

Povratek kapsule v ozračje

Žiga Patačko Koderman

28. maj 2018

Kazalo

1	Uvod	3
2	Fizikalno ozadje	4
2.1	Sile	4
2.2	Enačbe gibanja in koordinatni sistem	5
3	Simulacija	7
4	Primer povratka Apollo kapsule	8
4.1	Rezultati	9
5	Zaključek	10
6	Literatura	11

1 Uvod

Povratek kapsule iz vesolja neki neki neki

To poročilo poskuša oceniti kot, pod katerim moramo pri... jebes, nemorem zdele tega napisat.

2 Fizikalno ozadje

2.1 Sile

Za opis gibanja kapsule pri ponovnem vstopu v atmosfero bomo upoštevali silo gravitacije planeta na kapsulo F_g , silo zračnega upora F_u ter silo vzgona F_v . Za te velja:

$$F_g(h) = mg(h) \quad (1)$$

$$F_u(v, h) = k_u \rho(h) v^2 \quad (2)$$

$$F_v(h) = V \rho(h) \quad (3)$$

Kjer sta gravitacijski pospešek $g(h)$ ter koeficient upora k_u :

$$g(h) = g_0 \left(\frac{r}{r+h} \right)^2 \quad (4)$$

$$k_u = \frac{Sc_u}{2} \quad (5)$$

kjer c_u predstavlja koeficient upora oblike kapsule.

Gostoto zraka v odvisnosti od višine pa izpeljemo:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

$$\rho = \frac{nM}{V}$$

Z uporabo plinskega zakona za idealni plin $pV = nRT$ zamenjamo n :

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

In vstavimo v prvo enačbo:

$$\frac{1}{p} dp = -\frac{Mg}{RT} dh$$

Po integraciji ostane:

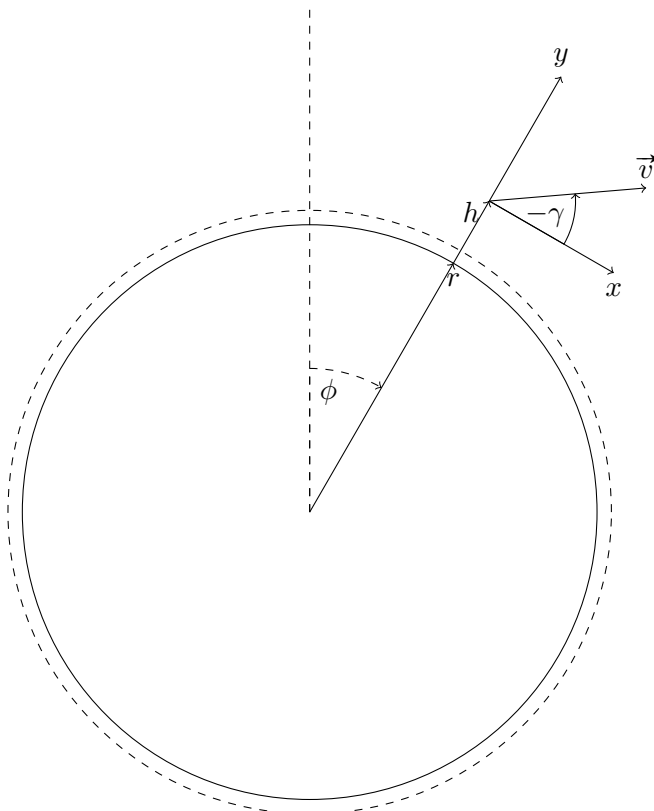
$$p = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$$

kjer je $H = \frac{RT}{Mg}$ višina, pri kateri se tlak zmanjša za $\frac{1}{e}$. Ker pa sta tlak in gostota zraka premo sorazmerna, lahko uporabimo isti H tudi za gostoto. Sledi:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{h}{H}} \quad (6)$$

2.2 Enačbe gibanja in koordinatni sistem

Za lažje obravnavanje enačb in numerično integriranje bomo uporabili koordinatni sistem, ki ima izhodišče v središču plovila, njegova x os pa je pravokotna na zveznico med središčem planeta ter kapsulo.



Slika 1: Relativni koordinatni sistem kapsule glede na planet

Glede na novi kordinatni sistem zapišemo diferencialne enačbe gibanja. Hitrost v horizontalni smeri je

$$\dot{x} = v * \cos(\gamma), \quad (7)$$

v vertikalni pa

$$\dot{h} = v * \sin(\gamma). \quad (8)$$

Absolutni pospešek sestavljata vertikalna komponenta g ter sila upora:

$$\dot{v} = g * \sin(\gamma) - \rho(h)v^2 k_u. \quad (9)$$

Odvod kota γ pa izpeljemo. V pozitivno smer nanj vpljiva gravitacijski pospešek z velikostjo $g \frac{\cos(\gamma)}{v}$. V negativno smer na kot γ vpljiva premik zaradi

vztrajnostnega momenta. Velikost tega člena je odvisna od krivinskega radija planeta in se glasi $-v \frac{\cos(\gamma)}{r}$.

