

Отчёт по лабораторной работе 3

дисциплина: Математическое моделирование

Каримов Зуфар, НПИбд-01-18

Содержание

1	Цель работы	3
2	Задание	4
3	Выполнение лабораторной работы	5
3.1	Постановка задачи	5
3.2	Выполнение работы	6
3.2.1	Построение модели боевых действий	7
3.2.2	Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	9
4	Выводы	12

1 Цель работы

Решить задачу о модели боевых действий и построить графики с помощью OpenModelica

2 Задание

Вариант 38 Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 747 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0.4x(t) - 0.67y(t) + \sin(3t) + 1 \\ \frac{dy}{dt} &= -0.77x(t) - 0.14y(t) + \cos(2t) + 2\end{aligned}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0.24x(t) - 0.67y(t) + |\sin(2t)| \\ \frac{dy}{dt} &= -0.47x(t)y(t) - 0.14y(t) + |\cos(2t)|\end{aligned}$$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Постановка задачи

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Вот мы рассмотрим два случая:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t), h(t)$ -величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в системе первого случая.

3.2 Выполнение работы

У нас в условиях дано, что в начальный момент времени страна X имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 747000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

3.2.1 Построение модели боевых действий

Начальные условия:

$$x0 = 882000$$

$$y0 = 747000$$

$$a = 0.4$$

$$b = 0.67$$

$$c = 0.77$$

$$h = 0.14$$

$$P(t) = \sin(t)+1$$

$$Q(t) = \cos(t)+1$$

Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.4x(t) - 0.67y(t) + \sin(3t)+1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.77x(t) - 0.14y(t) + \cos(2t)+2$$

Код программы

Написал программу на OpenModelica:

```
/*Модель боевых действий между регулярными войсками */
```

```
model battle
```

```
  parameter Real a = 0.4 ;
```

```
  parameter Real b = 0.67;
```

```
  parameter Real c = 0.77;
```

```
  parameter Real h = 0.14;
```

```
  parameter Real x0 = 882000;
```

```
  parameter Real y0 = 747000;
```

```
  Real x(start=x0);
```

```
  Real y(start=y0);
```

equation

$$\text{der}(x) = -a \cdot x - b \cdot y + \sin(3 \cdot \text{time}) + 1;$$
$$\text{der}(y) = -c \cdot x - h \cdot y + \cos(2 \cdot \text{time}) + 2;$$

end battle;

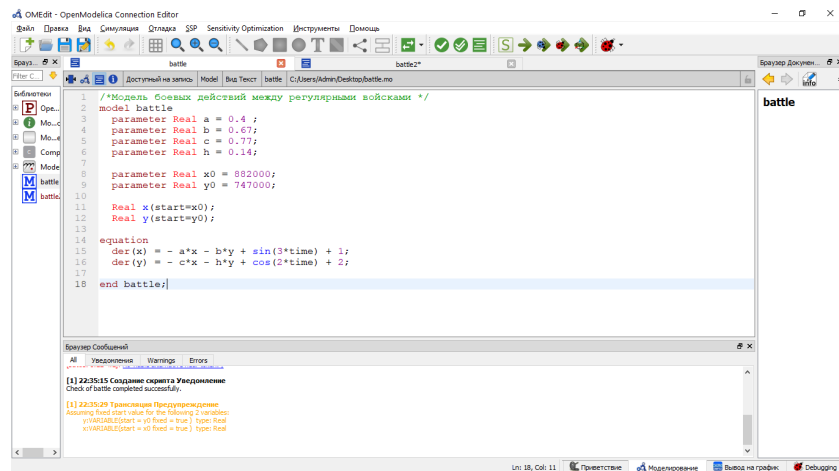


Figure 3.1: Код программы

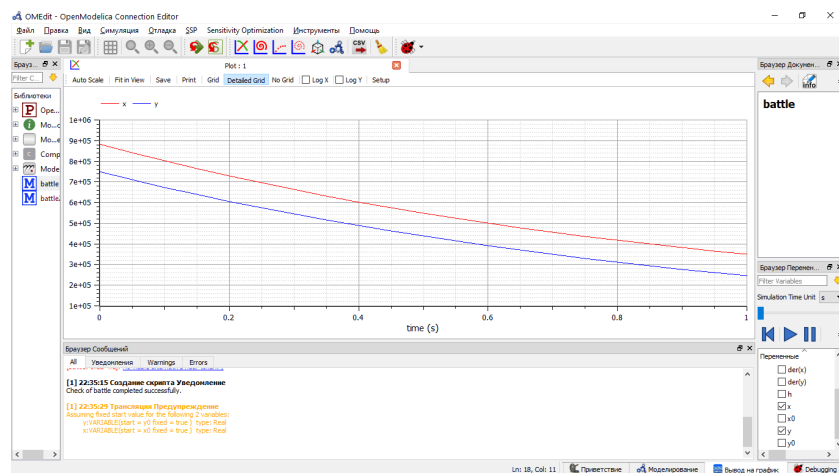


Figure 3.2: График изменения численности войск

3.2.2 Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Начальные условия:

