深度学习基础入门篇[四]：激活函数介绍:tanh、sigmoid、ReLU、PReLU、ELU、softplus、softmax、swish等

1.激活函数

- 激活函数是人工神经网络的一个极其重要的特征；
- 激活函数决定一个神经元是否应该被激活，激活代表神经元接收的信息与给定的信息有关；
- 激活函数对输入信息进行非线性变换，然后将变换后的输出信息作为输入信息传给下一层神经元。

激活函数的作用

如果不用激活函数，每一层输出都是上层输入的线性函数，无论神经网络有多少层，最终的输出都是输入的线性组合。 **激活函数给神经元引入了非线性因素，使得神经网络可以任意逼近任何非线性函数。**

2.常见激活函数种类介绍

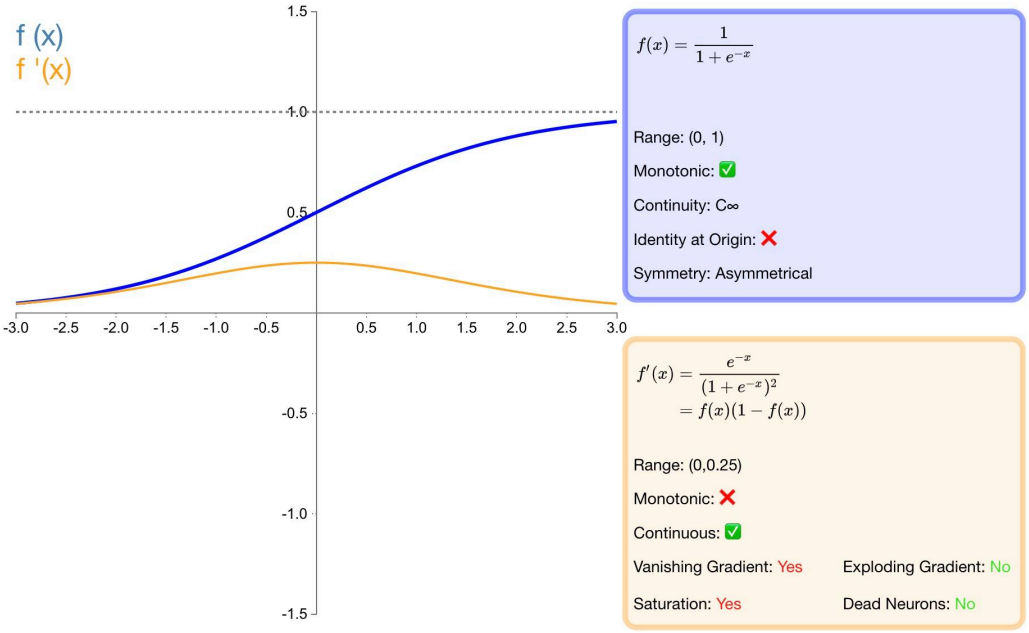
2.1 sigmoid

函数定义：

$$f(x) = \sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

导数：

$$f^{'}(x) = f(x)(1-f(x))$$



- 优点：

- $sigmoid$函数的输出映射在 (0,1)之间，单调连续，输出范围有限，优化稳定，可以用作输出层；
- 求导容易；

- 缺点：
  - 由于其软饱和性，一旦落入饱和区梯度就会接近于0，根据反向传播的链式法则，容易产生梯度消失，导致训练出现问题；
  - Sigmoid函数的输出恒大于0。非零中心化的输出会使得其后一层的神经元的输入发生偏置偏移（Bias Shift），并进一步使得梯度下降的收敛速度变慢；
  - 计算时，由于具有幂运算，计算复杂度较高，运算速度较慢。

