

Отчёт по лабораторной работе 2

дисциплина: Математическое моделирование

Каримов Зуфар, НПИбд-01-18

Содержание

1	Цель работы	3
2	Задание	4
3	Выполнение лабораторной работы	5
4	Выводы	14

1 Цель работы

Решить задачу о погоне и построить графики с помощью Scilab

2 Задание

Вариант 38 На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траектории движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

1. Вывод дифференциального уравнения

1.1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_0 = 19$ км – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

1.2. Зададим полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров x_0 ($\theta = x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. 3.1)

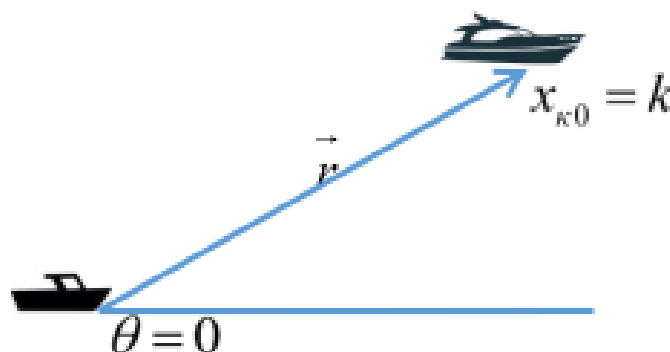


Figure 3.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1.3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой

охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1.4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $(k-x)/5,1v$ (во втором случае $(k+v)/5,1v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.

Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{5,1v}$ и $\frac{x}{v} = \frac{k-x}{5,1v}$. Отсюда мы найдем два значения $x_1=3,1147$ и $x_2=4,6341$, задачу будем решать для двух случаев.

Отсюда мы найдем $x_1 = 0,1639k = 3,1147$ (км), а $x_2 = 0,2439k = 4,6341$ (км), задачу будем решать для двух случаев.

1.5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r – радиальная скорость и v_τ – тангенциальная скорость. (см. рис. 3.2)

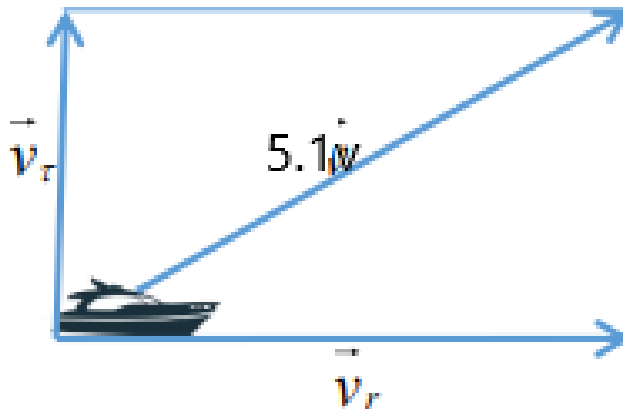


Figure 3.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v_r = \frac{\partial r}{\partial t} = v$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус, $v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$.

По теореме Пифагора: $v_\tau = \sqrt{26,01v^2 - v^2} = \sqrt{25,01}v$

1.6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{25,01}v \end{cases}$$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных координатах. Начальные условия:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

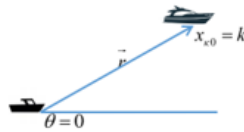
}

Постановка задачи

1. $t_0 = 0$, $x_{i0} = 0$ место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения

$x_{k0} = 19$ км.

2. Введем полярные координаты



3. найти расстояние x

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{5.1v} \quad \frac{x}{v} = \frac{x+k}{5.1v}$$

$$x_1 = 3.1147$$

$$x_2 = 4.6341$$

$$4. \quad y_t = \sqrt{5.1v^2 - v^2} = \sqrt{26.01v^2 - v^2} = \sqrt{25.01v}$$

Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{25.01v}$

$$5. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{25.01v} \end{array} \right\} \text{ с начальными условиями } \left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = 3.1147 \end{array} \right\} \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_2 = 4.6341 \end{array} \right\}$$

