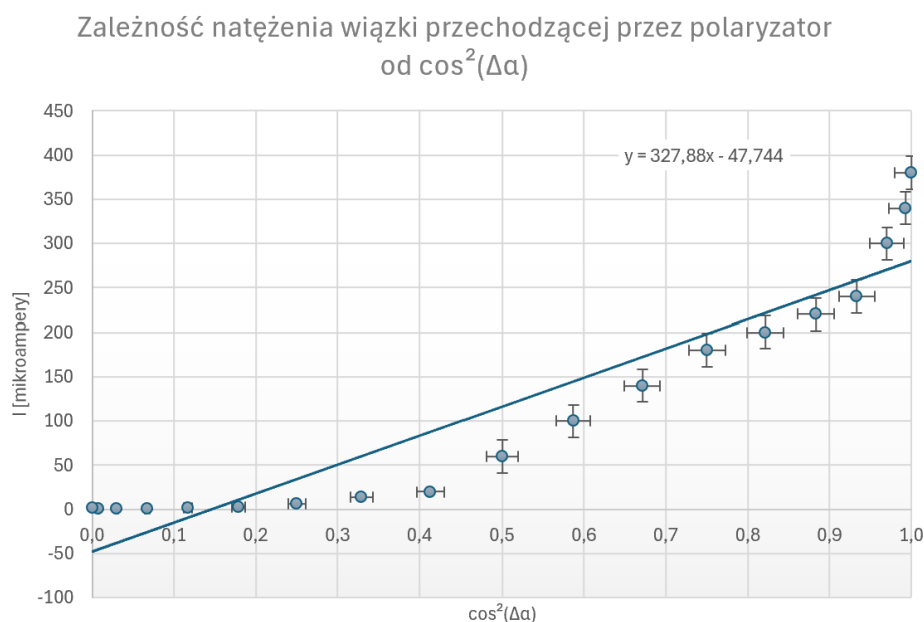
Zależność kąta pomiędzy polaryzacją, a osią polaryzatora od natężenia wiązki przechodzącej przez polaryzator



Rysunek 3: Wykres przedstawiający zależność kąta α w radianach od natężenia wiązki po przejściu przez polaryzator



Rysunek 4: Wykres przedstawiający zależność kąta α w stopniach od natężenia wiązki po przejściu przez polaryzator



Rysunek 5: Wykres przedstawiający zależność natężenia wiązki od $\cos^2(\alpha)$

Na podstawie współczynnika kierunkowego prostej dopasowanej na trzecim wykresie odczytaliśmy wartość początkowego natężenia wiązki światła $I_0 = 327.88 \mu A$. Przedstawiona zależność nie jest niestety liniowa (przecięcie dopasowanej prostej powinno wystąpić w punkcie $(0,0)$). Zaburzenie może być skutkiem fluktuacji występujących podczas pomiarów, lub błędu systematycznego popełnianego podczas pomiarów.

2.4 Wyniki

Wykres obrazujący prawo Malusa pokazuje, że podczas pomiarów doszło do zaburzeń, które spowodowały przesunięcie przecięcia dopasowanej prostej z osią OY. Ponadto niepewności natężenia jak i kąta nie pokrywają się z wyznaczonymi punktami na prostej dopasowanej. Zebrane dane pozwoliły na

wyznaczenie natężenie początkowego wynoszącego $I_0 = 327.88\mu A$, jednak jest on obciążony błędem.

Podsumowanie

Podsumowując, celem przeprowadzonych ćwiczeń było wyznaczenie współczynnika załamania światła dla szklanej płytki, a także określenie wartości kąta Brewstera i kąta granicznego. Dodatkowo, poprzez zmianę ustawienia polaryzatora, mieliśmy zweryfikować zachodzenie prawa Malusa. W tym przypadku założona zależność liniowa nie pokrywała się z otrzymanymi wynikami.

Literatura

- [1] Autor nieznany. Odbicie światła od powierzchni dielektryka. *Centralne Laboratorium Fizyki*. <https://clf.if.pw.edu.pl>.
- [2] Autor nieznany. Schemat pomiarowy prawa malusa. <https://labfiz.uwb.edu.pl/labfiz/local/opisy/prawo-malusa.html>.

Wkład poszczególnych osób w wykonanie ćwiczenia:

1. Katarzyna Skoczylas: Ćwiczenia 1, 2 i 3
2. Alicja Przeździecka: Opracowanie ćwiczenia numer 4
3. Miłosz Zieliński: Cel ćwiczenia, Wstęp teoretyczny