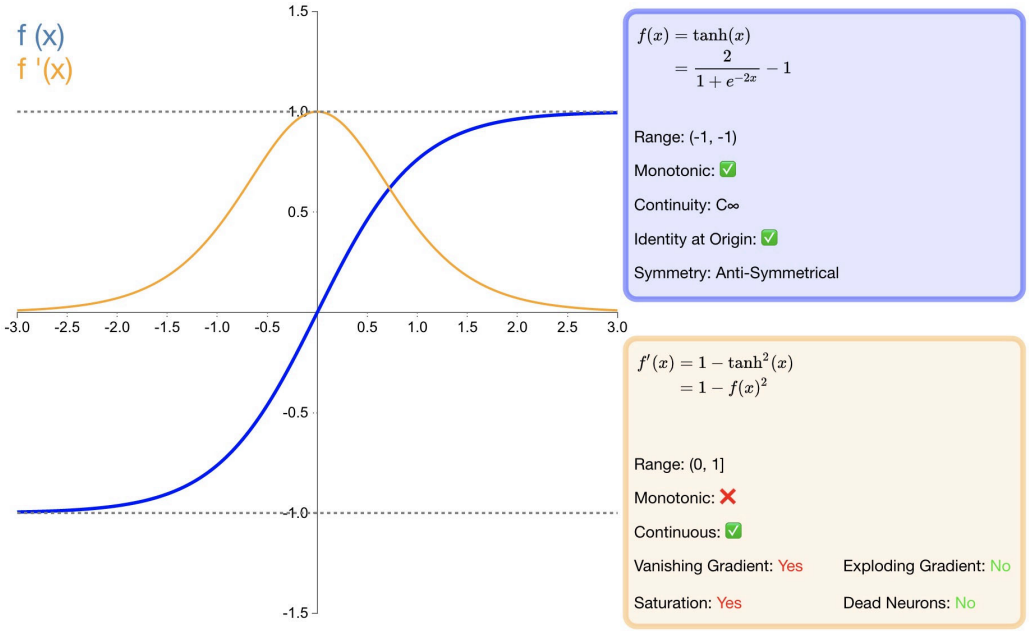
2.2 tanh

函数定义：

$$f(x) = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

导数：

$$f'(x) = 1 - f(x)^2$$



- 优点：
  - tanh比 sigmoid函数收敛速度更快；
  - 相比 sigmoid函数，tanh是以 0为中心的；

- 缺点：
  - 与 sigmoid函数相同，由于饱和性容易产生的梯度消失；
  - 与 sigmoid函数相同，由于具有幂运算，计算复杂度较高，运算速度较慢。

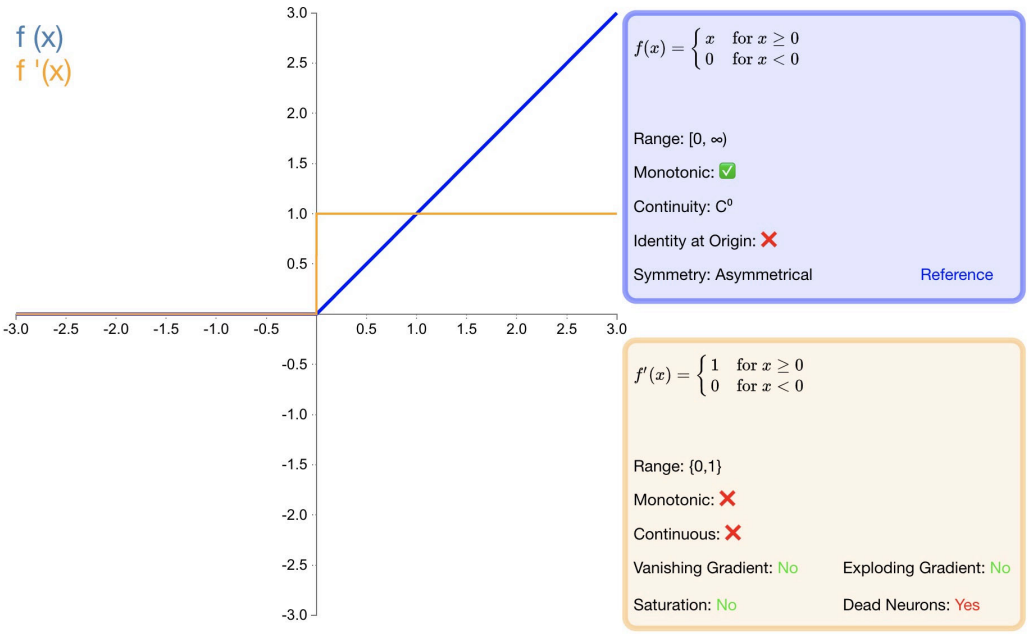
2.3 ReLU

函数定义：

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

导数：

$$f(x)' = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



- 优点：
  - 收敛速度快；
  - 相较于 sigmoid和 tanh中涉及了幂运算，导致计算复杂度高，ReLU可以更加简单的实现；
  - 当输入 x>=0时，ReLU 的导数为常数，这样可有效缓解梯度消失问题；
  - 当 x<0时，ReLU 的梯度总是 0，提供了神经网络的稀疏表达能力；
- 缺点：
  - ReLU 的输出不是以 0为中心的；
  - 神经元坏死现象，某些神经元可能永远不会被激活，导致相应参数永远不会被更新；
  - 不能避免梯度爆炸问题；

