

Povratek kapsule v ozračje

Žiga Patačko Koderman

27. julij 2018

Kazalo

1	Uvod	3
2	Fizikalno ozadje	4
2.1	Sile	4
2.2	Enačbe gibanja in koordinatni sistem	5
3	Simulacija	7
4	Primer povratka Apollo kapsule	8
4.1	Rezultati	9
4.2	Vstopni kot v odvisnosti od začetne hitrosti	13
4.3	Odboj od atmosfere	14
5	Zaključek	15
A	Izvorna koda	16
6	Literatura	17

1 Uvod

Pri povratku kapsule iz vesolja mora ta drastično upočasniti. Veliko večino svoje kinetične energije se znebi z pomočjo Zemljine atmosfere in jo s svojim toplotnim ščitom pretvori v toploto. Ko se kapsula primerno upočasni, odpre padala za nežnejši pristanek.

V tem poročilu poskušamo določiti optimalen kot za vstop v atmosfero. Pri prestrmem vstopu v atmosfero kapsula zgori, astronauti pa ubije že prevelik pospešek. Premajhen kot vstopa pa lahko vodi v odboj kapsule od Zemljine atmosfere.

Natančneje se poročilo posveča kotu, pod katerim so v Zemljino atmosfero morale vstopati kapsule Apollo pri povratku z Lune.

2 Fizikalno ozadje

2.1 Sile

Za opis gibanja kapsule pri ponovnem vstopu v atmosfero bomo upoštevali silo gravitacije planeta na kapsulo F_g , silo zračnega upora F_u ter silo vzgona F_v . Za te velja:

$$F_g(h) = mg(h) \quad (1)$$

$$F_u(v, h) = k_u \rho(h) v^2 \quad (2)$$

$$F_v(h) = V \rho(h) \quad (3)$$

Kjer sta gravitacijski pospešek $g(h)$ ter koeficient upora k_u :

$$g(h) = g_0 \left(\frac{r}{r+h} \right)^2 \quad (4)$$

$$k_u = \frac{Sc_u}{2} \quad (5)$$

kjer c_u predstavlja koeficient upora oblike kapsule.

Gostoto zraka v odvisnosti od višine pa izpeljemo:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

$$\rho = \frac{nM}{V}$$

Z uporabo plinskega zakona za idealni plin $pV = nRT$ zamenjamo n :

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

In vstavimo v prvo enačbo:

$$\frac{1}{p} dp = -\frac{Mg}{RT} dh$$

Po integraciji ostane:

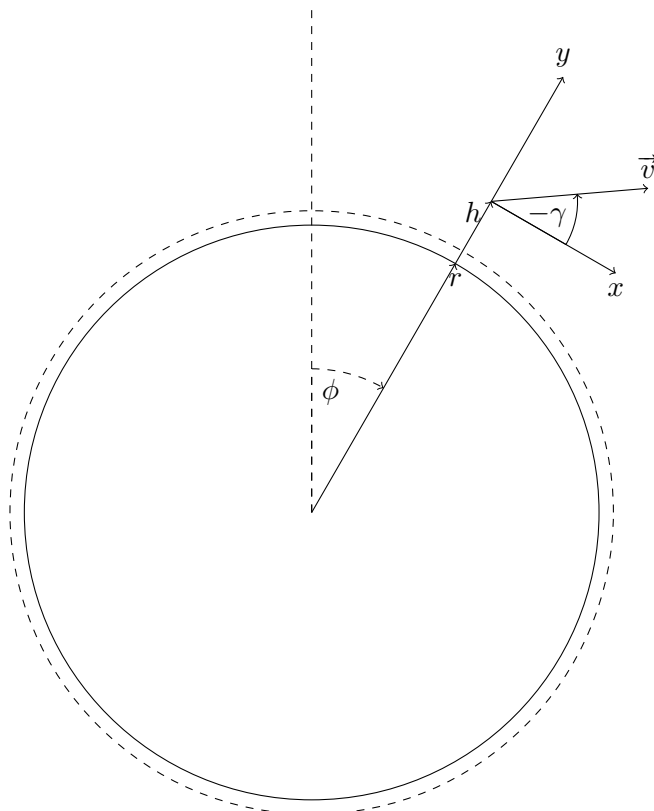
$$p = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$$

kjer je $H = \frac{RT}{Mg}$ višina, pri kateri se tlak zmanjša za $\frac{1}{e}$. Ker pa sta tlak in gostota zraka premo sorazmerna, lahko uporabimo isti H tudi za gostoto. Sledi:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{h}{H}} \quad (6)$$