Figure 3.3: Решение дифференциальных уравнений

2. Построение траекторий движения катера и лодки

2.1. Написал программу на Scilab:

```
s=5.1;
```

```
// скорость катера в 5,1 раза больше скорости браконьерской лодки
```

```
k=19;
```



```

// начальное расстояние между катером и лодкой

fi=3*%pi/4;

//функция, описывающая движение катера береговой охраны

function dr=f(tetha, r)

    dr=r/sqrt(s*s-1);

endfunction;

//начальные условия в случае 1

r0=k/(s+1);

tetha0=0;

tetha=0:0.01:2*%pi;

r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

//функция, описывающая движение лодки браконьеров

function xt=f2(t)

    xt=tan(3*%pi/4)*t;

```

```
endfunction
```

```
t=0:1:800;
```

```
// Пускаем лодку мишенью на 800 км вперед.
```

```
plot2d(t,f2(t),style = color(255, 0, 0));
```

```
//Линейный красный график траектория движения браконьерской лодки
```

```
polarplot(tetha,r,style = color(0, 255, 0));
```

```
// Полярный зеленый график траектория движения катера в полярных ко
```

```
//начальные условия в случае 2
```

```
r0=k/(s-1);
```

```
tetha0=-%pi;
```

```
figure();
```

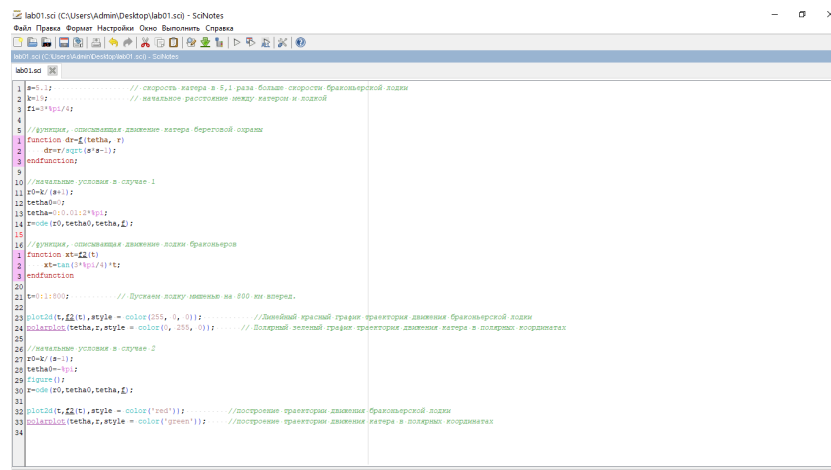
```
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
```

```
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

```
//построение траектории движения браконьерской лодки
```

```
polarplot(tetha,r,style = color('green'));
```

```
//построение траектории движения катера в полярных координатах
```



```

1 a=5; // скорость катера в 5,1 раз больше скорости бразильской лодки
2 l=1; // начальное расстояние между катером и лодкой
3 t=0:0.01:2;
4
5 //функция, описывающая движение катера береговой охраны
6 function dtheta = dtheta(t)
7     dtheta = a*t;
8 endfunction
9
10 //начальное условие в случае 1
11 t0=0;
12 theta0=0;
13 tetha=0:0.01:2*pi;
14 r=ode(t0,tetha,tetha,t);
15
16 //функция, описывающая движение лодки бразильцев
17 function dtheta = dtheta(t)
18     dtheta = a*t;
19 endfunction
20
21 t=0:0.01:2; // Пускаем лодку, движущуюся на 500 м от катера.
22
23 plot(t,t,t,'r','r'); //Получаем график траектории движения бразильской лодки
24 polarplot(tetha,r,style = color('r', 255, 0)); //Получаем график траектории движения катера в полярных координатах
25
26 //начальное условие в случае 2
27 t0=0;
28 theta0=0;
29 tetha=0:0.01:2*pi;
30 r=ode(t0,tetha,tetha,t);
31
32 plot(t,t,t,'r','r'); //построение траектории движения бразильской лодки
33 polarplot(tetha,r,style = color('green')) //построение траектории движения катера в полярных координатах
34

```

Figure 3.4: Код программы

2.2. Получил следующие графики:(см. рис. 3.5 и 3.6)

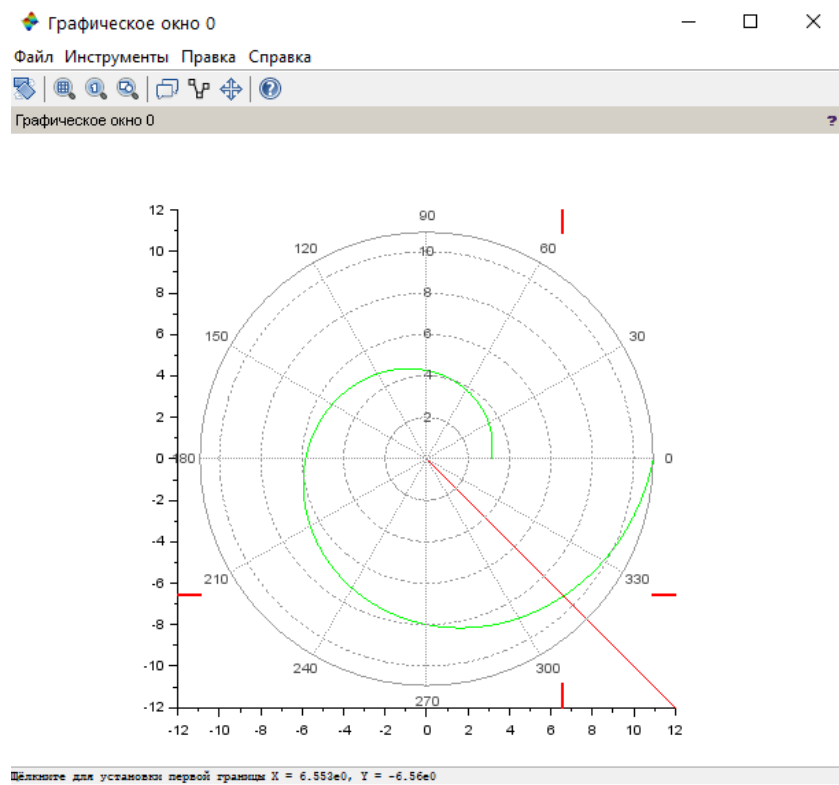


Figure 3.5: Траектории движения катера и лодки. 1 случай

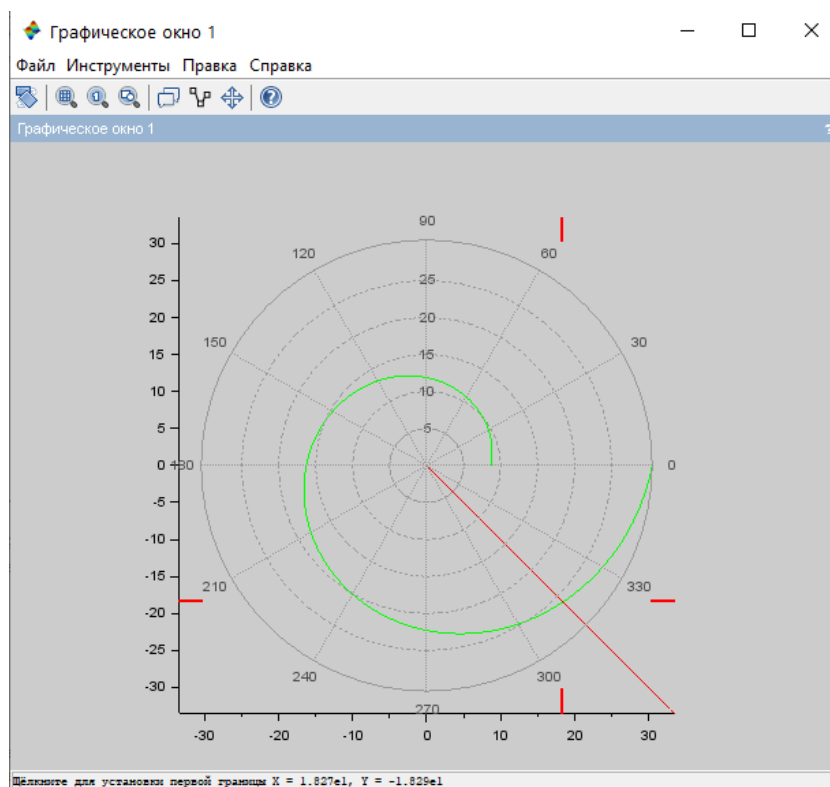


Figure 3.6: Траектории движения катера и лодки. 2 случай

2.3. В итоге я получил, что в 1 случае точка пересечения $\approx 6,5; -6,5$ а во 2 случае $\approx 18,4; -18,4$.

4 Выводы

Решил задачу о погоне и построил графики с помощью Scilab.