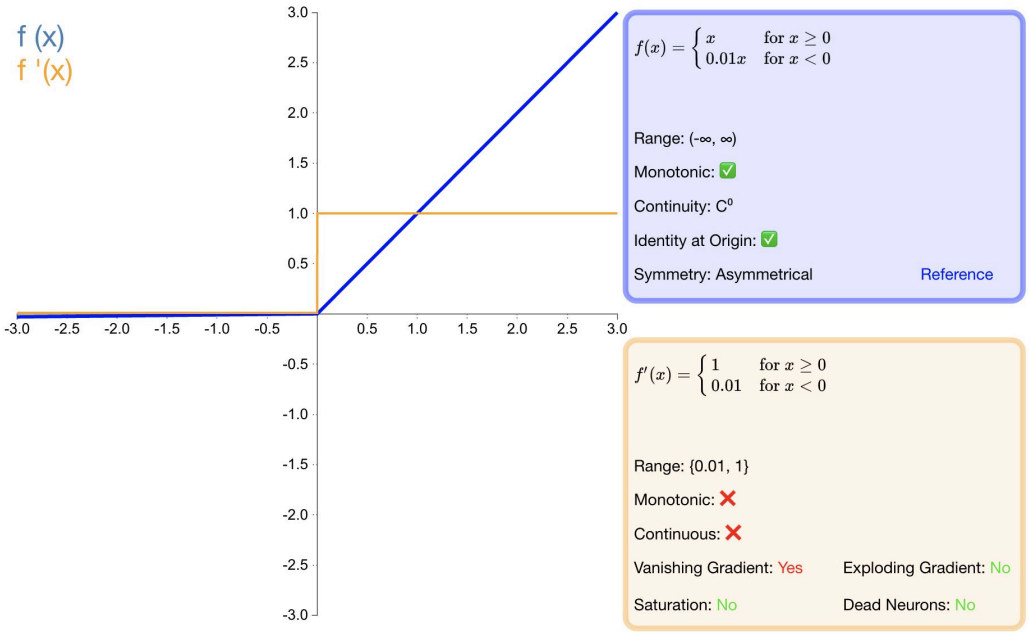
2.4 LReLU

函数定义：

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

导数：

$$f(x)' = \begin{cases} \alpha & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



- 优点：
  - 避免梯度消失；
  - 由于导数总是不为零，因此可减少死神经元的出现；
- 缺点：
  - LReLU 表现并不一定比 ReLU 好；
  - 无法避免梯度爆炸问题；

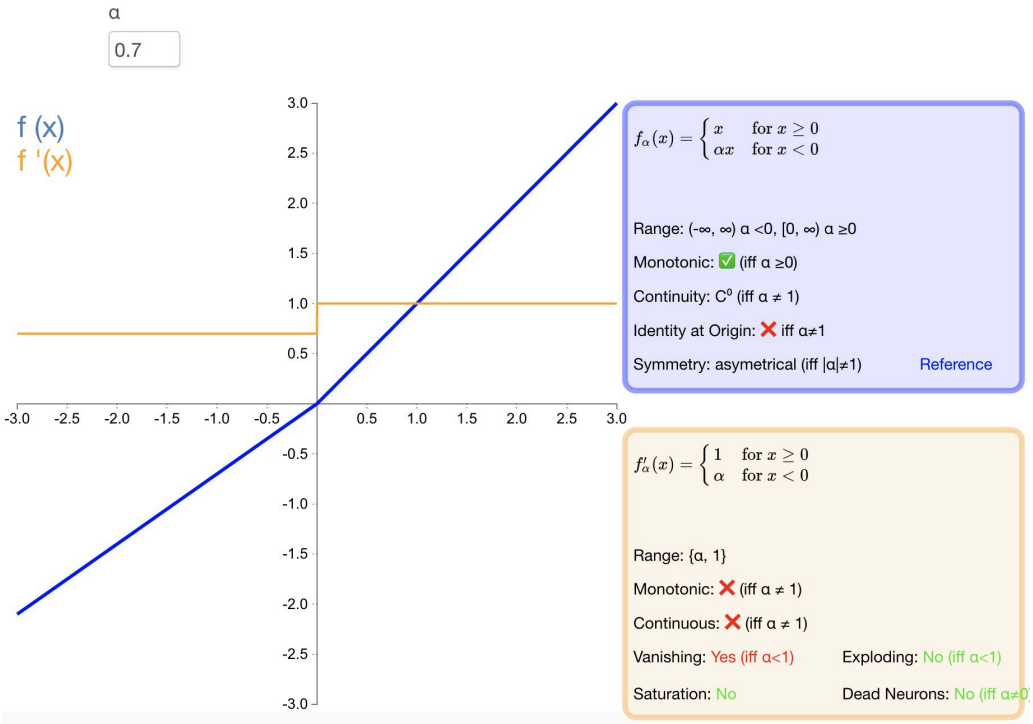
2.5 PReLU

函数定义：

$$f(\alpha, x) = \begin{cases} \alpha x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

导数：

$$f(\alpha, x)' = \begin{cases} \alpha & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



- 优点：
  - PReLU 是 LReLU 的改进，可以自适应地从数据中学习参数；
  - 收敛速度快、错误率低；
  - PReLU 可以用于反向传播的训练，可以与其他层同时优化；