2.2 Enačbe gibanja in koordinatni sistem

Za lažje obravnavanje enačb in numerično integriranje bomo uporabili koordinatni sistem, ki ima izhodišče v središču plovila, njegova x os pa je pravokotna na zveznico med središčem planeta ter kapsulo.



Slika 1: Relativni koordinatni sistem kapsule glede na planet

Glede na novi kordinatni sistem zapišemo diferencialne enačbe gibanja. Hitrost v horizontalni smeri je

$$\dot{x} = v * \cos(\gamma), \quad (7)$$

v vertikalni pa

$$\dot{h} = v * \sin(\gamma). \quad (8)$$

Absolutni pospešek sestavljata vertikalna komponenta g ter sila upora:

$$\dot{v} = g * \sin(\gamma) - \rho(h)v^2k_u. \quad (9)$$

Odvod kota γ pa izpeljemo. V pozitivno smer nanj vpljiva gravitacijski pospešek z velikostjo $g \frac{\cos(\gamma)}{v}$. V negativno smer na kot γ vpljiva premik zaradi

vztrajnostnega momenta. Velikost tega člena je odvisna od krivinskega radija planeta in se glasi $-v \frac{\cos(\gamma)}{r}$.

Za upoštevanje sile vzgona pa potrebujemo razmerje med vzgonom in uporom (ang. *lift-to-drag ratio*).

Sprememba kota γ se torej glasi

$$\dot{\gamma} = g \frac{\cos(\gamma)}{v} - v \frac{\cos(\gamma)}{r} - \alpha v k * \rho(h) \quad (10)$$

kjer je α razmerje med silo vzgona in silo upora kapsule.

Te štiri enačbe zadostujejo za simulacijo leta kapsule. Za lažje risanje sheme leta kapsule skozi atmosfero pa bomo spremljali še vrednost kota ϕ v odvisnosti od časa.

$$\dot{\phi} = v \frac{\cos(b)}{r + h} \quad (11)$$

3 Simulacija

Spremenljivke v simulaciji so torej $\{x, h, v, \gamma, \phi\}$, potek gibanja kapsule pa je odvisen od njihovih začetnih vrednosti $x_0 = 0$, h_0 , v_0 ter $\phi_0 = 0$. Nas pa posebej zanima začetni kot γ_0 , ki nam pove, s kakšnim začetnim kotom se zaletimo v atmosfero.

Od tega je odvisno s kakšnim pospeškom nas bo atmosfera zaustavljala in ali se bomo morebiti odbili nazaj v vesolje. Kriteriji za uspešen povratak bodo:

- največji pospešek bo manjši od $10g$,
- na tleh bo kapsula pristala v manj kot 30 min (1800 s).

Posebej pa nas zanimajo koti, pri katerih sta maksimalna moč in pospešek najmanjša.

Za simulacijo gibanja kapsule bomo uporabili funkcijo `odeint()` iz Pythonove knjižnice `scipy`. Tej podamo funkcijo, ki računa odvode željenih spremenljivk v danih točkah. V našem primeru poenostavljena različica te funkcije izgleda takole:

```
def movement(parameters, t, sim):
    x, h, v, b, phi = parameters

    dxdt = v * np.cos(b)
    dhdt = -v * np.sin(b)
    dvdt = sim.g(h) * np.sin(b) - sim.rho(h) *
            sim.capsule['k'] * v ** 2

    dbdt = sim.g(h) * np.cos(b) / v - v *
            np.cos(b) / sim.planet['r']

    if not sim.ignore_buoyancy:
        dbdt -= sim.rho(h) * v *
                sim.capsule['k'] *
                sim.capsule['l2d']

    dphidt = v * np.cos(b) /
            (sim.planet['r'] + h)

    return [dxdt, dhdt, dvdt, dbdt, dphidt]
```

Da najdemo optimalen vstopni kot, bomo predpostavili, da vstopa kapsule ne moremo kontrolirati natančneje kot na 0.01° . Tako se lahko s korakom 0.01° sprehodimo med kotoma 0° in 15° (ki je zagotovo prevelik za povratek kapsule iz vesolja).

