

## Projet

## Exercice 1 : À la bourse

Le vecteur `SP500` dans le logiciel `R` donne les log-returns de Standard et Poors sur 10 ans (de 1990 à 1999). Selon les premières théories financières, les log-returns suivent une loi normale centrée.

1. Dans un premier temps, on souhaite savoir si les log-returns sont bien centrés. Faire le test au niveau  $\alpha = 1\%$ . Quelle est la p-valeur de ce test ?
2. DOn souhaite maintenant savoir si les log-returns suivent effectivement une loi gaussienne.
  - (a) Regarder l'aide des fonctions `qqnorm` et `qqline`. Tracer les graphiques pour les log-returns. Comment sont les queues de distribution par rapport à une loi normale ?
  - (b) Tracer sur le même graphique la fonction de répartition empirique des log-returns et la fonction de répartition d'une loi normale adaptée. Faites ensuite plusieurs tests statistiques pour savoir si `SP500` suit une loi normale. Quel test est le plus pertinent ? Commentez la p-valeur.
3. On souhaite savoir si les log-returns suivent une loi de Laplace, donnée par

$$f(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}.$$

- (a) En utiliser les fonctions `qqplot` et `qqline`, tracer le graphe quantile/quantile des log-return par rapport à une loi Laplace. Que peut-on dire des queues de distribution de la loi ?
  - (b) Quelle loi suit  $|X|$  dans ce cas ?
  - (c) Tracer sur le même graphique la fonction de répartition empirique des log-returns et la fonction de répartition d'une loi Laplace adaptée. Faire le test au niveau  $\alpha = 1\%$ . On utilisera pour cela la fonction `qADexp` créée à l'exercice 8 de la fiche 2. Quelle est la p-valeur de ce test ?
4. On voudrait maintenant estimer la densité des log-returns.
  - (a) En utilisant les fonctions de la fiche 3, estimer la densité des log-returns. Tracer la densité estimée. Quelle est la fenêtre choisie ?
  - (b) Superposer la densité estimée grâce à la fonction `density` de `R`. Quelle est la fenêtre choisie par `R` ? Faire varier la méthode de sélection.
  - (c) Superposer les densités d'une Laplace et d'une loi normale adaptées.