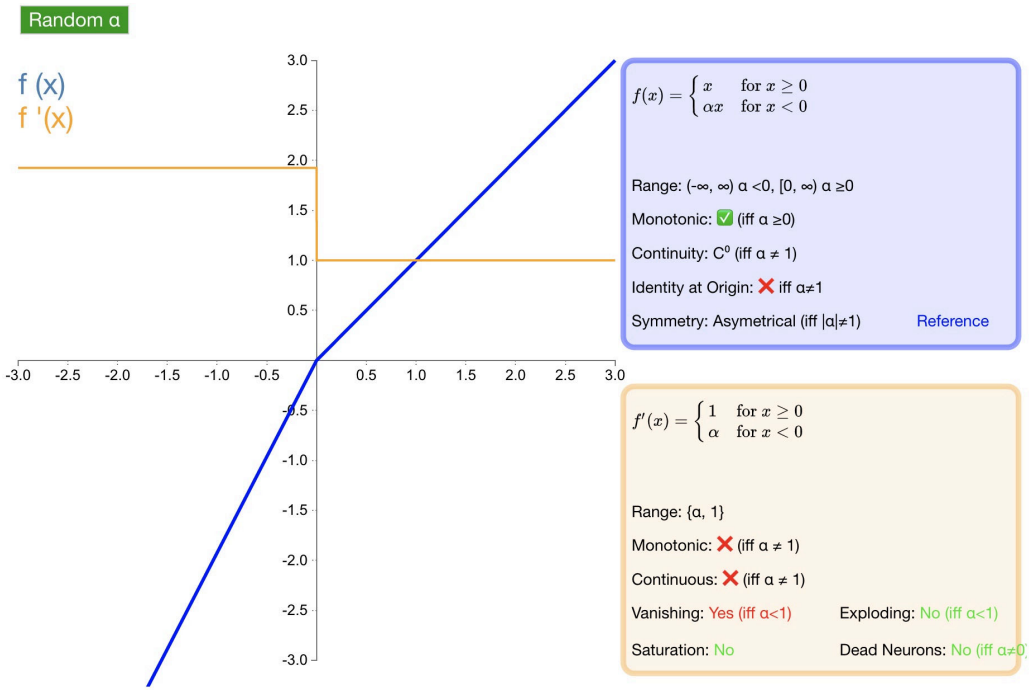
2.6 RReLU

函数定义：

$$f(\alpha, x) = \begin{cases} \alpha x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

导数：

$$f(\alpha, x)' = \begin{cases} \alpha & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



优点：为负值输入添加了一个线性项，这个线性项的斜率在每一个节点上都是随机分配的（通常服从均匀分布）。

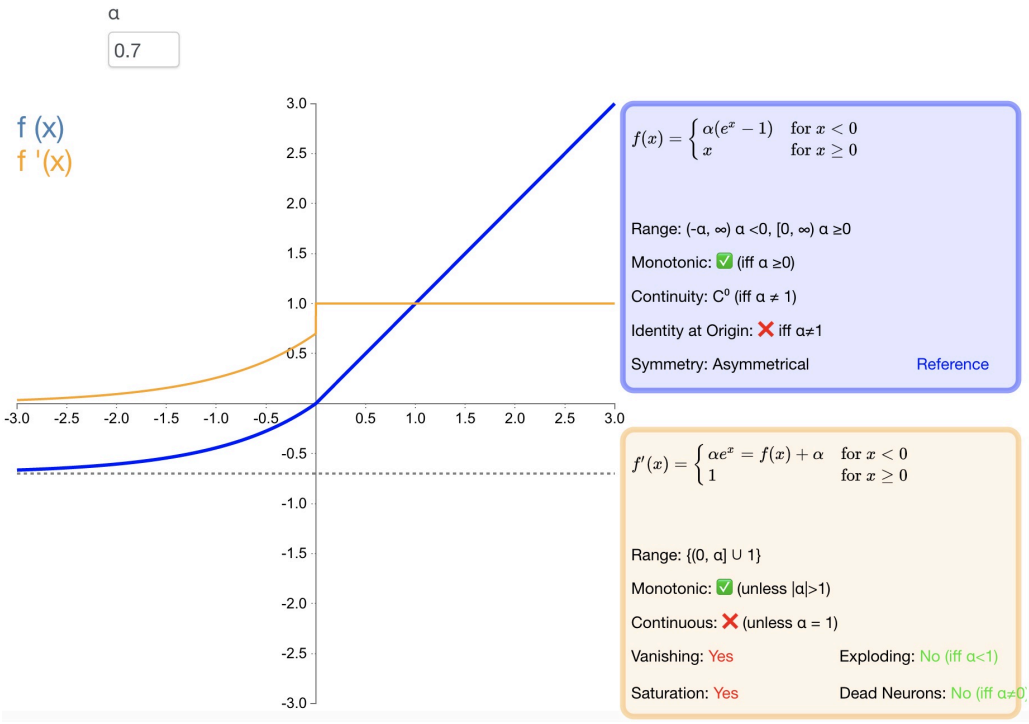
2.7 ELU

函数定义：

$$f(\alpha, x) = \begin{cases} \alpha\left(e^{x} - 1\right) & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

导数：

$$f(\alpha, x)' = \begin{cases} f(\alpha, x) + \alpha & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



- 优点：
  - 导数收敛为零，从而提高学习效率；
  - 能得到负值输出，这能帮助网络向正确的方向推动权重和偏置变化；
  - 防止死神经元出现。
- 缺点：
  - 计算量大，其表现并不一定比 ReLU 好；
  - 无法避免梯度爆炸问题；