4 Primer povratka Apollo kapsule

Da preverimo pravilnost naše simulacije, bomo za začetno hitrost in druge podatke o kapsuli vzeli kar približne vrednosti za kapsule poletov Apollo:

Tabela 1: Lastnosti Apollo kapsule [1] [5] [6]

h_0	100 km
v_0	$11000 \frac{m}{s}$
k_{upora}	1.2
S	12 m^2
m	5357 kg
α	0.225
v_{padalo}	$111 \frac{m}{s}$

Potrebujemo tudi podatke o Zemlji in njeni atmosferi:

Tabela 2: Lastnosti Zemlje [2]

g_0	$9.81 \frac{m}{s^2}$
r	3396.2 km
T	$236.7 K$
M	28.95
ρ_0	$1.225 \frac{kg}{m^3}$

4.1 Rezultati

Simulacijo za različne kote poženemo z in brez upoštevanja sile vzgona. Med skrajnima kotoma, ki še vodita v uspešen povratek na Zemljo, izpišemo še nekaj vmesnih vstopnih kotov ter pripadajočih skrajnih vrednosti:

Tabela 3: Skrajne vrednosti pri povratku pri različnih začetnih kotih brez upoštevanja sile vzgona

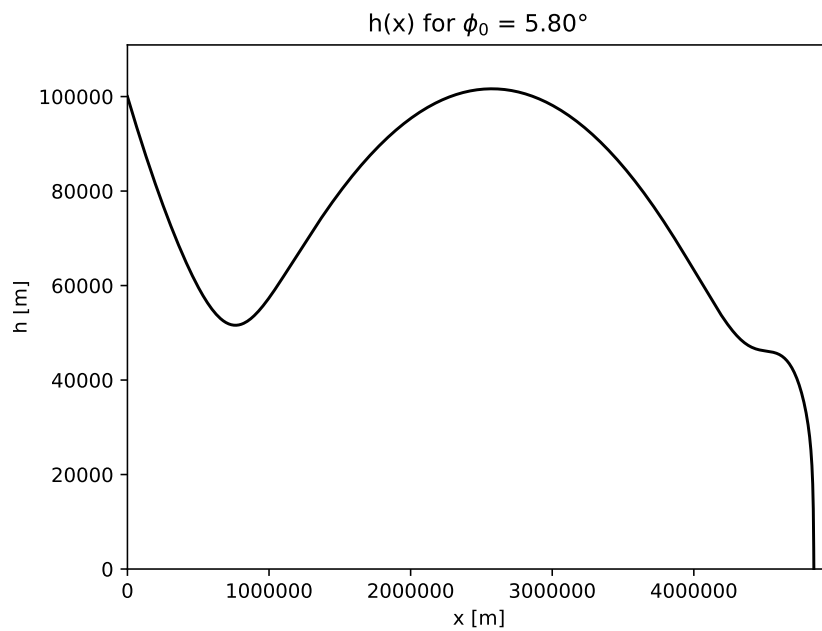
ϕ_0 [°]	a_{max} [g]	P_{max} [kW]
4.55	8.60	354.73
4.75	6.53	475.41
4.95	7.74	645.25
5.12	9.96	789.47

Tabela 4: Skrajne vrednosti pri povratku pri različnih začetnih kotih z upoštevanja sile vzgona

ϕ_0 [°]	a_{max} [g]	P_{max} [kW]
5.51	6.55	622.10
5.71	7.69	721.20
5.91	8.88	820.69
6.09	9.97	911.50