Za upoštevanje sile vzgona pa potrebujemo manjka !!!!

Sprememba kota γ se torej glasi

$$\dot{\gamma} = g \frac{\cos(\gamma)}{v} - v \frac{\cos(\gamma)}{r} - \alpha v k * \rho(h) \quad (10)$$

kjer je α razmerje med silo vzgona in silo upora kapsule.

Te štiri enačbe zadostujejo za simulacijo leta kapsule. Za lažje risanje sheme leta kapsule skozi atmosfero pa bomo spremljali še vrednost kota ϕ v odvisnosti od časa.

$$\dot{\phi} = v \frac{\cos(b)}{r + h} \quad (11)$$

3 Simulacija

Spremenljivke v simulaciji so torej $\{x, h, v, \beta, \phi\}$, potek gibanja kapsule pa je odvisen od njihovih začetnih vrednosti $x_0 = 0$, h_0 , v_0 ter $\beta_0 = 0$. Nas pa posebej zanima začetni kot ϕ_0 , ki nam pove, s kakšnim začetnim kotom se zaletimo v atmosfero.

Od tega je odvisno s kakšnim pospeškom nas bo atmosfera zaustavljala in ali se bomo morebiti odbili nazaj v vesolje. Kriteriji za uspešen povrtek bodo:

- največji pospešek bo manjši od $10g$,
- na tleh bo kapsula pristala v manj kot 30 min (1800 s).

Posebej pa nas zanimajo koti, pri katerih sta maksimalna moč in pospešek najmanjša.

Za simulacijo gibanja kapsule bomo uporabili funkcijo `odeint()` iz Pythonove knjižnice `scipy`. Tej podamo funkcijo, ki računa odvode željenih spremenljivk v danih točkah. V našem primeru poenostavljena različica te funkcije izgleda takole:

```
def movement(parameters, t, sim):
    x, h, v, b, phi = parameters

    dxdt = v * np.cos(b)
    dhdt = -v * np.sin(b)
    dvdt = sim.g(h) * np.sin(b) - sim.rho(h) *
            sim.capsule['k'] * v ** 2

    dbdt = sim.g(h) * np.cos(b) / v - v *
            np.cos(b) / sim.planet['r']

    if not sim.ignore_buoyancy:
        dbdt -= sim.rho(h) * v *
                sim.capsule['k'] *
                sim.capsule['l2d']

    dphidt = v * np.cos(b) /
            (sim.planet['r'] + h)

    return [dxdt, dhdt, dvdt, dbdt, dphidt]
```

Da najdemo optimalen vstopni kot, bomo predpostavili, da vstopa kapsule ne moremo kontrolirati natančneje kot na 0.01° . Tako se lahko s korakom 0.01° sprehodimo med kotoma 0° in 15° (ki je zagotovo prevelik za povratek kapsule iz vesolja).

4 Primer povratka Apollo kapsule

Da preverimo pravilnost naše simulacije, bomo za začetno hitrost in druge podatke o kapsuli vzeli kar približne vrednosti za kapsule poletov Apollo:

Tabela 1: Lastnosti Apollo kapsule [1] [3] [4]

h_0	100 km
v_0	$11000 \frac{m}{s}$
k_{upora}	1.2
S	12 m^2
m	5357 kg
α	0.225
v_{padalo}	$111 \frac{m}{s}$

Potrebujemo tudi podatke o Zemlji in njeni atmosferi:

Tabela 2: Lastnosti Zemlje [2]

g_0	$9.81 \frac{m}{s^2}$
r	3396.2 km
T	$236.7K$
M	28.95
ρ_0	$1.225 \frac{kg}{m^3}$

4.1 Rezultati

tuki dam notr vs tabeli (kot, max a, max p, visina odprja padala, bool a je biu uspesn pristanek) za z vzgonom in brez. pol preberem vn ker i koti so primerni, pokomentiram vse te v povezavi z pravimi koti apola in tega da uresnici oni z aerodinamiko spreminjajo l/d da bol točno pristajajo. pokomentiram tut zakaj je vzgon zjebe use skupi (nevem?).

5 Zaključek

zabauno, kako bi izboljšou tole simulacijo (jebiga, nevem), pa da bi probu se na drugih planetih

6 Literatura

- [1] NASA Charles E. DeRose. *Trim Attitude, Lift and Drag of the Apollo Command Module With Offset Center-of-Gravity positions at Mach Numbers to 29*. URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19690020179.pdf> (pridobljeno 2018).
- [2] Wikipedia The Free Encyclopedia. *Atmosphere of Earth*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Atmosphere_of_Earth (pridobljeno 2018).
- [3] NASA. *CSM06 Command Module Overview*. URL: https://www.hq.nasa.gov/alsj/CSM06_Command_Module_Overview_pp39-52.pdf (pridobljeno 2018).
- [4] NASA. *Entry Aerodynamics at Lunar Return Conditions Obtained from the Flight of Apollo 4 (AS-501)*. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.694.73&rep=rep1&type=pdf> (pridobljeno 2018).