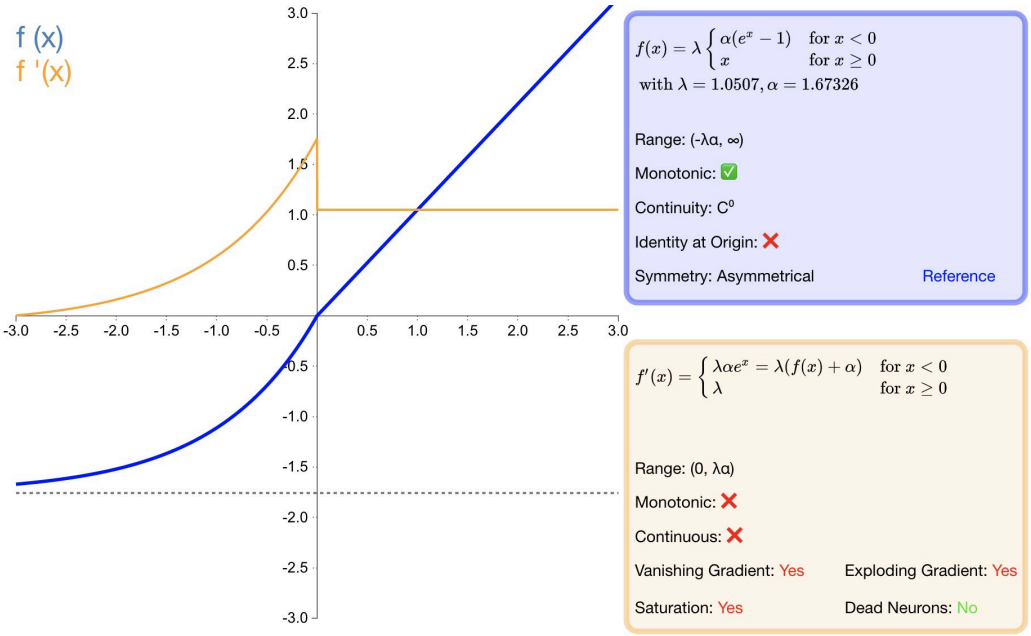
2.8 SELU

函数定义：

$$f(\alpha, x) = \lambda \begin{cases} \alpha(e^x - 1) & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

导数：

$$f(\alpha, x)' = \lambda \begin{cases} \alpha(e^x) & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



- 优点：
  - SELU 是 ELU 的一个变种。其中 λ 和 α 是固定数值（分别为 1.0507和 1.6726）；
  - 经过该激活函数后使得样本分布自动归一化到 0均值和单位方差；
  - 不会出现梯度消失或爆炸问题；

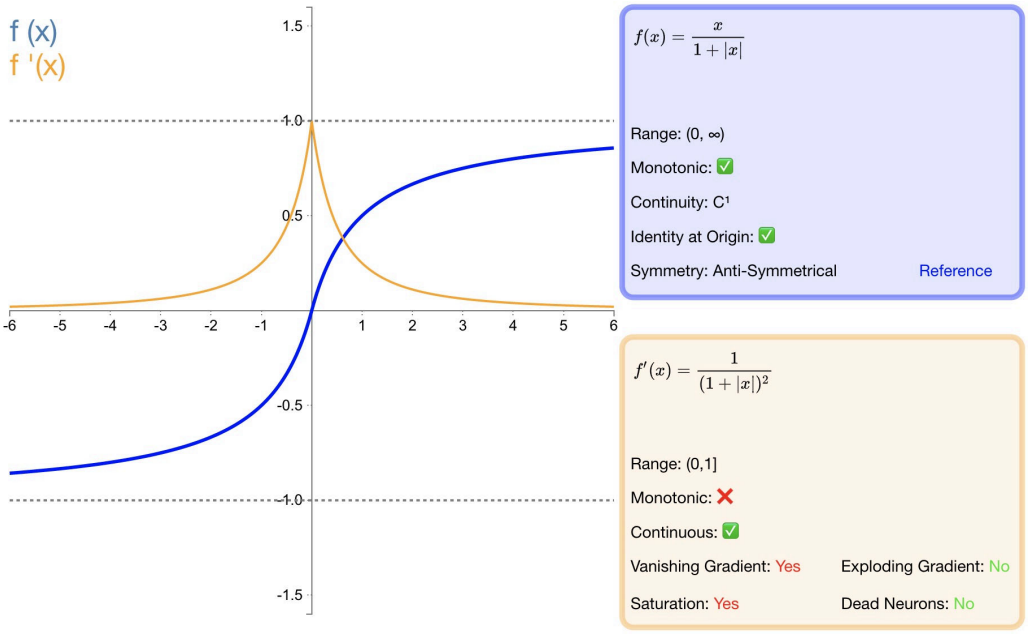
2.9 softsign

函数定义：

$$f(x) = \frac{x}{|x| + 1}$$

导数：

$$f'(x) = \frac{1}{(1+|x|)^2}$$



- 优点：
  - softsign是 tanh激活函数的另一个替代选择；
  - softsign是反对称、去中心、可微分，并返回 -1和 1之间的值；
  - softsign更平坦的曲线与更慢的下降导数表明它可以更高效地学习；
- 缺点：
  - 导数的计算比tanh更麻烦；