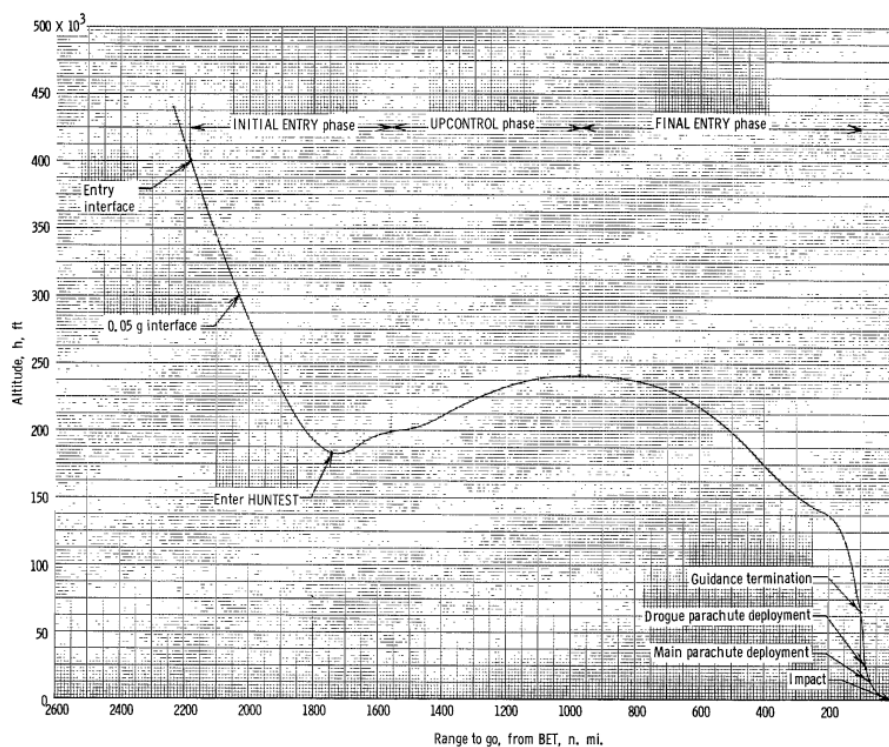
Opazimo, da se pri upoštevanju sile vzgona vstopni kot spremeni za približno 1° , sama širina intervala pa se ne spremeni bistveno.

Idealni kot za povratek v atmosfero z upoštevanjem sile vzgona je torej približno 5.8° . Tako se v atmosfero ne zaletimo prestrmo, hkrati pa ne tvegamo preveč, da bi ze zaradi napake odbili od atmosfere. Graf višine v odvisnosti od prepotovane razdalje pri tem začetnem kotu kaže, da se kapsula rahlo odbije, pa potem hitro spet vrne v režim padanja.



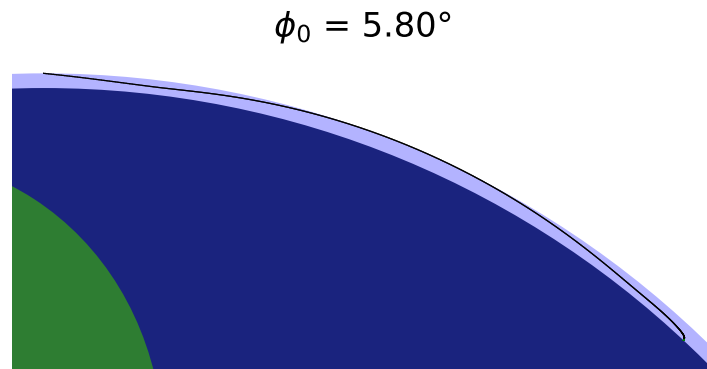
Slika 2: Graf višine v odvisnosti od prepotovane razdalje za vstopni kot 5.8°

Tako odboj kot sam vstopni kot se ne razlikujeta pretirano od resničnih podatkov za povratek kapsule Apollo 4 [6]. Ta se je vrnila z vstopnim kotom 6.9° in prav tako pristala šele po krajšem odboju.



Slika 3: Graf višine v odvisnosti od prepotovane razdalje pri povratku kapsule Apollo 4

Primerljivi sta tudi razdalji, ki jih kapsuli prepotujeta pred pristankom. Apollo 4 prepotuje približno 4800 km (2600 navtičnih milj), kapsula iz naše simulacije pa približno 4900 km .