$$x0 = 882000$$

$$y0 = 747000$$

$$a = 0.24$$

$$b = 0.67$$

$$c = 0.47$$

$$h = 0.14$$

$$P(t) = \sin(t)+1$$

$$Q(t) = \cos(t)+1$$

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.24x(t) - 0.67y(t) + |\sin(2t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.47x(t)y(t) - 0.14y(t) + |\cos(2t)|$$

Код программы

Написал программу на OpenModelica:

```
/*Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов */
```

```
model battle2
```

```
  parameter Real a = 0.24 ;
```

```
  parameter Real b = 0.67;
```

```
  parameter Real c = 0.47;
```

```
  parameter Real h = 0.14;
```

```
  parameter Real x0 = 882000;
```

```
  parameter Real y0 = 747000;
```

Real x(start=x0);

Real y(start=y0);

equation

der(x) = - a*x - b*y + abs(sin(2*time));

der(y) = - c*x*y - h*y + abs(cos(2*time)) ;

end battle2;

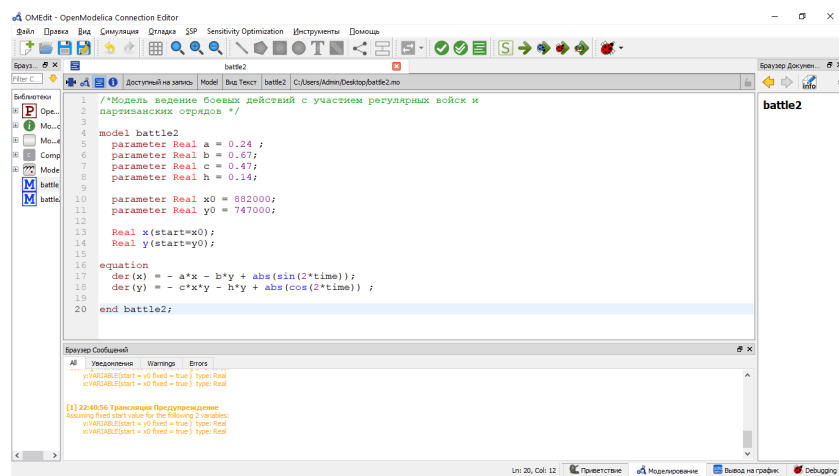


Figure 3.3: Код программы

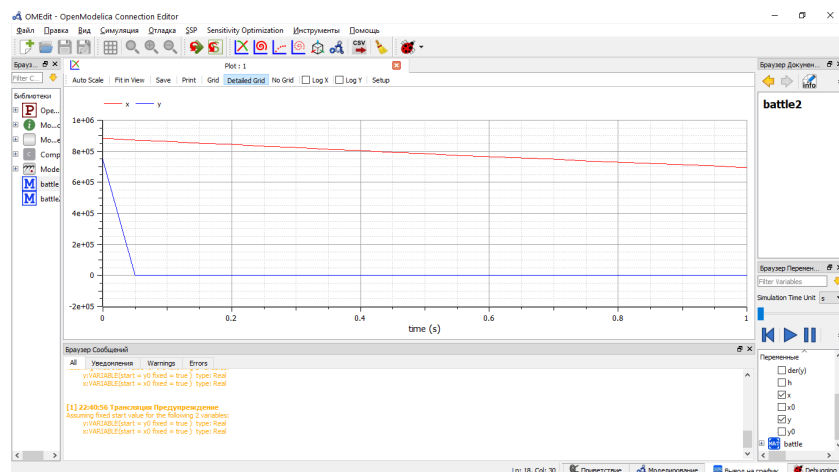


Figure 3.4: График изменения численности войск

Можно увидеть, что в обоих моделях боевых действий страна X побеждает страну Y.

4 Выводы

Решил задачу о модели боевых действий и построить графики с помощью OpenModelica