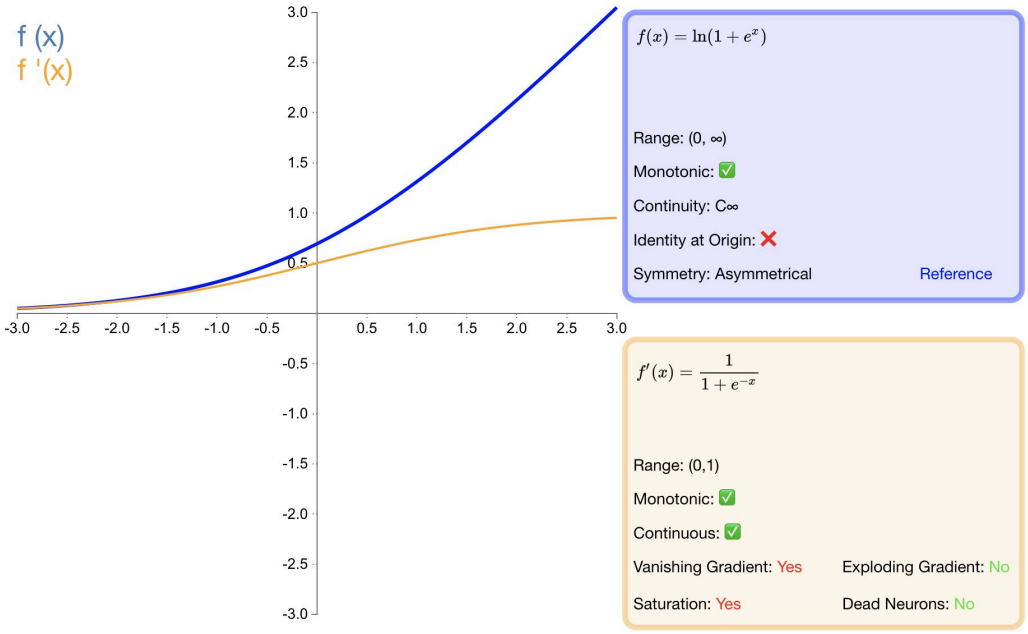
2.10 softplus

函数定义：

$$f(x) = \ln(1 + e^x)$$

导数：

$$f'(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



- 优点：
  - 作为 relu 的一个不错的替代选择，softplus能够返回任何大于 0的值。
  - 与 relu不同，softplus的导数是连续的、非零的，无处不在，从而防止出现死神经元。
- 缺点：
  - 导数常常小于 1，也可能出现梯度消失的问题。
  - softplus另一个不同于 relu的地方在于其不对称性，不以零为中心，可能会妨碍学习。

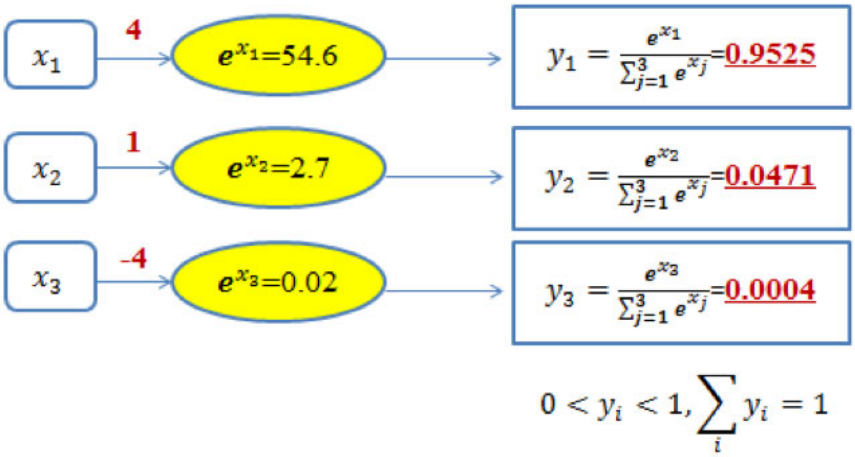
3.多分类激活函数

3.1 softmax

softmax 函数一般用于多分类问题中，它是对逻辑斯蒂（logistic）回归的一种推广，也被称为多项逻辑斯蒂回归模型(multi-nominal logistic mode)。假设要实现 k 个类别的分类任务，Softmax 函数将输入数据 xi映射到第 i个类别的概率 yi如下计算：

$$y_i = software\max(x_i) = \frac{e^{x_i}}{\sum_{j=1}^{k} e^{x_j}}$$

显然，$0 < yi < 1$。图13 给出了三类分类问题的 softmax 输出示意图。在图中，对于取值为 4、1和-4 的 x1、x2和 x3，通过 softmax 变换后，将其映射到 (0,1) 之间的概率值。



由于 softmax 输出结果的值累加起来为 1，因此可将输出概率最大的作为分类目标（图 1 中被分类为第一类）。

也可以从如下另外一个角度来理解图 1 中的内容：给定某个输入数据，可得到其分类为三个类别的初始结果，分别用 x1、x2和 x3来表示。这三个初始分类结果分别是4、1和-4。通过 Softmax 函数，得到了三个类别分类任务中以概率表示的更好的分类结果，即分别以 95.25%、4.71%和0.04% 归属于类别1、类别2 和类别3。显然，基于这样的概率值，可判断输入数据属于第一类。可见，通过使用 Softmax 函数，可求取输入数据在所有类别上的概率分布。