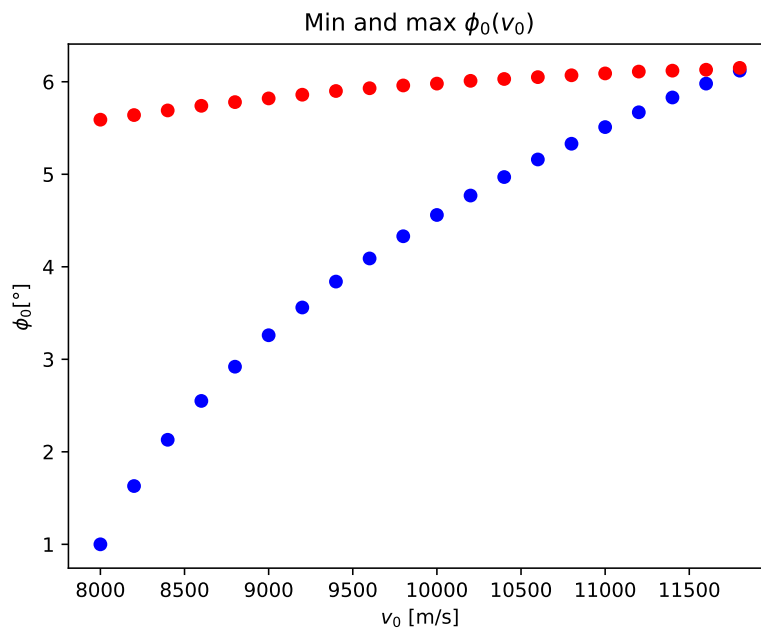
Slika 4: Skica povratka kapsule v atmosfero pri vstopnem kotu 5.8°

Razliko med izračunanim in pravim vstopnim kotom bi najverjetneje lahko pojasnili z nenatančnostjo našega modela. Model uporablja zelo grobo aproksimacijo za lastnosti atmosfere v odvisnosti od višine ter temperature. Veliko negotovost vnašata tudi koeficient sile upora in razmerje med silama vzgona ter upora. Ta dva se z temperaturo zraka, višino ter hitostjo gotovo spreminjata, model pa predpostavlja, da sta konstantna.

V simulaciji smo privzeli, da je kapsula samo objekt, ki pada nazaj v atmosfero. Pri resničnem povratku pa kapsule niso brez vpljiva na svojo pot. Z majhnimi raketnimi motorji spreminjajo svoj naklon ter s tem vplivajo na razmerje med silama vzgona in upora. Tako lahko popravijo manjše napake pri vstopnem kotu ter praktično neodvisno od vetra pristanejo v radiju nekaj kilometrov od željenega pristajališča. To počnejo vse dandanes leteče kapsule, poseben primer tovrstnega manevriranja pa je raketoplan, ki spada že v režim letenja [3].

4.2 Vstopni kot v odvisnosti od začetne hitrosti

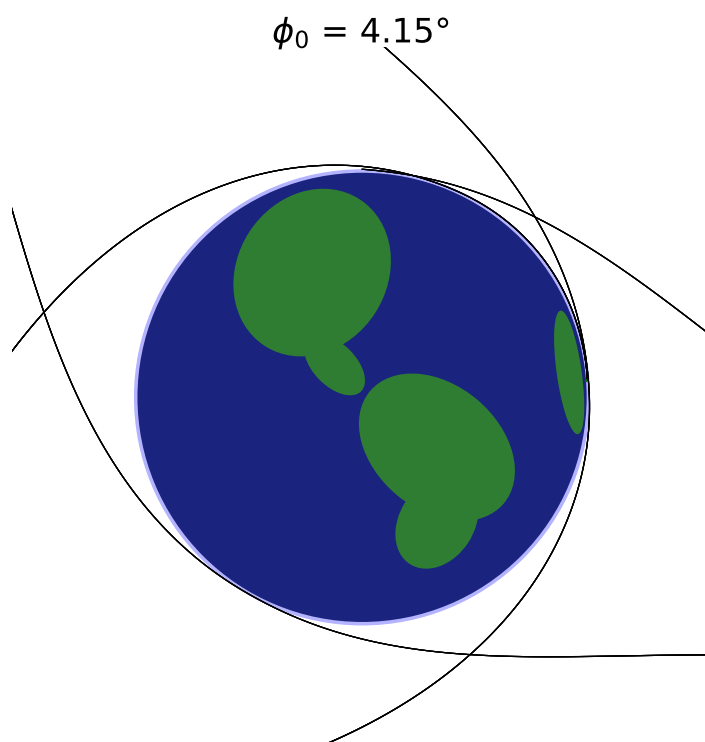
Minimalen in maksimalen vstopni kot se glede na začetno hitrost močno spreminja. Iz grafa je razvidno, da se Apollo kapsule vračajo v atmosfero pri hitrostih, kjer je interval širok približno 1° . Širina intervala sprejemljivih vstopnih kotov se s povečevanjem vstopne hitrosti drastično oža, pri hitrostih večjih od 11800 m/s pa kapsule ni mogoče več pristati brez predhodnega zaustavljanja.



