

数据结构-理论课-期末考试题 (2019-2020 下学期)

考试说明：

以下有三道大题，任选两题完成考试。

第一题总分 60 分，第二题总分 50 分，第三题总分 50 分。第一题因为难度系数高一些，所以有最多 10 分的奖励分。

不鼓励同时完成三道大题，否则取得分最低的两道题统计总分，请特别注意。

一、这是一道用递归函数求解满足特定条件的二叉树的数目问题。源代码存在附件目录 numtree 中。说明如下：

- (1) 目前提供的源代码，目的是计算拥有 N 个结点的二叉树，一共可能有多少种不同的形状。其中 N 代表结点总数，M 代表不同形状的二叉树的总数。这两个被设置成全局变量：ok
- (2) 函数 numtree() 是一个间接递归函数，它调用了另外三个函数 onlyleft(); onlyright(); 和 leftright(); 而这三个函数在内部又调用了 numtree() 函数；ok
- (3) 函数 onlyleft(); 的意思是只建立当前结点的左孩子结点，然后继续递归，请完成函数中的递归部分；(10 分)
- (4) 函数 onlyright(); 的意思是只建立当前结点的右孩子结点，然后继续递归，请完成函数中的递归部分；(10 分)
- (5) 函数 leftright(); 的意思是同时建立当前结点的左孩子和右孩子结点，然后继续递归，请完成函数中的递归部分；(10 分)
- (6) 请通过程序验证 M 和 N 之间满足卡塔兰数的关系，即 $M = \frac{1}{N+1} C_{2N}^N$ 。(8 分)
- (7) 请修改源代码，计算拥有 N 个结点并且高度为 N-1 的二叉树的数目 M。
(10 分)
- (8) 请通过程序验证 $M = (2N-5)*2^{n-3}$ 。(7 分)
- (9) 请证明 $M = (2N-5)*2^{n-3}$ 。(5 分)

二、输入任意正整数 n ($n \geq 3$)，要求输出由 1, 1, 2, 2, 3, 3, ..., n, n 等 $2n$ 个数组成的数列，使得：

两个“1”之间有 1 个数

两个“2”之间有 2 个数

两个“3”之间有 3 个数

.....

两个“n”之间有 n 个数

如输入 3，则输出 231213 或 312132

.....

具体要求如下：

- (1) 符合要求的排列可能有多个，也可能没有。要求输出全部满足条件的排列，或者打印没有相关排列的信息；(5 分)
- (2) 问题的规模 n 是变化的，因此要求用 malloc/new 申请空间，用 free/delete 释放空间；(5 分)
- (3) 要求数据存在数组中，用非递归（即迭代）的方式实现算法，不允许用递归来实现；(30 分)
- (4) 代码拥有尽可能低的时间复杂度和空间复杂度；(5 分)
- (5) 代码拥有良好的编码风格、规范的注释、良好的可读性。(5 分)

三、从键盘上先输入 m 个整数，然后用插入法将其排列成一个递增序列；然后再输入 n 个整数，同样用插入法将其排列成一个递增序列。最后，利用二路归并的思想，将这两个序列合并成单一的递增序列。具体要求如下：

- (1) $m, n > 0$ ，这两个变量的值从键盘或文件中输入；(5 分) ok
- (2) 依次从键盘或文件读入这两个整数序列；(5 分) ok
- (3) 所有的序列最后都用单链表表示，不允许使用顺序存储结构，链表不允许带表头结点；(5 分) ok
- (4) 能够正确地申请空间和释放空间；(5 分) ok
- (5) 能够正确地将算法分解到功能独立的函数中去，不允许将所有代码都写在 main() 函数中；(5 分) ok
- (6) 能够正确地在单链表上完成插入排序和归并排序；(20 分) ok
- (7) 能够正确地显示排序结果，代码拥有良好的风格。(5 分) ok