3.2 swish

函数定义：

$$f(x) = x \cdot \sigma(x)$$

其中，σ是 sigmoid函数。

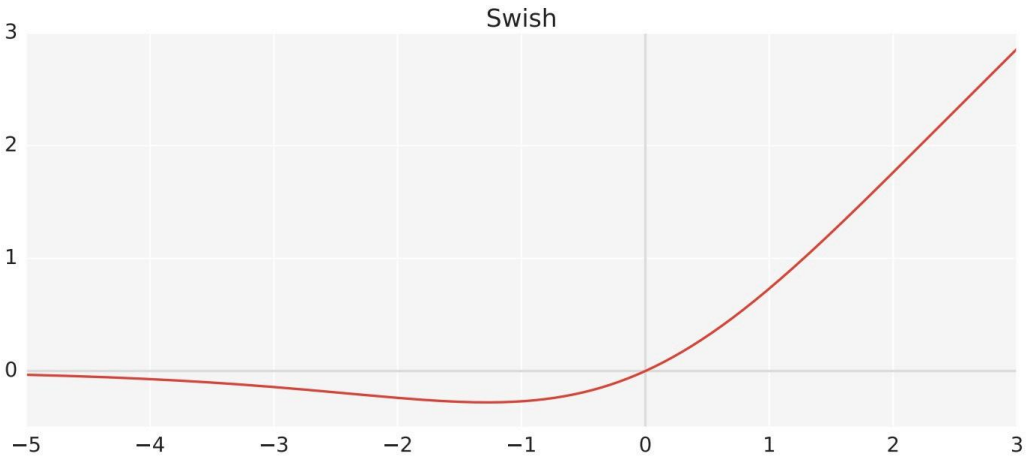


Figure 1: The Swish activation function.

- swish激活函数的一阶导数如下

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \sigma(x) + x \cdot \sigma(x)(1 - \sigma(x)) \\
&= \sigma(x) + x \cdot \sigma(x) - x \cdot \sigma(x)^2 \\
&= x \cdot \sigma(x) + \sigma(x)(1 - x \cdot \sigma(x)) \\
&= f(x) + \sigma(x)(1 - f(x))
\end{aligned}
$$

- swish激活函数的一阶和二阶导数的图形如

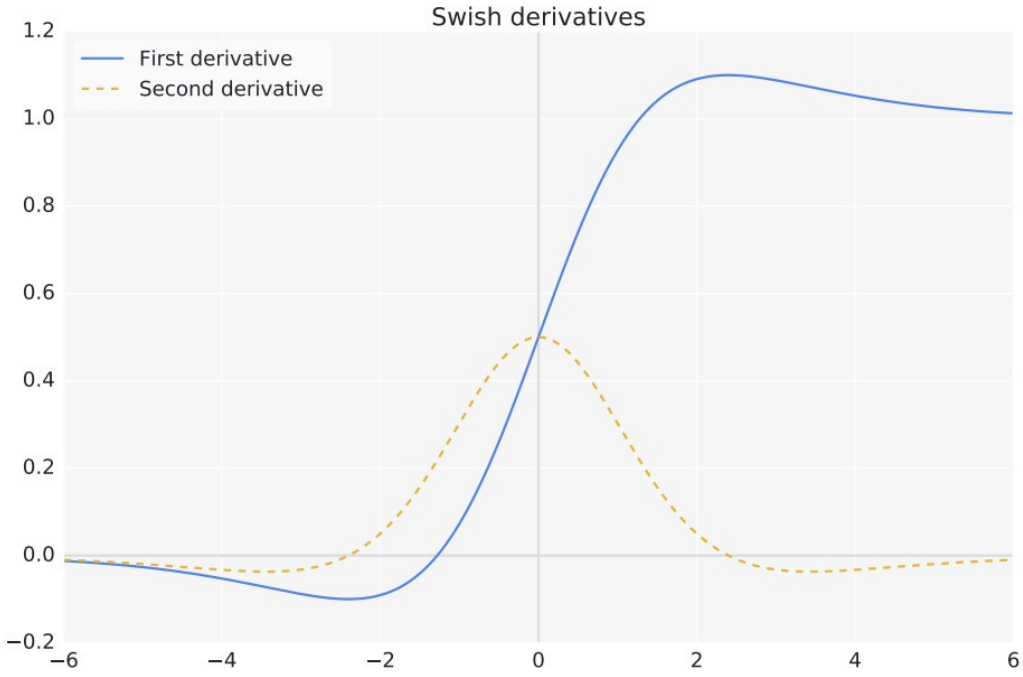


Figure 2: First and second derivatives of Swish.