Slika 5: Minimalen in maksimalen vstopni kot v odvisnosti od začetne hitrosti

4.3 Odboj od atmosfere

Pri premajhnih vstopnih kotih se kapsula navadno od atmosfere odbije in poleti globoko v vesolje. V posebnih primerih se kapsula tudi po odboju vrne in s primernim kotom ponovno vstopi v atmosfero. Tak primer dveh odbojev je naprimer kot $\phi_0 = 4.15^\circ$.



Slika 6: Primer dvojnega odvoja od atmosfere

Tako odbijanje od atmosfere pa je, čeprav bi morda ustrezalo našim kriterijem za maksimalno moč in pospešek, zelo nevarno. Astronavti so dlje časa v vesolju, potujejo po nekontrolirani in nenačrtovani poti ter ne morejo vpljivati na kot ponovnega vstopa.

5 Zaključek

Varen povratek kapsule iz vesolja je eden največjih problemov poletov astronautov v vesolje. Zaradi nerešenega problema zaustavitve kapsule je Jurij Gagarin, prvi človek v vesolju, iz kapsule moral skočiti s padalom z višine 7 km [4]. Ta problem so kasneje rešili, še dandanes pa povratek ostaja eden najnevarnejših delov poletov v vesolje.

V tej projektni nalogi smo uspešno zasnovali grobo simulacijo tovrstnega povratka ter izračunali primerne vstopne kote. Te le rahlo odstopajo od pravih podatkov za kapsulo Apollo 4.

Simulacijo bi lahko nadgradili z natančnejšim aerodinamičnim modelom kapsule in atmosfere. Velik dodatek bi bil zasnova sistema za vodenje kapsule pri ponovnem vstopu in čimnatančnejšem pristajanju. Simulacijo pa za zabavo lahko uporabimo tudi na drugih planetih.

Dodatek A Izvorna koda

Izvorna koda programa za simuliranje ponovnega vstopa v atmosfero, uporabljena v tem poročilu, je na voljo na spletnem portalu GitHub [7].

6 Literatura

- [1] NASA Charles E. DeRose. *Trim Attitude, Lift and Drag of the Apollo Command Module With Offset Center-of-Gravity positions at Mach Numbers to 29*. URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19690020179.pdf> (pridobljeno 2018).
- [2] Wikipedia The Free Encyclopedia. *Atmosphere of Earth*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Atmosphere_of_Earth (pridobljeno 2018).
- [3] Wikipedia The Free Encyclopedia. *Raketoplan*. URL: <https://sl.wikipedia.org/wiki/Raketoplan> (pridobljeno 2018).
- [4] Wikipedia The Free Encyclopedia. *Vostok 1*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Vostok_1 (pridobljeno 2018).
- [5] NASA. *CSM06 Command Module Overview*. URL: https://www.hq.nasa.gov/alsj/CSM06_Command_Module_Overview_pp39-52.pdf (pridobljeno 2018).
- [6] NASA. *Entry Aerodynamics at Lunar Return Conditions Obtained from the Flight of Apollo 4 (AS-501)*. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.694.73&rep=rep1&type=pdf> (pridobljeno 2018).
- [7] Pata Koderman. *Izvorna koda*. URL: <https://github.com/zigapk/racorodja/tree/master/zakljucna>.