Отчёт по лабораторной работе 6

дисциплина: Математическое моделирование

Каримов Зуфар, НПИбд-01-18

Содержание

1 Цель работы

Ознакомление с простейшей моделью Эпидемии и ее построение с помощью языка программирования Modelica.

2 Задание

Вариант 38

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 12700)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей $()$ I(0)=170, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=57. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).
Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Постановка задачи

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t)>I*, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I & \text{,если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Выполнение работы

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 12700)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 170$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 57$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. если $I(0) \le I^*$ 2. если $I(0) > I^*$

Начальные условии:

a - коэффициент заболеваемости

b - коэффициент выздоровления

N - общая численность популяции

$I(0)$ - количество инфицированных особей в начальный момент времени

$R(0)$ - количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени

$S(0)$ - количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени

У нас дано:

a = 0.01 (коэффициент заболеваемости)

b = 0.02 (коэффициент выздоровления)

N = 12700 (общая численность популяции)

$I(0)$ = 170 (количество инфицированных особей в начальный момент времени)

$R(0)$ = 57 (количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени)

Код программы

```
model Epidemic
parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; //коэффициент выздоровления
parameter Real N = 12700; // общая численность популяции
parameter Real I0 = 170; // количество инфицированных особей в начальный
parameter Real R0 = 57; // количество здоровых особей с иммунитетом в нач
parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни ос

Real S(start=S0); //количество восприимчивых к болезни особей
Real I(start=I0); //количество инфицированных особей
Real R(start=R0); //количество здоровых особей с иммунитетом

equation
// случай, когда I(0)<=I*
```

```
der(S) = 0;
der(I) = - b*I;
der(R) = b*I;

//случай, когда I(0) > I*
/*
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S - b*I;
der(R) = b*I; */

end Epidemic;
```

Ниже приведен скриншот кода программы, реализованный на языке программирования Modelica (рис. 3.1)

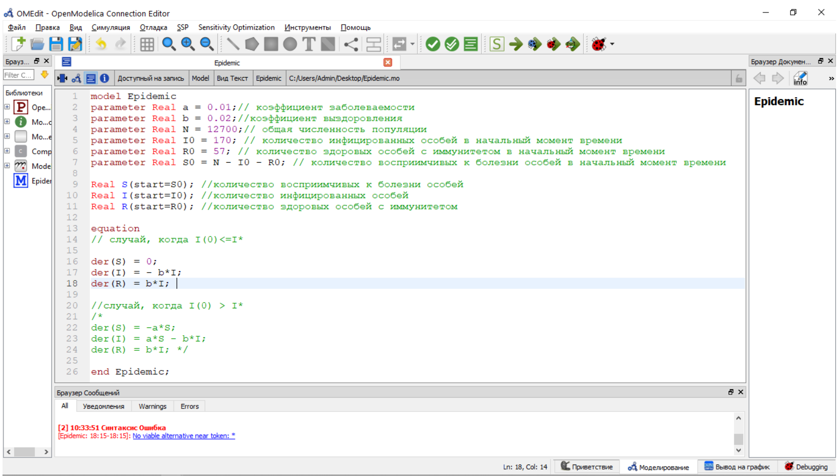

Figure 3.1: Код программы

1. Построил график изменения числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных не превышает критического значения (рис. 3.2)

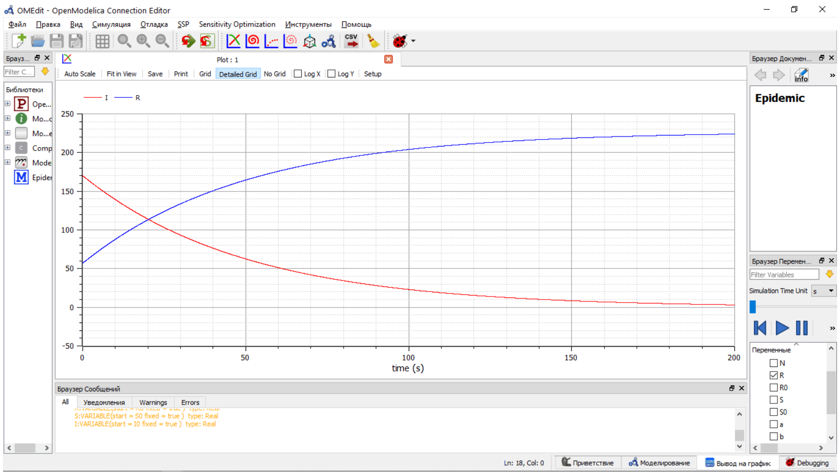

Figure 3.2: График изменения числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных не превышает критического значения

2. Построил график изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), если число инфицированных не превышает критического значения (рис. 3.3)

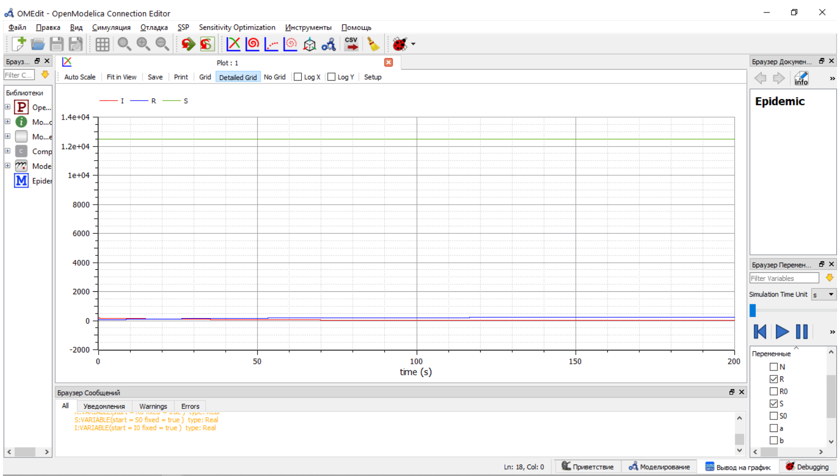

Figure 3.3: График изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), если число инфицированных не превышает критического значения

3. Построил график изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных выше критического значения (рис. 3.4)

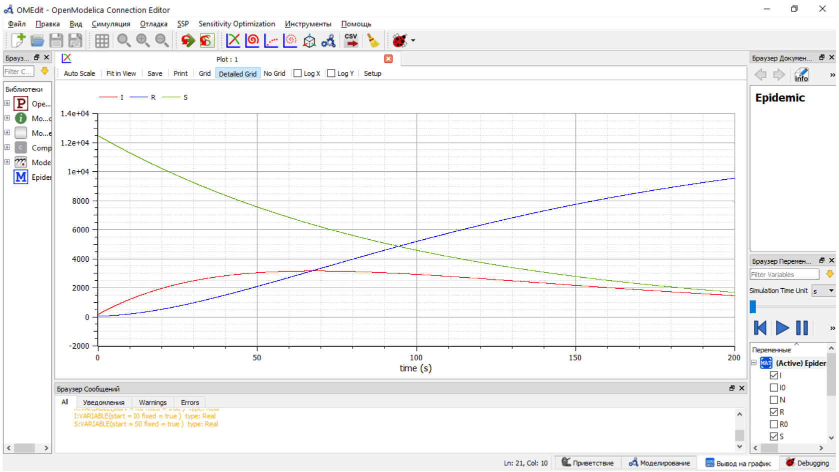

Figure 3.4: График изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных выше критического значения

4 Выводы

Ознакомился с простейшей моделью Эпидемии и построил графики с помощью языка программирования Modelica.