- 超参数版 swish激活函数：

$$f(x) = x \cdot \sigma(\beta x)$$

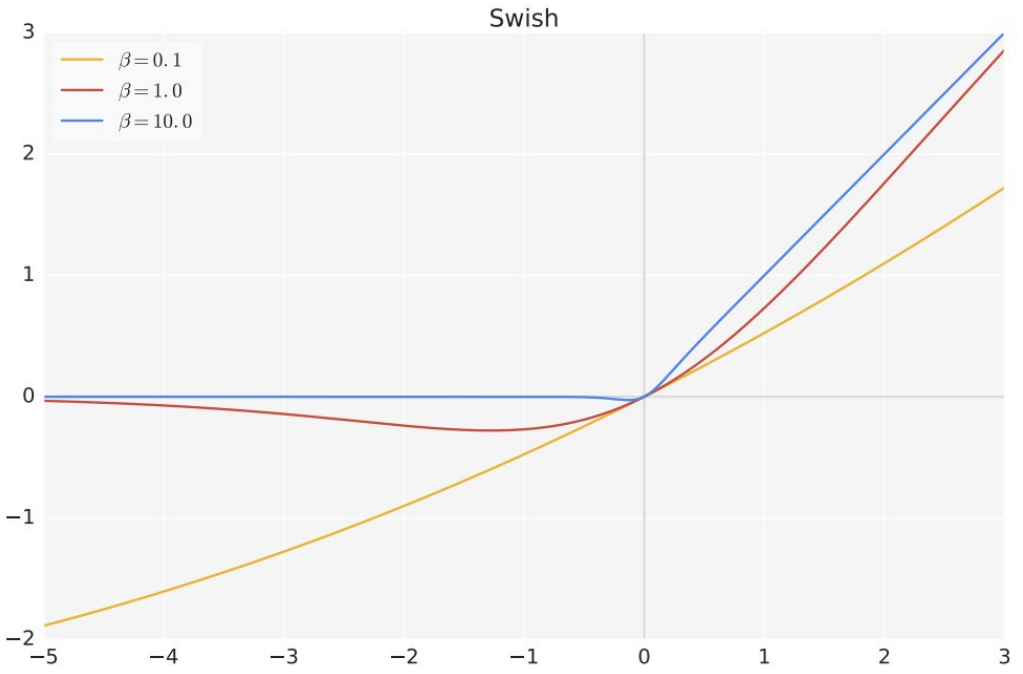


Figure 4: The Swish activation function.

- 优点：
  - 当 x>0时，不存在梯度消失的情况；当 x<0时，神经元也不会像 ReLU 一样出现死亡的情况；
  - swish处处可导，连续光滑；
  - swish并非一个单调的函数；
  - 提升了模型的性能；
- 缺点：
  - 计算量大；

3.3 hswish

函数定义：

$$f(x) = x\frac{\mathrm{ReLU6}(x+3)}{6}$$

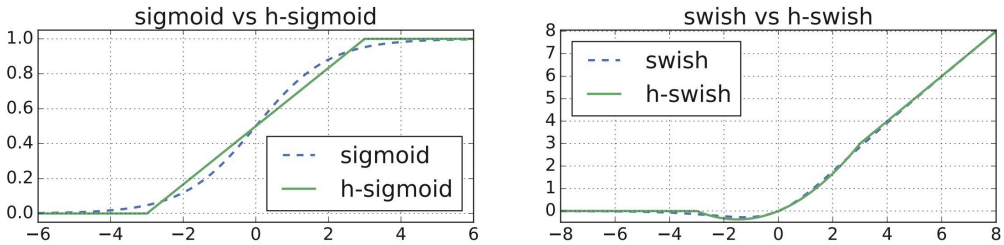


Figure 6. Sigmoid and swish nonlinearities and ther “hard” counterparts.

- 优点： 与 swish相比 hard swish减少了计算量，具有和 swish同样的性质。
- 缺点： 与 relu6相比 hard swish的计算量仍然较大。

4.激活函数的选择

1. 浅层网络在分类器时，sigmoid函数及其组合通常效果更好。
2. 由于梯度消失问题，有时要避免使用 sigmoid和 tanh函数。
3. relu函数是一个通用的激活函数，目前在大多数情况下使用。
4. 如果神经网络中出现死神经元，那么 prelu函数就是最好的选择。
5. relu函数只能在隐藏层中使用。
6. 通常，可以从 relu函数开始，如果 relu函数没有提供最优结果，再尝试其他激活函数。

5. 激活函数相关问题总结

5.1 为什么 relu不是全程可微/可导也能用于基于梯度的学习?

从数学的角度看 relu在 0点不可导，因为它的左导数和右导数不相等；但在实现时通常会返回左导数或右导数的其中一个，而不是报告一个导数不存在的错误，从而避免了这个问题。

5.2 为什么 tanh的收敛速度比 sigmoid快?

$$\tanh^{'}(x) = 1 - \tanh(x)^2 \in (0, 1)$$

$$s^{'}(x) = s(x)(1 - s(x)) \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$$

由上面两个公式可知 tanh引起的梯度消失问题没有 sigmoid严重，所以 tanh收敛速度比 sigmoid快。

5.3 sigmoid 和 softmax 有什么区别?

- **二分类问题时 sigmoid和 softmax是一样的，都是求 cross entropy loss，而 softmax可以用于多分类问题。**
- softmax是 sigmoid的扩展，因为，当类别数 k=2时，softmax回归退化为 logistic回归。
- softmax建模使用的分布是多项式分布，而 logistic则基于伯努利分布。
- 多个 logistic回归通过叠加也同样可以实现多分类的效果，但是 softmax回归进行的多分类，类与类之间是互斥的，即一个输入只能被归为一类；多 logistic回归进行多分类，输出的类别并不是互斥的，即”苹果”这个词语既属于”水果”类也属于”3C”类别。

In [ ]: